F 1736

REFERÁLVA

# STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

1

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
St. cerc. energ. electr. Tom. 18 Nr. 1, p. 1—230, Bucureşti 1968

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Prof. C. APETREI;
Ing. Cs. NAGY;
Ing. V. PIMSNER;
Ing. C. A. VASILESCU;
Ing. ECATERINA ARIE — *secretar de redacție.*

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 72 lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236.

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 18, Nr. 1 1968

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA 1863

## SUMAR

### Economie energetică

Pag.

ALEXANDRU PAP, Variaţia cheltuielilor de producţie în modelul matematic al planului anual de aprovizionare cu combustibil şi energie . . . . . 3

### Termoenergetică şi termotehnică

D. GRECOV, E. DĂMĂCEANU-GUŢU şi D. COSTEA, Determinarea valorilor instantanee ale emisivităţii şi temperaturii în flăcări difuziv turbulente . . . . . 13
C. HAIDUC, Metodă de determinare a tipului optim de centrală nucleară-electrică . 23
CĂLIN ADRIAN VASILESCU, VICTOR PIMSNER, Transformări energetice în amestecuri de gaze de ardere şi apă . . . . . 37
N. DĂNILĂ şi A. LECA, Posibilităţi de îmbunătăţire a transferului căldurii în circuitul regenerativ al centralelor termoelectrice cu abur . . . . . 47
I. IORDACHE, Schimbul de masă în cazul a două jeturi turbulente axial simetrice în echicurent mărginite de pereţi . . . . . 61
N. ANTONESCU şi I. RĂDULESCU, Stabilitatea simetrică şi asimetrică a flăcărilor în incinte . . . . . 73

### Electroenergetică şi electrotehnică

G. DRĂGAN, Asupra ecuaţiei integrale a descărcării corona în cazul unui cîmp cilindric coaxial . . . . . 85
CEZAR FLUERAŞU, Levitaţia electromagnetică a unei benzi plane conductoare . . 99
I. R. CIRIC, Asupra levitaţiei electromagnetice a conductoarelor cilindrice circulare drepte . . . . . 113
T. DORDEA, Asupra cuplului electromagnetic al maşinilor electrice . . . . . 131
F. SPINEI, Contribuţii privind studiul cîmpului electrocinetic în medii neliniare . 147
V. D. SAVIUC, Contribuţii la studiul efectului pelicular în conductoare feromagnetice care ocupă un semispaţiu la cîmpuri magnetice medii pe suprafaţă . . . . . 161
I. ADĂMUŢ, Cercetări privind variaţia tensiunii la extremitatea receptor a unei linii de lungime finită fără pierderi, pe o cale nouă — modelarea analogică a funcţiilor Laguerre generalizate . . . . . 179
M. CEHAN-RACOVIŢĂ, Utilizarea metodei lui Ritz în determinarea proceselor de reglare optimale . . . . . 199
I. D. LANDAU, A. GROSSU şi ŞT. GAVĂT, Contribuţii la realizarea schemelor de reglare adaptivă după model în acţionările electrice . . . . . 211

### NOTE

S. GHEŢARU, Determinarea pe cale grafică a unui extremum al unei funcţii de matrice întîlnite în teoria reglajului automat . . . . . 223
M. MARINESCU, Reflecţii pe marginea colocviului „Coroziunea şi termodinamica electrochimică" . . . . . 227

St. cerc. energ. electr. Tom. 18 Nr. 1 p. 1—230 Bucureşti 1968

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

# VARIAȚIA CHELTUIELILOR DE PRODUCȚIE ÎN MODELUL MATEMATIC AL PLANULUI ANUAL DE APROVIZIONARE CU COMBUSTIBIL ȘI ENERGIE

DE

ALEXANDRU PAP

620.9

În articol se propune o metodologie pentru cuprinderea variației cheltuielilor de producție ale purtătorilor de energie primară în funcție de nivelul producției, în modelul matematic al planului anual de aprovizionare cu combustibil și energie, folosindu-se în acest scop posibilitățile oferite de programarea liniară.

## 1. INTRODUCERE

Complexitatea problemelor legate de optimizarea planului anual de aprovizionare cu combustibil și energie a impus ca cercetarea în acest domeniu să abordeze treptat diversele aspecte speciale, mai ales în baza experienței, rezultate în urma aplicării metodologiei de optimizare în munca de planificare curentă a sectorului energetic, al economiei naționale. Dintre aceste aspecte, o importanță mare revine cuprinderii în modelul matematic a variației cheltuielilor de producție ale purtătorilor de energie primară în funcție de nivelul producției. Ea este determinată atît de necesități practice imediate, cît și de extinderea cercetărilor privind optimizarea dezvoltării și exploatarea sistemului energetic general, la perioade de perspectivă îndepărtată.

În lucrările teoretice elaborate în cadrul Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România și în experimentările efectuate în baza acestor lucrări, s-a făcut ipoteza că nivelul fiecărei resurse și cheltuielile de producție corespunzătoare sînt cunoscute [1]. În acest fel, în măsura în care procesul de optimizare conduce la folosirea practic integrală a resurselor, structura producției de purtători de energie primară este dată. Dacă la întocmirea modelului matematic se ține seama de depen-

denţa cheltuielilor de producţie de nivelul producţiei, atunci procesul de optimizare se va referi şi la gradul de exploatare a surselor, deci va determina şi structura optimă a producţiei de purtători de energie primară.

## 2. CONSIDERAŢII TEORETICE

Optimizarea planurilor anuale de aprovizionare cu combustibil şi energie conduce la necesitatea rezolvării unor probleme de programare matematică de dimensiuni mari în raport cu capacitatea memoriei calculatoarelor existente în prezent în ţara noastră. În general, aceste probleme nu sînt liniare, dar în baza unor ipoteze simplificatoare, admisibile, ele pot fi liniarizate. Acest fapt este impus atît de sistemul informaţional existent în prezent în ţara noastră, cît şi de stadiul la care a ajuns înzestrarea cu calculatoare electronice, înzestrare care nu permite încă trecerea la folosirea unor modele matematice neliniare de mari dimensiuni.

Din această cauză, se impune ca dependenţa cheltuielilor de producţie de nivelul producţiei să fie cuprinsă în modelul matematic în aşa fel, încît să se obţină tot o problemă de programare liniară.

Luarea în considerare şi a acestui aspect conduce la extinderea posibilităţilor procesului de optimizare, dar în acelaşi timp conduce şi la creşterea dimensiunilor modelului matematic al planului anual de aprovizionare cu combustibil şi energie. Cresc astfel şi dificultăţile legate de rezolvarea modelului, dar experienţa acumulată pînă în prezent în acest domeniu permite rezolvarea unor modele mult mai mari decît cele rezolvate pînă în prezent în ţara noastră [2], chiar şi cu utilajul electronic existent.

În afara celor de mai sus, trebuie relevată şi creşterea numărului informaţiilor statistice necesare pentru determinarea condiţiilor iniţiale. Obţinerea acestora nu reprezintă însă o dificultate deosebită, deoarece ele trebuie să fie cuprinse în sistemul informaţional de la nivelul întreprinderilor, necesar pentru buna desfăşurare a vastei acţiuni de organizare ştiinţifică a producţiei care se desfăşoară în prezent în ţara noastră.

## 3. ASPECTELE LEGATE DE MODELAREA MATEMATICĂ

### 3.1. Cuprinderea variaţiei cheltuielilor de producţie în modelul matematic

Reamintim că în modelul matematic al planului anual de aprovizionare cu combustibil şi energie, fiecărei surse-sort îi corespunde cîte o inegalitate, care exprimă condiţia de nedepăşire a resursei, avînd forma

$$\sum_{d} \sum_{e} \sum_{f} b_{defgh} x_{defgh} \leqslant R_{gh} \tag{1}$$

în care

$$b_{defgh} = \frac{1}{\eta_{defgh}}; \tag{2}$$

Notaţiile folosite au următoarele semnificaţii :

$\varkappa$ reprezintă cantitatea de energie utilă;

$d, e, f, g, h$ — indici care se referă la formele de energie utilă, la centrele de consum, la structurile lanțurilor energetice, la formele de energie primară și respectiv la sursele de energie primară

$\eta$ — randamentul global al lanțului energetic

$R$ — producția de purtători de energie primară de un anumit fel dintr-un anumit centru de producție în intervalul de timp considerat (producția sursei-sort).

În ipoteza că optimizarea se face în baza criteriului minimul cheltuielilor anuale, în expresia de minimizat apare pentru fiecare flux energetic $\varkappa$ cîte un termen de forma

$$c_{defgh}\varkappa_{defgh},$$

$c$ reprezentînd cheltuielile specifice totale ale lanțului energetic luat în considerare [3].

Dependența cheltuielilor de producție de nivelul producției poate fi luată în considerare prin înlocuirea fiecărei surse-sort prin mai multe surse-sort considerate independente, avînd aceeași localizare geografică aceleași caracteristici calitative ale producției, dar cheltuieli de producție diferite.

Spre exemplu, pentru sursa avînd caracteristica $c_{prod} = f(P)$ reprezentată în figura 1, dacă se iau în considerare $u$ resurse independente — pe care în cele ce urmează le vom denumi *diviziuni de resurse* — avînd respectiv producțiile

$$P_1, P_2 - P_1, P_3 - P_2, \ldots, P_{u-1} - P_{u-2}, P_u - P_{u-1},$$

care în cazul cel mai general îndeplinesc condițiile

$$P_1 \neq P_2 - P_1 \neq P_3 - P_2 \neq \ldots \neq P_{u-1} - P_{u-2} \neq P_u - P_{u-1}; \quad (3)$$

aceste resurse trebuie afectate de cheltuielile specifice de producție

$$c_1, (c_2)_{cor}, (c_3)_{cor}, \ldots, (c_u)_{cor},$$

care se pot calcula cu relația

$$(c_u)_{cor} = c_u + (c_u - c_{u-1}) \frac{P_{u-1}}{P_u - P_{u-1}}, \quad (4)$$

în care notațiile au semnificațiile indicate în figură.

Relația (4) a fost determinată impunîndu-se condiția ca la nivelul de producție corespunzător fiecărui sfîrșit de diviziune de resursă, cheltuielile de producție luate în considerare în modelul matematic să fie cele reale. Ea este aplicabilă atît caracteristicilor $c_{prod} = f(P)$ continue, cît și celor discontinue (a se vedea fig. 2—4).

Pentru fiecare lanț energetic corespunzător situației cînd resursa se presupune dată, deci cînd nu se ține seama de variația cheltuielilor de producție, va corespunde cîte un nou lanț pentru fiecare dintre diviziunile de resursă luate în considerare. Condiția de nedepășire a resursei se va scrie pentru fiecare diviziune de resursă. Pentru diviziunea de ordinul $n$,

spre exemplu, această condiție se exprimă în modelul matematic prin relația

$$\sum_d \sum_e \sum_f b_{defgh} \varkappa_{defgh_n} \leqslant R_{gh_n}, \tag{5}$$

unde

$$R_{gh_n} = P_{gh_n} - P_{gh_{n-1}}. \tag{6}$$

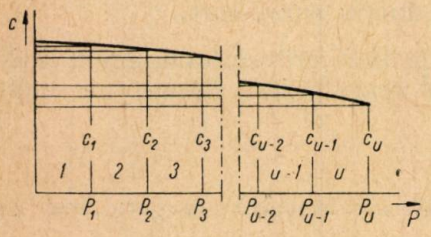



Fig. 1. — Divizarea unei resurse, pentru luarea în considerare a caracteristicii $c_{prod} = f(P)$ la întocmirea modelului matematic.

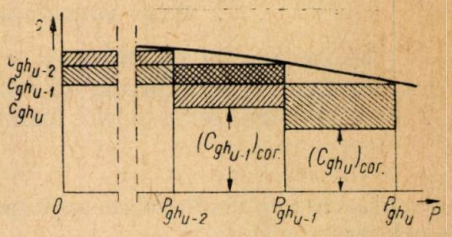



Fig. 2. — Cheltuielile specifice de producție corectate pentru caracteristica $c_{prod} = f(P)$ descrescătoare.

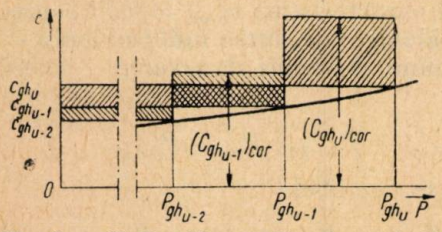



Fig. 3. — Cheltuielile specifice de producție corectate pentru caracteristica $c_{prod} = f(P)$ crescătoare.

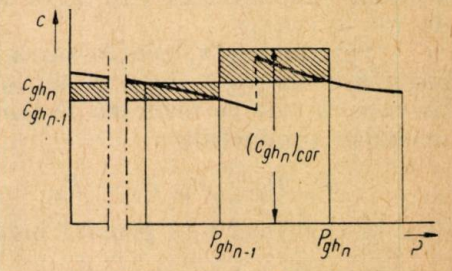



Fig. 4. — Cheltuielile specifice de producție corectate pentru caracteristica $c_{prod} = f(P)$ discontinuă.

În funcția scop, pentru fiecare lanț energetic luat în considerare, trebuie să apară cîte un termen de forma

$$c_{defgh_n} \varkappa_{defgh_n}.$$

Calculul cheltuielilor specifice totale $c_{defgh_n}$ trebuie să se facă în baza cheltuielilor de producție corectate, pentru ca la orice nivel al producției, cheltuielile cuprinse în modelul matematic să fie cît mai apropiate de cele reale.

Din considerente de ordin fizic, se impune epuizarea succesivă (în măsura necesităților) a diviziunilor de resurse obținute în modul indicat mai sus. În ipoteza că rezolvarea modelului matematic se face pe un calculator electronic, folosindu-se în acest scop unul dintre algoritmele cunoscute în prezent, epuizarea succesivă se realizează dacă și numai dacă este îndeplinit șirul de condiții

$$c_{gh_1} < (c_{gh_2})_{cor} < \ldots < (c_{gh_u})_{cor}. \tag{7}$$

Dacă inegalitățile exprimate prin șirul de mai sus nu sînt îndeplinite, atunci condițiile de nedepășire a diviziunilor de resurse trebuie transcrise în modelul matematic ca egalități. În acest scop se introduce pentru fiecare diviziune de resursă cîte o variabilă auxiliară, care se va denumi cotă de nefolosire. Pentru diviziunea de resursă de ordinul $n$, condiția de nedepășire se va scrie:

$$\sum_{d}\sum_{e}\sum_{f} b_{defgh}\, x_{defgh_n} + \delta R_{gh_n} = R_{gh_n}, \tag{8}$$

impunîndu-se și condiția suplimentară de nenegativitate

$$\delta R_{gh_n} \geqslant 0. \tag{9}$$

Programul de rezolvare va fi astfel întocmit, ca trecerea la folosirea diviziunii de resursă de ordinul $(n+1)$ să fie condiționată de folosirea integrală a diviziunii de resursă de ordinul $n$, adică de îndeplinirea condiției

$$\delta R_{gh_n} = 0 \tag{10}$$

Cu $\delta R_{gh_n}$ s-a notat cota de nefolosire.

### 3.2. Erorile introduse în procesul de optimizare prin folosirea metodicii propuse

Luarea în considerare a variației cheltuielilor de producție în funcție de volumul producției, în modul indicat mai sus, va introduce erori în calcule numai dacă ultima diviziune de resursă (care se mai folosește), dintre cele luate în considerare, se caracterizează printr-o cotă de nefolosire diferită de zero și dacă variația funcției în interiorul diviziunii nu este liniară. În ipoteza că ultima diviziune de resursă care se mai folosește este diviziunea de ordinul $u$ și că nivelul producției rezultat din procesul de optimizare este $P_{gh_x}$, eroarea introdusă este

$$(e_{gh})_i = (c_{gh_{u-1}} - c_{gh_x})\, P_{gh_{u-1}}; \tag{11}$$

eroarea compensată va fi

$$(e_{gh})_c = [c_{gh_u} - (c_{gh_u})_{cor}](P_{gh_x} - P_{gh_{u-1}}), \tag{12}$$

deci cheltuielile de producție totale vor fi afectate de o eroare absolută, dată de expresia

$$e_{gh} = (e_{gh})_i - (e_{gh})_c, \tag{13}$$

adică

$$e_{gh} = (c_{gh_{u-1}} - c_{gh_x})\, P_{gh_{u-1}} - [c_{gh_u} - (c_{gh_u})_{cor}](P_{gh_x} - P_{gh_{u-1}}). \tag{14}$$

Dacă în diviziunea dată variația funcției este liniară, atunci

$$\frac{c_{gh_{u-1}} - c_{gh_x}}{P_{gh_x} - P_{gh_{u-1}}} = \frac{c_{gh_{u-1}} - c_{gh_u}}{P_{gh_u} - P_{gh_{u-1}}}, \tag{15}$$

(vezi fig. 5) și deci relația (13) devine

$$e_{gh} = (c_{gh_{u-1}} - c_{gh_u}) \frac{P_{gh_x} - P_{gh_{u-1}}}{P_{gh_u} - P_{gh_{u-1}}} P_{gh_{u-1}} - [c_{gh_u} - (c_{gh_u})_{cor}](P_{gh_x} - P_{gh_{u-1}}), \quad (16)$$

ceea ce se mai poate scrie :

$$e_{gh} = \frac{P_{gh_x} - P_{gh_{u-1}}}{P_{gh_u} - P_{gh_{u-1}}} [c_{gh_{u-1}} P_{gh_{u-1}} - c_{gh_u} P_{gh_u} + (c_{gh_u})_{cor} (P_{gh_u} - P_{gh_{u-1}})]. \quad (17)$$

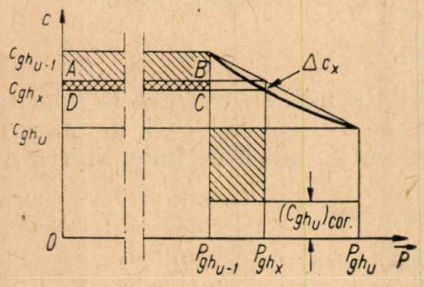



Fig. 5. — Compensarea erorilor.

Ținîndu-se seama de condiția de determinare a cheltuielilor corectate (vezi relația (4)), rezultă

$$c_{gh_{u-1}} P_{gh_{u-1}} - c_{gh_u} P_{gh_u} + (c_{gh_u})_{cor} (P_{gh_u} - P_{gh_{u-1}}) = 0. \quad (18)$$

Deci, dacă variația funcției $c_{prod} = f(P)$ în ultima diviziune de resursă care se mai folosește este liniară, atunci eroarea absolută totală este nulă pentru orice valoare a cotei de nefolosire. Dacă variația funcției în diviziunea dată nu este liniară, atunci condiția (15) nu este îndeplinită și ca urmare, dacă cota de nefolosite nu va fi nulă, atunci nici erorile nu vor fi nule.

În figura 5, se observă că valoarea absolută a erorii (eroarea introdusă necompensată) are ca măsură aria $ABCD$ și se poate calcula cu relația

$$e_{gh} = P_{gh_{u-1}} \Delta c_{gh_x}.$$

În general

$$e_{gh} = \pm P_{gh_{u-1}} \Delta c_{gh_x}. \quad (19)$$

Eroarea rezultă pozitivă pentru caracteristici convexe și negativă pentru caracteristicile concave, indiferent dacă aceste caracteristici sînt crescătoare sau descrescătoare. Deoarece nivelul producției rezultă din procesul de optimizare, factorul care poate fi influențat în vederea limitării erorilor este $\Delta c_{gh_x}$. Pentru o caracteristică $c_{prod} = f(P)$ dată, $\Delta c_{gh_x}$ depinde de valoarea diferenței $(P_{gh_u} - P_{gh_{u-1}})$ și de asemenea de valoarea lui $\delta R_{gh_u}$. Cu cît diferența $(P_{gh_u} - P_{gh_{u-1}})$ va fi mai mică cu atît va fi mai mică și valoarea maxim posibilă pentru $(\Delta c_{gh})_{max}$. Alegerea unor diferențe mici conduce însă la un număr mare de intervale pentru o aceeași producție maxim admisibilă, deci implicit la creșterea dimensiunilor modelului matematic.

Practic, intervalele $(P_{gh_n} - P_{gh_{n-1}})$ trebuie să fie determinate admițîndu-se $(e_{gh_n})_{\max}$. Rezultă astfel

$$(\Delta c_{gh_n})_{\max} = \frac{(e_{gh_n})_{\max}}{P_{gh_{n-1}}}. \tag{20}$$

Cunoscîndu-se $(\Delta c_{gh_n})_{\max}$ și $P_{gh_{n-1}}$ se poate determina — analitic sau grafic — diferența $(P_{gh_n} - P_{gh_{n-1}})$ pentru toate valorile lui $n$ necesare pentru a se ajunge la nivelul maxim admisibil al producției.

### 3.3. Tratarea problemei în ipoteza condiționării reciproce directe a producțiilor diverselor surse-sort.

Metodica propusă se referă la sursele-sort a căror producție nu este condiționată de producția altor surse-sort decît prin intermediul consumatorilor. Condiționarea reciprocă directă a producțiilor unora dintre sursele-sort cuprinse în procesul de optimizare, determinată de tehnologiile de extracție de preparare sau de prelucrare folosite, complică problema. Pentru a se cuprinde și acest aspect în modelul matematic, pentru fiecare sursă-sort, diviziunile de resursă se stabilesc astfel ca pentru nivelele de producție corespunzătoare extremităților diviziunilor, relațiile care exprimă interdependențele să fie respectate. În această situație, exprimarea interdependențelor în modelul matematic impune ca la toate sursele-sort trecerea de la o diviziune de resursă de un ordin oarecare $n$, la diviziunea următoare $(n + 1)$, să fie condiționată de folosirea completă a diviziunilor de ordinul $n$, la toate sursele sort interdependente.

Simbolic această condiție se poate scrie

$$R_{i_n} \xrightarrow[\sum_i \delta R_{i_n} = 0]{} R_{i_{n+1}} \tag{21}$$

$$(n = 1, \ldots, u).$$

Indicele $i$ se referă la sursele-sort dintr-o aceeași grupă, stabilită în baza interdependențelor producțiilor (acesta substituie, pentru simplificare, indicii notați cu $g$ și $h$ în relațiile anterioare). Celelalte notații au semnificațiile care au fost deja explicate.

Interdependența producțiilor diferitelor surse-sort este exprimată de obicei prin intermediul rapoartelor

$$\frac{R_{i_n}}{R_{r_n}} = k_{i_n} \begin{pmatrix} i = 1, \ldots, v \\ n = 1, \ldots, u \end{pmatrix}, \tag{22}$$

care în cele mai multe cazuri sînt independente de nivelul producției. Rezultă

$$\frac{R_i}{R_r} = k_i \ (i = 1, \ldots, v), \tag{23}$$

pentru oricare dintre diviziunile de resursă.

În relațiile de mai sus, prin indicele $r$ s-a notat sursa-sort de referință, $v$ fiind numărul surselor-sort interdependente din grupa luată în considerare.

Sursele-sort de referință trebuie să fie divizate în așa fel ca la nici una dintre sursele-sort ale grupelor luate în considerare eroarea maxim posibilă să nu depășească eroarea maximă admisibilă. În condițiile reale date, se poate alege drept sursă-sort de referință acea sursă-sort a cărei divizare în baza criteriului erorilor maxim admisibile să asigure limitarea erorilor maxim posibile la nivelul admis, la toate sursele sort ale grupei respective.

În afara erorilor admisibile și a interdependențelor producțiilor, la stabilirea diviziunilor de resursă în cazul tratat, trebuie să se ia în considerare și posibilitățile de stocare a purtătorilor de energie primară. Aceasta se impune datorită posibilității ca în cadrul condițiilor matematice cuprinse în model, soluția optimă să conducă la un surplus de producție față de necesitățile de consum la unele surse.

Spre exemplu, în ipoteza că relația de condiționare pentru trecerea de la diviziunile de resursă de ordinul $(n-1)$ la diviziunile de resursă de ordinul $n$ este îndeplinită și configurația consumurilor nu impune trecerea la diviziunea de ordinul $(n+1)$ la nici una dintre sursele sort din grupa de interdependență luată în considerare, atunci necesitățile consumatorilor vor impune pentru diversele surse-sort producții $P_i$ care vor îndeplini condițiile :

$$P_{i_n} \leqslant P_i \leqslant P_{i_{n+1}} \qquad (i = 1, \ldots, v), \tag{24}$$

care conduc la

$$0 \leqslant \delta R_{i_n} \leqslant R_{i_n} \qquad (i = 1, \ldots, v). \tag{25}$$

Dacă din procesul de optimizare va rezulta cel puțin pentru o singură sursă-sort

$$\delta R_{i_n} = 0, \tag{26}$$

atunci producția realizată pentru toate sursele-sort va trebui să fie cea corespunzătoare limitelor superioare ale diviziunilor de resursă de ordinul $n$. Dacă solicitările acestor resurse vor fi însă mai mici, vor rezulta surplusuri de producție care vor trebui stocate. Pentru fiecare sursă-sort, limita superioară a surplusului de producție posibil este egală cu cea mai mare diviziune de resursă.

Practic, dacă realizarea unor stocuri nu este dorită sau nu este posibilă, atunci, după determinarea soluției optime, se realizează o ajustare a acesteia astfel ca realizarea unor surplusuri de producție să fie evitată.

### 3.4. Aspecte privind aplicarea în practică a metodicii

La optimizarea planului anual de aprovizionare cu combustibil și energie pentru un an următor, din motive care decurg din caracterul continuu al activității de planificare, nu se pune în general problema de a se admite o plajă prea mare a producțiilor pentru diversele surse. În

această situație, este suficient a se recurge la un caz particular, constînd în luarea în considerare pentru fiecare sursă doar a cîte trei diviziuni de resursă, corespunzătoare respectiv diminuării producției, nivelului mediu normal al producției și intensificării producției (intervalele I, II și III din fig. 6).

Stabilirea celor trei diviziuni presupune impunerea limitelor extreme admisibile pentru fiecare resursă în parte, operație care va avea la bază criterii complexe economice, sociale, politice sau de altă natură.

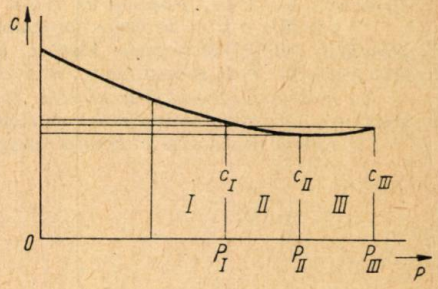



Fig. 6. — Caz particular. Luarea în considerare numai a cîte trei diviziuni de resursă

Metodica propusă pentru cuprinderea variației cheltuielilor specifice de producție în funcție de volumul producției în modelul matematic al planului de aprovizionare cu combustibil și energie este aplicabilă și atunci cînd regimurile de producție sau cele de consum sînt puternic neuniforme și nu există posibilități adecvate de stocare. Se reamintește că în acest caz se recurge la împărțirea intervalului de timp, pentru care se urmărește determinarea planului optim în perioade pentru care regimurile pot fi considerate constante [4]. Divizarea resurselor se va efectua pentru fiecare astfel de perioadă în parte.

## 4. CONCLUZII

1) Dacă la întocmirea modelului matematic al planului anual de aprovizionare cu combustibil și energie se ia în considerare și dependența cheltuielilor de producție de nivelul producției, atunci fidelitatea reprezentării realităților fizice în modelul matematic crește și prin aceasta se extind posibilitățile de economisire oferite de procesul de optimizare.

2) Deoarece luarea în considerare a variației cheltuielilor de producție conduce la creșterea dimensiunilor modelului matematic, deci implicit la creșterea duratei rezolvării și a cheltuielilor aferente, înainte de întocmirea modelului se impune o analiză sumară a eficienței economice a modului de tratare propus pentru fiecare caz concret în parte, pentru fiecare dintre sursele luate în considerare.

3) Determinarea diviziunilor de resursă trebuie să se facă în baza erorilor maxime admisibile și dacă este cazul și în baza interdependențelor existente între producțiile unor surse-sorturi și a posibilităților de stocare.

4) Metodologia propusă conduce — prin folosirea unei căi simple și a unui aparataj matematic adecvat — la extinderea grupului de probleme

rezolvabile prin optimizarea planului anual de aprovizionare cu combustibil și energie.

5) Adaptarea și aplicarea ei la determinarea bilanțului energetic general de perspectivă va permite și determinarea structurii optime a producției de purtători de energie primară.

## BIBLIOGRAFIE

1. T. Miclescu, Al. Pap,, *Procedee de calcul pentru determinarea bilanțului energetic de perspectivă — I — Procedee aproximative*, St. cerc. energ. electr., **12**, *2* (1962).
2. E. Dascălu, *Alt fel de secunde*, Flacăra, **XVI**, *26*, 24 iunie 1967.
3. T. Miclescu, Al. Pap, I. Niculescu, S. Iordache, *Aspecte ale întocmirii modelului matematic al bilanțului energetic general*, St. cerc. energ. electr., **13**, *3A* (1964).
4. T. Miclescu, *Exprimarea regimului de consum și de producere a energiei și purtătorilor de energie în ecuațiile bilanțului energetic general*, St. cerc. de energetică, **13**, *2A* (1963).

# DETERMINAREA VALORILOR INSTANTANEE ALE EMISIVITĂŢII ŞI TEMPERATURII ÎN FLĂCĂRI DIFUZIV TURBULENTE

DE

D. GRECOV, E. DĂMĂCEANU-GUŢU, şi D. COSTEA

536.52 : 636.45

Se prezintă rezultatele experimentale ale determinării temperaturii şi coeficientului de emisie al flăcărilor difuziv turbulente prin metoda Kurlbaumm. S-a studiat variaţia coeficientului $\varepsilon_\nu$ cu lungimea de undă, cu diametrul ajutajului şi cu viteza de ieşire a gazului prin ajutaj.

Utilizarea gazelor naturale în focarele industriale sub formă de flăcări difuziv turbulente, unde se impune un schimb intens de căldură prin radiaţie de la flacără, necesită cunoaşterea aprofundată a caracteristicilor radiante şi a cîmpului de temperaturi ale acestor flăcări.

Flăcările difuziv turbulente se caracterizează prin existenţa unei concentraţii de particule de carbon incandescente care face ca spectrul de radiaţie să aibă caracter continuu. În astfel de flăcări, combustibilul difuzează în direcţia zonei de reacţie, unde se preîncălzeşte puternic în condiţiile unei cantităţi insuficiente de oxigen (valori $\frac{n_c}{n_0}$ ridicate în această zonă; $n_c$ — numărul de moli de carbon, $n_0$ — numărul de moli de oxigen) ceea ce conduce la formarea particulelor de carbon.

Cu cît variaţia concentraţiei de combustibil în amestec într-o secţiune a flăcării este mai mare, cu atît valorile $\frac{n_c}{n_0}$ care se stabilesc în diverse volume elementare ale zonei de reacţie pot favoriza apariţia particulelor de carbon. Conform legii lui Bouguer-Beer, concentraţia particulelor de carbon în flacără influenţează direct asupra coeficientului de emisie al flăcării.

Rezultă deci, că, procesul de formare a particulelor de carbon în flacără şi valorile coeficientului de emisie al flăcării sînt puternic influen-

țate de condițiile de amestecare aer-gaz (coeficientul turbulent de difuzie, gradul de preamestecare aer-gaz, gradul de recirculare al gazelor de ardere).

În cazul flăcărilor jeturilor de combustibil gazos aplicate larg în cuptoarele industriale se pot stabili cu suficientă precizie condițiile de amestecare aer-gaz în zona de amorsare a flăcării și se determină astfel corelația existentă între proprietățile radiante ale flăcării și caracteristicile aerodinamice și geometrice ale jetului.

Într-adevăr, cu creșterea vitezei inițiale a gazelor la ieșirea din ajutaj, lungimea de desprindere a flăcării de ajutaj ($x_d$) crește [1], iar condițiile de schimb de masă în jet se intensifică.

Considerînd că amorsarea flăcării are loc la distanța de desprindere $x_d$, rezultă că în secțiunea respectivă concentrația combustibilului va fi mult micșorată, deoarece, conform teoriei jetului liber, concentrația medie în secțiunea $x_d$ va fi

$$X_d = \frac{X_0 D_1}{x_d}, \tag{1}$$

unde

$D_1$ este diametrul ajutajului de combustibil,
$X_0$ — concentrația inițială a combustibilului,
$X_d$ — concentrația combustibilului în amestec la distanța $x_d$ de gura ajutajului.

Micșorarea concentrației de combustibil în secțiunea de aprindere explică simplu cauza decolorării flăcării, condițiile de ardere apropiindu-se de cele corespunzătoare arderii amestecurilor omogene.

Cînd concentrația $X_d$ tinde spre valoarea concentrației stoichiometrice $X_{st}$, proprietățile radiante ale flăcării sînt mult diminuate.

Deci, coeficientul de emisie al flăcării va depinde de raportul $\frac{X_d}{X_{st}}$, care la rîndul său depinde de caracteristicile fizice-chimice ale combustibilului și de caracteristicile aerodinamice și geometrice ale jetului de combustibil. Cu micșorarea raportului $\frac{X_d}{X_{st}}$ $(X_d \to X_{st})$, flacăra va tinde să devină transparentă, coeficientul de emisie scăzînd corespunzător.

Conform [2], distanța de desprindere $x_d$ este funcție de viteza inițială a gazului și de diametrul ajutajului:

$$\bar{x}_d = \frac{x_d}{D_1} \simeq \frac{\gamma^{0,35}}{S_L^{1,31}} \cdot D_1^{-0,66} \cdot u_0, \tag{2}$$

pentru

$$\frac{x_d}{D_1} > 6,$$

unde

$S_L$ este viteza normală de propagare a flăcării [m/s],
$\gamma$ — coeficientul de viscozitate a gazului [m²/s],
$u_0$ — viteza inițială a gazului la ieșirea din ajutaj [m/s].

Considerînd că lungimea flăcării corespunde distanței de la gura ajutajului pînă la locul unde se stabilește în ax concentrația stoichiometrică [2]:

$$\bar{x}_f = \frac{x_f}{D_1} \simeq \frac{X_0}{X_{st}} \cdot \frac{T_f}{\sigma T_0} \sqrt{\frac{\rho_{st}}{\rho_0}}, \tag{3}$$

unde

$T_f$, $T_0$ sînt temperaturile în flacără și respectiv cea inițială a combustibilului,

$\rho_{st}$, $\rho_0$ — densitățile la concentrația stoichiometrică și respectiv a amestecului combustibil la ieșirea din ajutaj,

$\sigma$ — dilatarea molară a reacției,

pe baza relațiilor (1), (2) și (3) rezultă că raportul $\frac{X_d}{X_{st}}$ poate fi pus sub forma

$$\frac{X_d}{X_{st}} = \frac{\bar{x}_f}{\bar{x}_d} \simeq \frac{\frac{X_0}{X_{st}} \cdot \frac{T_f}{\sigma T_0} \sqrt{\frac{\rho_{st}}{\rho_0}} \cdot S_L^{1,31} D_1^{0,66}}{\gamma^{0,35} \cdot u_0}. \tag{4}$$

Din relația (4) rezultă că creșterea diametrului ajutajului va conduce la mărirea coeficientului de emisie al flăcării, în timp ce creșterea vitezei inițiale $u_0$ va avea un efect contrar. La viteze $u_0$ foarte mici ale gazului datorită forțelor ascensionale, flacăra poate fi deviată în sus, ceea ce conduce la micșorarea volumului util ocupat de flacără și deci la o micșorare a emisivității flăcării.

Considerînd zona de reacție corespunzînd suprafeței concentrațiilor stoichiometrice, rezultă că la pierderi prin radiație reduse (în această zonă), temperatura flăcării va varia puțin în lungul axului, obținîndu-se un cîmp de temperaturi uniform.

Flăcările turbulente se caracterizează printr-o pulsație a valorilor coeficientului de emisie și a temperaturii, cu o frecvență de circa 10—15 Hz, ceea ce îngreuiază utilizarea metodelor obișnuite (de exemplu, determinări de temperatură cu ajutorul termocuplurilor) pentru determinarea valorilor instantanee fără perturbarea cîmpului respectiv al valorilor măsurate.

Pentru a pune în evidență influența caracteristicilor jetului asupra radiației și temperaturii flăcării, în cadrul laboratorului de studiu al arderii combustibililor gazoși, s-a pus la punct o metodă optică de determinare a valorilor instantanee a coeficientului de emisie și a temperaturii flăcării difuziv turbulente, eliminînd prin aceasta erorile mari ce pot apare datorită pulsațiilor puternice în flacără.

S-au efectuat determinări ale coeficientului de emisie al flăcării în funcție de lungimea de undă, de valorile vitezei inițiale și de diametrul ajutajului de gaz.

Pe baza analizei erorilor a rezultat că metoda respectivă prezintă un grad de precizie mai ridicat la flăcări puternic radiante (flăcări luminoase), ceea ce face recomandabilă aplicarea acestei metode la flăcări difuzive a combustibililor lichizi și solizi.

## DESCRIEREA METODEI ȘI A INSTALAȚIEI DE MĂSURARE A VALORILOR INSTANTANEE

Determinarea coeficientului de emisie monocromatică și a temperaturilor instantanee în flăcări poate fi făcută cu ajutorul pirometriei de emisie și absorbție prin metoda Kurlbaumm. Conform acestei metode, sursa auxiliară de lumină (un bec cu filament plan de wolfram) se vizează cu ajutorul unui pirometru optic direct prin flacără. Strălucirea filamentului becului se reglează în așa fel ca temperatura de strălucire măsurată fără flacără să fie egală cu temperatura de strălucire a filamentului măsurată prin flacără. Din cauza duratei procesului de măsurare, metoda poate fi folosită numai pentru măsurarea temperaturii flăcărilor laminare.

Se poate arăta că, la egalizarea strălucirilor radiației, temperatura de strălucire obținută este egală cu temperatura reală a flăcării [5].

Explicitînd energiile monocromatice emise se pot scrie relațiile:

$$I_\lambda(T_L) = c_1 \lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda T_L}, \tag{5}$$

$I_\lambda(T_L)$ fiind intensitatea monocromatică emisă într-un unghi solid dat, de un filament plan de wolfram, adus la temperatura $T_L$ de strălucire;

$$I_\lambda(T_f) = c_1 \lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda T_f} = c_1 \varepsilon_\lambda \lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda T_f^0},$$

unde $I_\lambda(T_f)$ este intensitatea monocromatică emisă în aceleași condiții de flacără, la temperatura de strălucire $T_f$ și la temperatura reală $T_f^0$;

$$I_\lambda^t = (1 - \alpha_\lambda) c_1 \lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda T_L} + \varepsilon_\lambda c_1 \lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda T_f^0}, \tag{6}$$

în care $I_\lambda^t$ este intensitatea totală primită de receptor (celulă) plasat în spatele flăcării și vizînd filamentul.

În relațiile de mai sus, $c_1$, $c_2$ sînt constantele Planck, $\varepsilon_\lambda$ — coeficientul de emisie monocromatică al flăcării, $\alpha_\lambda$ — coeficientul de absorbție al flăcării ($\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$).

Dacă notăm cu $T_L^r$ temperatura filamentului la care se produce egalizarea strălucirilor (energiilor), adică atunci cînd

$$I_\lambda^t = I_\lambda(T_L^r), \tag{7}$$

avem

$$(1 - \varepsilon_\lambda) c_1 \lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda T_L^r} + \varepsilon_\lambda c_1 \lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda T_f^0} = c_1 \lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda T_L^r}, \tag{8}$$

ceea ce înseamnă că

$$T_L^r = T_f^0. \tag{9}$$

Deci, temperatura reală a flăcării este egală cu temperatura de strălucire a filamentului în momentul egalizării intensităților emise. Temperatura de strălucire a filamentului $T_L$ se determină după intensitatea curentului.

Atunci cînd se măsoară variația instantanee a coeficientului de emisie sau a temperaturii flăcărilor nu se poate regla temperatura de strălucire a filamentului în mod continuu și nici nu se poate realiza în fiecare moment fenomenul de egalizare a strălucirii.

De aceea, este necesar să fie definit un coeficient de variație

$$\tau_\lambda = \frac{I_\lambda(T_L^r)}{I_\lambda(T_L)}, \tag{10}$$

ce reprezintă raportul dintre energia $I_\lambda(T_L^r)$ la egalizarea strălucirilor și energia $I_\lambda(T_L)$ de la lampă în momentul înregistrării, a cărei valoare poate fi legată foarte simplu de amplitudinile înregistrate de oscilograf, corespunzătoare celor trei intensități:

$I_\lambda(T_L)$ corespunde $y_1$,

$I_\lambda^t$ „ $y_2$,

$I_\lambda(T_f)$ „ $y_3$.

Conform relațiilor (5) și (6) rezultă

$$I_\lambda(T_f) = \alpha_\lambda \cdot I_\lambda(T_L^r), \tag{11}$$

de unde se vede că

$$\tau_\lambda = \frac{y_3}{\alpha_\lambda y_1}. \tag{12}$$

Deoarece prin definiție

$$I_\lambda^t = (1 - \alpha_\lambda) I_\lambda(T_L) + I_\lambda(T_f), \tag{13}$$

sau transcris în elongații

$$y_2 = (1 - \alpha_\lambda) y_1 + y_3, \tag{13'}$$

se obține valoarea lui $\tau_\lambda$:

$$\tau_\lambda = \frac{y_3}{y_1 - y_2 + y_3}. \tag{14}$$

Coeficientul $\alpha_\lambda$ poate fi determinat prin relația

$$\alpha_\lambda = \frac{y_1 - y_2 + y_3}{y_1}. \tag{15}$$

Temperatura $T_L^r$ la care ar trebui adus filamentul pentru a se produce egalizarea strălucirilor se poate determina din formula

$$\frac{1}{T_L^r} = \frac{1}{T_L} - \frac{\lambda}{c_2} \ln \tau, \tag{16}$$

aceasta fiind temperatura egală cu temperatura reală a flăcării.

Prin înregistrarea elongațiilor $y_1, y_2, y_3$ și prin utilizarea relațiilor (14), (15), (16) putem determina coeficientul de variație $\tau_\lambda$, coeficientul de emisie al flăcării $\varepsilon_\lambda$ și temperatura reală a flăcării $T_f^0$.

O dificultate deosebită în utilizarea metodei constă atît în obținerea valorilor $y_1, y_2, y_3$, cît și în determinarea cu suficientă precizie a acestora. Pentru determinarea valorilor instantanee $\varepsilon_\lambda$ și $T_f$ este necesar totodată ca frecvența citirilor să fie cel puțin egală cu frecvența proprie de variație a acestor mărimi în flacără. Acest lucru impune realizarea unei inerții mici a sistemului traductor-amplificator-înregistrator și înlăturarea unor influențe parazite în sistemul de amplificare.

Măsurările au fost efectuate cu ajutorul instalației experimentale prezentată în figura 1.

Drept sursă etalon s-a folosit o lampă cu filament plan de wolfram etalonată în prealabil. Semnalul luminos de la lampa etalon este proiectat cu ajutorul lentilei $L_1$ în flacără, de unde semnalul de la lampă împreună cu cel al flăcării (sub același unghi solid) sînt proiectate pe fanta unui monocromator, lungimea de undă putînd fi variată în limitele 4 000 — 6 000 Å.

Deoarece elementul traductor trebuie să fie foarte sensibil la variații mici ale intensității sursei luminoase, s-a impus utilizarea unui fotomultiplicator FEU-19, semnalul fiind în continuare amplificat și aplicat la un osciloscop.

Pentru determinarea valorilor $y_1$, $y_2$, $y_3$ s-au obținut impulsuri periodice de la flacără și de la o lampă etalon cu ajutorul unui obturator (fig. 1), care închide și deschide semnalul luminos de la lampa etalon cu o frecvență de cca 15—25 Hz.

Deoarece aplicarea semnalului continuu $y_3$ conduce la deplasarea axului de simetrie a fenomenului înregistrat, iar semnalul $y_2$ influențează asupra amplitudinii respective, valorile $y_2$ și $y_3$ s-au putut determina prin fotografierea și filmarea indicațiilor osciloscopului, iar mărimea $y_1$ prin determinarea elongației sinusoidei obținute în absența flăcării.

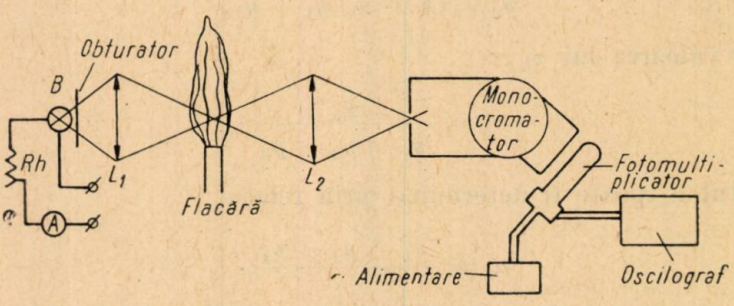



Fig. 1. — Montajul experimental pentru determinarea temperaturii și emisivității flacărilor.

Din măsurările obținute s-au calculat valorile instantanee ale coeficientului de emisie monocromatică $\varepsilon_\lambda$ și ale temperaturii flăcării $T_f^0$. Variația în timp a acestor parametrii poate fi urmărită în diagramele din figurile 2 și 3. Valoarea ecartului pentru $\varepsilon_\lambda$ este de circa 30%, iar pentru $T_f^0$ de circa 6,5%.

În continuare s-a studiat variația lui $\varepsilon_\lambda$ cu lungimea de undă, cu diametrul ajutajului și cu viteza de ieșire a gazului prin ajutaj.

Determinările lui $\varepsilon_\lambda$ s-au făcut pentru trei lungimi de undă diferite $\lambda_1 = 4\,315$ Å, $\lambda_2 = 4\,920$ Å și $\lambda_3 = 5\,893$ Å. Diagramele din figura 3 arată că pentru valori constante ale diametrului ajutajului de gaze și ale

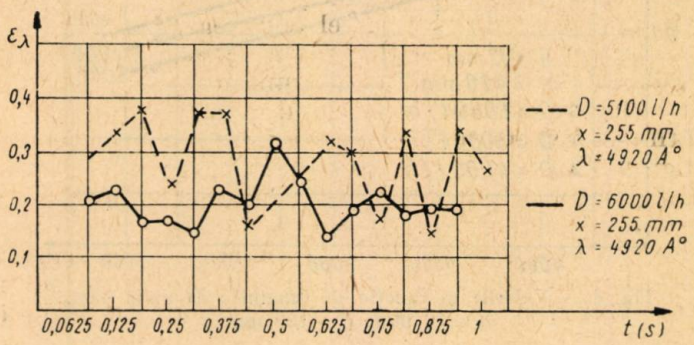



Fig. 2. — Variația în timp a lui $\varepsilon_\lambda$, $\varepsilon_\lambda = f(t)$.

debitului (viteză constantă a gazelor la ieșire din ajutaj), $\varepsilon_\lambda$ scade cu creșterea lui $\lambda$, ceea ce se încadrează în teoria generală privind radiația și absorbția în medii disperse [3], [4].

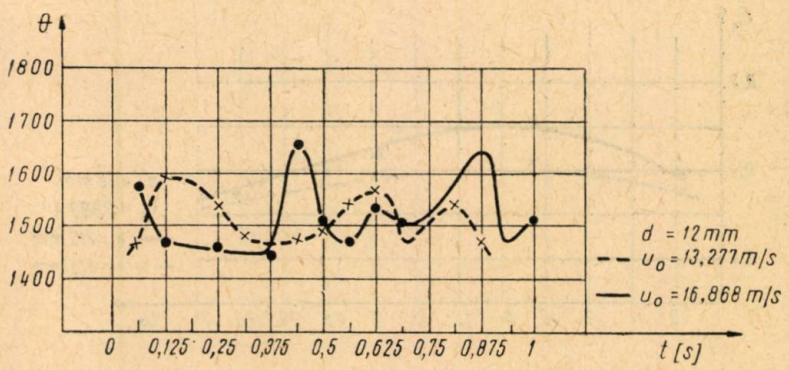



Fig. 3. — Variația temperaturii în timp, $\theta = f(t)$.

Modificîndu-se diametrul ajutajului s-a constatat că $\varepsilon_\lambda$ ia valori foarte mici, de ordinul 0,08—0,07 pentru $d = 4$ mm, crescînd pentru diametrul de 12 mm pînă la valorile 0,29—0,34.

Influența vitezei de ieșire a gazului asupra valorilor medii ale lui $\varepsilon_\lambda$ poate fi urmărită în diagramele din figura 4.

Se observă că pentru viteze peste 10 — 15 m/s, valorile $\varepsilon_\lambda$ se micșorează cu mărirea vitezei gazului, ceea ce corespunde relației (4). La viteze mai mici ale gazului, datorită micșorării efectului forțelor ascensionale cu creșterea vitezei, valorile $\varepsilon_\lambda$ cresc cu mărirea vitezei gazului.

Din experimentările efectuate se constată o creștere a valorii medii a temperaturii $T_f^0$ cu creșterea vitezei, ceea ce se explică ușor prin faptul

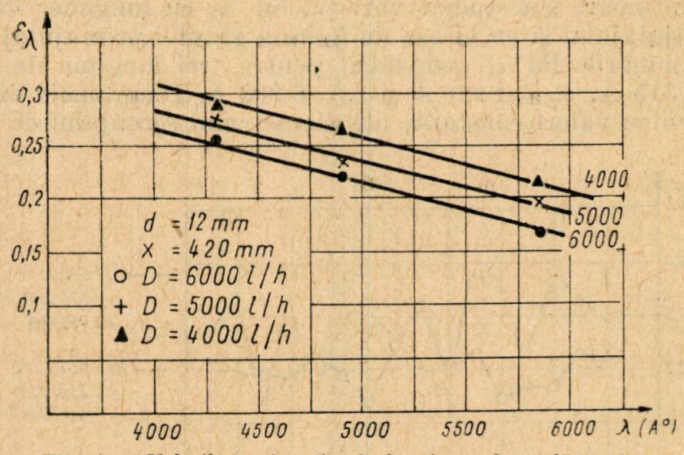



Fig. 4. — Valorile $\varepsilon_\lambda$ funcție de lungimea de undă pentru $d = 12$ mm, $x = 420$ mm.

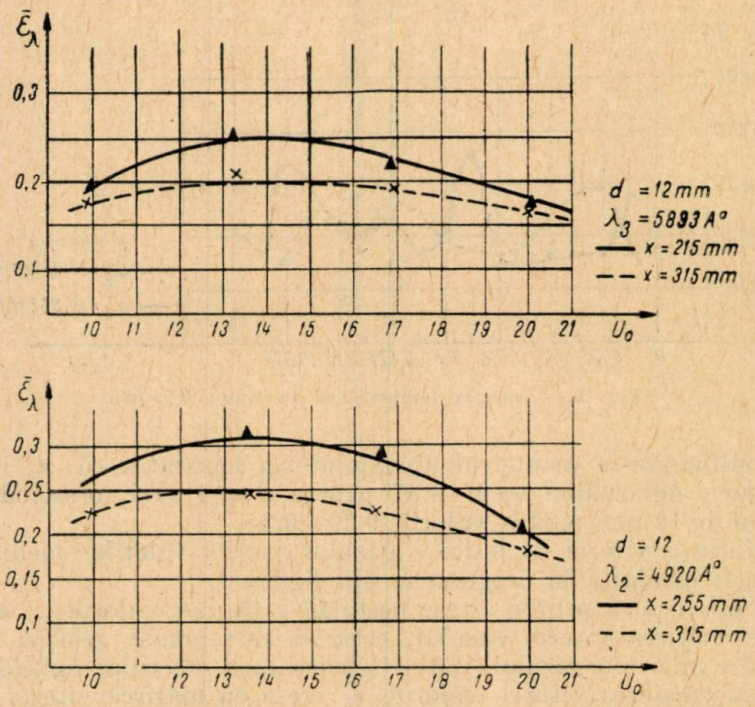



Fig. 5. — Valorile $\bar{\varepsilon}_\lambda$ funcție de viteza de ieșire a gazului pentru $d = 12$ mm, $\lambda = 5\,893$ Å și $\lambda = 4\,920$ Å.

că pierderile de căldură prin radiație de la flacără scad. Astfel, pentru o creștere a vitezei de la valoarea 9,9 m/s la 19,84 m/s temperatura crește cu 100°C.

De asemenea, s-a observat că nu există o variație prea mare a temperaturii medii în lungul flăcării difuzive turbulente. Faptul a fost verificat și prin măsurători făcute cu termocuple Pt—Pt. Rh cu sudură liberă.

Erorile de determinare a temperaturii prin metoda expusă sînt influențate de eroarea datorită etalonării lămpii (în cazul instalației utilizate este de 10°C), de absorbția luminii în piesele optice, eroare care este de ordinul $\pm 10°C$ la temperatura lămpii de 1973°C și de precizia determinării elongațiilor $y$.

Presupunînd că eroarea în determinarea elongațiilor este de 2%, eroarea relativă maximă poate fi calculată conform formulei

$$\frac{\Delta T_f}{T_f} = \pm \frac{T_f}{T_L}\left[\frac{\Delta T_L}{T_L} + 2cT_L \frac{\Delta y}{y} \cdot \frac{1}{\varepsilon}\right], \text{ unde } c = \frac{\lambda}{c_2}. \qquad (17)$$

Astfel, pentru $\varepsilon_\lambda = 0{,}2$ ($\lambda = 4\,920$ Å), $T_L = 1\,973°$ K, $T_f = 1\,863°$, eroarea relativă a determinării temperaturii este de $\pm 3\%$, iar pentru $\varepsilon_\lambda = 0{,}8$ eroarea este de cca 1%, la aceeași temperatură.

Din analiza erorilor rezultă o micșorare a erorii relative cu creșterea coeficientului de emisie al flăcării, ceea ce face recomandabilă aplicarea acestei metode la determinarea valorilor instantanee a temperaturilor reale și ale coeficientului de emisie al flăcărilor turbulente radiante de dimensiuni mari (grosime mare a stratului, concentrație ridicată de particole de carbon în flacără).

Din relația (17) se poate vedea că, cu cît lucrăm la o temperatură $T_L$ a lămpii mai apropiată de temperatura reală din flacără, cu atît eroarea determinării se micșorează.

Astfel, pentru $T_f = 4\,000°$, $T_L = 1\,973°$, $\varepsilon_\lambda = 0{,}8$, eroarea $\frac{\Delta T}{T} = \pm 3\%$, iar pentru $T_f = 1\,863°$, $\varepsilon_\lambda = 0{,}8$, $\frac{\Delta T}{T} = \pm 1\%$.

În concluzie, metoda experimentală permite obținerea cu suficientă precizie a temperaturii reale a flăcării în cazul temperaturilor pînă la 3 000°K (temperatura de strălucire maximă a lămpii etalon fiind în cazul instalației experimentale de $T_L^{max} = 2\,500°$K), la temperaturi mai ridicate ale flăcării și la valori ale coeficientului de emisie scăzute erorile fiind foarte mari.

## BIBLIOGRAFIE


1. D. Grecov, I. Iordache, E. Guțu, *Stabilitatea flăcărilor difuze în jeturi libere de gaze combustibile*, St. cerc. energ. electr. *2* (1965).
2. D. Grecov, I. Iordache, *Lungimea flăcărilor difuze deschise în echicurent și contracurent*, St. cerc. energ. electr., *1* (1966).
3. D. G. Gaydon, *Flames Thir structure, radiation and temperature*, London, 1957.
4. А. Блох, *Основы теплообмена излучением*, Госэнергоиздат, Москва 1962.
5. A. Moutet, *Mesure de la temperature dans les phénomènes de combustion*, Experimental methods in Combustion research, Paris, 1961.

# METODĂ DE DETERMINARE A TIPULUI OPTIM DE CENTRALĂ NUCLEARĂ-ELECTRICĂ

DE

C. HAIDUC

621.039 : 621.391

În articol se prezintă sintetic rezultatele cercetărilor întreprinse de autor în cadrul Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România în perioada 1964—1966, privind elaborarea metodei de determinare a tipului optim de centrală nucleară-electrică și de analiză a competitivității centralelor nucleare-electrice cu centralele termoelectrice, lucrare de o deosebită importanță științifică și practică. Metoda propusă ține seama de patru criterii principale: cheltuielile specifice de calcul, prețul de cost al energiei electrice, investițiile specifice în centrală și de utilizarea combustibilului nuclear. Metoda ține seama de asemenea de un număr mare de factori care determină economicitatea CNE și CTE. Se dau rezultatele aplicării metodei pentru 13 tipuri de CNE și 3 tipuri de CTE în condițiile țării noastre.

Problema determinării tipului optim de centrală nucleară-electrică (CNE) constituie una dintre problemele de cercetare cele mai importante în lucrările pregătitoare privind construcția primelor CNE în Republica Socialistă România.

Evident că, pentru aceasta, a fost necesară o muncă de cercetare foarte intensă privind elaborarea în cadrul Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România a metodei pentru determinarea tipului optim de CNE. În anul 1960 în cadrul lucrării [1] autorul a prezentat analiza criteriilor și problemelor legate de alegerea tipului optim de CNE. În această lucrare s-a subliniat importanța deosebită pe care o are alegerea tipului de combustibil nuclear, a moderatorului și mediului de răcire al reactorului, pentru determinarea tipului optim de reactor nuclear. S-a făcut analiza acestor criterii pentru următoarele tipuri de reactori nucleari energetici: reactori moderați cu apă grea (HWR), reactori răciți cu gaz moderat cu grafit (GCR), reactori fierbători (BWR) și reactori cu apă sub presiune (PWR). Primele două tipuri de reactori au fost considerate cu uraniu natural, iar ultimele două cu $UO_2$ ușor îmbogățit.

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 23—36 București 1968

În lucrarea [2] a fost dată pentru prima dată metoda de analiza competitivității dintre CNE combinate și dintre CNE combinate și centrale termoelectrice pe baza criteriului cheltuielilor specifice de calcul. Această metodă a fost aplicată pentru analiza competitivității centralelor CNE combinate, a CNE cu supraîncălzire clasică a aburului și a centralelor termoelectrice și publicată în lucrările [3], [4].

Dezvoltînd metoda de analiza competitivității CNE și termoelectrice din lucrarea [2] a fost elaborată metoda analitică de determinare a tipului optim de CNE și de analiza competitivității CNE cu centrale termoelectrice pe baza criteriului cheltuielilor specifice de calcul [5]. În lucrarea [5] au fost analizate pentru prima dată în țara noastră 16 CNE și 3 tipuri de centrale termoelectrice, stabilindu-se ordinea în care se plasează acestea din punct de vedere al economicității în condițiile Republicii Socialiste România. Metoda de determinarea tipului optim de CNE și rezultatele obținute au fost publicate în lucrările [6], [7]. S-a stabilit astfel că, dintre reactorii nucleari energetici cu uraniu natural luați în considerație cei mai economici în condițiile Republicii Socialiste România sînt reactorii moderați cu apă grea de tip PHWR, iar dintre reactorii cu $UO_2$ ușor îmbogățit, cel mai economic este reactorul fierbător BWR cu ciclu termic direct.

În lucrările amintite s-a stabilit de asemenea că aceste tipuri de CNE sînt mai economice decît centralele termoelectrice pe lignit.

În urma cercetărilor efectuate în cadrul Institutului de energetică în perioada 1964—1966, metoda de determinarea tipului optim de CNE a fost dezvoltată în cadrul lucrării [8]. În cadrul acestui articol se prezintă pe scurt această metodă.

În cazul general, problema determinării tipului optim de CNE este în strînsă interdependență cu problemele de optimizare complexă a parametrilor CNE și cu problemele de program a dezvoltării energeticii nucleare. Interdependența acestei probleme cu problemele de program sînt condiționate de faptul că criteriul cheltuielilor specifice de calcul ($Z_e$) la producerea de energie electrică, ca criteriu principal la aprecierea economicității, prezintă o dinamică în timp. Această dinamică, pentru fiecare tip de CNE, este diferită și este condiționată de dinamica creșterii puterii CNE în perspectivă, de gradul de dezvoltare al energeticii nucleare și de programul tehnic în acest domeniu pe o perioadă îndelungată (20—30 ani).

Puterea instalată $N_e$ în CNE variază în timp după o curbă $N_e = f(t)$ (vezi fig. 1), iar cheltuielile specifice de calcul $Z_e$, pentru diferite tipuri de CNE, variază în timp în mod diferit, ceea ce este funcție de faptul că anumite tipuri de CNE, care sînt mai puțin evoluate din punct de vedere tehnic, pot să devină cele mai economice în perspectivă (vezi fig. 2). Dinamica mărimii $Z_e$ va fi funcție de întreaga evoluție tehnică a tipului respectiv de reactor, a ciclului termodinamic al CNE, a parametrilor termici ai acestuia, a ciclului de combustibil nuclear adoptat, de conjunctura industriei, economia internă și externă și de programul de dezvoltare al energeticii nucleare în perspectivă.

În cadrul acestei metode, pe lîngă criteriul $Z_e$, se iau în considerație criteriul prețului de cost $C_e$, al energiei electrice la CNE, investițiile specifice la CNE și ciclul de combustibil nuclear $q^{*CNE}$ și criteriul utilizării combustibilului nuclear exprimat prin consumul de uraniu natural ($e$) la producerea MWzi produs notat cu U.

Toate aceste criterii au o dinamică în timp care diferă de la un tip de CNE la altul și de care trebuie ținut seama neapărat. Evident că la alegerea tipului optim de CNE trebuie să se pornească de la analiza criteriilor $Z_e$, $C_e$, $q^{*CNE}$ și U pentru un număr cît mai mare de tipuri de CNE. Pentru tipul optim trebuie să se îndeplinească condițiile

$$Z_e = \min; \; C_e = \min; \; U = \min; \; q^{*CNE} = \min. \tag{1}$$

Evident că, în cazul general nu se îndeplinesc în același timp pentru aceeași CNE toate cele patru condiții de minim. De obicei la CNE, pentru

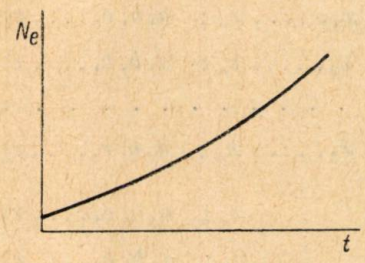



Fig. 1. — Variația puterii instalate în CNE în funcție de timp.

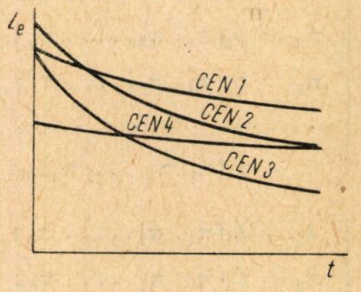



Fig. 2. — Variația mărimii $Z_e$ pentru diferite tipuri de CNE în funcție de timp.

care $Z_e = \min$; $C_e = \min$; $q^{*CNE} = \min$ nu întotdeauna criteriul utilizării combustibilului nuclear U are valorile cele mai favorabile. În aceste cazuri este indicat ca pentru o utilizare cît mai rațională a resurselor limitate de combustibil nuclear să se adopte un tip de CNE pentru care criteriile $Z_n$, $C_e$ și $q^{*CNE}$ au valori ceva mai ridicate decît pentru cele optime.

În afară de luarea în considerație a dinamicii în timp a criteriilor $Z_e$, $C_e$, $q^{*CNE}$ și U pentru fiecare tip de reactor, un alt element esențial al metodei constă în faptul că pentru fiecare tip de reactor considerat trebuie realizată în prealabil optimizarea complexă a parametrilor fizici, termodinamici, hidrodinamici, constructivi și ai ciclului de combustibil care să asigure îndeplinirea condiției $Z_e = \min$, în condițiile țării noastre.

Optimizarea parametrilor CNE și a ciclului de combustibil nuclear trebuie efectuată în ipoteza transpunerii în diferite perioade de timp, din perioada luată în considerație. În urma unor astfel de cercetări de o complexitate deosebită și care necesită un volum de calcule foarte mari, se pot obține curbele de variație

$$Z_e = f_1(t), \quad C_e = f_2(t), \quad q^{*CNE} = f_3(t), \quad U = f_4(t), \tag{2}$$

pentru fiecare tip de CNE luat în considerație.

În cazul general mărimea $Z_e$ pentru un tip dat de CNE poate fi exprimată sub forma funcției

$$Z_e = \varphi(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \ldots, \pi_n; \; x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m, a, b, c, \ldots, v), \tag{3}$$

unde

$\pi_1, \pi_2, \pi_3, \ldots, \pi_n$ sînt parametrii fizici, termodinamici și hidrodinamici ai CNE,

$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m$ — indicii tehnici-economici ai CNE;

$a, b, c, \ldots, v$ — parametrii constanți de natură fizică, termică, hidrodinamică, tehnologică și tehnică-economică.

În cazul general, parametrii $\pi_n$ și $x_m$ se exprimă prin sistemele de ecuații de interdependență:

$$\begin{cases} \pi_1 = \varphi_1(\pi_2, \pi_3, \ldots, \pi_n; \; x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m; \; a, b, c, \ldots, v) \\ \pi_2 = \varphi_2(\pi_1, \pi_3, \ldots, \pi_n; \; x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m; \; a, b, c, \ldots, v) \\ \pi_3 = \varphi_3(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n; \; x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m; \; a, b, c, \ldots, v) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \pi_n = \varphi_n(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{n-1}; \; x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m; \; a, b, c, \ldots, v) \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} x_1 = \chi_1(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n; \; x_2, x_3, \ldots, x_m; \; a, b, c, \ldots, v) \\ x_2 = \chi_2(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n; \; x_1, x_3, \ldots, x_m; \; a, b, c, \ldots, v) \\ x_3 = \chi_3(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n; \; x_1, x_2, \ldots, x_m; \; a, b, c, \ldots, v) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_m = \chi_m(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n; \; x_1, x_2, \ldots, x_m; \; a, b, c, \ldots, v) \end{cases} \quad (5)$$

Astfel de sisteme de ecuații trebuie obținute pentru fiecare tip de CNE. Soluțiile unor astfel de sisteme de ecuații trebuie să asigure condiția $Z_e = \min$. Se obțin astfel parametrii optimi

$$\pi_1^{opt}, \pi_2^{opt}, \pi_3^{opt}, \ldots, \pi_n^{opt}; \; x_1^{opt}, x_2^{opt}, x_3^{opt}, \ldots, x_m^{opt}.$$

În cadrul unor lucrări anterioare [2], [9] — [14], [15] — [19] autorul a tratat problemele optimizării complexe a parametrilor CNE ca elemente esențiale a metodei de determinarea tipului optim de CNE. Aceste lucrări pot fi utilizate pentru optimizarea complexă a parametrilor CNE cu reactori de tipurile PWR, BWR, PHWR, BHWR, SGHWR, GCR GCHWR și AGR. În cadrul metodei de determinarea tipului optim de CNE, pe lîngă criteriile $Z_e$, $C_e$, $q^{*CNE}$ și U, se consideră de asemenea foarte importante următoarele criterii:

— experiența pe plan mondial în dezvoltarea tipului respectiv de reactor;
— posibilitățile interne de fabricare a combustibilului nuclear și moderatorului pe termen lung;
— perspectivele de dezvoltare în țară a tipului respectiv de reactor nuclear energetic și a utilajului energetic pentru CNE;
— stabilitatea și siguranța în exploatare etc.

În lucrare s-a ținut seama și de aceste criterii.

După cum s-a arătat în lucrările [5]—[7], în cazul determinării tipului optim de CNE, variația relativă a mărimii $Z_e$ pentru o CNE dată față de o CNE luată de referință se exprimă prin relația

$$\Delta Z_e^* = \overline{Z}_{c0}^{\text{CNE}} \delta Z_c + \overline{Z}_{i0}^{\text{CNE}} \delta Z_i + \overline{Z}_{ex0}^{\text{CNE}} \delta Z_{ex}, \tag{6}$$

unde $\overline{Z}_{c0}^{\text{CNE}}$, $\overline{Z}_{i0}^{\text{CNE}}$, $\overline{Z}_{ex0}^{\text{CNE}}$ reprezintă componentele relative ale combustibilului, investițiilor și exploatării din cheltuielile specifice de calcul la CNE luată de referință, $\delta Z_c$, $\delta Z_i$, $\delta Z_{ex}$ fiind variațiile relative ale componentelor combustibilului, investițiilor și exploatării din $Z_e$, pentru o CNE dată, față de CNE luată de referință.

Mărimile $\delta Z_c$, $\delta Z_i$, $\delta Z_{ex}$ se pot exprima prin relațiile:

$$\delta Z_c = \frac{B^{\text{CNE}}}{B_0^{\text{CNE}}} \frac{\eta_{n0}^{\text{CNE}}}{\eta_n^{\text{CNE}}} - 1, \tag{7}$$

$$\delta Z_i = \frac{(p_e+p_a)^{\text{CNE}}}{(p_e+p_a)_0^{\text{CNE}}} \frac{\tau_0^{\text{CNE}}}{\tau^{\text{CNE}}} \frac{q'^{\text{CNE}}}{q_0'^{\text{CNE}}} - 1, \tag{8}$$

$$\delta Z_{ex} = \frac{Z_{ex}^{\text{CNE}}}{Z_{ex0}^{\text{CNE}}} - 1, \tag{9}$$

unde mărimile notate cu indice zero se referă la CNE care se ia de referință, celelalte mărimi având următoarele semnificații:

$B^{\text{CNE}}$ este costul kWh termic produs de reactor [lei/kWh (t)],
$\eta_n^{\text{CNE}}$ — randamentul net al CNE,
$p_e$, $p_a$ — coeficienții de eficacitatea investițiilor și de amortizare,
$\tau$ — numărul de ore de funcționare a CNE la sarcină nominală
$q'^{\text{CNE}}$ — investițiile specifice în CNE, ținînd seama de actualizarea în perioada de construcție [lei/kW]

Mărimea $B^{\text{CNE}}$ se exprimă prin suma

$$B^{\text{CNE}} = B_c + B_i + B_{con} + B_{fab} + B_{dep} + B_{chim} - B_{Pu+u}, \tag{10}$$

unde

$B_c$ este costul uraniului natural pe kWh(t) [lei/kWh(t)];
$B_i$ — costul îmbogățirii combustibilului nuclear pe kWh(t) [lei/kWh(t)];
$B_{con}$ — costul materialelor de construcție din zona activă a reactorului de kWh(t) [lei/kWh(t)];
$B_{fab}$ — costul fabricației elementelor de combustibil din zona activă pe kWh(t) [lei/kWh(t)];
$B_{dep}$ — costul depozitării și transportului elementelor de combustibil după utilizarea lor în reactor pe kWh(t) [lei/kWh(t)];
$B_{chim}$ — costul prelucrării chimice a combustibilului iradiat pe kWh(t) [lei/kWh(t)];
$B_{Uu+U}$ — costul Pu și U obținut în urma prelucrării chimice a elementelor de combustibil după iradierea lor în reactor pe kWh(t) [lei/kWh(t)].

Structura mărimii $B^{CNE}$ este foarte complexă şi depinde mult de tipul reactorului considerat. În cazul general, pentru $B^{CNE}$ se poate obţine expresia

$$B^{CNE} = \frac{100}{24} \frac{\Sigma C}{b}, \tag{10'}$$

în care

$\Sigma C$ reprezintă suma cheltuielilor cu combustibilul nuclear în tot ciclul de combustibil nuclear [lei/kg.U];

$b$ — gradul de ardere mediu al combustibilului în reactor [MW zile/(t)U].

Metoda propusă conţine optimizarea în prealabil a mărimilor $B_e$, $B_i$, $B_{fab}$, $B_{dep}$, $B_{chim}$, şi $B_{Pu+U}$ pentru fiecare tip de reactor nuclear luat în consideraţie, pe baza unor metode de optimizare şi programe de calcul corespunzătoare.

În ecuaţia (7) randamentul net al CNE $\eta_n^{CNE}$ se determină ţinînd seama de particularităţile reactorului şi ciclului termic respectiv. În acest scop pot fi utilizate ecuaţiile date în lucrările anterioare [2], [11]—[14], [17].

Mărimea $q'^{CNE}$ din ecuaţia (8) se exprimă sub forma

$$q'^{CNE} = q^{CNE} e^{\varphi^{CNE} t_{con}^{CNE}}, \tag{11}$$

unde

$$q^{CNE} = q_r + q_t + q_e + q_{c.r} + q_{c.t} + q_b + q_s. \tag{12}$$

$\varphi^{CNE}$ reprezintă un coeficient care ţine seama de faptul că efectuarea investiţiilor în perioada de construcţie a CNE se face treptat după o lege care poate fi asimilată cu o curbă exponenţială. Coeficientul $\varphi^{CNE} = p_e$ şi variază în limitele 0,1 + 0,12.

Coeficientul $\varphi^{CNE}$ este dat sub formă analitică [20]:

$$\varphi^{CNE} = \frac{Z_e - C_e}{q^{CNE}} \tau, \tag{13}$$

unde

$t_{con}$ reprezintă perioada de construcţie a CEN [ani];

$q_r$ — investiţiile specifice în reactorul nuclear, fără prima încărcătură de combustibil, generator de abur, moderator, suflante şi auxiliarele acestora [lei/kW];

$q_t$ — investiţii specifice în turbine, generatori electrici, sisteme de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare, în secţiile de epurare chimică a apei şi în anexe [lei/kW];

$q_e$ — investiţii specifice în partea electrică a CNE [lei/kW];

$q_{c.r}$ — investiţii specifice în partea de construcţie a reactorului [lei/kW];

$q_{c.t}$ — investiţii specifice în partea de construcţie a sălii maşinilor şi pentru celelalte instalaţii auxiliare [lei/kW];

$q_b$ — investiţii specifice în teren, etc. [lei/kW];

$q_s$ — alte investiţii specifice şi neprevăzute [lei/kW].

Repartiția procentuală a acestor investiții depinde de tipul de CNE și diferă evident de CTE.

În ecuațiile (7), (8) și (9) se pot introduce notațiile

$$\overline{B}^* = \frac{B^{\text{CNE}}}{B_0^{\text{CNE}}}; \quad \overline{\eta}_n^* = \frac{\eta_{n0}^{\text{CNE}}}{\eta_n^{\text{CNE}}}; \quad \overline{\tau}^* = \frac{\tau_0^{\text{CNE}}}{\tau^{\text{CNE}}}; \quad \overline{q}^* = \frac{q^{*\text{CNE}}}{q_0'^{\text{CNE}}}; \quad \overline{Z}_{ex}^* = \frac{Z_{ex}^{\text{CNE}}}{Z_{ex0}^{\text{CNE}}},$$

care constituie criterii de similitudine tehnică-economică foarte importante de analiză comparativă a două tipuri de CNE. Se poate admite de asemenea că

$$(P_a + P_e)_0^{\text{CNE}} = (P_a + P_e)^{\text{CNE}}.$$

În acest caz, ecuația (6) capătă forma:

$$\Delta Z_e^* = \overline{Z}_{c0}^{\text{CNE}}(\overline{B}^* \overline{\eta}_n^* - 1) + (1 - \overline{Z}_{c0}^{\text{CNE}} - \overline{Z}_{ex0}^{\text{CNE}})(\overline{\tau}\overline{q}^* - 1) + \overline{Z}_{ex0}^{\text{CNE}}(\overline{Z}_{ex}^* - 1). \quad (14)$$

Pentru CNE cu $\Delta Z_e^* > 0$ economicitatea CNE date este inferioară CNE luate de referință sau invers.

În afară de criteriul $Z_e$, în metoda propusă analiza se face pe baza criteriilor prețului de cost al energiei electrice produse $C_e$, a investițiilor specifice $q^{\text{CNE}}$ și U. Pentru variația relativă a mărimilor $C_e$ și $q^{\text{CNE}}$ pentru o CNE luată de referință, admițînd $(P_a)_0^{\text{CNE}} = (P_a)^{\text{CNE}}$ se obțin ecuațiile:

$$\Delta C_e^* = \overline{C}_{c0}^{\text{CNE}}(\overline{B}^* \overline{\eta}_n^* - 1) + (1 - \overline{C}_{c0}^{\text{CNE}} - \overline{C}_{ex0}^{\text{CNE}})(\overline{\tau}^* \overline{q}^* - 1) + \overline{C}_{ex0}^{\text{CNE}}(\overline{C}_{ex}^* - 1), \quad (15)$$

$$\Delta q^* = \overline{q}^* - 1, \quad (16)$$

$$\text{U} = \frac{A}{b\eta_n^{\text{CNE}}}. \quad (16')$$

Mărimile $\overline{C}_{c0}^{\text{CNE}}$ și $\overline{C}_{ex0}^{\text{CNE}}$ reprezintă componentele relative ale combustibilului și exploatării din prețul de cost al energiei electrice produse la CNE luată de referință. În ecuația (15) mărimea $\overline{C}_{ex}^* = \overline{Z}_{ex}^*$. Mărimile $\overline{C}_{c0}^{\text{CNE}}$ și $\overline{C}_{ex0}^{\text{CNE}}$ diferă de $\overline{Z}_{c0}^{\text{CNE}}$ și respectiv $\overline{Z}_{ex0}^{\text{CNE}}$, întrucît structurile procentuale a mărimilor $Z_e$ și $C_e$ sînt diferite, unde

$A$ — reprezintă cantitatea de U natural necesară la producerea U îmbogățit [tU nat/tU îmb.];
$b$ — gradul de ardere al combustibilului [MW zile /tU].

Sistemul format din ecuațiile (14), (15), (16), (16′) permite efectuarea analizei economicității unui număr oarecare de tipuri de CNE sau de variante de CNE cu parametrii optimizați în prealabil. Se determină astfel variația mărimilor $\Delta Z_e^*$, $\Delta C_e^*$, $\Delta q^*$ și U în timp și pe această bază tipul optim de CNE.

Pentru o perioadă dată de timp, indicii tehnici-economici ai CNE și ai ciclului de combustibil, obținuți pentru parametrii optimi, se pot considera de asemenea constanți și utiliza în calcule.

Paralel cu determinarea tipului optim de CNE prezintă interes analiza competitivității CNE cu centralele termoelectrice (CTE). Această problemă a fost tratată pentru prima dată în țară în lucrările [2]—[8]. În cadrul lucrării [8] această problemă a fost tratată ținînd seama și de actualizarea investițiilor în perioada de construcție a CNE și CTE. În

acest caz, pentru variația relativă a cheltuielilor specifice de calcul, a prețului de cost al energiei electrice și a investițiilor specifice la CNE față de CTE se obțin ecuații de forma

$$\Delta Z_e^* = \overline{Z}_c^{CTE}(\overline{B}\,\overline{\eta}_n - 1) + (1 - \overline{Z}_c^{CTE} - \overline{Z}_{ex}^{CTE})\,(\overline{\varepsilon}\,\overline{\tau}\,\overline{q} - 1) + \overline{Z}_{ex}^{CTE}(\overline{Z}_{ex} - 1), \quad (17)$$

$$\Delta C_e^* = \overline{C}_c^{CTE}(\overline{B}\,\overline{\eta}_n - 1) + (1 - \overline{C}_c^{CTE} - \overline{C}_{ex}^{CTE})\,(\varepsilon\overline{\tau}\,\overline{q} - 1) + \overline{C}_{ex}^{CTE}(\overline{C}_{ex} - 1), \quad (18)$$

$$\Delta q^* = \overline{q} - 1, \quad (19)$$

unde $\overline{Z}_c^{CTE}$, $\overline{C}_c^{CTE}$, $\overline{Z}_{ex}^{CTE}$, $\overline{C}_{ex}^{CTE}$ reprezintă componentele relative ale combustibilului și exploatării din cheltuielile specifice de calcul și prețul de cost al energiei electrice :

$$\overline{B} = \frac{B^{CNE}}{B^{CTE}}, \quad \overline{\eta}_n = \frac{\eta_n^{CTE}}{\eta_n^{CNE}}; \quad \overline{\tau} = \frac{\tau^{CTE}}{\tau^{CNE}};$$

$$\overline{q} = \frac{q^{CNE} e^{\varphi^{CNE} t_{con}^{CNE}}}{q^{CTE} e^{\varphi^{CTE} t_{con}^{CTE}}}; \quad \overline{Z}_{ex} = \overline{C}_{ex} = \frac{Z_{ex}^{CNE}}{Z_{ex}^{CTE}}; \quad (20)$$

$$\varepsilon = \frac{(p_e + p_a)^{CNE}}{(p_e + p_a)^{CTE}}.$$

Mărimile notate cu CNE și CTE se referă la tipul respectiv de centrală.

Mărimile $\overline{B}$, $\overline{\eta}_n$, $\overline{\tau}$, $\overline{q}$, $\overline{Z}_{ex}$ și $\varepsilon$, introduse pentru prima dată în [8], reprezintă criterii importante de similitudine tehnică-economică și permit analiza mai detaliată a principalilor indici fizici, termici și tehnici-economici ai CNE față de CTE.

Criteriul $\overline{B}$ este o caracteristică a ciclurilor de combustibil și are de obicei o valoare subunitară, iar pentru Republica Socialistă România variază în limite largi.

În expresia lui $\overline{B}$, mărimea $B^{CTE}$ se poate exprima astfel

$$B^{CTE} = cb^{CTE}\eta_n^{CTE} = \frac{860}{7000}\frac{\eta_n^{CTE}}{\eta_b^{CTE}}c \quad (21)$$

unde

$b^{CTE}$ reprezintă consumul specific de combustibil la CTE [kg.c.c./kWh];

$\eta_b^{CTE}$, $\eta_n^{CTE}$ — randamentul brut și net al CTE;

$C$ — costul combustibilului clasic utilizat la CTE [lei/kg.c.c.].

Criteriul $\overline{\eta}_n$ este o funcție complexă care depinde de tipul reactorului.

La analiza economicității CNE față de CTE, prezintă interes condițiile pentru care cele două centrale au o economicitate egală, adică pentru care $\Delta Z_e^* = 0$. Punînd această condiție în ecuația (17) obținem mărimea $\overline{B}$, care asigură competitivitatea CNE cu CTE :

$$\overline{B}' = \frac{\overline{Z}_c^{CTE} - (1 - \overline{Z}_c^{CTE} - \overline{Z}_{ex}^{CTE})\,(\varepsilon\overline{\tau}\,\overline{q} - 1) - \overline{Z}_{ex}^{CTE}(\overline{Z}_{ex} - 1)}{\overline{Z}_c^{CTE}\,\overline{\eta}_n}. \quad (22)$$

O ecuație asemănătoare pentru $\overline{B}'$ poate fi obținută punînd condiția $\Delta C_e^* = 0$ în ecuația (18):

$$\overline{B}' = \frac{\overline{C}_c^{\text{CTE}} - (1 - \overline{C}_c^{\text{CTE}} - \overline{C}_{ex}^{\text{CTE}})(\varepsilon\overline{\tau}\,\overline{q} - 1) - \overline{C}_{ex}^{\text{CTE}}(\overline{C}_{ex} - 1)}{\overline{C}_c^{\text{CTE}}\,\overline{\eta}_n}. \tag{23}$$

Analiza acestor ecuații permite ca pentru criterii $\overline{q}$, $\overline{\eta}_n$ și $\varepsilon$ date, să se stabilească domeniului de valori $\overline{Z}_c^{\text{CTE}}$ și $\overline{B}$ pentru care se asigură condițiile $\Delta Z_e^* = 0$ sau $\Delta C_e^* = 0$. Din condițiile $\Delta Z_e^* = 0$ și $\Delta C_e^* = 0$ puse în (17) și (18) se pot obține ecuațiile pentru criteriul $\overline{q}$, care asigură competitivitatea CNE cu CTE:

$$\overline{q}' = \frac{1}{\varepsilon\tau}\left[1 + \frac{\overline{Z}_c^{\text{CTE}} - \overline{Z}_{ex}^{\text{CTE}}(\overline{Z}_{ex} - 1) - \overline{B}\,\overline{Z}_c^{\text{CTE}}\,\overline{\eta}_n}{1 - \overline{Z}_c^{\text{CTE}} - \overline{Z}_{ex}^{\text{CTE}}}\right], \tag{24}$$

$$\overline{q}' = \frac{1}{\varepsilon\tau}\left[1 + \frac{\overline{C}_c^{\text{CTE}} - \overline{C}_{ex}^{\text{CTE}}(\overline{C}_{ex} - 1) - \overline{B}\,\overline{C}_c^{\text{CTE}}\,\overline{\eta}^n}{1 - \overline{C}_c^{\text{CTE}} - \overline{C}_{ex}^{\text{CTE}}}\right]. \tag{25}$$

În domeniul pentru care $\overline{q} < \overline{q}'$, economicitatea CNE este mai ridicată decît a CTE.

În ecuațiile obținute pentru $\Delta Z_e^*$, $\Delta C_e^*$ și $\Delta q^*$ nu s-a ținut seama de investițiile în întreprinderile ciclului de combustibil nuclear $q_c^{\text{CNE}}$. Luarea în considerație a mărimii $q_c^{\text{CNE}}$ poate împieta asupra alegerii unuia sau altui tip de reactor nuclear. Ținînd seama de aceste considerente în cadrul metodei, se ține seama și de $q_c^{\text{CNE}}$. Expresia cheltuielilor specifice de calcul la CNE în cazul cînd se ține seama și de mărimea $q_c^{\text{CNE}}$ se poate exprima sub forma

$$Z_e = \frac{B^{\text{CNE}}}{\eta_n^{\text{CNE}}} + \frac{(p_e + p_a)^{\text{CNE}}}{\tau^{\text{CNE}}} q^{\text{CNE}} e^{\varphi^{\text{CNE}}} t_{\text{con}}^{\text{CNE}} + \frac{(\Sigma E)^{\text{CNE}}}{\tau^{\text{CNE}} N_e^{\text{CNE}}} + \frac{p_e^{\text{CNE}}}{\tau^{\text{CNE}}} q_c^{\text{CNE}}. \tag{26}$$

În cazul CTE mărimea $Z_e$ se exprimă în mod identic.

Mărimea $q_c^{\text{CNE}}$ are o structură complexă și se exprimă prin relația

$$q_c^{\text{CNE}} = q_{m.U} + q_{p.U} + q_i + q_{b.p} + q_t + q_m, \tag{27}$$

unde

$q_{m.U}$ sînt investițiile specifice în minele de uraniu și în instalațiile anexe [lei/kW];

$q_{p.U}$ — investițiile specifice în uzina de obținerea $U_3O_8$ și de prelucrare a elementelor de combustibil după iradiere în reactor și în anexe [lei/kW];

$q_i$ — investițiile specifice în uzina de îmbogățire a uraniului și în anexe [lei/kW];

$q_{b.p}$ — investițiile specifice în uzina de fabricație a barelor de combustibil și în anexe [lei/kW];

$q_t$ — investițiile specifice în conteinerele și mijloacele speciale de transport a barelor iradiate și a produselor radioactive [lei/kW];

$q_m$ — investițiile specifice în uzina de fabricație a moderatorului și în anexe [lei/kW].

Luarea în considerație a dinamicii efectuării investițiilor în CNE și în ciclul său de combustibil, în perioada de construcție și de exploatare, prin extindere, poate fi făcută prin luarea în considerație a cheltuielilor specifice de calcul la producerea de energie electrică în CNE în perioada de exploatare :

$$Z_e^* = \frac{\overline{Z}}{\overline{E}} \tag{28}$$

unde

$\overline{Z}$ sînt cheltuielile de calcul anuale medii pentru perioada de construcție $t_{con}$ și de exploatare $t_{ex}$ a CNE [lei];

$\overline{E}$ — cantitatea de energie electrică medie anuală produsă în perioada de exploatare a CNE [kWh].

În cazul general mărimile $\overline{E}$ și $\overline{Z}$ sînt date de expresiile

$$\overline{E} = \frac{1}{t_{ex}} \sum_{i=1}^{i=t_{ex}} \tau_i N_{ei}, \tag{29}$$

$$\overline{Z} = \overline{C} + p_e \overline{I}, \tag{30}$$

în care

$\overline{C}$ — cheltuielile de exploatare medii anuale în perioada de construcție și exploatare a CNE [lei];

$\overline{I}$ — investiții medii anuale în perioada de construcție și exploatare a CNE [lei].

Mărimea $\overline{C}$ se poate exprima prin relația

$$\overline{C} = \frac{1}{t_{ex}} \sum_{i=1}^{i=t_{ex}} C_i \tag{31}$$

în care $C_i$ reprezintă cheltuielile de exploatare pentru anul $i$ din perioada $t_{ex}$ [lei].

Ținînd seama de [20], pentru CNE considerăm

$$\overline{I} = I_{t_{con}} + p_e \left( \sum_{J=1}^{J=t_{con}} I_J - 0{,}5 \sum_{J=1}^{J=t_{con}} i_J \right) \div \frac{1}{t_{ex}} \sum_{i=1}^{i=t_{ex}} I_i, \tag{32}$$

unde $I_J$, $I_{t_{con}}$ sînt investițiile de la începutul construcției CNE pînă în anul $J$, respectiv anul $t_{con}$ [lei]:

$$I_J = \sum_{J=1}^{J=t_{con}} i_J, \tag{33}$$

$$I_i = \sum_{i=1}^{i=t_{ex}} i_i, \tag{34}$$

$i_J$, $i_i$ fiind investițiile anuale în perioada $t_{con}$ și $t_{ex}$ [lei].

Termenul al doilea al ecuației (32) reprezintă pierderile datorită imobilizării de fonduri în perioada de construcție a CNE. Coeficientul 0,5 caracterizează gradul de imobilizare a investițiilor anuale afectate în perioada $t_{con}$.

Ecuația pentru $\overline{Z}$ se obține ținînd seama de expresiile (30)—(34)

$$\overline{Z} = \frac{1}{T_r}\left(p_e \sum_{J=1}^{J=t_{con}} I_J - 0{,}5 \sum_{J=1}^{J=t_{con}} i_J\right) + \frac{1}{t_{ex}}\left(p_e \sum_{i=1}^{i=t_{ex}} I_i + \sum_{i=1}^{i=t_{ex}} C_i,\right), \quad (35)$$

unde

$$I_i = I_{t_{con}} + \sum_{i=1}^{t=t_{ex}} i_i, \quad (36)$$

$T_r$ fiind termenul de recuperare.

În cazul cînd se ține seama și de investițiile în ciclul de combustibil, expresia pentru $\overline{Z}$ are forma

$$\overline{Z} = \overline{C} + p_e(\overline{I} + \overline{I}_c) \quad (37)$$

unde $\overline{I}_c$ sînt investițiile medii anuale în ciclul de combustibil [lei]:

$$\overline{I}_c = I_{c\cdot t'_{con}} + p_e\left(\sum_{J=1}^{J=t'_{con}} I_{c\cdot J} - 0{,}5 \sum_{J=1}^{J=t'_{con}} i_{c\cdot J}\right) + \frac{1}{t_{ex}} \sum_{i=1}^{i=t'_{ex}} I_{ci} \quad (38)$$

În relația (38) $I_{c\cdot J}$, $I_{c\cdot t'_{con}}$ sînt investițiile de la începutul construcției întreprinderilor ciclului de combustibil pînă în anul $j$, respectiv $t'_{con}$ [lei], $t'_{con}$ fiind perioada de construcție a întreprinderilor ciclului de combustibil:

$$I_{c\cdot J} = \sum_{J=1}^{J=t'_{con}} i_{c\cdot J}, \quad (39)$$

$$I_{c\cdot i} = \sum_{J=1}^{i=t'_{ex}} i_{c\cdot i}. \quad (40)$$

În (39) și (40) s-au folosit relațiile:

$i_{c\cdot J}$, $i_{c\cdot i}$ — investițiile anuale în perioada de construcție și exploatare în întreprinderile ciclului de combustibil;

$t'_{ex}$ — perioada de exploatare a întreprinderilor ciclului de combustibil.

În ecuația (38) $t'_{con} \neq t_{con}$ iar $t'_{ex} \neq t_{ex}$.

Ecuația pentru $\overline{Z}$, în cazul luării în considerație și a ciclului de combustibil, se obține ținînd seama de expresiile (35), (37) și (38):

$$\overline{Z} = \frac{1}{T_r}\left[p_e\left(\sum_{J=1}^{J=t_{con}} I_J + \sum_{J=1}^{J=t'_{con}} I_{c\cdot J}\right) - 0{,}5\, p_e\left(\sum_{J=1}^{J=t_{con}} i_J + \sum_{J=1}^{J=t'_{con}} i_{c\cdot J}\right)\right] +$$

$$+ \frac{1}{t_{ex}}\left[p_e\left(\sum_{i=1}^{i=t_{ex}} I_i + \sum_{i=1}^{i=t'_{ex}} I_{ci}\right) + \sum_{i=1}^{i=t_{ex}} C_i\right]. \quad (41)$$

În ecuația (41)

$$C_i = (C_c + C_{am} + C_s + C_{ex})\, i, \tag{42}$$

unde $C_c$, $C_{am}$, $C_s$, $C_{ex}$ reprezintă cheltuielile anuale cu combustibilul nuclear, de amortizarea investițiilor, cu salariile și de exploatare în CNE. Ecuația pentru cheltuielile specifice de calcul medii pentru CNE se obține ținînd seama de ecuațiile (28) și (41) :

$$Z_e^* = \frac{\frac{1}{T_r}\left[p_e\left(\sum_{J=1}^{J=t_{con}} I_J + \sum_{J=1}^{J=t'_{con}} I_{cJ}\right) - 0{,}5\, p_e\left(\sum_{J=1}^{J=t_{con}} i_J + \sum_{J=1}^{J=t'_{con}} i_{c\cdot J}\right)\right] + \frac{1}{t_{ex}}\left[p_e\left(\sum_{i=1}^{i=t_{ex}} I_i + \sum_{i=1}^{i=t_{ex}} I_{c\cdot i}\right) + \sum_{i=1}^{i=t_{ex}} C_i\right]}{\frac{1}{t_{ex}} \sum_{i=1}^{i=t_{ex}} \tau_i N_{ei}}. \tag{42}$$

Ecuația (42) poate fi folosită pentru determinarea competitivității atît a diferitelor tipuri de CNE, cît și pentru CTE cu ciclurile respective de combustibil. Ecuația (42) a fost aplicată de autor pentru CNE.

## CONCLUZII

1. În lucrare se dă metoda pentru determinarea tipului optim de CNE utilizîndu-se criteriile $Z_e$, $C_e$, $q^{CNE}$ și U. Metoda ține seama, pe lîngă alți factori, de actualizarea investițiilor în perioada de construcție, de investițiile în întreprinderile ciclului de combustibil și de dinamica investițiilor și a cheltuielilor de producție în CNE în ciclul de combustibil.

2. Se dau expresiile analitice de analiza competivității CNE și CTE. În lucrare se arată că pe lîngă criteriile $Z_e$, $C_e$ $q^{CNE}$ și U la determinarea raportului dintre economicitatea CNE și CTE sînt deosebit de importante criteriile, $\overline{q}$, $\overline{B}$, $\overline{\eta}_n$, $\overline{\tau}$, $\varepsilon$ și $\overline{Z}_{ex}$. Prin analiza detaliată a acestor criterii, în fiecare caz în parte se pot pune în evidență influențele investițiilor, ciclului de combustibil, ciclului termodinamic, modului de exploatare și a cheltuielilor de exploatare, asupra mărimilor $Z_e$, $C_e$ și $q$ la CNE și CTE.

3. Metoda de determinare a tipului optim de CNE a fost aplicată pentru 13 CNE cu diferite tipuri de reactori nucleari și CTE pe gaz, păcură, și lignit, de aceeași putere electrică (2 × 500 MW), a căror indici tehnici-economici principali au fost estimați pentru condițiile țării noastre. S-a ținut seama și de investițiile estimate în ciclul de combustibil.

Pentru aceste CNE și CTE au fost obținute criteriile $\Delta Z_e^*$, $\Delta C_e^*$, $\Delta q^*$, respectiv $Ze$, $Ce$, $q$ și U precum și $\overline{q}$ și $\overline{B}$, corespunzătoare țării noastre.

4. În urma analizei efectuate s-a stabilit ordinea în care se plasează din punct de vedere al economicității cele 13 tipuri de CNE față de CTE de perspectivă.

Dintre reactorii cu uraniu natural cei mai economici în condițiile țării noastre sînt reactorii moderați cu $D_2O$ de tipurile SGHWR II, SGHWR I, BHWR, PHWR, HWGCR și în fine reactorii GCR de tip magnox.

Dintre reactorii cu $UO_2$ ușor îmbogățit cei mai economici în condițiile țării noastre sînt reactorii BWR, AGR și PWR.

Dintre toate tipurile de reactori energetici analizați, cel mai economic în condițiile țării noastre apare reactorul cu neutroni rapizi răcit cu sodiu.

5. Ținînd seama de economicitatea pe care o oferă reactorii energetici moderați cu $D_2O$, în special de tipurile SGHWR, PHWR și HWGCR și de posibilitatea acestora de a utiliza cel mai rațional uraniul natural și $UO_2$ ușor îmbogățit și în bună parte Pu obținut, la grade de ardere ridicate, prezintă interes deosebit adoptarea unuia dintre reactorii SGHWR II, SGHWR I, sau PHWR.

6. Ținînd seama de faptul că reactorul cu neutroni rapizi răcit cu sodiu poate avea o economicitate ridicată în condițiile țării noastre, pentru perspectivă apare ca dintre cele mai economice căi utilizarea reactorilor cu neutroni rapizi împreună cu reactori moderați cu $D_2O$ de tipul SGHWR sau PHWR.

Un astfel de cuplu de reactori energetici poate asigura pe lîngă o economicitate ridicată utilizarea cea mai rațională a resurselor de combustibil nuclear.

7. În lucrare se dau expresiile analitice pentru determinarea indicilor tehnici-economici, respectiv $\overline{B}$ și $\overline{Z}_c^{\text{CTE}}$ care asigură pentru CNE o economicitate egală cu a CTE.

8. În cazul cînd se ține seama de investițiile în ciclul de combustibil la CNE și CTE, investițiile specifice la CNE analizate sînt în toate cazurile mai ridicate decît la CTE pe lignit.

9. După cum au arătat calculele efectuate, prețul de cost ridicat al lignitului face ca criteriul $\overline{B}$ pentru CNE față de CTE pe lignit să aibă valori mai scăzute decît în alte țări unde se utilizează cărbune la CTE.

10. Avînd în vedere prețul ridicat al lignitului și investițiile în aceste CTE ridicate, prețul de cost al energiei electrice ce se poate obține de la diferite tipuri de CNE în țara noastră este mai scăzut decît în cazul CTE pe lignit.

11. Lucrarea de față ține seama de un număr mare de factori și poate fi utilizată cu succes atît la determinarea tipului optim de CNE pentru țara noastră, cît și pentru alte țări socialiste, precum și pentru analiza competitivității CNE și CTE cu ciclurile de combustibil aferente.

## BIBLIOGRAFIE

1. C. Haiduc, *Criterii pentru alegerea moderatorilor și agenților de răcire folosiți în tehnica reactorilor nucleari*, Comunicare la Sesiunea de comunicări a Inst. de energetică al Academiei Republicii Sosialiste Romînia, Energia nucleară în energetică, 26—27 februarie 1960.
2. К. Хайдук, *Исследование тепловой экономичности и выбор оптимальных параметров комбинированных атомных электростанций с реакторами ВВЭР*, Lucrare de doctorat, Moscova, feburarie 1964.
3. C. Haiduc, *Eficacitatea centralelor atomoelectrice combinate echipate cu reactori cu apă sub presiune*, Comunicare la Sesiunea a IX-a de comunicări științifice a Inst. Politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, 28—30 mai 1965.
4. C. Haiduc, *Eficacitatea centralelor atomoelectice combinate echipate cu reactori cu apă sub presiune*, Energetica, 8 (1966).

5. C. Haiduc, *Metoda de determinarea tipului optim de centrală electronucleară pentru condiţiile Republicii Socialiste România*, Memoriu la Inst. de energetică al Academiei, aprilie 1965.
6. C. Haiduc, *Consideraţii privind determinarea tipului optim de centrală electronucleară pentru condiţiile Republicii Socialiste România.*, St. cerc. energ. electr., **16**, *2* (1966).
7. К. Хайдук, Методика определения оптимального типа атомной электростанции, Revue Roumaine des Sciences Techniques — Série Electrotechnique et Énergétique, *3* (1966).
8. C. Haiduc, Metoda de determinarea tipului optim de centrală electronucleară. Memoriul la Inst. de energ. al Academiei — mai, 1966.
9. D. Grecov, C. Haiduc, *Metoda de calcul a reactorilor nucleari cu moderator grafit şi răciţi cu* $CO_2$, Memoriu la I.E. al Academiei, 1960.
10. C. Haiduc, *Calculul fizic şi termic al reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului*, Memoriu la I.E. al Academiei, 1964.
11. C. Haiduc, *Metodologia de studiul eficacităţii termice a centralelor atomoelectrice cu reactori fierbători şi supraîncălzire nucleară a aburului*, Memoriu la I.E. al Academiei, 1964.
12. C. Haiduc, *Analiza eficacităţii termice a centralelor electronucleare cu reactori fierbători şi supraîncălzire nucleară a aburului*, Memorii la I.E. al Academiei, 1965.
13. C. Haiduc, *Metoda de analiza eficacităţii termice a centralelor electronucleare cu reactori răciţi cu gaz*, Memoriu la I.E. al Academiei, 1966.
14. C. Haiduc, *Determinarea temperaturii optime de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare la centrale atomoelectrice combinate*, St. cerc. energ. electr., Seria *B*, **XIII**, *2* (1963).
15. D. Grecov C. Haiduc, A. Soci, *Determinarea temperaturii optime a agentului de răcire la intrare în reactorul nuclear*, St. cerc. energ., *3* (1961).
16. C. Haiduc, N. Damian Iordache, *Temperatura superioară medie optimă a ciclului termodinamic al centralelor atomoelectrice cu reactori fierbători şi supraîncălzire nucleară a aburului*, St. cerc. energ. electr. **15**, *4* (1965).
17. К. Хайдук, *Методика определения оптимальных параметров парогенераторов комбинированных АЭС с реакторами ВВЭР*, Revue Roumaine des Sciences Techniques, Série Électrotechnique et Énergétique, **9**, *3* (1964).
18. К. Хайдук, *Расчет неравномерности тепловыделения в кипящих реакторах с ядерным перегревом пара*, Revue Roumaine des Sciences Techniques, Série Électr. et Éneng., **10**, *2* (1965).
19. N. Dănilă, C. Haiduc, *Détermination de la meilleur température de l'eau d'alimentation dans les centrales électronucleaires aux réacteurs à ébullition et surchauffe nucleaire*, Buletinul Inst. Politehn. Gh. Gheorghiu-Dej Bucureşti, **XXVII**, *5* (1965).
20. В. И. Горушкин, *Об экономическом критерии для сравнения вариантов развития энергетики*, Технико-экономические расчеты в энергетике, Москва, 1965.
21. М. П. Фельдман, *Значение разновременности затрат при определении эффективности вариантов*, Технико-экономические расчеты в энергетике, Москва, 1965.
22. H. Frewer, *Strukturwandel in der Elektrizitätswirtschaft durch den Einsatz von Kernkraftwerken*, Siemens-Zeitschrift 40 Jahrgang März, Heft 3, 1966.
23. C. Haiduc, *Metoda de determinare a tipului optim de centrală nuclearo-electrică*, Comunicare la a 6-a sesiune de comunicări tehnice-ştiinţifice a I.S.P.E., Bucureşti, 5 Dec. 1966.

# TRANSFORMĂRI ENERGETICE ÎN AMESTECURI DE GAZE DE ARDERE ȘI APĂ [1])

DE

CĂLIN ADRIAN VASILESCU și VICTOR PIMSNER

536.7

În lucrare se prezintă o metodică de calcul a vitezei de curgere într-un proces adiabatic, în cazul în care în gazele de ardere disociate și aflate la temperatură ridicată se pulverizează apă în vederea scăderii temperaturii acestora. Calculul se conduce integrînd simultan ecuațiile (9), (14) și ținîndu-se seama de funcțiile cunoscute (10), (11) și (12). În continuare se soluționează problema în cazul în care se admite o lege simplă de vaporizare a lichidului. Se prezintă de asemenea metoda de calcul a căldurii de resociere (vezi relația 20).

Una din metodele de mărire a puterii instalațiilor de forță cu turbine cu gaze este injecția de apă (lichidă sau în stare de vapori) în zona de amestecare a camerei de ardere, destinată să asigure — după ardere — temperatura impusă fluidului de lucru la intrarea în turbină.

În funcție de tipul constructiv și de utilizarea instalației de forță, apa introdusă poate fi în stare lichidă sau în stare de vapori; în ambele cazuri rolul ei este să reducă debitul de aer livrat și (prin aceasta) să micșoreze puterea de antrenare a compresorului. Deci, pe măsura apariției vaporilor de apă, crește proporțional lucrul mecanic dezvoltat de turbină.

Metoda injecției de apă în camera de ardere, utilizată în turbomotoarele de avion pentru a le supraîncărca pentru perioade scurte, începe să se introducă ca un mijloc de a mări eficiența instalațiilor cu turbină cu gaze la funcționarea continuă. Apar însă o serie de probleme insuficient clarificate asupra modului în care se desfășoară procesele în aceste instalații.

În lucrarea de față se prezintă un model al proceselor de curgere în rețeaua de ajutaje a turbinei, de gaze, se arată cazurile limită în cadrul acestui model și modul lor de calcul.

[1]) Prezentată la Sesiunea de comunicări a Institutului Politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, București, 27 mai 1966.

## 1. MODELUL PROCESELOR DE CURGERE DIN REŢEAUA DE AJUTAJE A TURBINEI CU GAZE CU INJECŢIE DE APĂ

Se imaginează următoarea reprezentare a proceselor din camera de ardere a instalaţiei cu turbină cu gaze. Se presupune că gradul de comprimare în compresor poate fi foarte ridicat şi că recuperarea de căldură se realizează prin preîncălzirea aerului înainte de admiterea acestuia în compresor, astfel că temperatura fluidului la intrare în camera de ardere poate fi foarte mare. Pentru a se asigura o ardere cu viteză corespunzătoare se utilizează un coeficient al excesului de aer $\alpha \cong 1$; ca urmare, creşterea de temperatură în procesul de ardere va fi mare. Dacă se asociază această constatare cu observaţia anterioară, se poate presupune că gazele de ardere rezultate din procesul descris ating valori ridicate ale temperaturii, adică sînt gaze puternic disociate.

Injecţia de apă se realizează sub formă de picături fine în gazele deja arse, după care acestea sînt amestecate cu picături de apă şi conduse spre ajutajele turbinei.

Se pot imagina următoarele situaţii limită în ceea ce priveşte starea fluidului de lucru la intrarea în ajutajele turbinei şi evoluţia sa ulterioară, considerîndu-se diferit starea pe care o poate avea componenta injectată ca urmare a timpului pus la dispoziţie şi a transferului de căldură şi substanţă ce se poate efectua;

a) Fluidul de lucru este alcătuit din gaze de ardere disociate, de temperatură corespunzătoare arderii la coeficientul excesului de aer $\alpha \cong 1$ şi lichid pulverizat, amestecat intim cu acele gaze, însă aflat la temperatura la care el a fost injectat în camera de ardere. La curgerea prin reţeaua de ajutaje se produce vaporizarea lichidului şi încălzirea vaporilor, deci scăderea temperaturii fluidului.

b) Fluidul de lucru este alcătuit dintr-un amestec intim de gaze de ardere şi vapori de apă, aflaţi la o temperatură scăzută, care rezultă ca urmare a vaporizării lichidului şi încălzirii vaporilor; curgerea în continuare are loc în condiţiile unui gaz omogen, de compoziţie dată.

Între aceste două cazuri limită se pot afla de asemenea situaţii intermediare.

Calculul cazului b) este bine cunoscut; el se efectuează relativ simplu deoarece temperaturile fiind mai scăzute echilibrul chimic este îngheţat.

Cazul a) nu este studiat în literatură; el apare, eventual, numai în unele părţi ale fluidului injectat; în cele ce urmează ne propunem să tratăm tocmai acest caz.

## 2. NOTAŢIILE UTILIZATE

$A$ — suprafaţă,
$a$ — viteza sunetului,
$c_p$ — căldura specifică la presiune constantă,
$I$ — entalpie,
$i_l$ — entalpia specifică a lichidului la temperatura la care este injectat,

$i'_s$ — entalpia specifică a lichidului la temperatura de saturație,
$i''$ — entalpia specifică a vaporilor de apă supraîncălziți,
$i''_s$ — eantalpia specifică a vaporilor de apă la temperatura de saturație,
$L$ — lucru mecanic,
$L_{fr}$ — lucru mecanic de frecare,
$l$ — lungimea ajutajului,
M — numărul Mach,
$dm$ — cantitatea de lichid elementară vaporizată,
$m_l$ — cantitatea totală de lichid vaporizat,
$N$ — fracția molară,
$n$ — numărul de kilomoli la începutul intervalului de calcul,
$n'$ — numărul de kilomoli la sfîrșitul intervalului de calcul,
$\Delta n$ — variația numărului de kilomoli pe interval,
$p$ — presiunea,
$Q$ — căldura,
$Q_r$ — căldura schimbată în procesul de resociere,
$Q'$ — căldura de reacție,
$R$ — constanta gazului,
$r$ — căldura latentă de vaporizare,
$T$ — temperatura,
$w$ — viteză,
$x$ — elementul de lungime al ajutajului,
$\varkappa$ — raportul căldurilor specifice,
$\rho$ — masa specifică.

## 3. METODĂ DE CALCUL A PROCESULUI DE CURGERE A UNUI GAZ ÎN AMESTEC CU FAZĂ LICHIDĂ DISPERSĂ

Pentru a efectua calculul procesului de curgere a unui amestec de două faze (gaz și lichid dispers) se fac următoarele ipoteze :

— în starea inițială gazul se află la temperatura $T_0$ corespunzătoare arderii teoretice (cu considerarea și a disocierii gazelor) ;

— faza lichidă, intim amestecată cu gazele de ardere, se află sub formă de picături la temperatura lichidului $T_l$ ;

— în timpul curgerii se realizează vaporizarea lichidului și încălzirea vaporilor la temperatura ce o are fluidul, concomitent cu procesele de resociere ; această ipoteză arată că procesul de curgere se realizează cu extragere de căldură ;

— se neglijează volumul fazei lichide față de volumul fazei gazoase ; această ipoteză arată că procesul de curgere se realizează cu aport de substanță.

Se consideră o curgere monodimensională a unui gaz perfect ; din ecuația continuității $m = \rho w A$ rezultă :

$$\frac{dm}{m} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dw}{w} + \frac{dA}{A}. \qquad (1)$$

Prin derivarea ecuației gazelor perfecte $p = \rho RT$, se obține

$$\mathrm{d}p = R(\rho \mathrm{d}T + T\mathrm{d}\rho)$$

și deci

$$\frac{\mathrm{d}p}{\rho} = R\left(\mathrm{d}T + T\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho}\right). \tag{2}$$

Din combinarea ecuațiilor (1) și (2) rezultă însă

$$\frac{\mathrm{d}p}{\rho} = R\mathrm{d}T + RT\left(\frac{\mathrm{d}m}{m} - \frac{\mathrm{d}A}{A} - \frac{\mathrm{d}w}{w}\right). \tag{3}$$

Se face apel la ecuația lui Bernoulli scrisă sub forma

$$\frac{\mathrm{d}p}{\rho} = -w\mathrm{d}w - \mathrm{d}L - \mathrm{d}L_{fr}$$

și se introduce această ecuație în expresia (3) din care se obține

$$w\mathrm{d}w + \mathrm{d}L + \mathrm{d}L_{fr} + R\mathrm{d}T + RT\left(\frac{\mathrm{d}m}{m} - \frac{\mathrm{d}A}{A} - \frac{\mathrm{d}w}{w}\right) = 0. \tag{4}$$

Amplificînd expresia (4) cu $\varkappa$ și ținîndu-se seama că $\varkappa RT = a^2$, rezultă

$$\varkappa R\mathrm{d}T + a^2\left(\frac{\mathrm{d}m}{m} - \frac{\mathrm{d}A}{A} - \frac{\mathrm{d}w}{w}\right) + \varkappa w\mathrm{d}w + \varkappa\mathrm{d}L + \varkappa\mathrm{d}L_{fr} = 0. \tag{5}$$

Dacă se face acum apel la primul principiu al termodinamicei, scris sub forma

$$\mathrm{d}Q = c_v\,\mathrm{d}T + \mathrm{d}\frac{w^2}{2} + \mathrm{d}L,$$

unde $c_v = \dfrac{\varkappa}{\varkappa - 1}R$ se obține

$$\varkappa R\mathrm{d}T = (\varkappa - 1)\,\mathrm{d}Q - (\varkappa - 1)\left(\mathrm{d}\frac{w^2}{2} + \mathrm{d}L\right). \tag{6}$$

Introducînd relația (6) în relația (5) rezultă

$$(\varkappa - 1)\,\mathrm{d}Q - (\varkappa - 1)\left(\mathrm{d}\frac{w^2}{2} + \mathrm{d}L\right) + a^2\left(\frac{\mathrm{d}m}{m} - \frac{\mathrm{d}A}{A} - \frac{\mathrm{d}w}{w}\right) + \\ + \varkappa w\mathrm{d}w + \varkappa\mathrm{d}L + \varkappa\mathrm{d}L_{fr} = 0$$

iar prin regruparea termenilor

$$w^2\frac{\mathrm{d}w}{w} - a^2\frac{\mathrm{d}w}{w} = \varkappa(w\mathrm{d}w + \mathrm{d}L) - \mathrm{d}L - (\varkappa - 1)\mathrm{d}Q - a^2\left(\frac{\mathrm{d}m}{m} - \frac{\mathrm{d}A}{A}\right) - \\ - \varkappa w\mathrm{d}w - \varkappa\mathrm{d}L - \varkappa\mathrm{d}L_{fr}$$

și în fine împărțindu-se cu pătratul vitezei sunetului se obține

$$(M^2-1)\frac{dw}{w} = \frac{dA}{A} - \frac{dm}{m} - \frac{\varkappa-1}{a^2}dQ - \frac{\varkappa}{a^2}dL_{fr} - \frac{1}{a^2}dL. \tag{7}$$

Considerînd o curgere fără frecare și fără aport de lucru mecanic ecuația (7) ia forma

$$(M^2-1)\frac{dw}{w} = \frac{dA}{A} - \frac{dm}{m} - \frac{\varkappa-1}{a^2}dQ, \tag{8}$$

iar dacă se împarte cu $dx$ (elementul de lungime al ajutajului) aceasta devine :

$$\frac{dw}{dx} = \frac{1}{M^2-1}\left[\frac{w}{A}\frac{dA}{dx} - \frac{w}{m}\frac{dm}{dx} - \frac{\varkappa-1}{a^2}w\frac{dQ}{dx}\right], \tag{9}$$

care reprezintă prima ecuație ce urmează a fi integrată.

Pentru a se putea calcula ecuația (9) este necesar să se cunoască grafic variația secțiunii în lungul ajutajului

$$A = f(x), \tag{10}$$

legea de variație a debitului

$$m = f(x) \tag{11}$$

și căldura schimbată

$$Q = f(x). \tag{12}$$

Se observă că în expresia (9) intervin următoarele mărimi : cifra Mach, raportul căldurilor specifice etc., care depind de temperatură. Aceasta se calculează cu ajutorul bilanțului entalpiilor :

$$dI = dQ + i''\,dm - d\frac{mw^2}{2}, \tag{13}$$

care prin împărțire cu $dx$, elementul de lungime, conduce la

$$\frac{dI}{dx} = \frac{dQ}{dx} + i''\frac{dm}{dx} - \frac{d}{dx}\left(\frac{mw^2}{2}\right). \tag{14}$$

Rezolvarea problemei curgerii se realizează intregrîndu-se simultan ecuațiile (9) și (14) și ținîndu-se seama de ecuațiile (10) — (12).

## 4. SOLUȚIONAREA PROBLEMEI ÎNTR-UN CAZ PARTICULAR. VAPORIZAREA INTEGRALĂ A LICHIDULUI

Se face ipoteza că lichidul vaporizează integral în ajutaj. Legea de vaporizare poate fi diferită și de aceea se alege legea simplificată

$$\frac{dm}{dx} = \frac{2m_l}{l^2}(l - x) \tag{15}$$

expresie în care $l$ reprezintă lungimea ajutajului. Această expresie satisface următoarele condiții :

— în secțiunea de ieșire din ajutaj ($x = l$), vaporizarea s-a încheiat $\frac{dm}{dx} = 0$ ;

— în secțiunea de intrare în ajutaj ($x = 0$) ea are o valoare finită $\frac{dm}{dx} = \frac{2m_l}{l}$ ;

— cantitatea de lichid vaporizată în lungul ajutajului este $\int_{x=0}^{x=l} dm = \frac{2m_l}{l^2} \int_0^l (l - x)\, dx = m_l$,

adică tocmai cantitatea de lichid existentă.

În continuare se calculează cantitatea de căldură care este compusă din două părți :

— căldura consumată pentru a obține vapori de apă și

— căldura cedată în procesul de resociere.

Cantitatea de căldură consumată pentru a obține vaporii de apă este dată de relația

$$dQ = - dm\, (i'_s - i'_l + r_s + i'' - i''_s),$$

unde semnul minus arată că această căldură este extrasă din sistem. Se ține seama că

$$r_s = i''_s - i'_s,$$

astfel că, schimbul de căldură datorită vaporizării devine

$$dQ = - dm(i'' - i_l). \tag{16}$$

La această cantitate de căldură se adaugă cantitatea de căldură care apare prin resociere, pe care o notăm cu $dQ_r$ ; cu aceste obeservații ecuația (12) capătă forma particulară

$$\frac{dQ}{dx} = - \frac{dm}{dx}(i'' - i_l) + \frac{dQ_r}{dx}. \tag{17}$$

Ecuația bilanțului entalpiilor (14) se poate scrie, ținîndu-se seama de (17), sub următoarele forme :

$$\frac{dI}{dx} = - \frac{dm}{dx}(i'' - i_l) + \frac{dQ_r}{dx} + \frac{dm}{dx} i'' - \frac{w^2}{2}\frac{dm}{dx} - mw\frac{dw}{dx},$$

și

$$\frac{dI}{dx} = \frac{dm}{dx} i_l + \frac{dQ_r}{dx} - \frac{w^2}{2}\frac{dm}{dx} - mw\frac{dw}{dx},$$

sau

$$\frac{dI}{dx} = \frac{dm}{dx}\left(i_l - \frac{w^2}{2}\right) + \frac{dQ_r}{dx} - mw\frac{dw}{dx}. \tag{18}$$

Dar (considerîndu-se o valoare medie a căldurii specifice la presiunea constantă)

$$\mathrm{d}I = \mathrm{d}(m\, c_{pm} T),$$

deci

$$\mathrm{d}I = c_{pm}\,(m\mathrm{d}T + T\mathrm{d}m);$$

această expresie introdusă în (18) ne dă

$$c_{pm}\frac{m\mathrm{d}T + T\mathrm{d}m}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}x}\left(i_l - \frac{w^2}{2}\right) + \frac{\mathrm{d}Q_r}{\mathrm{d}x} - mw\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x},$$

sau

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}x}\left(i_l - \frac{w^2}{2}\right) + \frac{\mathrm{d}Q_r}{\mathrm{d}x} - mw\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x}. \tag{19}$$

Prin urmare, în acest caz particular se rezolvă simultan ecuațiile (9) și (19), ținîndu-se seama de relațiile (15) și (17), de diagrama variației secțiunii în lungul ajutajului și de o diagramă *i-s* a vaporilor de apă. Integrarea ecuațiilor se face prin metode grafice, luîndu-se valori medii pe interval pentru căldura specifică, raportul căldurilor specifice și viteza sunetului.

### 5. LUAREA ÎN CONSIDERARE A DISOCIERII

Datorită temperaturilor mari care pot avea loc în procesul de ardere, disocierea poate fi importantă. Un calcul preluat după (1) arată compoziția substanțelor din gazele de ardere la diferite temperaturi și la presiunea $p = 6$ kgf/cm$^2$.

Apar următoarele substanțe:

— gaze de ardere CO, $H_2$, $H_2O$, $O_2$, $N_2$;

— gaze de disociere CO, $H_2$, OH, NO, N, O, H.

Din diagramele din figurile 1 și 2 se constată că, o dată cu creșterea temperaturii, concentrația gazului $N_2$ (fig. 1), a bioxidului de carbon $CO_2$, a apei $H_2O$ și a oxigenului $O_2$ (fig. 2) scad în timp ce concentrația produselor de disociere crește.

În procesul de destindere prin ajutaj, asociat cu răcirea importantă cauzată de vaporizarea lichidului se produce o micșorare a temperaturii, ceea ce are drept efect modificarea echilibrului chimic. Acesta este deplasat și de faptul că, prin vaporizare, apare în fluidul studiat o cantitate sporită de vapori de apă, care vor modifica echilibrul chimic în sensul producerii reacțiilor endotermice. Dar viteza mare cu care are loc răcirea fluidului poate avea efectul de a scoate reacția chimică din situația de echilibru. Ca urmare, se modifică pe de o parte valoarea căldurilor specifice ce urmează să fie introdusă în calcul și pe de altă parte mărimea cantității de căldură absorbită în procesul de disociere.

Calculele se pot face în trei ipoteze diferite (în elaborarea acestor ipoteze s-a ținut seama de unele păreri exprimate în literatura recentă) :

a) Compoziția gazelor de ardere nu variază și nu se modifică distribuția energiei de oscilație și de rotație a moleculelor ; vaporii formați nu disociază, dar moleculele au energia de rotație și de oscilație corespunzătoare temperaturii de vaporizare ; acest proces corespunde unei reversibilități energetice și chimice totale.

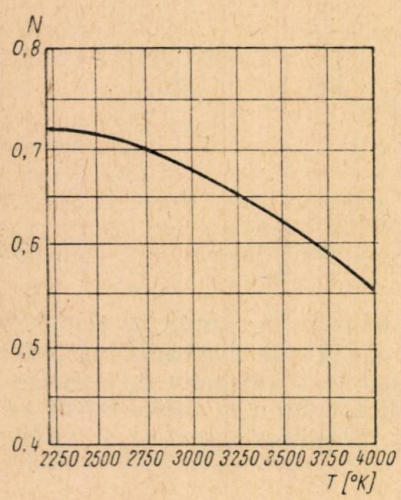



Fig. 1. — Variația fracției molare de azot N (din unitatea de cantitate de gaze) rezultate din arderea teoretică cu aer a unui distilat de petrol, la diferite temperaturi $T$.

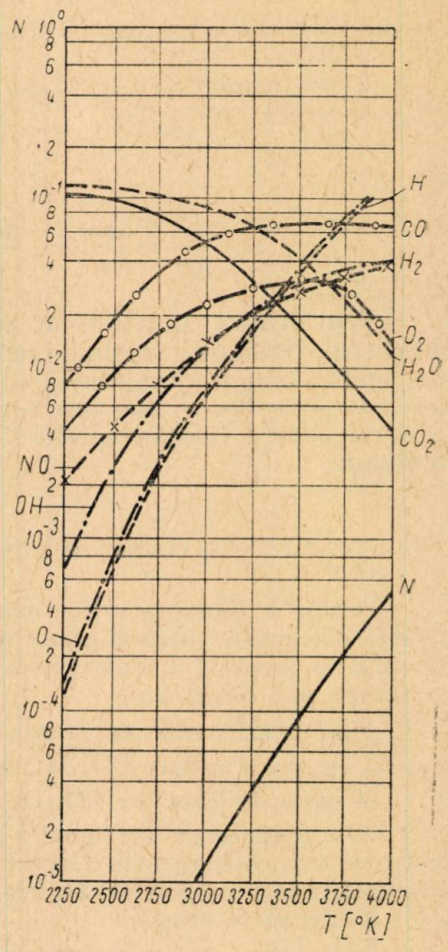



Fig. 2. — Variația fracției molare de gaze de ardere și gaze de disociere $N$ (din unitatea de cantitate de gaze) rezultate din arderea teoretică cu aer a unui distilat de petrol, la diferite temperaturi $T$.

b) Compoziția gazelor de ardere nu variază ; nu disociază lichidul vaporizat. Se consideră însă repartiția reală a energiilor între gradele de libertate de oscilație și de rotație a moleculelor, atît pentru gazele de ardere, cît și pentru vaporii de apă ; acest caz corespunde ireversibilității chimice.

c) Se consideră că atît compoziția gazelor de ardere în amestec cu vapori de apă cît și repartiția energiilor între gradele de libertate de rotație și de oscilație ale moleculei corespunde temperaturii instantanee admise ; prin urmare se presupune un proces reversibil chimic și energetic.

Cazul a) este simplu de tratat, deoarece ipotezele efectuate conduc la concluzia că valoarea căldurii specifice nu variază în timpul procesului și de asemenea nu se schimbă căldura datorită resocierii.

Cazul b) se tratează considerîndu-se fluidul de lucru alcătuit din amestecarea unor gaze de ardere de compoziție și cantitate constantă și a unei cantități variabile de vapori de apă. Compoziția gazelor de ardere corespunde temperaturii teoretice de ardere și deci s-a considerat că echilibrele chimice sînt înghețate. Căldura specifică a amestecului corespunde fluidului astfel descris și se calculează cu valorile reale la fiecare temperatură. Ca urmare a faptului că nu se produc — prin ipoteză-reacții chimice nu se schimbă căldură de resociere.

Cazul c) conduce la considerarea în fiecare moment al echilibrului chimic. Prin urmare, este necesar să se cunoască compoziția substanțelor la fiecare temperatură, compoziția care variază datorită modificării temperaturii și a presiunii, aportului de vapori de apă și efectului pe care îl au vaporii de apă aduși asupra deplasării echilibrului chimic. Pentru această compoziție se calculează căldura specifică a amestecului, considerîndu-se valorile reale ale căldurilor specifice. Calculul căldurii de resociere $\Delta Q_r$ se execută după cum urmează. Din cele 11 substanțe aflate în echilibru, numai 7 conțin energie chimică și anume : CO, OH, $H_2$, NO, H, O, N, restul $CO_2$, $H_2O$, $N_2$, și $O_2$ nu conțin energie chimică. Dacă $n_{CO}$, $n_{OH}$, $n_{H_2}$, $n_{NO}$, $n_H$, $n_O$ și $n_N$ reprezintă cantitățile de substanță respective la începutul intervalului de calcul și $n'_{CO}$, $n'_{OH}$, $n'_{H_2}$, $n'_{NO}$, $n'_H$, $n'_O$ și $n'_N$ cantitățile de substanță disociate la sfîrșitul intervalului de calcul, variația cantității de substanță pe interval este pentru fiecare substanță $\Delta n_{CO} = n_{CO} - n'_{CO}$; $\Delta n_{OH} = n_{OH} - n'_{OH}$; $\Delta n_{H_2} = n_{H_2} - n'_{H_2}$; $\Delta n_{NO} = n_{NO} - n'_{NO}$; $\Delta n_H = n_H - n'_H$; $\Delta n_O = n_O - n'_O$, $\Delta n_N = n_N - n'_N$.

Căldura schimbată în procesul de resociere este dată de relația

$$\Delta Q_r = \Delta n_{CO}\, Q'_{CO} + \Delta n_{OH}\, Q'_{OH} + \left(\Delta n_{H_2} - \frac{\Delta n_{OH}}{2}\right) Q'_{H_2} + \Delta n_{NO}\, Q'_{NO} + \Delta n_H\, Q'_H + \Delta n_O\, Q'_O + \Delta n_N\, Q'_N, \qquad (20)$$

în care $Q'$ reprezintă căldura de reacție respectivă și care trebuie luată pentru valoarea temperaturii medii pe interval.

Desigur, că în cazul echilibrelor în care apare hidrogen sau oxidril se poate ca variația numărului de kilomoli să fie negativă, aceasta deoarece s-au introdus vapori de apă suplimentari, care pot modifica cantitățile de substanță disociate.

În expresia (20) căldura obținută în echilibrul hidrogenului cu oxigenul s-a scris raționîndu-se astfel. Ecuația de echilibru a oxidrilului este

$$OH + \frac{1}{2} H_2 \rightarrow H_2O$$

și prin urmare o dată cu dispariția a $\Delta n_{OH}$ moli de oxidril se consumă și $\frac{\Delta n_{OH}}{2}$ moli de hidrogen. În reacția de echilibru a hidrogenului

$$H_2 + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow H_2O$$

nu intră în reacţie decît cantitatea de hidrogen $\Delta n_{H_2} - \frac{\Delta n_{OH}}{2}$ moli şi prin urmare pentru această cantitate de substanţă este necesar să se efectueze calcule.

Metoda expusă permite calculul parametrilor de stare, a compoziţiei şi a vitezei fluidului în lungul ajutajelor. Relaţiile obţinute scot în evidenţă că metodele uzuale de profilare a ajutajelor nu pot fi aplicate în cazul studiat, fiind necesară stabilirea legii de variaţie a secţiunii ajutajului în funcţie de modul de desfăşurare a procesului.

În acelaşi timp, pe baza relaţiilor stabilite, se pot analiza mai atent performanţele turbinei cu gaze şi parametrii funcţionali care îi determină.

## BIBLIOGRAFIE

1. C. W. Vickland, F. M. Strange, R. A. Bell, E. S. Starkman, *A consideration of the high temperature thermodynamics of internal combustion engines*, SAE Transactions, pg. 785–794, 1962.

# POSIBILITĂȚI DE ÎMBUNĂTĂȚIRE A TRANSFERULUI CĂLDURII ÎN CIRCUITUL REGENERATIV AL CENTRALELOR TERMOELECTRICE CU ABUR

DE

N. DĂNILĂ și A. LECA

621.311.22

În lucrare se expun problemele reducerii pierderilor de energie și exergie în circuitul regenerativ al centralelor termoelectrice cu abur, cu și fără supraîncălzire intermediară, prin utilizarea căldurii de supraîncălzire a aburului de priză și prin subrăcirea condensatului acestuia. Se analizează pierderile de exergie ale unui preîncălzitor izolat și ale întregului circuit regenerativ, în ipoteza prevederii unor suprafețe schimbătoare de căldură speciale. Concluziile teoretice sînt însoțite de calculele comparative ale unor cicluri termice pentru care se prezintă și bilanțurile exergetice.

## 1. INTRODUCERE

Circuitul regenerativ al centralelor termoelectrice cu abur este alcătuit din schimbătoare de căldură de suprafață și de amestec, din pompe și din elementele de legătură ale acestora — conductele. Fiecare din acestea constituie o sursă de pierderi, fie direct, fie indirect. Spre deosebire de pierderile directe, care își au cauza în imperfecțiunea constructivă și funcțională a acestor utilaje, pierderile indirecte se datoresc modului de alcătuire a circuitului regenerativ, legăturilor interdependente ce se stabilesc în întreaga instalație luată în ansamblu. Cunoscut fiind faptul că în practica actuală a centralelor termoelectrice orice îmbunătățire nu se poate obține decît printr-o analiză atentă a funcționării izolate și interconectate a fiecărui element, problema optimizării circuitului regenerativ apare, din aceste motive, deosebit de importantă, fiind în momentul de față una din direcțiile care concretizează eforturile tehnicienilor din această specialitate.

Studiul acestei probleme se poate efectua cu două metode de cercetare: metoda clasică a ciclurilor (energetică) și metoda exergetică. În ceea ce privește prima metodă, analiza multor procese mai complicate

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 47—59, București 1968

se face deosebit de greu și cu utilizarea unor procedee neomogene de cercetare; principalul dezavantaj al metodei ciclurilor, care în genere exclude aplicarea ei într-o serie de cazuri, constă în aceea că ea nu dă posibilitatea evaluării capacității de lucru mecanic a substanțelor și fluxurilor de energie în condițiile date ale mediului ambiant. Metoda exergetică de analiză constituie un capitol nou al termodinamicii tehnice, bazat pe noțiunea de exergie (energie utilizabilă în aplicațiile tehnice). Considerînd căldura ca fiind caracterizată de doi factori : cantitate și calitate (temperatura) și operînd în egală măsură cu ambele principii ale termodinamicii, analiza exergetică reprezintă în același timp o completare și o prelungire a analizei energetice ; ea a devenit astăzi un instrument uzual în studiul transformărilor, proceselor și ciclurilor reale. Exergia permite să se determine în orice situație resursele energetice ale sistemului, mărimea și locul pierderilor energetice. Pe această cale, prin metoda exergetică de analiză termodinamică se obțin indicații foarte prețioase, pe linia reducerii gradului de ireversibilitate a proceselor și măririi randamentului energetic [1].

În lucrare se expun problemele reducerii pierderilor de energie și de exergie în circuitul regenerativ al centralelor termoelectrice cu abur, cu și fără supraîncălzire intermediară, prin utilizarea căldurii de supraîncălzire a aburului de priză și prin subrăcirea condensatului acestuia. Concluziile teoretice sînt însoțite de calculele comparative ale unor cicluri termice pentru care se prezintă și bilanțurile exergetice. Rezultatele sînt verificate prin calcule energetice.

## 2. PIERDERILE DE EXERGIE ALE UNUI PREÎNCĂLZITOR DIN CIRCUITUL REGENERATIV

Pierderile de exergie ale unui preîncălzitor din circuitul regenerativ se datoresc în cea mai mare parte ireversibilității schimbului de căldură între aburul care condensează și apa care se încălzește.

Dacă se notează cu :

$a$ — consumul specific de abur de priză necesar încălzirii a 1 kgf de apă, în kgf/kgf ;

$\Delta i_a$ — creșterea de entalpie a apei prin încălzire în schimbătorul de căldură considerat, în kcal/kgf ;

$\Delta s_a$ — creșterea corespunzătoare de entropie a apei, în kcal/kgf.grd ;

$\Delta t$ — diferența dintre temperatura de condensare $t_s$ a aburului de priză și temperatura finală $t_2$ a apei preîncălzite, adică $\Delta t = t_s - t_2$ (fig.1), în grd ;

$i_{ab}$ , $s_{ab}$ — entalpia, respectiv entropia aburului de priză, în kcal/kgf, respectiv kcal/kgf.grd ;

$i_c$ , $s_c$ — entalpia, respectiv entropia aburului de priză, în kcal/kgf, respectiv kcal/kgf.grd ;

$T_0$ — temperatura mediului ambiant, în °K,

consumul de exergie al aburului de priză este

$$\Delta E_{ab} = a[i_{ab} - i_c - T_0 (s_{ab} - s_c)] \quad [\text{kcal/kgf}], \tag{1}$$

iar creșterea de exergie a apei preîncălzite

$$\Delta E_a = \Delta i_a - T_0 \ \Delta s_a \ [\text{kcal/kgf}], \tag{2}$$

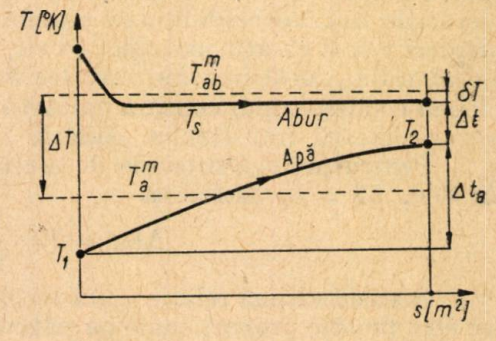



Fig. 1. — Diagrama de temperatură a unui preîncălzitor de suprafață apă-abur.

în care, între creșterea de entalpie $\Delta i_a$ a apei și căldura cedată de abur în preîncălzitor, există relația

$$\Delta i_a = a\,(i_{ab} - i_c) \ [\text{kcal/kgf}]. \tag{3}$$

Definind temperatura medie termodinamică a apei $T_a^m$ [°K] și a aburului $T_{ab}^m$ [K°] cu formulele

$$\frac{\Delta i_a}{\Delta s_a} = T_a^m \quad \text{și} \quad \frac{i_{ab} - i_c}{s_{ab} - s_c} = T_{ab}^m, \tag{4}$$

pierderile de exergie datorită ireversibilității schimbului de căldură între abur și apă $\Delta E_p$ vor fi egale cu

$$\Delta E_p = \Delta E_{ab} - \Delta E_a = \Delta i_a \, T_0 \left( \frac{1}{T_a^m} - \frac{1}{T_{ab}^m} \right). \tag{5}$$

Cu notațiile din figura 1, diferența dintre temperatura medie termodinamică a aburului și a apei se scrie

$$\Delta T = T_{ab}^m - T_a^m = \delta T + \Delta t + \frac{\Delta t_a}{2} \ [\text{grd}], \tag{6}$$

în care

$\delta T$ — reprezintă diferența dintre temperatura medie termodinamică a aburului $T_a^m$ și temperatura absolută de saturație $T_s$ a acestuia, în grd;

$\Delta t_a$ — creșterea temperaturii apei în preîncălzitor, corespunzătoare lui $\Delta i_a$, în grd.

După unele transformări relația (5) se poate pune sub următoarea formă [2]:

$$\Delta E_p = T_0 \frac{\Delta s_a^2 + m \Delta s_a}{\Delta s_a + \mu}, \tag{7}$$

unde

$$m = \frac{\Delta t + \delta T}{T_a^m} \quad \text{și} \quad \mu = 2c_a + m, \tag{8}$$

$c_a$ fiind căldura specifică a apei la temperatură constantă, în kcal/kgf.grd.

Din expresia (7) se vede că odată cu creșterea intervalului de neîncălzire a apei ($\Delta t$) sau a gradului de supraîncălzire a aburului de priză ($\delta T$), pierderile din ireversibilitatea schimbului de căldură se măresc. Aceste pierderi vor fi cu atît mai mici cu cît, la aceleași condiții de temperatură ale aburului, încălzirea apei are loc la o temperatură mai ridicată. Subrăcirea condensatului coboară valoarea lui $\delta T$ și reduce pierderile datorită ireversibilității transferului căldurii [2], [3].

Pentru preîncălzitoarele de amestec, care lucrează cu abur saturat, $\Delta t = 0$, $\delta T = 0$, astfel că

$$\Delta E_p = T_0 \cdot \frac{\Delta s_a^2}{2c_a + \Delta s_a}. \tag{9}$$

Această ultimă relație arată că pierderile unui preîncălzitor de amestec sînt practic proporționale cu pătratul creșterii entropiei apei preîncălzite, adică practic proporționale cu gradul de încălzire a apei în preîncălzitorul considerat [2].

Analiza relațiilor (5) și (6) arată în mod evident două posibilități pentru reducerea pierderilor de exergie din circuitul regenerativ al centralelor termoelectrice datorate ireversibilității schimbului de căldură [3]:

— folosirea căldurii de supraîncălzire a aburului de priză și

— subrăcirea condensatului acestuia.

Aceste posibilități se realizează prin măsuri constructive speciale, care constau în prevederea preîncălzitoarelor cu suprafețe speciale schimbătoa-

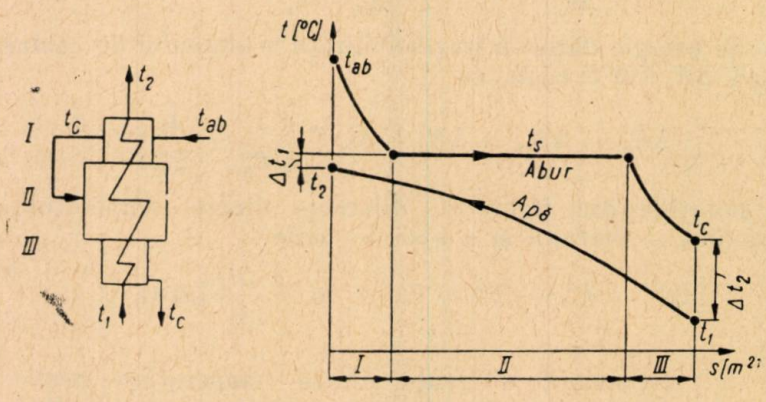



Fig. 2. — Schița și diagrama de variație a temperaturii pentru un preîncălzitor cu desupraîncălzire și subrăcire a condensatului.

re de căldură (desupraîncălzitoare și răcitoare de condensat); efectul lor este reducerea diferenței de temperatură $\Delta T$. Schița și diagrama de variație a temperaturii la un preîncălzitor prevăzut cu suprafețe de schimb de căldură speciale sînt prezentate în figura 2.

Pentru un preîncălzitor de suprafață se arată în figura 3 variația pierderilor de exergie în diverse ipoteze constructive [3]. O concluzie im-

portantă care rezultă din această diagramă este aceea că folosirea căldurii de supraîncălzire a aburului de priză este mult mai eficientă decît subrăcirea condensatului. În timp ce o subrăcire $\Delta t_2 = 18{,}6$ grd aduce o micșorare

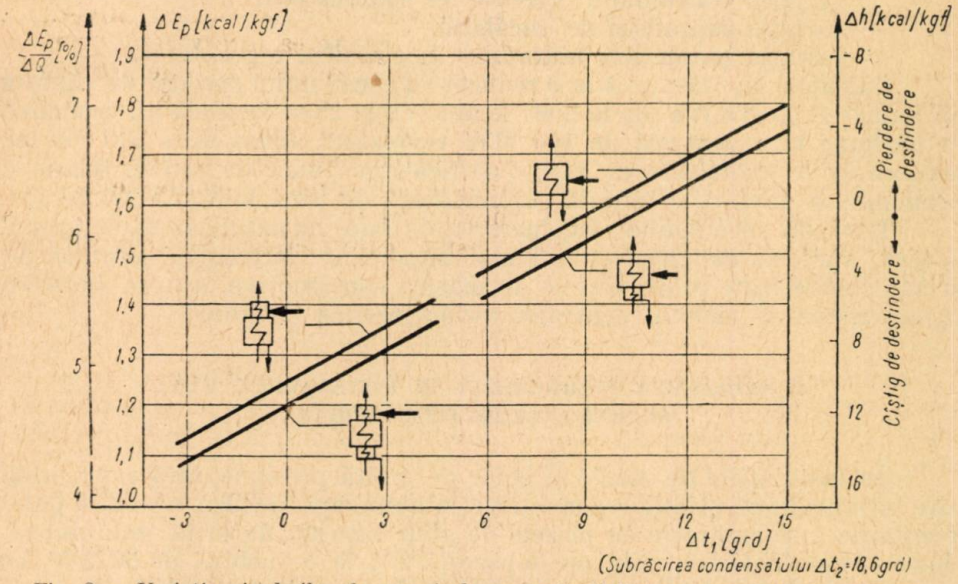



Fig. 3. — Variația pierderilor de exergie la un preîncălzitor pe suprafață cu diferența de temperatură $\Delta t_1$.

a pierderilor de exergie de numai 0,25%, reducerea diferenței de temperatură $\Delta t_1$ (vezi fig. 2) tot cu 18,6 grd coboară aceste pierderi cu circa 3,6%.

În circuitul regenerativ al centralelor termoelectrice se întîlnesc realizate următoarele valori:

a) la instalațiile la care nu se utilizează căldura de supraîncălzire a aburului de priză și subrăcirea condensatului, pentru preîncălzitoarele de înaltă presiune $\Delta t_1 = 7 - 15$ grd, iar pentru preîncălzitoarele de joasă presiune $\Delta t_1 = 5 - 7$ grd;

b) în instalațiile la care se folosește atît căldura de supraîncălzire a aburului de priză, cît și subrăcirea condensatului, la preîncălzitoarele de înaltă presiune $\Delta t_1 = (-3)\,2$ grd, iar la preîncălzitoarele de joasă presiune $\Delta t_1 = 2 - 3$ grd.

În ceea ce privește diferența $\Delta t_2$ dintre temperatura condensatului la ieșire și temperatura apei la intrarea în preîncălzitor, valorile se aleg în funcție de raportul debitelor, după datele din tabela 1 [4].

*Tabela 1*

| Raportul debitelor condensat/apă | Diferența de temperatură $\Delta t_2$ [grd] |
|---|---|
| 1/5—1/7 | 2—4 |
| 1/7—1/10 | 3—6 |
| 1/10—1/20 | 5—10 |
| mai mic ca 1/20 | Subrăcirea este de obicei nerentabilă |

Stabilirea valorii lui $\Delta t_1$ pe partea de abur sau a lui $\Delta t_2$ pe partea de condensat este în ultimă instanţă, o problemă de calcul tehnic şi economic, care trebuie să ia în discuţie următoarele aspecte :

— variaţia consumului specific de combustibil,
— variaţia suprafeţei de încălzire,
— variaţia pierderilor hidraulice în circuitul regenerativ.

Calculele au arătat, că la o reducere a consumului specific de căldură cu numai 11 kcal/kWh (de la 2097 kcal/kWh la 2086 kcal/kWh), economia ce cărbune la o centrală de 100 MW reprezintă anual circa 500 000 lei, ceea ce cu o amortizare de 14% justifică din punct de vedere tehnic şi economic o investiţie iniţială suplimentară de pînă la 3 500 000 lei [5].

Datorită specificului său, lucrarea de faţă nu detaliază decît primul aspect, apreciat de altfel ca cel mai important : influenţa valorilor $\Delta t_1$ şi $\Delta t_2$, concretizate printr-o serie de măsuri constructive, asupra indicilor caracteristici ai ciclului centralei termoelectrice cu abur.

## 3. REDUCEREA PIERDERILOR ÎN INSTALAŢIILE FĂRĂ SUPRAÎNCĂLZIRE INTERMEDIARĂ

În instalaţiile de medie şi chiar de înaltă presiune, fără supraîncălzire intermediară, prizele regenerative cu abur supraîncălzit modifică puţin pierderile în comparaţie cu prizele de abur saturat, datorită gradului redus de supraîncălzire, care nu depăşeşte 2% la o turbină de 50 MW, cu parametrii aburului viu 90 ata 500°C [6], lucru arătat în tabela 2.

*Tabela 2*

| Denumirea mărimii | Priza turbinei | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | I | II | III | IV | V |
| Presiunea aburului de priză, $p_{ab}$ [ata] | 24,0 | 12,0 | 4,5 | 1,6 | 0,5 |
| Temperatura absolută a aburului de priză, $T_{ab}$ [°K] | 638 | 558 | 458 | 385,9 | 354 |
| Temperatura absolută de saturaţie a aburului de priză, $T_s$ [°K] | 493,7 | 460,1 | 420,1 | 385,9 | 354 |
| Temperatura medie termodinamică a aburului care condensează, $T_{ab}^m$ [°K] | 503,8 | 463,8 | 420,3 | 385,9 | 354 |
| Gradul de supraîncălzire, $(T_{ab}^m - T_s)/T_s$ [%] | 2,0 | 0,8 | 0,03 | 0 | 0 |

Ca urmare la aceste instalaţii nu este utilă folosirea căldurii de supraîncălzire a aburului de priză, ci subrăcirea condensatului. În figura 4 sînt prezentate cîteva cazuri de aşezare a răcitoarelor de condensat în lungul circuitului regenerativ şi economia (reducerea consumului specific de căldură) respectivă realizată, în comparaţie cu schema 1 de referinţă, pentru o turbină de 96 ata 525°C, cu 5 trepte de preîncălzire regenerativă [7]. Pentru simplificare, variantele 2—10 nu prezintă decît modificările aduse faţă de schema 1.

Se observă că economia cea mai importantă o realizează răcitorul ultimei trepte de joasă presiune (schema 2), ca urmare a recuperării căldurii din condensatul care se scurge la condensator; de asemenea, apreciată prin prisma reducerii consumului specific de căldură, este mai uti lă preve-

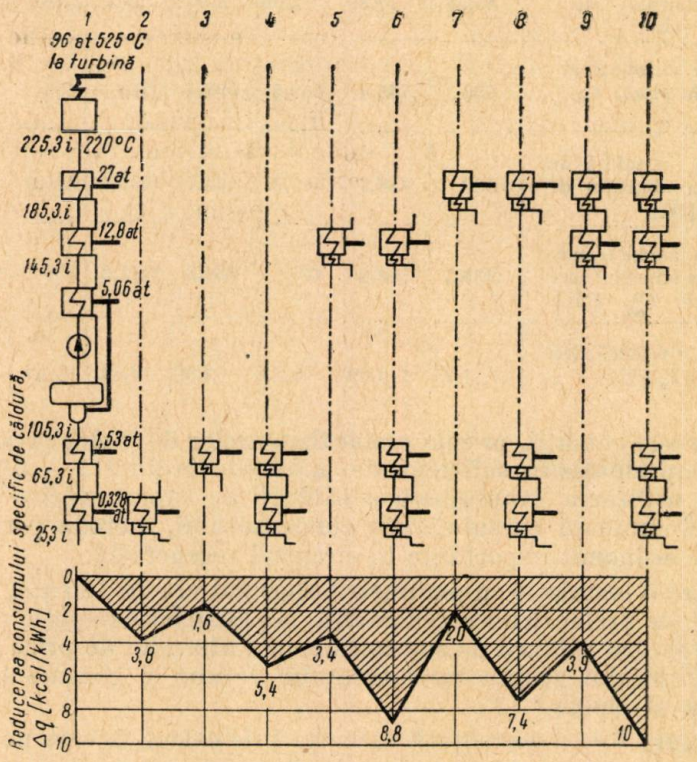



Fig. 4. — Influența așezării răcitoarelor de condesant asupra consumului specific de căldură la o instalație fără supraîncălzire intermediară.

derea răcitoarelor de condensat la preîncălzitoarele de joasă presiune (schema 4), decît la cele de înaltă presiune (schema 9). Echiparea tuturor preîncălzitoarelor regenerative cu răcitoare de condensat permite obținerea unei economii totale de 10 kcal/kWh (schema 10).

## 4. REDUCEREA PIERDERILOR ÎN INSTALAȚIILE CU SUPRAÎNCĂLZIRE INTERMEDIARĂ

La instalațiile cu supraîncălzire intermediară, datorită întreruperii căderii de entalpie și efectuării supraîncălzirii intermediare, destinderea aburului se deplasează în diagrama $i - s$ spre entropii mai mari, depărtîndu-se de zona aburului saturat. Astfel, tabela 3 prezintă principalele mărimi termodinamice ale aburului de priză, pentru circuitul termic al unui grup de mare putere, cu parametrii aburului viu 180 ata, 570/570°C, cu 8 trepte de preîncălzire regenerativă.

*Tabela 3*

| Denumirea mărimii | Priza turbinei | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
| Presiunea aburului de priză, $p_{ab}$ [ata] | 45,58 | 19,89 | 12,06 | 5,075 | 2,963 | 1,361 | 0,549 | 0,1877 |
| Temperatura absolută a aburului de priză, $T_{ab}$ [°K] | 654 | 743,4 | 685,5 | 592,4 | 538 | 464 | 388,5 | 331,3 |
| Temperatura absolută de saturaţie a aburului de priză, $T_s$ [°K] | 530 | 484,1 | 460,3 | 424,7 | 405,5 | 380,9 | 356,2 | 331,3 |
| Temperatura medie termodinamică a aburului care condensează, $T^m_{ab}$ [°K] | 539,5 | 508,2 | 478 | 434,8 | 411,3 | 380 | 356,6 | 331,3 |
| Gradul de supraîncălzire, $(T^m_{ab} - T_s)/T_s$ [%] | 1,79 | 4,99 | 3,85 | 2,39 | 1,44 | 0,24 | 0,11 | 0 |

În aceste condiţii, prizele preîncălzitoarelor de înaltă presiune au un grad de supraîncălzire suficient de mare (de ordinul 2 — 5%), pentru a permite utilizarea avantajoasă a căldurii de supraîncălzire a aburului de priză. Combinată cu subrăcirea condensatului, metoda permite realizarea unor economii importante în circuitul regenerativ.

Pentru o instalaţie cu parametrii aburului viu de 180 ata, 570/570°C, cu 8 trepte de preîncălzire regenerativă, s-a analizat exergetic şi energetic influenţa folosirii căldurii de supraîncălzire a aburului de priză şi a subrăcirii condensatului asupra randamentului termic şi consumului specific de căldură al ciclului [3].

În figura 5 este prezentată varianta I de calcul, la care nu s-a folosit nici căldura de supraîncălzire a aburului de priză şi nici subrăcirea condensatului. S-a admis pentru preîncălzitoarele de înaltă presiune $\Delta t_1 = 7$ grd, iar pentru preîncălzitoarele de joasă presiune $\Delta t_1 = 5$ grd; din calcule a rezultat debitul de abur prelevat la prize $\sum_1^8 a_i = 0{,}3225645$, randamentul termic $\eta_t = 0{,}4520225$ şi consumul specific de căldură al ciclului $q = 1960{,}96$ kcal/kWh.

Figura 6 cuprinde varianta II de calcul, alcătuită din aceeaşi schemă ca varianta I, la care însă, prin prevederea desupraîncălzitoarelor şi răcitoarelor de condensat se realizează la preîncălzitoarele de înaltă presiune $\Delta t_1$ $W$ —0 grd, $\Delta t_2 = 5$ grd, iar la preîncălzitoarele de joasă presiune $\Delta t_1 =$ $= 3$ grd, $\Delta t_2 = 5$ grd; în acest caz, din calcule se obţine $\sum_1^8 a_i = 0{,}3200135$, $\eta_t = 0{,}4542493$, $q = 1951{,}34$ kcal/kWh. Varianta II realizează în comparaţie cu varianta I un spor de randament termic $\Delta\eta_t = 0{,}493\%$ şi o reducere a consumului specific de căldură al ciclului $\Delta q = 9{,}62$ kcal/kWh.

Bilanţurile exergetice ale celor două variante sînt prezentate în tabela 4, calculele fiind făcute pentru 1 kgf.c.c. = 7 000 kcal/kgf introdus

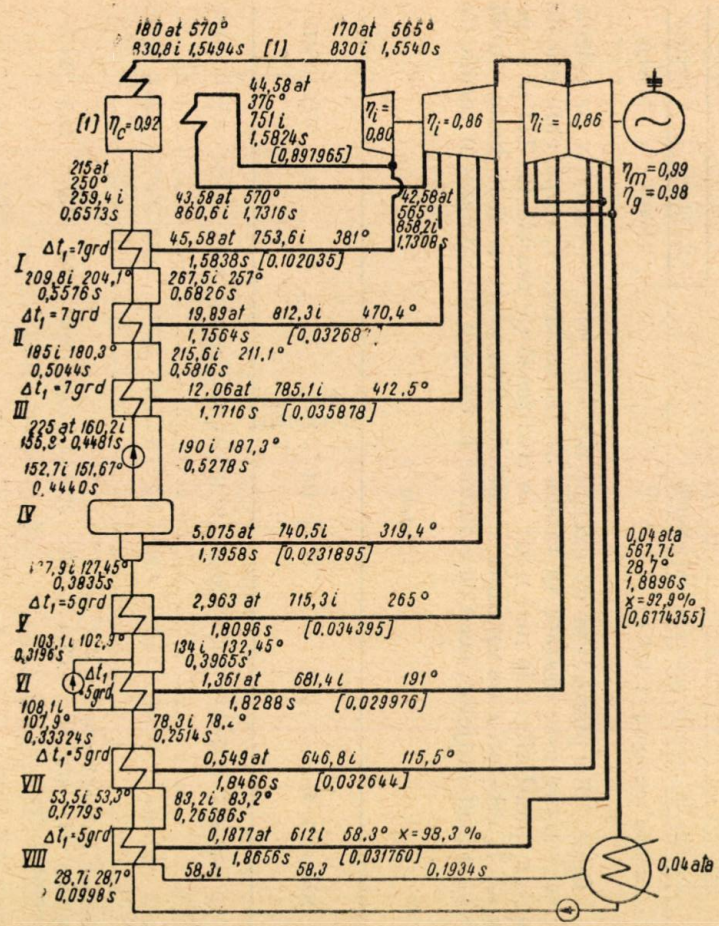



Fig. 5. — Schema termică a unei instalații cu supraîncălzire intermediară. Varianta I de calcul.

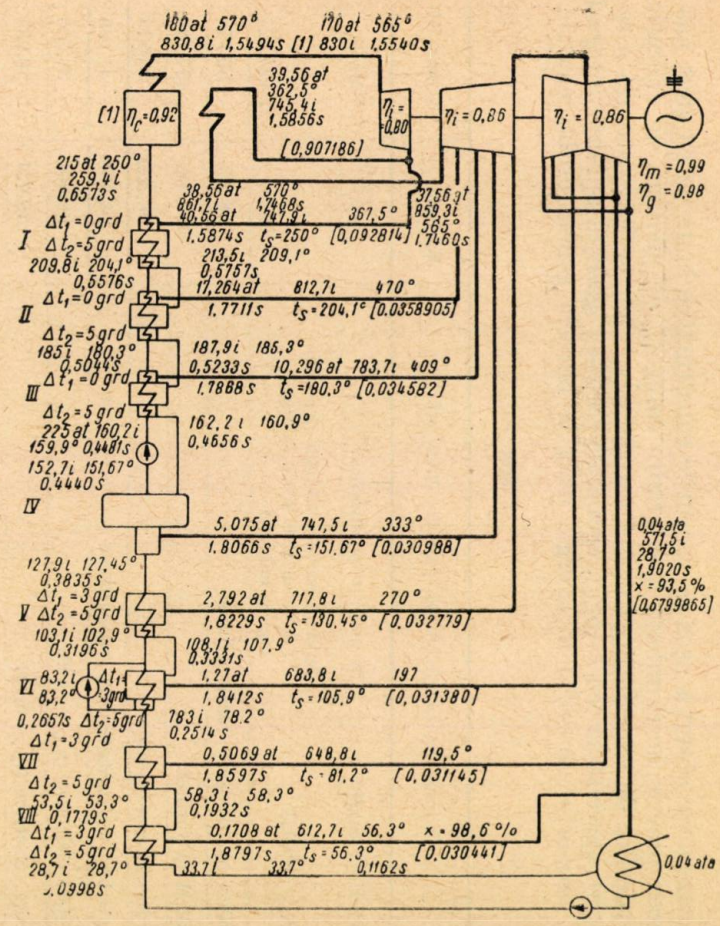



Fig. 6. — Schema termică a unei instalații cu supraîncălzire intermediară. Varianta II de calcul.

în cazan. Se observă uşor că măsurile constructive luate au ca efect păstrarea practic neschimbată a celorlalte categorii de pierderi, cu excepţia pierderilor de exergie în circuitul regenerativ, unde se înregistrează o reducere apreciabilă (cu 17,5%), economie care se regăseşte aproape integral (în proporţie de 88%) în exergia utilă la bornele generatorului electric.

*Tabela 4*

| Denumirea cantităţii pe exergie, kcal/kgf | | Varianta I | Varianta II |
|---|---|---|---|
| Pierderi în cazan | în mediul înconjurător | 560,0 | 560,0 |
| ($\eta_{caz} = 0,92$) | datorită ireversibilităţii procesului de ardere şi de transmitere a căldurii | 2 890,6 | 2 894,527 |
| Pierderi pe conducta cazan-turbină | | 58,26 | 56,156 |
| Pierderi în turbină | | 436,41 | 437,184 |
| Pierderi în condensator | | 96,359 | 95,578 |
| Pierderi în preîncălzitoarele regenerative | | 98,335 | 81,169 |
| Pierderi mecanice ($\eta_m = 0,99$) | | 28,601 | 28,756 |
| Pierderi electrice ($\eta_g = 0,98$) | | 56,631 | 56,937 |
| Pierderi totale de exergie | | 4 225,196 | 4 210,307 |
| Exergie la bornele generatorului electric | | 2 774,804 | 2 789,693 |
| Exergie introdusă (1 kgf c.c.) | | 7 000,0 | 7 000,0 |

Repartiţia pierderilor de exergie din circuitul regenerativ pe prizele de preîncălzire este arătată în tabela 5. În varianta I, după cum era de aşteptat, pierderile cele mai mari se realizează pe etajele II, III şi I (pe treapta I, creşterea de entalpie a apei de alimentare a fost luată dublă faţă de restul etajelor, ceea ce conduce la un spor de randament termic de

*Tabela 5*

| Numărul prizei | I | II | III | Pompa de alimentare | IV | V | VI | VII | VII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta E_p$ în varianta I [kcal/kWh] | 21,010 | 13,751 | 12,164 | 11,550 | 8,812 | 8,201 | 7,620 | 8,291 | 6,936 |
| $\Delta E_p$ în varianta II [kcal/kWh] | 16,174 | 9,903 | 8,877 | 11,429 | 8,345 | 7,415 | 6,654 | 7,254 | 5,118 |
| Reducerea pierderilor în varianta II, faţă de varianta I [%] | 22,9 | 28,0 | 27,0 | 1,05 | 5,3 | 9,6 | 12,7 | 12,5 | 26,3 |
| Reducere $\Delta T$ [grd] | 11,2 | 7,3 | 8,1 | — | −1,6 | 2,2 | 2,1 | 2,3 | 3,0 |

circa 0,14%, față de împărțirea în trepte egale a intervalului total de preîncălzire [8]). În comparație cu varianta I, preîncălzitoarele la care se obțin în varianta II cele mai importante reduceri ale pierderilor de exergie, deci la care se dovedesc cele mai eficiente suprafețele suplimentare de schimb de căldură, sînt în ordine : II, III, VIII, I, VI, VII. În tabela 5 este trecută comparativ și reducerea diferenței de temperatură $\Delta T$ pentru

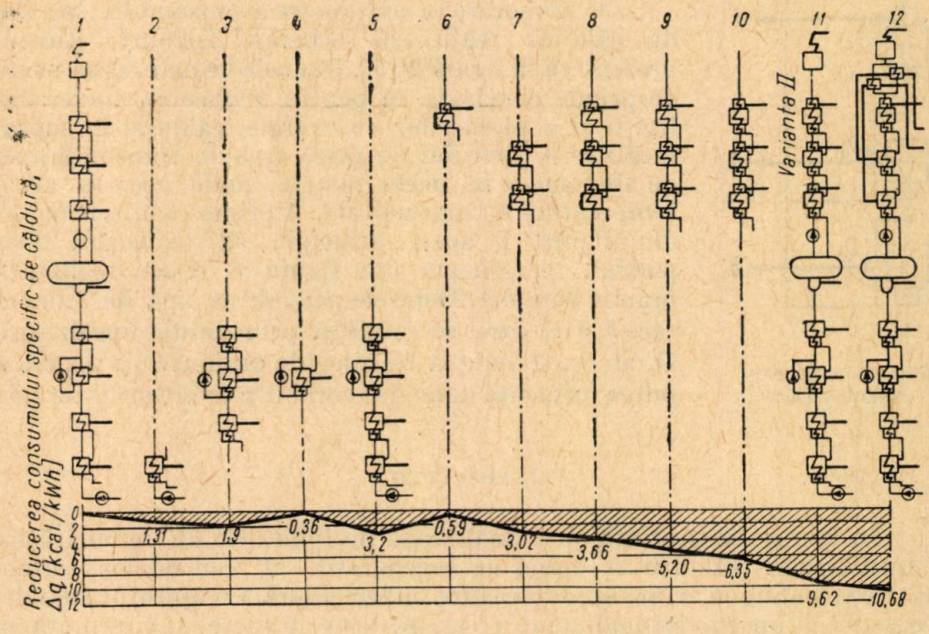



Fig. 7. — Influența așezării desupraîncălzitoarelor și răcitoarelor de condensat asupra consumului specific de căldură la instalațiile cu supraîncălzire intermediară.

fiecare preîncălzitor (vezi fig. 1). În felul acesta, analiza exergetică permite să se stabilească utilitatea și efectul în schema termică a diverselor măsuri constructive luate.

Concluziile analizei exergetice au fost verificate prin calculele energetice efectuate asupra a 12 scheme prezentate în figura 7 [3]. Schema 1 este de referință și corespunde variantei I (fig. 5), iar schema 11 variantei II (fig. 6). Pentru simplificare schemele 2—12 nu prezintă decît modificările aduse față de schema 1. Astfel, prevederea unui răcitor de condensat la ultima treaptă (VIII) conduce la cea mai mare economie în zona preîncălzitoarelor de joasă presiune, în timp ce la treapta VI, unde se face repomparea condensatului, economia realizată este destul de mică, pentru a justifica renunțarea la acesta. La preîncălzitoarele de înaltă presiune este utilă folosirea căldurii de supraîncălzire, efectul cel mai important avîndu-l etajele II și III ; în ceea ce privește răcitoarele de condensat cea mai mare reducere a consumului specific de căldură se realizează în treapta III, în timp ce la treptele I și II de regulă nu este economică prevederea lor.

Se remarcă că se poate verifica ușor efectul cumulativ al diverselor măsuri constructive luate în circuitul regenerativ ; de exemplu, economiile

realizate în schemele 2 şi 3 corespund economiei din schema 5 ; de asemenea, schemele 6, 7 şi 8 sau 5, 10 şi 11.

Schema 12 realizează o reducere suplimentară a consumului specific de căldură faţă de schema 11, prin folosirea căldurii de supraîncălzire a aburului prizelor II şi III, la un potenţial termic mai ridicat.

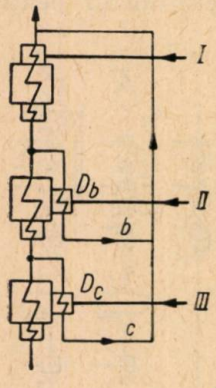



Fig. 8. — Schema Nekolný-Ricard.

O micşorare în continuare a consumului specific de căldură realizează schema Nekolný—Ricard, prezentată în figura 8 [9]. Din cele de mai sus se poate desprinde concluzia că pentru reducerea ireversibilităţii şi a pierderilor de exergie, căldura de supraîncălzire a aburului de priză trebuie transmisă apei de alimentare în acele puncte, unde aceasta are o temperatură cît mai ridicată. În timp ce în schema 12 din figura 7 acest principiu se realizează doar parţial, în schema din figura 8 el se realizează practic complet. Debitele parţiale de apă de alimentare $b$ şi $c$, care se ramifică prin desupraîncălzitorii $D_b$ şi $D_c$, trebuie să fie mici (de ordinul 5%) pentru a putea influenţa în mod favorabil randamentul termic.

## 5. CONCLUZII

În lucrare se prezintă şi se analizează posibilităţile de îmbunătăţire a transferului căldurii în circuitul regenerativ al centralelor termoelectrice cu abur cu şi fără supraîncălzire intermediară. Cu ajutorul metodei exergetice de analiză termodinamică (care permite obţinerea şi interpretarea mai comodă a rezultatelor), se studiază influenţa prevederii în circuitul regenerativ a unor suprafeţe schimbătoare de căldură speciale (desupraîncălzitoare şi răcitoare de condensat) menite să micşoreze pierderile de exergie; pe această cale au rezultat şi o serie de concluzii privind locul de amplasare în schema termică a acestor suprafeţe şi efectul corespunzător. Se obţine în felul acesta o reducere a consumului specific de căldură cu circa 10—11 kcal/kWh şi o creştere a randamentului termic de ordinul 0,5%. Concluziile analizei exergetice au fost verificate prin calcule energetice.

## BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Energie und Exergie*, VDI — Verlag — Düsseldorf, 1965.
2. Andriuşcenco A. I., *Termodinamiceskie rasciotî optimalnih parametrov teplovîh electrostanţii*, Gos. Izd. Vîşşaia şcola, Moskva, 1963.
3. Dănilă N. şi Leca A., *Analiza exergetică a circuitului regenerativ al centralelor termoelectrice cu abur*, Ses. ştiinţif. a Inst. polit. „Gh. Gheorghiu-Dej", Bucureşti, 1966.
4. Kelp F., *Wirtschaftlichkeitsprobleme von Speisewasser — Vorwärmeranlagen grosser Kondensationskraftwerke*, Mitteilungen der V.G.B., *61*, p. 276—288 (1959).
5. Bolte W., *Einige Verbesserungsmöglichkeiten im Dampfkraftprozess*, Energie, *16*, p. 223—227 (1958).

6. GOHSTEIN D. P., *Entropiinîi metod rasciota energheliceskih poteri*, Gosenergoizdat, Moskva-Leningrad, 1963.

7. SCHRÖDER K., *Grosse Dampfkraftwerke*, Zweiter Band, Springer Verlag, Berlin – Göttingen-Heidelberg, 1962.

8. DĂNILĂ N. și LECA A., *Determinarea împărțirii în trepte a intervalului total de preîncălzire a apei, în ciclurile termice ale centralelor termoelectrice cu supraîncălzire intermediară a aburului*, St. cerc. energ. electr. *1*, p. 105–114 (1966).

9. LIPPERT W., *Vorwärmeranlagen mit Teilstromenthitzung*, BWK, p. 121–124, *3* (1966).

# SCHIMBUL DE MASĂ ÎN CAZUL A DOUĂ JETURI TURBULENTE AXIAL SIMETRICE ÎN ECHICURENT MĂRGINITE DE PEREȚI

DE

I. IORDACHE

662.611 : 662.95

Modelul fizic adoptat a permis determinarea unui parametru adimensional $\theta_r$, care caracterizează procesul de amestecare a două jeturi turbulente axial simetrice în echicurent mărginite de pereți.

Încercările experimentale efectuate au pus în evidență influența parametrului $\theta_r$ asupra procesului de amestecare și au permis totodată stabilirea unei funcții de corelație între variația concentrației în lungul jeturilor cu viteză ambiantă variabilă, mărginite de pereți și respectiv a celor libere.

## 1. INTRODUCERE

Problema schimbului de masă în jeturile de gaze prezintă o importanță deosebită pentru studiul caracteristicilor flăcărilor difuziv turbulente (lungime, stabilitate etc.) ea fiind bogat ilustrată în literatura de specialitate, în special pentru jeturile libere.

Pentru jeturile turbulente mărginite de pereți, care au o largă aplicație în construcția arzătoarelor, problema schimbului de masă este mult mai complexă decît în cazul jeturilor libere datorită apariției fenomenului de recirculare a amestecului gazos, care conduce, față de jeturile libere, la modificarea procesului de amestecare.

În literatura de specialitate sînt prezentate unele cercetări legate de procesul de amestecare în jeturi turbulente mărginite de pereți [2] — [7] însă toate aceste cercetări se referă la cazul jeturilor cu viteză ambiantă nulă sau constantă. Cercetările prezentate în literatura de specialitate [2] — [5] își propun studierea procesului de amestecare a jeturilor mărginite de pereți pe baza modelării acestui proces, cu ajutorul anumitor criterii de similitudine, care să caracterizeze fenomenul de recirculare a gazelor, denumite criterii de recirculare. Astfel se cunosc criteriile de recirculare Thring-Newby [2], Curtet [3] și Rivière [6], toate aceste criterii fiind stabilite pentru cazul jeturilor cu viteză ambiantă nulă.

St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 1, p. 61—71, București, 1968

Asupra acestor criterii există numeroase discuții în literatura de specialitate, arătîndu-se în [6]—[8] că criteriul Thring-Newby conduce față de celelalte criterii, cu care de fapt se lucrează mult mai dificil, la rezultate bune.

În ceea ce privește aplicabilitatea acestor criterii ea este limitată la cazul strict al jeturilor cu viteză ambiantă nulă, încercările făcute de diferiți cercetători de a le aplica în cazul jeturilor cu viteză ambiantă diferită de zero au condus la rezultate cu totul nesatisfăcătoare, fapt ce poate fi explicat prin aceea că nici unul din criteriile amintite nu ține seama de vitezele inițiale ale celor două jeturi, care după cum se arată în [1] și [5] au o influență destul de importantă asupra procesului de amestecare. De fapt în [5] se arată că în criteriul Thring-Newby ar trebui introdusă o funcție care să țină seama de raportul vitezelor inițiale ale celor două jeturi.

Avînd în vedere această situație este necesar ca înainte de a se trece la studiul propriu-zis al schimbului de masă în jeturi mărginite de pereți să se determine un parametru care să caracterizeze procesul de recirculare a gazelor în cazul amestecării a două jeturi axial simetrice în echicurent, mărginite de pereți.

## 2. PARAMETRUL DE RECIRCULARE ÎN CAZUL AMESTECĂRII A DOUĂ JETURI TURBULENTE AXIAL SIMETRICE ÎN ECHICURENT MĂRGINITE DE PEREȚI

În vederea stabilirii acestui parametru de recirculare, se va utiliza modelul fizic al recirculării gazelor folosit de Thring și Newby [2], conform căruia în cazul jeturilor turbulente mărginite de pereți, pînă la o anumită distanță $x_0$ (distanță pe care jetul central absoarbe întreaga masă a jetului periferic), amestecarea jeturilor are loc ca și în cazul jeturilor libere. Pe distanța $x_{00} - x_0$ ($x_{00}$ reprezentînd distanța de la polul jetului central pînă la secțiunea în care jetul central atinge pereții camerei de amestecare) are loc fenomenul de recirculare a gazelor amestecate, din care cauză procesul de amestecare diferă de cel al jeturilor libere. Această abatere este funcție de distanța $x_{00} - x_0$, care are o influență directă asupra debitului de gaze recirculate [2].

Pentru determinarea parametrului de recirculare $\theta_r$, care să caracterizeze amestecare în cazul a două jeturi turbulente axial simetrice în echicurent, mărginite de pereți (jeturi cu viteză ambiantă variabilă) se va utiliza modelul fizic prezentat în [2], așa zisul model al aerului net raportat, conform căruia valoarea diferenței dintre debitul jetului periferic și debitul absorbit de jetul central pe distanța $x_{00}$, raportată la debitul jetului central, trebuie să fie aceeași atît în instalația reală de amestecarea jeturilor, cît și în instalația de modelare, adică

$$\left(\frac{m_{02}}{m_{01}} - \frac{m_a}{m_{01}}\right)_r = \left(\frac{m'_{02}}{m'_{01}} - \frac{m'_a}{m'_{01}}\right)_{mod}, \qquad (1)$$

în care

$m_{01}$ și $m'_{01}$ este debitul masic al jetului central din instalația reală de amestecare și respectiv din model;

$m_{02}$ și $m'_{02}$ — debitul masic al jetului periferic din instalația reală și respectiv din model;

$m_a$ și $m'_a$ — cantitatea masică din jetul periferic, ce ar putea fi absorbită de jetul central pe distanța $x_{00}$ în instalația reală și respectiv în model.

M. W. Thring și N. P. Newby [2] arată că atunci cînd diferențele din relația (1) sînt pozitive recircularea gazelor nu are loc, iar în caz contrar recircularea gazelor va fi prezentă, ceea ce va face ca procesul de amestecare a celor două jeturi să fie influențat de debitul de gaze recirculate.

Pentru a putea exprima rapoartele $\frac{m_a}{m_{01}}$ și $\frac{m'_a}{m'_{01}}$ în funcție de caracteristicile geometrice și aerodinamice ale celor două jeturi, acestea vor fi scrise sub forma

$$\left.\begin{aligned} \frac{m_a}{m_{01}} &= \frac{m_a + m_{01}}{m_{01}} - 1 \\ \frac{m'_a}{m'_{01}} &= \frac{m'_a + m'_{01}}{m'_{01}} - 1 \end{aligned}\right\}. \tag{2}$$

Rapoartele $\frac{m_{01}}{m_a + m_{01}}$ și $\frac{m'_{01}}{m'_a + m'_{01}}$ reprezintă valorile concentrațiilor în jetul central, corespunzătoare secțiunii jetului la distanța $x_{00}$ pentru instalația reală și respectiv $x'_{00}$ pentru instalația de modelare, care conform [1] sînt date de relațiile:

$$\frac{m_{01}}{m_{01} + m_a} = \frac{K}{\sqrt{1 + \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2(\overline{R}_2^2 - 1)}} \cdot \frac{R_1}{x_{00}}, \tag{3}$$

$$\frac{m'_{01}}{m'_{01} + m'_a} = \frac{K}{\sqrt{1 + \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2(\overline{R}_2^2 - 1)}} \cdot \frac{R'_1}{x'_{00}},$$

în care

$R_1$ și $R'_1$ sînt razele duzelor de ieșire a jetului central pentru instalația reală și respectiv model,

$\rho_{02}$ — densitatea inițială a gazului din jetul periferic,

$\rho_{01}$ — densitatea inițială a gazului din jetul central,

$m = \frac{u_{02}}{u_{01}}$ — raportul dintre viteza inițială a jetului periferic și respectiv cea a jetului central,

$\overline{R}_2 = \frac{R_2}{R_1}$ — raportul dintre raza gurii de ieșire a jetului periferic și respectiv cea a jetului central.

Introducînd relațiile (2) și (3) în (1) și ținînd seama și de tangenta unghiului de evazare al jetului central se obține

$$\left( \frac{m_{01} + m_{02}}{m_{01}} - \frac{\sqrt{1 + \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2(\bar{R}_2^2 - 1)}}{K} \cdot \frac{l}{R_1} \operatorname{tg} \alpha \right)_r = \left( \frac{m'_{01} + m'_{02}}{m'_{01}} - \frac{\sqrt{1 + \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2(\bar{R}_2^2 - 1)}}{K} \cdot \frac{l'}{R'_1} \operatorname{tg} \alpha \right)_{mod}, \tag{4}$$

în care

$l$ și $l'$ reprezintă semiînălțimile camerei reale de amestecare și respectiv a modelului;

$\alpha$ — jumătatea unghiului de evazare a jetului central.

Avînd în vedere că raportul $\frac{m_{01} + m_{02}}{m_{01}}$ reprezintă inversul concentrației în cazul amestecului total al celor două jeturi și ținînd seama de similitudinea geometrică, se obține după unele transformări, expresia parametrului de recirculare a gazelor:

$$\theta_r = \frac{1}{C_\infty} \frac{R_1}{l} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2(\bar{R}_2^2 - 1)}} = \text{const.}, \tag{5}$$

în care

$C_\infty$ este concentrația în cazul amestecării complete a celor două jeturi.

Din analiza relației (5) se constată că parametrul de recirculare $\theta_r$ ține seama atît de caracteristicile geometrice și aerodinamice ale jeturilor, cît și de caracteristica geometrică a camerei de amestecare.

De asemenea, din relația (5) se observă că pentru cazul jeturilor cu viteză ambiantă nulă ($m = 0$), parametrul $\theta_r$ stabilit în această lucrare conduce la parametrul Thring-Newby, care conform [2] are expresia

$$(\theta_r)_{T-N} = \frac{1}{C_\infty} \frac{R_1}{l}. \tag{6}$$

De fapt, parametrul de recirculare $\theta_r$ poate fi determinat și pe o altă cale, diferită de cea a modelului fizic al aerului net raportat, elaborat de Thring și Newby în [2] și anume punînd condiția ca debitul de gaze recirculate, raportat la debitul total al celor două jeturi (central și periferic), să fie același atît în instalația reală, cît și în cea de modelare, adică

$$\left( \frac{m_r}{m_{01} + m_{02}} \right)_r = \left( \frac{m'_r}{m'_{01} + m'_{02}} \right)_{mod}, \tag{7}$$

în care

$m_r$ și $m'_r$ sînt debitele de gaze recirculate în instalația reală și respectiv în cea de modelare, pe distanțele $x_{00} - x_0$ și respectiv $x'_{00} - x'_0$.

Dacă se scriu expresiile mărimilor $m_r$ și $m'_r$ în funcție de caracteristicile geometrice și aerodinamice ale celor două jeturi și se introduc aceste expresii în relația (7), se obține după unele transformări exact același parametru de recirculare $\theta_r$, stabilit anterior și dat de formula (5).

Această a doua cale de determinare a parametrului $\theta_r$ (calea egalității debitelor de recirculare raportate), scoate foarte bine în evidență semnificația fizică a acestui parametru, permițînd totodată stabilirea unei relații între debitul de gaze recirculate și parametrul $\theta_r$, relație ce are forma

$$\frac{1}{\theta_r} = K \frac{m_r}{m_{01} + m_{02}}, \tag{8}$$

în care

$K$ este o constantă ce depinde de forma funcțiilor de repartiție a cîmpurilor de viteze și concentrații în jet.

### 3. VARIAȚIA CONCENTRAȚIEI ÎN LUNGUL AXULUI JETURILOR CU VITEZĂ AMBIANTĂ VARIABILĂ MĂRGINITĂ DE PEREȚI

Procesul de amestecare în cazul a două jeturi turbulente axial simetrice în echicurent, mărginte de pereți (jeturi cu viteză ambiantă variabilă), va fi funcție de debitul de gaze recirculate $m_r$, care la rîndul lui va depinde, conform relației (8), de parametrul dimensional $\theta_r$. În această situație se va încerca determinarea unei funcții de corelație între concentrațiile pe axul jetului mărginit de pereți, pe distanța pe care are loc recircularea gazelor și concentrațiile corespunzătoare pe axul jetului liber mărginit de pereți, funcție care va ține seama atît de distanța $x$ cît și de parametrul $\theta_r$. Astfel se poate scrie:

$$C^*_m = C_m f(\theta_r, x) \tag{9}$$

în care

$C^*_m$ este concentrația în axul jetului cu viteză ambiantă variabilă mărginit de pereți,

$C_m$ — concentrația în axul jetului liber cu viteza ambiantă variabilă, care poate fi determinată pe cale analitică [1].

După cum se poate observa din relațiile (5) și (9), funcția de corelație $f$ ține seama atît de parametrii cinetici și geometrici ai celor două jeturi, cît și de caracteristica geometrică a camerei de amestecare a jeturilor.

Determinarea funcției $f$ pe cale analitică este foarte dificilă, deoarece fenomenul este foarte complex și deci greu de prins într-o relație analitică toți factorii care influențează asupra lui. Din această cauză, pentru determinarea funcției $f$ s-a utilizat calea experimentală, în care scop au fost efectuate o serie de încercări experimentale, în care au fost variate în limite largi parametrul $\theta_r$, cît și parametrii $m$, $\overline{R}_2$, și $\frac{R_1}{l}$. În afară de aceasta a fost variată și forma geometrică a camerei de amestecare utilizîndu-se două camere, una cu secțiunea circulară cu diametrul $D$=196 mm și cealaltă cu secțiunea pătrată cu latura $L = 500$ mm.

Experimentările efectuate au permis determinarea curbei de variație a concentrației în lungul axului jetului central, pentru diferitele valori ale parametrului $\theta_r$.

Determinarea concentrațiilor s-a făcut pe baza similitudinii cîmpurilor de concentrații și de temperatură, conform căreia se poate scrie

$$C = C_0 \frac{T - T_{02}}{T_{01} - T_{02}}, \tag{10}$$

în care

$C_0$ este concentrația inițială a jetului central,
$T_{01}$ — temperatura inițială a jetului central,
$T_{02}$ — temperatura inițială a jetului periferic,
$T$ — temperatura amestecului într-un punct oarecare din zona de bază a jetului.

Experimentările au fost efectuate, utilizîndu-se drept jet central aer preîncălzit, într-un preîncălzitor electric, pînă la temperatura de 150°C, iar ca jet periferic aer rece. Prin măsurarea temperaturilor în diferitele secțiuni ale jetului și pe baza relației (10) s-au determinat cîmpurile de concentrații și curba de variație a concentrațiilor în lungul axului jetului.

Instalația experimenală este prezentată schematic în figura 1.

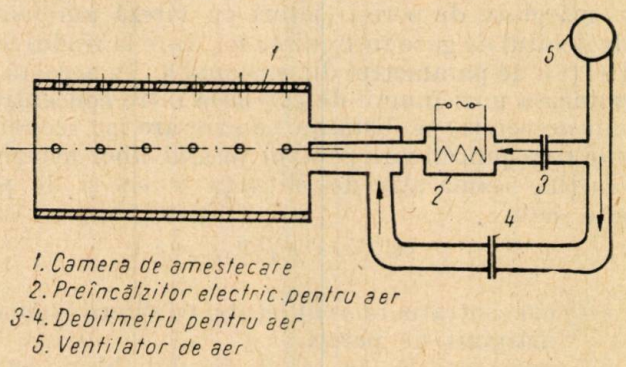



Fig. 1. — Schema instalației experimentale.

Experimentările au fost efectuate utilizîndu-se orificii de ieșire, pentru jetul central, cu diametrele $d_1 = 8{,}7$ mm, 10 mm și 12,8 mm, iar pentru gurile de ieșire ale jetului periferic (aer rece) diametrele $d_2$ — 98 mm și 147,5 mm.

Instalația experimentală a fost astfel concepută încît a permis experimentarea fiecărui diametru $d_2$ cu toate diametrele $d_1$.

Măsurarea temperaturilor în jet s-a făcut cu ajutorul unei termocuple de dimensiuni mici, astfel încît să nu influențeze caracteristicile de curgere ale jetului. Sistemul de măsură folosit a permis măsurarea tensiunilor termocuplei cu o aproximație de ordinul a $10^{-3}$ mV.

Viteza jetului central (aer cald) a fost variată în domeniul $u_{01} = 70 - 125$ m/s, iar cea a jetului periferic în domeniul $u_{02} = 2{,}5 - 12$ m/s.

În ceea ce privește parametrul de recirculare $\theta_r$ experimentările au fost efectuate pentru următoarele valori ale acestuia $\theta_r = 0{,}163$ ; 0,185 ; 0,198 ; 0,236 ; 0,495 ; 0,515 ; 0,595.

În afară de determinarea experimentală a curbelor de variație a concentrațiilor în lungul axului jetului au fost determinate și cîmpurile de concentrații în diferite secțiuni ale jetului, constatîndu-se că funcțiile de repartiție ale acestor cîmpuri sînt funcții de tip Gauss, ca și în cazul jeturilor libere.

Curbele de variație a concentrației în lungul axului jetului au fost determinate experimental pentru toate valorile parametrului $\theta_r$, menționate anterior, în această lucrare prezentîndu-se, spre exemplificare, numai două din aceste curbe, pentru $\theta_r$ — 0,163 și $\theta_r$ — 0,595 (fig. 2 și 3).

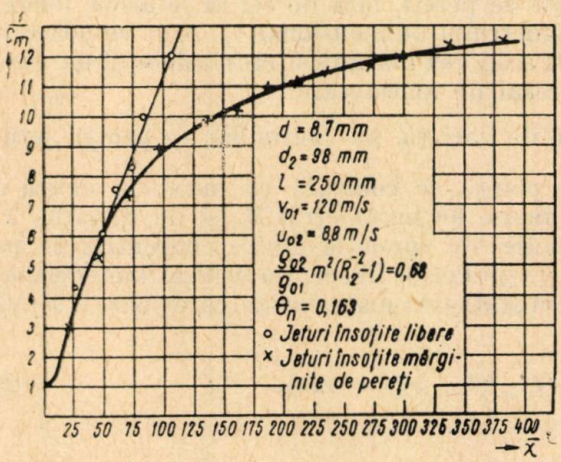



Fig. 2. — Variația mărimii $\frac{1}{C_m}$ în lungul axului jetului pentru $\theta_r = 0{,}595$.

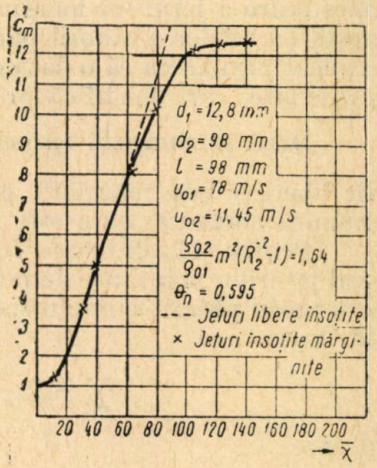



Fig. 3. — Variația mărimii $\frac{1}{C_m}$ în lungul axului jetului pentru $\theta_r = 0{,}163$.

Pentru o urmărire mai comodă, în aceste diagrame au fost trasate curbele de variație ale mărimii inverse a concentrației în lungul jetului $\frac{1}{C_m^*}$. De asemenea tot pe aceste diagrame au fost trasate curbele de variație ale mărimii $\frac{1}{C_m}$ în lungul axului jetului liber cu viteză ambiantă variabilă, pentru aceleași condiții inițiale ca și ale jeturilor mărginite de pereți.

Variația mărimii $\frac{1}{C_m}$ în lungul axului jeturilor libere cu viteză ambiantă variabilă a fost determinată, conform [1] cu relația

$$C_m = K \frac{C_0 \sqrt{\frac{\overline{T_{02}}}{T_{01}}} \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_m}}}{a \sqrt{1 + \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2 (\overline{R}_2^2 - 1)}} \frac{1}{\bar{x}}, \qquad (11)$$

în care

$\bar{x} = \frac{x}{R_1}$ este distanța raportată la raza duzei jetului central,

$K$ — o constantă, determinată în [1],

$a$ — coeficientul de structură al jetului.

Din analiza diagramelor 2 și 3 se constată că pînă la o anumită distanță $\bar{x}_0$ procesul de amestecare în jeturile mărginite de pereți se comportă ca și în cazul jeturilor libere, variația concentrației în lungul axului celor două jeturi (mărginite de pereți și liber) fiind pe această distanță $\bar{x}_0$ identică, după care, procesul de amestecare în jeturile mărginite de pereți se modifică în comparație cu jeturile libere, valorile concentrațiilor pe axul jetului mărginit fiind, pentru aceeași distanță $\bar{x} > \bar{x}_0$ mai ridicate, datorită debitului de gaze recirculate.

Din analiza datelor experimentale a reeșit că abaterea procesului de amestecare a jeturilor mărginite de pereți, față de cel al jeturilor libere, crește cu scăderea valorii parametrului adimensional $\theta_r$, fapt ce poate fi explicat prin aceea că o dată cu scăderea mărimii $\theta_r$ crește debitul de gaze recirculate, care modifică procesul de amestecare.

Dacă se compară curbele de variație ale mărimilor $\frac{1}{C_m}$ pentru jeturile libere și cele mărginite de pereți, se constată că între ele există o anumită corelație, care este funcție de parametrul $\theta_r$, și de distatna $\bar{x}$.

Pentru determinarea funcției de corelație dintre concentrațiile pe axul jeturilor mărginite de pereți și al celor libere, s-a utilizat metoda abaterii medii pătratice minime, din statistica matematică, care poate fi scrisă sub forma

$$\sum_{i=1}^{n} [C^*_{im} - C_{im} f(\theta_r, \bar{x})]^2 = \min., \tag{12}$$

în care

$C^*_{im}$ este concentrația în axul jetului mărginit de pereți, determinată experimental la distanța $\bar{x}_i$,

$C_{im}$ — concentrația în axul jetului liber, determinată cu ajutorul formulei (11), pentru distanța $\bar{x}_i$,

$f(\theta_r, \bar{x})$ — funcția de corelație dintre concentrațiile pe axul celor două jeturi,

$n$ — numărul de puncte experimentale.

Pentru funcția $f(\theta_r, \bar{x})$ au fost încercate mai multe forme de variație, constatîndu-se că forma lineară este cea mai indicată din punct de vedere al calculelor, conducînd totodată la aproximări destul de bune. S-a adoptat pentru funcția $f$ expresia

$$f(\theta_r, \bar{x}) = 1 + k \frac{1}{\theta_r} \bar{x}. \tag{13}$$

Introducînd relația (13) în (12) se obține

$$\sum_{i=1}^{n} \left[ C^*_{im} - C_{im} \left( 1 + k \frac{1}{\theta_r} \bar{x}_i \right) \right]^2 = \min. \tag{14}$$

Pentru determinarea mărimii $k$ se impune condiția ca derivata expresiei (14) în raport cu $k$ să fie nulă, adică

$$\frac{\partial}{\partial k} \left\{ \sum_{i=1}^{n} \left[ C^*_{im} - C_{im} \left( 1 + k \frac{1}{\theta_r} \bar{x}_i \right) \right]^2 \right\} = 0, \tag{15}$$

Dacă se efectuează derivata (15) și se explicitează în raport cu mărimea $k$, se obține următoarea expresie care permite determinarea mărimii $k$:

$$k = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_{im}^{*} C_{im} \frac{1}{\theta_r} \bar{x}_i - \sum_{i=1}^{n} C_{im}^{2} \frac{1}{\theta_r} \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^{n} C_{im}^{2} \frac{1}{\theta_r} \bar{x}_i^2}. \tag{16}$$

Introducînd în relația (16) valorile experimentale ale concentrațiilor pe axul jetului mărginit de pereți și pe cele din axul jetului liber, calculate cu ajutorul relației (11), corespunzătoare, distanțelor $\bar{x}_i$ și valorilor parametrului $\theta_r$ prezentate anterior, s-a obținut pentru mărimea $k$ valoarea $k = 0{,}218.10^{-2}$. Este de menționat faptul că pentru stabilirea valorii mărimii $k$ au fost utilizate, în relația (16), cincizeci de valori ale mărimilor $C_{im}^{*}$ și $C_{im}$, corespunzătoare diferitelor distanțe $\bar{x}_i$ și diferitelor valori ale parametrului $\theta_r$.

Avînd în vedere valoarea mărimii $k$, variația concentrației pe distanța $\bar{x}_{00} - \bar{x}_0$, în lungul axului jetului cu viteză ambiantă variabilă, mărginit pe pereți, se poate determina cu ajutorul relației

$$C_m^{*} = C_m \left(1 + 0{,}218.10^{-2} \frac{1}{\theta_r} \bar{x}\right), \tag{17}$$

În cazul jeturilor libere valorarea raportului $\frac{1}{\theta_r}$ devine egală cu zero, astfel că în acest caz relația (17) conduce la legea de variație a concentrațiilor în lungul axului jeturilor libere cu viteză ambiantă variabilă.

Dacă în relația (17) se înlocuiește mărimea $C_m$ cu expresia sa dată de relația (11) se obține

$$C_m^{*} = K \frac{C_0 \sqrt{\frac{T_{02}}{T_{01}}} \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_m}}}{a \sqrt{1 + \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2 (\bar{R}_2^2 - 1}} \cdot \frac{1}{\bar{x}} \left(1 + 0{,}218.10^{-2} \frac{1}{\theta_r} \bar{x}\right). \tag{18}$$

Din relația (18) poate fi determinată lungimea stoichiometrică de amestecare, în cazul amestecării unui jet turbulent de gaze combustibile axial simetric, mărginit de pereți, cu un jet de aer coaxial și în echicurent cu primul. Astfel, dacă se explică realația (18) în raport cu distanța $\bar{x}$ și se înlocuiesc mărimile $C_m^{*}$ și $\rho_m$ cu valorile lor stoichiometrice ($C_m^{*} = C_{st}$ și $\rho_m = \rho_{st}$) se obține lungimea stoichiometrică de amestecare, care reprezintă distanța de la polul jetului de gaze combustibile pînă la secțiunea în care se realizează pe axul jetului amestecul stoichiometric.

$$\bar{x}_{st} = \frac{K \frac{C_0}{C_{st}} \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_{st}}} \sqrt{\frac{T_{02}}{T_{01}}}}{a \sqrt{1 + \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2 (\bar{R}_2^2 - 1) - 0{,}218.10^{-2} \frac{1}{\theta_r} \frac{C_0}{C_{st}} \sqrt{\frac{T_{02}}{T_{01}}} \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_{st}}}}}. \tag{19}$$

În cursul încercărilor experimentale au fost determinate lungimile stoichiometrice de amestecare pentru diferite valori ale parametrului de recirculare $\theta_r$ și comparate cu valorile de calcul corespunzătoare, obținute cu ajutorul formulei (19). În diagrama din fig. 4 se prezintă variația lungimii stoichiometrice de amestecare în funcție de parametrul adimensional $\theta_r$, calculată cu ajutorul relației (19), valorile experimentale fiind marcate prin puncte.

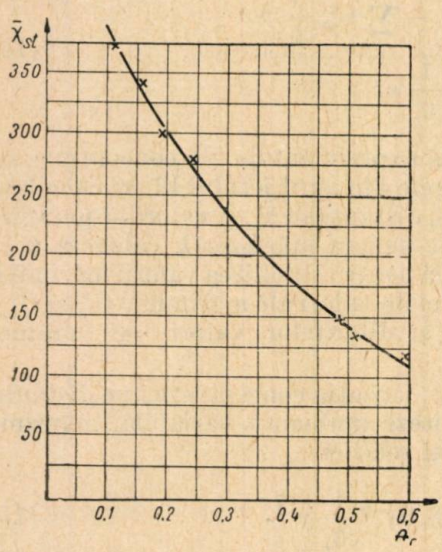



Fig. 4. — Variația lungimii stoichiometrice de amestecare în funcție de parametrul $\theta_r$

Din analiza diagramei din figura 4 se constată o bună concordanță între valorile calculate ale lungimii stoichiometrice de amestecare cu ajutorul relației (19), și cele obținute pe cale experimentală.

## 4. CONCLUZII

Datele încercărilor experimentale efectuate asupra amestecării jeturilor cu viteză ambiantă variabilă mărginite de pereți au arătat că variația concentrației în lungul axului jetului depinde de parametrul de recirculare $\theta_r$, care ține seama atît de caracteristicile fizice și geometrice ale celor două jeturi, cît și de caracteristica geometrică a camerei de amestecare.

De asemenea, încercările experimentale au scos în evidență influența parametrului $\theta_r$ asupra lungimii stoichiometrice de amestecare a jeturilor mărginite de pereți.

Pe baza analizei teoretice a procesului de amestecare a jeturilor libere cu viteză ambiantă variabilă, făcută într-o lucrare anterioară [1] și pe cale experimentală a celor mărginite de pereți, s-a stabilit o funcție de corelație între valorile concentrațiilor în lungul axului jeturilor mărginite de pereți și a celor libere, funcție ce va permite determinarea lungimilor flăcărilor difuziv turbulente mărginite de pereți, evitînd astfel metoda modelelor izotermice propusă în literatura de specialitate.

## BIBLIOGRAFIE

1. I. Iordache, D. Grecov, *Schimbul de masă în cazul a două jeturi turbulente axial simetrice în echicurent*, St. cerc. energ. electr., *3* (1966).
2. M. W. Thring, M. P. Newby, *Combustion length enclosed turbulent jet flames*, Fourth Symposium (international) on Combustion, Baltimore, 1953.
3. R. Curtet, *Confined jets ana recirculation phenomen with cold air*, Combustion and flame, **2**, *4*, decemb. (1958).

4. M. Rivière, *Donnés actuelles relatives à la combustion dans les flammes de diffusion et leurs application en chauffage des jours industriels*, Flammes et thermique, mars (1958).
5. P. D. Sunavala, C. Hulse, M. W. Thring, *Mixing and combustion in free and enclosed turbulent jet diffusion flames*, Combustion and flame, *2* (1957).
6. M. Rossi, *Étude aérodinamique sur modéle réduit des écoulements gazeux dans un four Martin chauffé au mazout*, Revue de Métallurgie, *4* (1962).
7. A. B. Hedley, E. W. Jackson, *Recirculation and its Effects in Combustion Systems*, Journal of the Institute of Fuel, **XXXVIII**, *294*, July (1965).
8. J. M. Béer, *The Significance of Modelling*, Journal of the Institute of Fuel, **XXXIX**, *310*, November (1966).

# STABILITATEA SIMETRICĂ ȘI ASIMETRICĂ A FLĂCĂRILOR ÎN INCINTE

DE

N. ANTONESCU și I. RĂDULESCU

662.612 : 662.69

Cercetările experimentale arată că flacăra amorsată în incintă se păstrează stabilă pînă la o anumită limită, numită limita de stabilitate prin rupere, după care flacăra își mărește brusc distanța de acroșare, fiind practic expulzată.
În unele cazuri, flacăra este expulzată simultan din amîndouă suprafețele ei de aprindere, alteori este expulzată numai dintr-o singură suprafață de aprindere, realizîndu-se stabilizări simetrice și asimetrice față de incintă.

Stabilitatea arderii în incinte semiînchise poate fi studiată pe baza cercetărilor teoretice efectuate anterior [1]—[3] și a unor experimentări asupra modelului adoptat, ce vor fi prezentate în continuare. Este de semnalat că, în studiul proceselor de stabilizare simetrică și asimetrică se aplică toate datele cunoscute [4]—[6] privind procesul de aprindere realizat cu gaze recirculate în zona de acroșare a flacării.

O primă caracteristică importantă în studiul stabilității este stabilitatea limită a flacării. Această stabilitate limită, exprimată funcție de viteza și concentrația combustibilului, depinde de geometria focarului și de regimul termic impus arderii prin temperatura pereților incintei. Pentru a fi mai aproape de situațiile reale din focarele cu arzătoare care realizează aceste sisteme de stabilizare, s-a explorat domeniul excesele de aer primar de ordinul $\alpha = 0{,}4 - 1{,}00$, domeniu în care de obicei funcționează arzătoarele. Aerul secundar urmează să fie introdus în afara zonei de acroșare, el neparticipînd direct la fenomenul de stabilizare. Trebuie făcută remarca că, deși s-a lucrat la excese de aer subunitare, arderea s-a găsit în domeniul flăcărilor cinetice și nu difuzive, la toate concentrațiile experimentate.

Studiile de stabilitate limită sînt concretizate în final printr-o cifră caracteristică de stabilitate a incintei. Această cifră, exprimînd viteza limită $w^*$ a amestecului combustibil ars pe unitatea de suprafață efectivă a focarului (unitatea de suprafață a secțiunii transversale a focarului),

St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 1, p. 73 — 83, București, 1968

este cifra limită care poate fi utilizată în realizările practice de arzătoare. Un factor deosebit de important care influenţează gradul de stabilitate al arderii, rezultat din realizarea practică a focarului, este şi temperatura pereţilor. Aceştia pot fi pereţi neräciţi, în condiţiile ideale (adiabatice), în care caz gazele de aprindere recirculate vor păstra aproximativ neschimbată temperatura cu care provin ele din frontul de flacără. Un al doilea caz limită este cel al pereţilor puternic răciţi, corespunzînd practic cu focare cu ecranare totală, în care caz gazele recirculate suferă cea mai puternică răcire posibilă pe traseul lor de întoarcere între frontul de flacără şi baza focarului. Evident acest din urmă caz este mai dezavantajos din punctul de vedere al stabilităţii decît primul, însă este un caz real întîlnit în tehnică.

★

Stabilizarea arderii în incinte, la care amestecul combustibil este adus printr-o fantă centrală, este funcţie de o serie de parametrii fizici şi aerodinamici. Dintre parametrii aerodinamici, cel mai important este viteza de ieşire a amestecului combustibil din fantă; dintre parametrii fizici cei mai importanţi sînt : dozajul amestecului combustibil $\varphi$, respectiv excesul de aer $\alpha$, caracteristica geometrică a intrării focarului exprimată prin raportul $s/t$, în care $s$ este deschiderea fantei şi $t$ este lăţimea incintei şi caracteristica termică a peretelui. Această din urmă caracteristică termică a fost experimentată numai în cele două cazuri limită de pereţi complet răciţi, cu un curent circulant de apă, şi pereţi adiabaţi, realizaţi prin izolarea termică a pereţilor focarului. Cazul pereţilor complet răciţi este cazul focarelor cu ecranare totală.

Flacăra amorsată în incintă se păstrează stabilă, pînă la o anumită limită; la această limită care este considerată ca limită de stabilitate prin rupere, flacăra îşi măreşte brusc distanţa de acroşare, fiind practic expulzată din incinta de ardere.

În unele cazuri flacăra este expulzată simultan din amîndouă suprafeţele ei de aprindere; alteori este expulzată numai dintr-o singură suprafaţă de aprindere. În primul caz, flacăra îşi păstrează în tot timpul simetria axială faţă de focar. Există şi unele regimuri, în special la viteze mari şi la excese reduse de aer, regimuri în care flacăra are o poziţie deosebită de stabilizare, nesimetrică faţă de focar şi anume : mărind viteza amestecului combustibil, sau respectiv scăzînd excesul de aer, se observă la un moment dat că una din zonele de recirculare, oricare din cele două, de o parte sau de alta a jetului dispare, cealaltă zonă de recirculare mărindu-se la dimensiunea practic a întregului focar. În figura 1 este arătată o flacără stabilizată simetric şi o flacără stabilizată asimetric.

Faptul că în flăcările stabilizate asimetric zona de recirculaţie este aproape dublă faţă de dimensiunea zonei de recirculaţie în stabilizare simetrică, atrage după sine o mărire puternică a stabilităţii acestor flăcări asimetrice. Ca urmare a acestei măriri, flăcările respective pot să fie denumite flăcări hiperstabilizate. Mărind şi mai mult viteza de curgere, la flăcările hiperstabilizate se observă la un moment dat ruperea totală a flăcării, ceea ce înseamnă că nici măcar zona mult lărgită de recirculaţie nu mai este suficientă pentru acroşarea flacării. Această situaţie este starea de rupere totală a flacării.

Hiperstabilitatea este o situație labilă între două poziții geometrice extreme. Flacăra poate să se stabilizeze pe o parte sau pe cealaltă a fantei, în dreptul unuia sau a celuilalt perete, neavînd o poziție preferen-

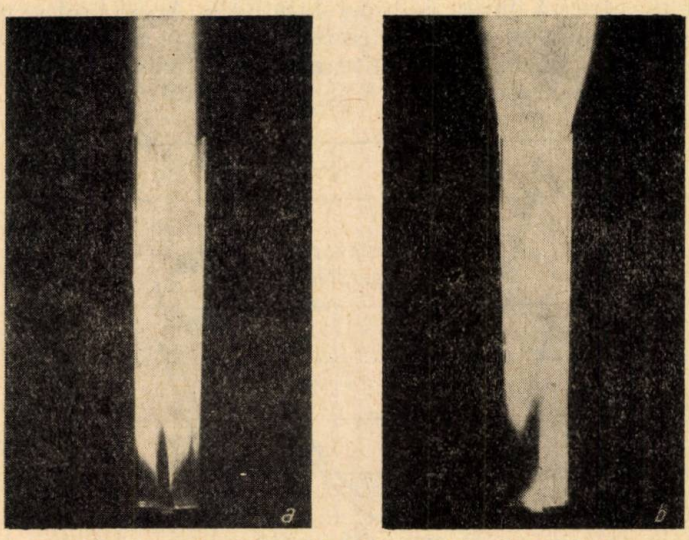


Fig. 1. — Flacără stabilizată simetric și asimetric.

țiată și, chiar în timpul funcționării, printr-o mică intervenție exterioară (de exemplu o perturbare aerodinamică) flacăra poate să fie mutată de pe un perete pe celălalt al focarului.

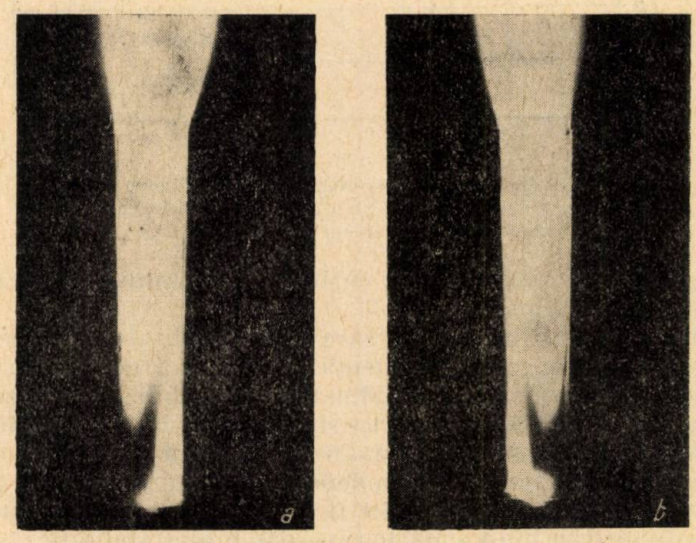


Fig. 2. — Flacără hiperstabilizată (stînga-dreapta).

O figură care ilustrează această labilitate a flacării hiperstabilizate este figura 2, care prezintă două fotografii la același regim al unei flăcări hiperstabilizate, acroșată pe o parte sau pe cealaltă a incintei semiînchise.

Domeniul în care apare hiperstabilitatea este relativ greu de determinat experimental, deoarece pentru determinarea unui singur punct al diagramei, este necesară o gamă foarte largă de experimentări în jurul valorii care încadrează limita de hiperstabilitate. Acest fapt explică numărul relativ mic de puncte existente ca rezultate experimentale, puncte care după cum se văd în figura 3, delimitează însă suficient de precis cele două zone : zona de stabilitate simetrică și zona de hiperstabilitate.

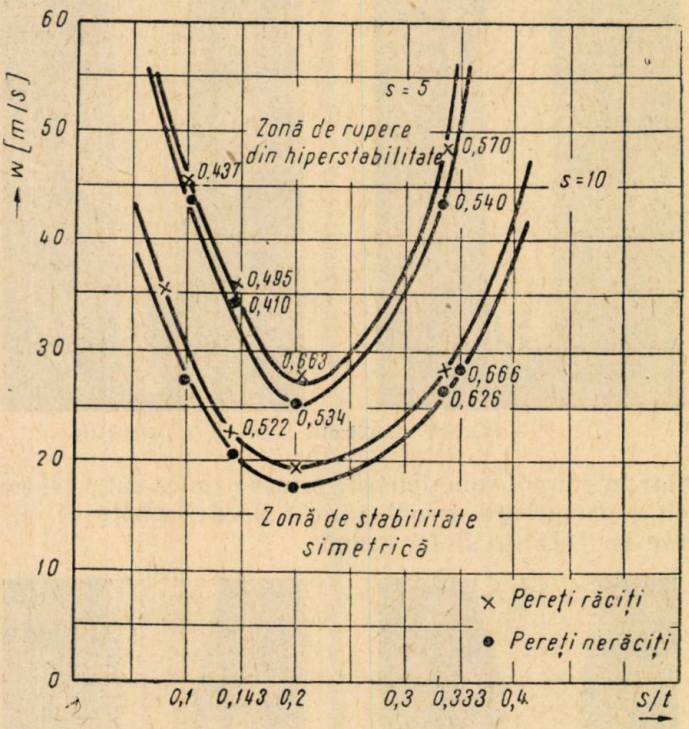



Fig. 3. — Variația curbelor de delimitare a zonelor de stabilitate simetrică și asimetrică (cifrele din dreptul punctelor experimentale reprezintă excesul de aer respectiv).

În figură se observă o alură a curbelor cu un minim accentuat, plasat la un raport geometric $s/t \cong 0{,}2$.

Existența unui raport $s/t$ la care hiperstabilitatea este cuprinsă pe cel mai larg domeniu, arată influența puternică a geometriei sistemelor stabilizante asupra regimurilor aerodinamice de stabilizare. Vitezele minime la care se produc stabilizări asimetrice sînt de peste 20 m/s, deci în domeniul în care pot să funcționeze curent arzătoarele pentru instalațiile energetice.

Influența deschiderii fantei, independent de caracteristica geometrică $s/t$, apare cu o pondere ce nu poate fi neglijată în acest fenomen. Astfel, la fante cu deschidere mică zona de rupere în hiperstabilitate se deplasează spre viteze mari, în timp ce la fante cu deschideri mari, zona de hiperstabilitate apare mai repede. Există o explicație a acestui fenomen : într-adevăr, cu cît dimensiunea fantei este mai mică, cu atît jetul este mai depărtat de pereți și, ca urmare, scoaterea lui din poziție axială este mai dificilă, adică

factorii perturbatori de asimetrie trebuie să fie mai puternici decît în cazul unui jet mai apropiat de pereții incintei în care se dezvoltă flacăra.

Este probabil că o explicare a fenomenului intim a acestei hiperstabilități, constă în apariția unei asimetrii aerodinamice în momentul ruperii flacării, pe una din laturile de aprindere. În momentul cînd s-a produs această rupere pe una din laturi, jetul incident, ca urmare a expandării gazelor de pe latura cealaltă în care temperaturile sînt mai înalte, este presat spre peretele incintei și în consecință zona în care se păstrează recirculația se va extinde mult, în timp ce zona în care a dispărut arderea este suprimată, jetul fiind lipit de peretele focarului.

Un element interesant în diagrama din figura 3 este faptul că excesul de aer, notat în dreptul fiecărui punct experimental, practic nu influențează poziția curbelor în diagramă. Se poate trage concluzia că limita între zona de hiperstabilitate și de stabilitate simetrică nu este influențată sensibil de excesul de aer, ținînd seama că punctele experimentale nu se ordonează pe curbă dependent de excesul de aer.

Experimentările privind influența răcirii pereților asupra limitei dintre cele două tipuri de rupere, au arătat faptul că zona de rupere din hiperstabilitate apare mai repede în cazul pereților neräciți, decît în cazul pereților răciți. Lucrul acesta confirmă ipoteza fenomenului fizic admis și anume, ca urmare a unei prime stingeri unilaterale, flacăra este presată pe peretele opus de gazele care expandează. Dacă temperatura acestor gaze este mai înaltă, cazul pereților neräciți, expandarea lor este mai puternică și în consecință apariția hiperstabilității se va face mai devreme.

Din punct de vedere analitic, curbele din figura 3 pot fi descrise printr-o ecuație de forma

$$w_h^* = a\sigma\,(b\,\sigma - 1) + c \qquad (1)$$

unde $\sigma$ este caracteristica geometrică $s/t$ a incintei iar $a$, $b$, $c$ constante ce depind de lărgimea fantei $s$ și de gradul de răcire al pereților.

În tabela 1 sînt date, în baza calculelor făcute asupra rezultatelor experimentale, constantele caracteristice din formula (1).

*Tabela 1*

**Constantele stabilității limită**

| Caracteristica incintei | | $a$ | $b$ | $c$ |
|---|---|---|---|---|
| Pereți răciți | $s = 5$ | 545 | 2,33 | 87 |
| | $s = 10$ | 400 | 1,97 | 84 |
| Pereți neräciți | $s = 5$ | 532 | 2,31 | 64 |
| | $s = 10$ | 361 | 2,25 | 56 |

Analiza făcută pînă acum asupra domeniilor de hiperstabilitate a flacării folosesc în special pentru determinarea saltului de stabilitate ce apare în diagramele generale de stabilitate, de tipul $w^* = f(\alpha, s/t)$; unde caracteristica geometrică $s/t$ este luată ca parametru.

O primă diagramă de acest fel, ridicată pentru pereții neräciți, este prezentată în figura 4.

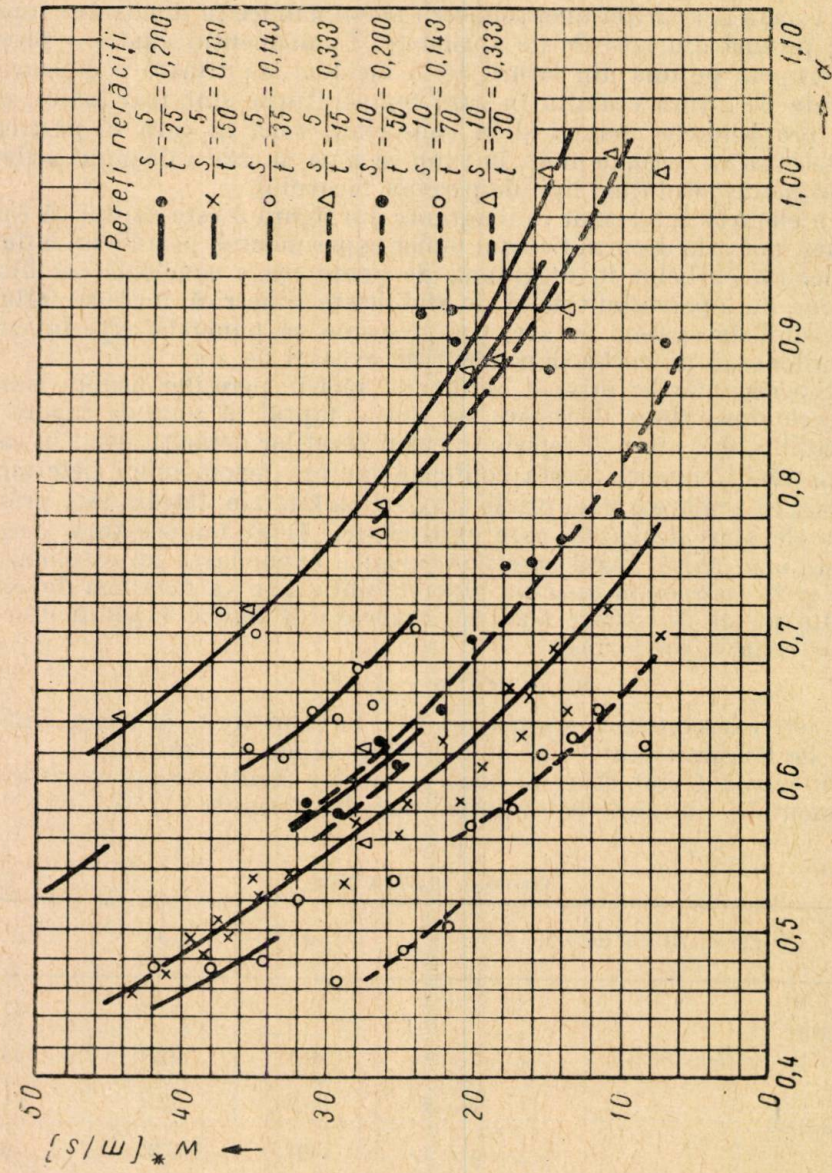



Fig. 4. — Curbele de stabilitate $w^* = f(\alpha, s/t)$ pentru pereții neraciți.

Trebuie spus de la început că, împrăștierea punctelor în jurul curbelor trasate este explicabilă prin faptul că este greu de prins experimental momentul exact al ruperii flacării, în mare parte, datorită faptului că momentul de rupere este convențional ales, ca moment în care distanța de acroșare crește atît de mult încît flacăra are practic aspect de flacără suflată.

În diagrama prezentată figurează două serii de curbe : unele ridicate pentru o deschidere a fantei de 5 mm și raport $s/t$ variat în patru trepte și o a doua serie de curbe caracterizate prin deschiderea fantei de 10 mm, la care de asemenea s-a variat raportul geometric $s/t$ în 3 trepte.

Analizînd oricare din curbele prezentate, se observă că prezintă un loc în care apare o discontinuitate în momentul de rupere. Acest loc corespunde, pe diagrama din figura 3, punctului în care structura flacării se schimbă trecînd de la flacăra stabilizată simetric la flacără hiperstabilizată. Stabilitatea este cu atît mai ridicată, adică ruperea se produce la viteze cu atît mai mari, cu cît excesul de aer este mai redus și cu cît caracteristica geometrică $s/t$ crește. Se observă astfel că, pentru un $s/t = 0{,}1$, stabilitatea la același exces de aer ($\alpha = 0{,}1$) se află la $w^* = 12\,\frac{m}{s}$, în timp ce la un raport $s/t = 0{,}33$, stabilitatea flacării crește pînă la o viteză $w^* \cong$ $\cong 35$ m/s, ceea ce înseamnă că stabilitatea flacării s-a dublat. De asemenea, cu cît excesul de aer este mai mare, cu atît raportul dintre viteza de rupere la o caracteristică geometrică, $s/t$ mare și viteza de rupere la o caracteristică geometrică mică este mai mare.

În afară de caracteristica geometrică, parametrii de stabilitate sînt influențați și de mărimea fantei. Se observă din diagramă că pentru aceeași viteza de curgere a amestecului combustibilului prin fantă, la fantele mai mici excesul posibil de realizat este mai mare. Această influență a mărimii fantei este importantă la funcționarea la cald a stabilizatorilor, în timp ce la funcționarea la rece, după cum se remarcă din cercetările aerodinamice, influența deschiderii fantei este neglijabilă, procesul fiind influențat numai de raportul $s/t$. Presupunem că influența puternică a deschiderii fantei ($s$) asupra procesului de stabilizare se datorește faptului că, spre deosebire de grilele unde jetul are o oarecare posibilitate de expandare spre jeturile vecine, în jeturile mărginite de pereți această posibilitate de expandare nu există și în consecință, cu cît fanta este mai mare, cu atît influența de limitare a jetului de către pereți este mai puternică, ducînd la o rupere mai rapidă, ca urmare a micșorării zonei de recirculație.

Ca o concluzie practică privind analiza diagramei din figura 4, concluzie care de altfel a rezultat și din figura 3, este că, în construcția focarelor este de evitat raportul geometric $s/t$ în vecinătatea valorii de 0,2, fiind mărimea la care apare cel mai rapid hiperstabilitatea. Sînt de preferat rapoartele $s/t \cong 0{,}1$ sau $s/t > 0{,}3$, rapoarte pentru care se obțin flăcări simetrice și în consecință toate procesele de ardere și schimb de căldură din focar se dezvoltă mai uniform.

Într-un focar obișnuit, dacă apare o situație de hiperstabilitate, se poate întîmpla ca ecranale de pe un perete să primească mai multă căldură,

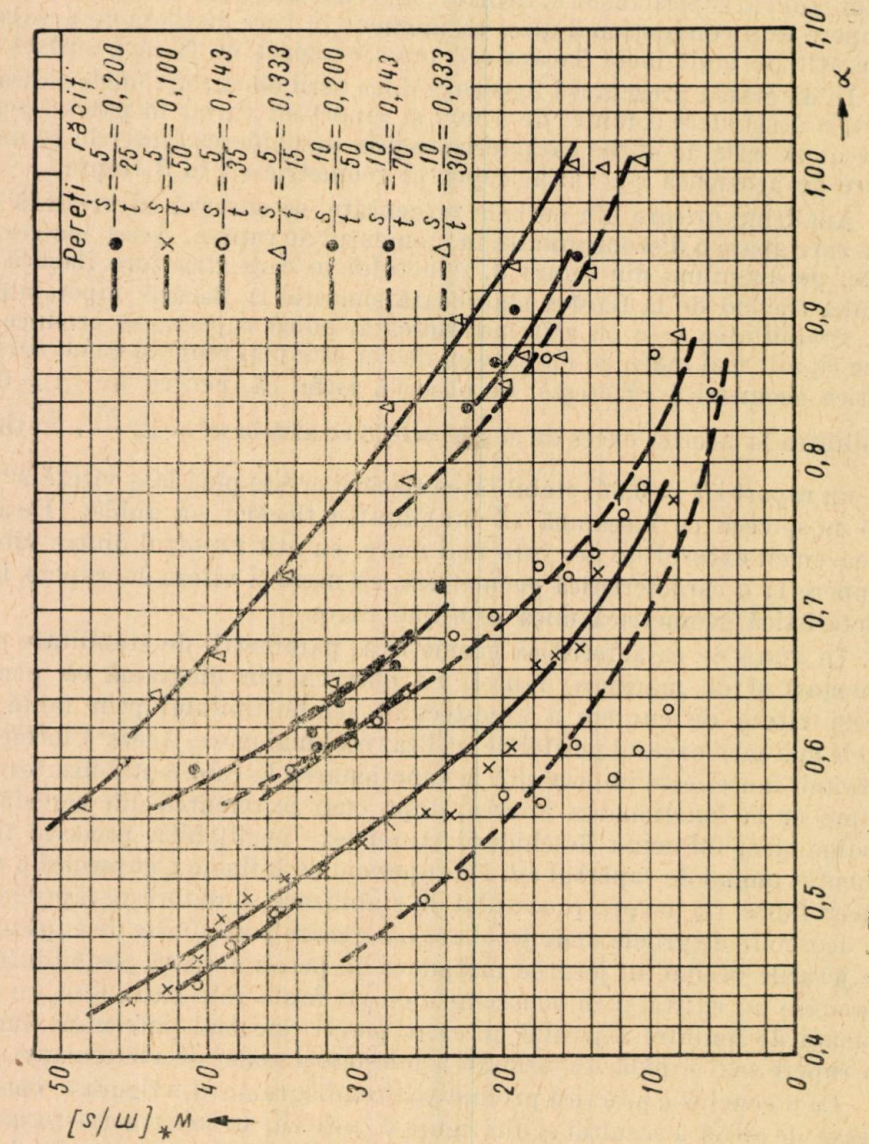



Fig. 5. — Curbele de stabilitate $w^* = f(\alpha, s/t)$ pentru pereții răciți.

în timp ce ecranele de pe celălalt perete să rămînă nescăldate de gazele fierbinți și ca urmare pot să apară dificultăți de circulație. Dacă focarul este special construit pentru a favoriza hiperstabilitatea, adică fanta este dispusă asimetric față de axul focarului, în cazul acesta hiperstabilitatea este un fenomen avantajos în funcționare și pentru aceste cazuri speciale, pe care le recomandăm pentru construcțiile viitoare de focare, raportul $s/t \cong 0{,}2$ este indicat.

Aceleași experimentări pentru determinarea limitei de stabilitate, făcute însă în cazul instalațiilor cu pereți răciți, au permis să se tragă o serie de concluzii importante, după cum se poate vedea din figura 5.

Astfel, alura generală a curbelor în acest caz este aceeași ca și la pereții nerăciți. În zona vitezelor mici, în special, este de semnalat faptul că excesul de aer la care se produce ruperea flăcării este mai mare decît în cazul pereților răciți. De asemenea, curbele sînt mai aplatizate și se observă, ca și în figura 3, că limita de apariție a hiperstabilității are loc la viteze mai mari.

Descrierea analitică a curbelor generale de stabilitate din figurile 4 și 5 poate fi făcută pe baza unor ecuații exponențiale, legătura exponențială între viteză, distanța de acroșare și parametrii fizici-geometrici ai stabilizării fiind justificată într-o lucrare anterioară [3].

Forma ecuației este

$$w^* \cdot \alpha^n = m, \tag{2}$$

unde $n$ și $m$ sînt factori care depind de caracteristica geometrică a focarului, $\sigma = s/t$ și de caracteristica termică : gradul de răcire al pereților.

În figurile 6 și 7 sînt prezentate valorile parametrilor $m$ și $n$ pentru domeniile de ardere experimentate.

Faptul că atît $m = f(\sigma)$, cît și $n = f(\sigma)$, sînt funcții liniare permite scrierea ecuației (2) sub forma

$$w^* \alpha^{(a\sigma+b)} - c\sigma = d, \tag{3}$$

adică o formă asemănătoare cu cea găsită pentru distanța de acroșare. Similaritatea expresiilor era de așteptat deoarece ruperea este un caz particular al flacării acroșate, și anume, acela cînd distanța de acroșare devine infinită.

Ca o concluzie practică se poate arăta că efectul răcirii pereților nu are o influență mare asupra stabilității. În consecință, privit din punctul de vedere al stabilității, șamotarea pereților focarului nu prezintă o utilitate deosebit de mare.

Șamotarea pereților prezintă însă o utilitate mare în ceea ce privește desăvîrșirea procesului de ardere, desăvîrșire care nu poate să decurgă decît în condiții de temperaturi ridicate. Trebuie arătat de asemenea pe baza

acestor cercetări că se pot face focare la care partea de stabilizare a arderii să fie relativ lărgită faţă de partea de desfăşurare şi terminare a procesului de ardere, în felul acesta creîndu-se rapoarte avantajoase pentru stabilizare

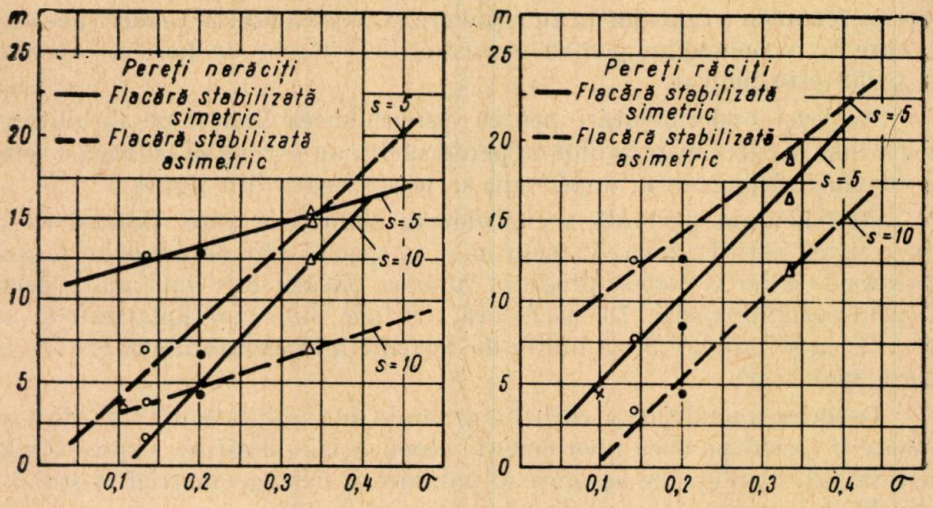



Fig. 6. — Curba de variaţie $m = f(\sigma)$.

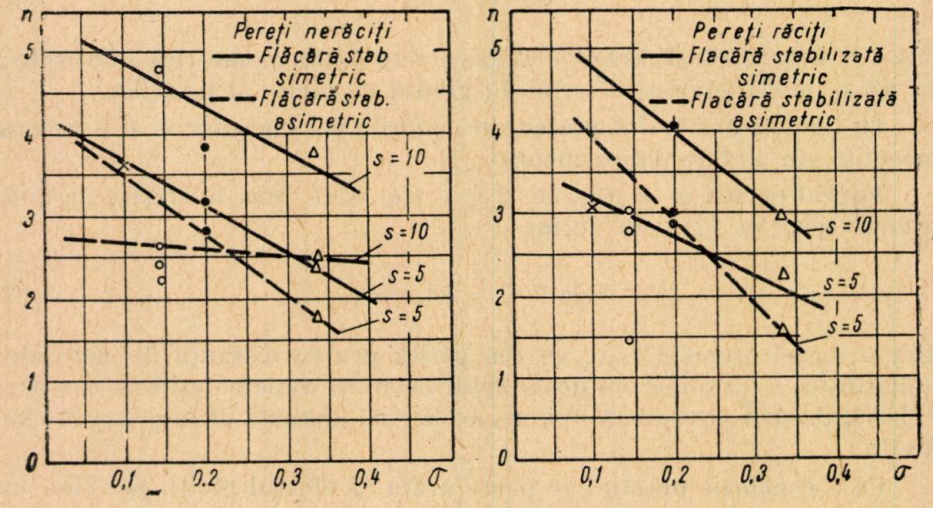



Fig. 7. — Curba de variaţie $n = f(\sigma)$.

cu zone de recirculaţie puternice. Ulterior, după distanţa de acroşare, adică la cca. 3—5 $s/t$, în lungul axei, se vor crea zone de temperaturi ridicate prin şamotare, în vederea terminării procesului de ardere, zone în care trebuie introdus aerul secundar pentru desăvîrşirea arderii.

## BIBLIOGRAFIE

1. N. Antonescu, I. Rădulescu, *Parametrii de curgere caracteristici grilelor de stabilizare a arderii amestecurilor combustibile*, St cerc. energ. electr., *2* (1967).

2. — *Procesele staționare de aprindere a amestecului combustibil-aer în incinte semiînchise*, Memoriu, I.E. (1966).

3. — *Distanța de acroșare a frontului de flacără la stabilizarea pe grile*, St. cerc. energ. electr., **XV**, *1* (1965).

4. * * * *Стабилизация пламени и развитие процесса сгорания в турбулентном потоке*, Оборонгиз, Москва, 1961.

5. S. I. Cheng, A. A, Kovitz, *Theory of flame stabilization by a bluff body*, Seventh Symposium on Combustion, 681.

6. G. C. Williams, H. L. Hotell, *Flame stabilization and propagation in high velocity gas streams*, Third Symposium on Combustion, Baltimore-Williams and Wilkins, 1949.

# ASUPRA ECUAȚIEI INTEGRALE A DESCĂRCĂRII CORONA ÎN CAZUL UNUI CÎMP CILINDRIC COAXIAL

DE

G. DRĂGAN

537.523.3

În lucrare se determină o ecuație integrală a descărcării corona pentru o formă oarecare a tensiunii, precum și pentru cazul tensiunii sinusoidale, considerînd mobilitatea ionilor ca fiind funcție de intensitatea locală a cîmpului electric. În cazul tensiunii sinusoidale se integrează ecuația integrală obținută : relațiile de calcul deduse pot fi utilizate pentru un calculator numeric.

## 1. INTRODUCERE

Utilizarea unor tensiuni din ce în ce mai înalte pentru transportul energiei electrice impune necesitatea adîncirii unor probleme, între care și descărcarea corona, domeniu în care au apărut în ultimul timp lucrări numeroase, în deosebi în legătură cu cercetări experimentale sau pe modele.

Dat fiind complexitatea fenomenului, studiile teoretice se bazează pe o serie de ipoteze simplificatoare. Astfel se consideră doi conductori cilindrici coaxiali, situație care reprezintă suficient de bine cazul unui conductor suspendat deasupra solului. Conductorul pe care apare descărcarea corona se consideră ca fiind un cilindru perfect, iar condițiile atmosferice sînt cele normale.

Dintre studiile teoretice privind ecuația dependenței tensiunii de sarcini și curent este de menționat lucrarea lui O. Mayr [1], care stabilește o ecuație suficient de generală în cazul tensiunii sinusoidale. G. N. Alexandrov [2] generalizează problema în cazul unei tensiuni de o formă oarecare, plecînd de la ipotezele considerate de O. Mayr. În ambele cazuri se consideră, pentru a simplifica soluționarea problemei, o valoare constantă a mobilității ionilor, ceea ce nu corespunde situației reale.

În lucrarea de față se determină o ecuație integrală a descărcării corona pentru o formă oarecare a tensiunii, precum și pentru cazul tensiunii sinusoidale, considerînd mobilitatea ionilor ca fiind funcție de intensitatea

locală a cîmpului electric. Relaţiile deduse se pot generaliza şi pentru cazul considerării recombinării purtătorilor de sarcină din zona activă a descărcării corona, în care caz este necesar ca integrala să fie efectuată pe intervale determinate şi să se adopte o anumită lege de variaţie în timp a concentraţiei locale a purtătorilor de sarcină.

În cazul tensiunii sinusoidale se integrează ecuaţia integrală obţinută, considerîndu-se trei situaţii caracteristice. Relaţiile de calcul rezultate pot fi utilizate pentru un calculator numeric.

## 2. IPOTEZELE DE CALCUL CONSIDERATE

Se vor considera două conductoare cilindrice coaxiale de rază $r_0$, respectiv $R$. Suprafaţa conductoarelor se presupune ca fiind perfect netedă.

Cum zona de ionizare este extrem de îngustă şi cum, pe de altă parte, sarcinile spaţiale din această zonă modifică prea puţin forma cîmpului electric, se poate neglija această zonă, luîndu-se în considerare numai aşa zisa zonă activă [3], [4].

De asemenea, se poate presupune că densitatea de curent din imediata apropiere a conductorului interior este determinată de curentul de convecţie deoarece, începînd cu tensiuni mai ridicate decît tensiunea critică de apariţie a descărcării corona, variaţia intensităţii cîmpului electric la suprafaţa conductorului e extrem de redusă.

Rezultă că, dacă densitatea de curent este dată de relaţia :

$$\bar{j} = \varepsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + \rho k_i \bar{E}, \tag{1}$$

pe suprafaţa conductorului se poate scrie [2] :

$$\rho_{r=r_0} = \frac{i}{2\pi r_0 k_i \tilde{E}_0}. \tag{2}$$

În aceste relaţii $k_i$ reprezintă mobilitatea ionilor iar $\tilde{E}_0$ intensitatea cîmpului electric pe suprafaţa conductorului de vază $r_0$.

Sarcina electrică pe unitatea de lungime a conductorului este determinată de relaţia evidentă

$$q_0 = 2\pi \varepsilon_0 r_0 \tilde{E}_0$$

Referitor la mobilitatea electronilor se va considera dependenţa acestei mărimi funcţie de intensitatea locală a cîmpului electric. Adoptarea ipotezei că mobilitatea ionilor este constantă în cazul unui cîmp intens [1], [2], caracteristică descărcării corona, nu corespunde realităţii aşa cum au arătat cercetările lui K. Compton [5], Langevine [5], L. A. Sena [6], V. I. Popkov [7], Loeb [8]. După Leob şi Compton, pentru valori ale lui $\frac{E}{p}$, unde $E$ reprezintă intensitatea locală a cîmpului electric, iar $p$ presiunea gazului, ionii capătă o viteză orientată, putîndu-se neglija reducerea liberului parcurs impusă de forţele de polarizare. După H. S. W.

Massey şi C.B.O. Mohr, ca şi după L. A. Sena [6], se presupune că singurul proces elementar de interacţiune dintre un ion şi o moleculă constă în cedarea energiei ionului moleculei fără a se ceda energia cinetică iar probabilitatea acestui proces elementar depinde de viteza moleculei ; influenţa mişcării termice a moleculelor se neglijează.

În cazul ambelor ipoteze rezultă că mobilitatea ionilor se poate exprima funcţie de intensitatea locală a intensităţii cîmpului electric printr-o expresie de forma

$$k_i = \frac{k}{\sqrt{E}}, \tag{3}$$

pnde $k$ e o constantă ce depinde de masa ionului, masa moleculei, liberul uarcurs mediu şi de sarcina ionului.

O relaţie asemănătoare celei de mai sus este menţionată şi în lucrarea lui A. von Engel [9] pentru cazul cînd ionul se propagă într-un cîmp intens.

Pentru a determina repartiţia sarcinilor spaţiale şi a intensităţii cîmpului electric în aşa zisa zonă a descărcării corona, se va utiliza metoda coordonatelor mobile propusă pentru prima dată de O. Mayr [2].

### 3. ECUAŢIA INTEGRALĂ A DESCĂRCĂRII CORONA PENTRU O FORMĂ OARECARE A TENSIUNII

Se va nota prin $t$ timpul oarecare, variabil, iar prin $q_t$ sarcina totală activă pentru momentul $t$, raportată la unitatea de lungime a conductorului.

Luînd în considerare un moment $\tau$ de la care pleacă sarcinile spaţiale se poate scrie [2] :

$$E_\tau = \frac{q_0 + q_t - q_\tau}{2\pi\varepsilon_0 r_\tau}, \tag{4}$$

unde $q_\tau$ reprezintă sarcina spaţială din zona activă pentru momentul $t = \tau$.

Ţinînd seama de expresia mobilităţii ionilor şi luînd în considerare relaţia (3) rezultă

$$\frac{dr_\tau}{dt} = k\sqrt{\frac{q_0 + q_t - q_\tau}{2\pi\varepsilon_0 r_\tau}}, \tag{5}$$

de unde se obţine

$$r_\tau = \sqrt[3]{\left[r_0^{3/2} + \frac{3k}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0}}\int_\tau^t \sqrt{q_0 + q_t - q_\tau}\, dt\right]^2}. \tag{6}$$

Valoarea razei $r_\tau$ se determină funcţie de poziţia ionilor care au plecat în momentul $\tau$ de pe suprafaţa conductorului la un oarecare $t$ al timpului. Concentraţia şi repartiţia sarcinilor spaţiale pentru un moment $t$ este determinată de momentul $\tau$ de apariţie a acestor ioni. În consecinţă,

densitatea de sarcini spațiale pe suprafața cilindrului de rază $r_\tau$ este dată de relația

$$\rho_\tau = \frac{dq_\tau}{2\pi\varepsilon_0 r_\tau |dr_\tau|}, \tag{7}$$

unde $dq_\tau$ este

$$dq_\tau = \left(\frac{dq_t}{dt}\right)_{t=\tau} d\tau = i_\tau d\tau. \tag{8}$$

În aceste relații $i_\tau$ reprezintă curentul, iar $|dr_\tau|$ intervalul dintre cei doi cilindri de referință în care e cuprinsă sarcina $dq_\tau$.

Luînd în considerare expresia lui $r_\tau$ se obține:

$$\frac{dr_\tau}{d\tau} = -\frac{k}{\sqrt{2\pi\varepsilon_0}} \frac{\frac{i_\tau}{2}\int_\tau^t \frac{dt}{\sqrt{q_0+q_t-q_\tau}} + \sqrt{q_0+q_t-q_\tau}}{\sqrt{r_\tau}}, \tag{9}$$

de unde, densitatea de sarcină spațială, rezultă

$$\rho_\tau = \frac{\sqrt{\varepsilon_0 i_\tau}}{\sqrt{2\pi r_\tau}\, k\left[i_\tau \int_\tau^t \frac{dt}{\sqrt{q_0+q_t-q_\tau}} + \sqrt{q_0+q_t-q_\tau}\right]}. \tag{10}$$

Raza limită de deplasare a sarcinilor electrice se determină considerînd $\tau_0$ ca fiind momentul apariției descărcării corona:

$$r_{ex} = \sqrt[3]{\left[r_0^{3/2} + \frac{3k}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0}} \int_{\tau_0}^t \sqrt{q_0+q_t-q_\tau}\, dt\right]^2}. \tag{11}$$

Expresia tensiunii $u_t$ este dată de relația

$$u_t = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_0}^{r_{ex}} \frac{q_0+q_t-q_\tau}{r_\tau} dr_\tau + \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_{ex}}^{R} \frac{q_t}{r} dr, \tag{12}$$

unde s-a ținut seama de intensitățile cîmpului electric în zona $r_0 - r_{ex}$, respectiv în zona $r_{ex} - R$.

Din relația (12), după unele transformări, se obține:

$$u_t = \frac{q_t}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{R}{r_0} + \frac{q_0}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{r_{ex}}{r_0} + \\ + \frac{k}{(2\pi\varepsilon_0)^{3/2}} \int_{\tau_0}^t q_0 \frac{\frac{i_\tau}{2}\int_{\tau_0}^t \frac{dt}{\sqrt{q_0+q_t-q_\tau}} - \sqrt{q_0+q_t-q_\tau}}{r_0^{3/2} + \frac{3}{2}\frac{k}{\sqrt{2\pi\varepsilon_0}}\int_{\tau_0}^t \sqrt{q_0+q_t-q_\tau}\, dt} dt; \tag{13}$$

integrarea ecuației în cazul unei tensiuni oarecare întîmpină mari dificultăți. În practică, prezintă interes cazul tensiunii sinusoidale.

## 4. ECUAȚIA INTEGRALĂ A DESCĂRCĂRII CORONA ÎN CAZUL TENSIUNII SINUSOIDALE

Luînd în considerare o tensiune sinusoidală și ținînd seama de ipotezele menționate mai sus rezultă

$$E_\tau = \frac{q_M(\cos\omega t - \cos\omega\tau) + q_0}{2\pi\varepsilon_0 r_\tau}. \tag{14}$$

În acest caz se obține pentru raza $r_\tau$ expresia

$$r_\tau = \sqrt[3]{\left[r_0^{3/2} + \frac{3k}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0}}\int_\tau^t \sqrt{q_M(\cos\omega t - \cos\omega\tau) + q_0}\cdot dt\right]^2}, \tag{15}$$

iar pentru densitatea de sarcină spațială, efectuînd unele transformări, rezultă

$$\rho_\tau = \frac{\sqrt{\varepsilon_0}\,\omega\sin\omega\tau}{\sqrt{2\pi r_\tau}k\left[\omega\sin\omega\tau\int_\tau^t \frac{dt}{\sqrt{q_M(\cos\omega t - \cos\omega\tau + q_0}} + \frac{1}{q_M}\sqrt{q_M(\cos\omega t - \cos\omega\tau) + q_0}\right]}. \tag{16}$$

În mod corespunzător se obține densitatea curentului:

$$j_\tau = \frac{\omega\sin\omega\tau\sqrt{q_M(\cos\omega t - \cos\omega\tau) + q_0}}{2\pi r_\tau\left[\omega\sin\omega\tau\int_\tau^t \frac{dt}{\sqrt{q_M(\cos\omega t - \cos\omega\tau) + q_0}} + \frac{1}{q_M}\sqrt{q(\cos\omega t - \cos\omega\tau) + q_0}\right]}. \tag{17}$$

Valoarea distanței de deplasare $r_{ex}$ va fi:

$$r_{ex} = \sqrt[3]{\left[r_0^{3/2} + \frac{3k}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0}}\int_{\tau_0}^t \sqrt{q_M(\cos\omega t - \cos\omega\tau) + q_0}\,dt\right]^2}. \tag{18}$$

Valoarea maximă a lui $r_{ex}$ fiind pentru $\omega t = \frac{\pi}{2}$, deci

$$r_{ex\max} = \sqrt[3]{\left[r_0^{3/2} + \frac{3k}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0}}\int_{\tau_0}^t \sqrt{q_0 - q_M\cos\omega\tau}\,dt\right]^2} =$$

$$= \sqrt[3]{\left[r_0^{3/2} + \frac{3k}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0}}\sqrt{q_0 - q_M\cos\omega t(t-\tau_0)}\right]^2}. \tag{19}$$

Procedînd în mod analog ca în cazul precedent se obține ecuația integrală a descărcării corona în cazul unei tensiuni sinusoidale:

$$u_t = \frac{q_M\cos\omega t}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R}{r_0} + \frac{q_0}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_{ex}}{r_0} +$$

$$+\frac{k}{(2\pi\varepsilon_0 r_0)^{3/2}}\int_{\tau_0}^t \frac{\frac{I_M\sin\omega t}{2}\int_{\tau_0}^t \frac{dt}{\sqrt{q_M(\cos\omega t - \cos\omega\tau) + q_0}} - \sqrt{q_M(\cos\omega t - \cos\omega\tau) + q_0}}{1 + \frac{3k}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0 r_0^{3/2}}}\int_{\tau_0}^t \sqrt{q_M(\cos\omega t - \cos\omega\tau) + q_0}\,dt}$$

$$\cdot q_M\cos\omega t\,dt. \tag{20}$$

Relaţiile deduse n-au o formă explicită şi în consecinţă sînt dificil de aplicat în practică.

În aceste relaţii intră expresii de forma

$$I_1 = \int_\tau^t \sqrt{q_0 + q_M(\cos\omega t - \cos\omega\tau)}\,\mathrm{d}t \quad \text{şi} \quad I_2 = \int_\tau^t \frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{q_0 + q_M(\cos\omega t - \cos\omega\tau)}}.$$

În primul caz integrala se poate scrie

$$I_1 = \int_\tau^t \sqrt{q_0 + 2q_M \sin^2\frac{\omega\tau}{2} - 2q_M \sin^2\frac{\omega t}{2}}\,\mathrm{d}t \tag{21}$$

sau

$$I_1 = \frac{2}{\omega}\int_{\varphi_0}^{\varphi} \sqrt{q_0 + 2q_M\sin^2\varphi_0 - 2q_M\sin^2\varphi}\,\mathrm{d}\varphi, \tag{22}$$

unde s-au adoptat notaţiile $\varphi = \frac{\omega t}{2}$ şi $\varphi_0 = \frac{\omega\tau}{2}$.

Rezolvarea integralei $I_1$ depinde de mărimea expresiei

$$k_0^2 = \frac{2q_M}{q_0 + 2q_M \sin^2\varphi_0}. \tag{23}$$

4.1. În cazul cînd $k_0^2 < 1$, ceea ce are loc cînd

$$\cos\omega\tau < \frac{q_0 - q_M}{q_M}, \tag{24}$$

integrala $I_1$ este de tip eliptic de speţa a doua. În acest caz integrala se poate scrie

$$I_1 = \frac{2\sqrt{2q_M}}{\omega\,|k_0|}\int_{\varphi_0}^{\varphi} \sqrt{1 - k_0^2\sin^2\varphi}\,\mathrm{d}\varphi$$

sau

$$I_1 = A\,[E(\varphi, k_0) - E(\varphi_0, k_0)], \tag{25}$$

unde s-a notat

$$A = \frac{2\sqrt{2q_M}}{\omega\,|k_0|},$$

$$E(\varphi, k_0) = \int_0^{\varphi} \sqrt{1 - k_0^2\sin^2\varphi}\,\mathrm{d}\varphi, \tag{26}$$

$$E(\varphi_0, k_0) = \int_0^{\varphi_0} \sqrt{1 - k_0^2\sin^2\varphi}\,\mathrm{d}\varphi.$$

Soluţia pentru integrala eliptică de speţa a doua $E$ este dată în [10], pag. 302.

În consecinţă valoarea lui $r_\tau$ devine :

$$r_\tau = \sqrt[3]{\left\{r_0^{3/2} + \frac{3k}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0}}\,A\,[E(\varphi, k_0) - E(\varphi_0, k_0)]\right\}^2}. \tag{27}$$

Pentru rezolvarea integralei $I_2$ se adoptă notația conform [10], pag. 121 :

$$\Delta\varphi = \sqrt{1 - k_0^2 \sin^2 \varphi}, \tag{28}$$

în care caz se poate scrie

$$\sqrt{q_0 + q_M (\cos \omega t - \cos \omega \tau)} = \frac{\omega A}{2} \Delta\varphi. \tag{29}$$

Integrala $I_2$ devine

$$I_2 = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{2 d\varphi}{\omega A \Delta\varphi} = \frac{2}{\omega A} [F(\varphi, k_0) - F(\varphi_0, k_0)], \tag{30}$$

unde

$$F(\varphi, k_0) = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\Delta\varphi}, \quad F(\varphi_0, k_0) = \int_0^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\Delta\varphi},$$

$F$ fiind integrala eliptică de prima speță.

În consecință, pentru densitatea de sarcină spațială $\rho_\tau$, densitatea de curent $j_\tau$ și distanța de deplasare $r_{ex}$ se obțin următoarele expresii :

$$\rho_\tau = \frac{\sqrt{\varepsilon_0}\, \omega \sin 2\varphi_0}{\sqrt{2\pi r_\tau}\, k \left\{ \frac{2}{A} \sin 2\varphi_0 [F(\varphi, k_0) - F(\varphi_0, k_0)] + \frac{\omega A \Delta\varphi}{2 q_M} \right\}}, \tag{31}$$

$$j_\tau = \frac{\omega^2 A \Delta\varphi \sin 2\varphi_0}{4\pi r_\tau \left\{ \frac{2}{A} \sin 2\varphi_0 [F(\varphi, k_0) - F(\varphi_0, k_0)] + \frac{\omega A \Delta\varphi}{2 q_M} \right\}}, \tag{32}$$

$$r_{ex} = \sqrt{\left\{ r_0^{3/2} + \frac{3kA}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0}} [E(\varphi, k_0) - E(\varphi_0, k_0)] \right\}^2}. \tag{33}$$

Explicitarea expresiei lui $u_t$ (23) pune probleme mai complexe. Lunîd în considerare notația (34) se poate scrie

$$\int_{\tau_0}^{t} \frac{dt}{\sqrt{q_0 + q_M (\cos \omega t - \cos \omega \tau)}} = \int_{\varphi_0'}^{\varphi} \frac{2 d\varphi}{\omega A \Delta\varphi} =$$

$$= \frac{2}{\omega A} [F(\varphi, k_0) - F(\varphi_0', k_0)], \tag{34}$$

iar integrala

$$\int_{\tau_0}^{t} \sqrt{q_0 + q_M (\cos \omega t - \cos \omega \tau)} = A [E(\varphi, k_0) - E(\varphi_0', k_0)].$$

În acest caz expresia (23) devine :

$$I_3 = \frac{2}{\omega}\int_{\varphi_0'}^{\varphi} \frac{\frac{I_M \sin 2\varphi}{\omega A}\left[F(\varphi, k_0) - F(\varphi_0', k_0)\right] - \frac{\omega A}{2}\Delta\varphi}{1 + \frac{3kA}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0}\, r_0^{3/2}}\left[E(\varphi, k_0) - E(\varphi_0', k_0)\right]} q_M \cos\varphi_0 \mathrm{d}\varphi,$$

care se poate împărți în două integrale.
Prima integrală

$$I_3' = \frac{2q_M \cos 2\varphi_0 I_M}{A\omega^2}\int_{\varphi_0'}^{\varphi} \frac{\left[F(\varphi, k_0) - F(\varphi_0', k_0)\right]\sin 2\varphi}{1 + a\left[E(\varphi, k_0) - E(\varphi_0', k_0)\right]} \mathrm{d}\varphi =$$

$$= \frac{2q_M \cos\varphi_0 I_M}{A\omega^2}\int_{\varphi_0'}^{\varphi} \Gamma(\varphi)\ \mathrm{d}\varphi$$

se rezolvă dezvoltînd expresia de sub semnul integral în serie :

$$\Gamma(\varphi) = \Gamma(\varphi_0') + \frac{\varphi - \varphi_0'}{1!}\Gamma'(\varphi_0') + \frac{(\varphi - \varphi_0')^2}{2!}\Gamma''(\varphi_0') + \ldots, \quad (35)$$

unde

$$\Gamma'(\varphi_0') = 0,\ \Gamma'(\varphi_0') = \frac{\sin 2\varphi_0'}{\sqrt{1 - k_0^2 \sin^2\varphi_0'}} \text{ etc.}$$

Rezultă expresia aproximativă a integralei $I'_3$, în ipoteza că se ia un număr finit de termeni din dezvoltarea (35) :

$$I_3' \cong \frac{2q_M \cos 2\varphi_0 I_M}{A\omega^2}\int_{\varphi_0'}^{\varphi}\left[(\varphi - \varphi_0')\Gamma'(\varphi_0') + \frac{(\varphi - \varphi_0')^2}{2}\Gamma''(\varphi_0) + \ldots\right]\mathrm{d}\varphi \cong$$

$$\cong \frac{2q_M \cos 2\varphi_0 I_M}{A\omega^2}\left[\frac{\Gamma_0'(\varphi_0')}{2}(\varphi - \varphi_0')^2 + \frac{\Gamma_0''(\varphi_0')}{6}(\varphi - \varphi_0')^3 + \ldots\right]. \quad (36)$$

A doua integrală este

$$I_3'' = -Aq_M \cos 2\varphi_0 \int_{\varphi_0'}^{\varphi} \frac{\Delta\varphi \mathrm{d}\varphi}{1 + \frac{3kA}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0} r_0^{3/2}}\left[E(\varphi, k_0) - E(\varphi_0', k_0)\right]}. \quad (37)$$

Deoarece

$$\Delta\varphi = \frac{\partial E(\varphi, k_0)}{\partial\varphi}, \quad (38)$$

rezultă

$$I_3'' = -\frac{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0}\, r_0^{3/2} q_M \cos 2\varphi_0}{3k} \log\left\{1 + \frac{3kA}{2\sqrt{2\pi E_0} r_0^{3/2}}\left[E(\varphi, k_0) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - E(\varphi_0', k_0)\right]\right\}_{\varphi=\varphi_0'}^{\varphi=\varphi}. \quad (39)$$

Expresia tensiunii $u_t$ se calculează deci cu aproximație, dat fiind expresia integralei $I_3'$; această aproximație se poate face suficient de mică.

4.2. În cazul cînd

$$k_0^2 > 1 \tag{40}$$

sau

$$\cos \omega\tau > \frac{q_0 - q_M}{q_M},$$

se va face notația $\lambda^2 = \frac{1}{k_0^2}$, obținîndu-se:

$$\lambda^2 = \frac{q_0 + 2q_M \sin^2\varphi_0}{2q_M}.$$

Pentru determinarea integralei $I_1$ se observă că radicalul de sub semnul integralei se poate scrie astfel:

$$\sqrt{q_0 + 2q_M \sin^2\varphi_0 - 2q_M \sin^2\varphi} = \sqrt{2q_M}\sqrt{\lambda^2 - \sin^2\varphi},$$

care cu schimbarea de variabilă

$$\sin\varphi = \lambda \sin\alpha \tag{41}$$

devine

$$\sqrt{q_0 + q_M(\cos\omega\tau - \cos\omega t)} = \sqrt{2q_M}\,\lambda\cos\alpha, \tag{42}$$

Din (42) se obține expresia de calcul a integralei $I_1$:

$$I_1 = \frac{2}{\omega}\int_{\varphi_0}^{\varphi} \sqrt{q_0 + 2q_M \sin^2\varphi_0 - 2q_M \sin^2\varphi}\,\mathrm{d}\varphi =$$

$$= \frac{2\sqrt{2q_M}\,\lambda^2}{\omega}\left[\int_{\alpha_0}^{\alpha}\frac{\mathrm{d}\alpha}{\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\alpha}} - \int_{\alpha_0}^{\alpha}\frac{\sin^2\alpha\,\mathrm{d}\alpha}{\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\alpha}}\right], \tag{43}$$

sau

$$I_1 = \frac{2\sqrt{2q_M}\,\lambda^2}{\omega}\left\{\frac{1}{\lambda^2}[E(\alpha,\lambda) - E(\alpha_0,\lambda)] - \right.$$

$$\left. - \frac{1-\lambda^2}{\lambda^2}[F(\alpha,\lambda) - F(\alpha_0,\lambda)]\right\}. \tag{44}$$

În mod analog se obține expresia integralei $I_2$:

$$I_2 = \int_{\tau}^{t}\frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{q_0 + q_M(\cos\omega\tau - \cos\omega t)}} = \frac{2}{\omega\sqrt{2q_M}}\int_{\alpha_0}^{\alpha}\frac{\mathrm{d}\alpha}{\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\alpha}}, \tag{45}$$

sau

$$I_2 = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{2}{q_M}}[F(\alpha,\lambda) - F(\alpha_0,\lambda)],$$

unde

$$\alpha = \arcsin\left[\frac{1}{\lambda}\sin\frac{\omega t}{2}\right]. \tag{46}$$

În aceste condiții se obțin următoarele valori pentru densitatea de sarcină spațială $\rho_\tau$ și distanța de deplasare $r_{ex}$:

$$\rho_\tau = \frac{\sqrt{\varepsilon_0}\,\omega \sin\omega\tau}{\sqrt{2\pi r_\tau}\,k\left\{\sqrt{\frac{2}{q_M}}\sin\omega\tau\,[F(\alpha,\ \lambda) - F(\alpha_0,\ \lambda)] + \sqrt{\frac{2}{q_M}}\,\lambda\cos\alpha\right\}}, \tag{47}$$

$$r_{ex} = \sqrt[3]{\left[r_0^{3/2} + \frac{3k}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0}} I_{10}\right]^2}, \tag{48}$$

unde $I_{10}$ se obține din $I_1$ cînd se înlocuiește $\alpha_0$ cu $\alpha_0'$, dat de relația

$$\alpha_0' = \text{arc sin}\left[\frac{1}{\lambda}\sin\frac{\omega\tau_0}{2}\right] = \alpha_0'(\tau,\ \tau_0), \tag{49}$$

unde

$$\lambda^2 = \frac{q_0 + 2q_M \sin^2\frac{\omega\tau}{2}}{2q_M}.$$

Pentru denumirea dependenței tensiunii $u_t$ funcție de curent și sarcini, trebuie rezolvată integrala $I_3$ (relația 35) în cazul condiției (40).

Integrala $I_3$ se poate scrie:

$$I_3 = \frac{2}{\omega} q_M \cos\omega\tau \frac{2\lambda^2}{\omega}\left\{I_M\int_{\alpha_0'}^{\alpha} \frac{\cos\alpha\sin\alpha\, I_{02}\,d\alpha}{1 + \frac{3k}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0}\, r_0^{3/2}} I_{10}} - \right.$$

$$\left. - \sqrt{2q_M}\int_{\alpha_0'}^{\alpha} \frac{\cos^2\alpha d\alpha}{\left(1 + \frac{3k}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0 r_0^{3}}} I_{10}\right)\sqrt{1 - \lambda^2\sin^2\alpha}}\right\}. \tag{50}$$

Prima parte a integralei $I_3$ se va calcula aproximativ prin dezvoltarea expresiei de sub semnul integral. Se va nota:

$$I_3' = \frac{1}{2}\int_{\alpha_0'}^{\alpha} \frac{\sin 2\alpha\, I_{02}\,d\alpha}{1 + a\, I_{10}} - \frac{1}{2}\int \Gamma(\alpha)\,d\alpha, \tag{51}$$

unde

$$a = \frac{3k}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0 r_0^{3}}}. \tag{52}$$

Dezvoltînd în serie funcția $\Gamma(\alpha)$ se obține

$$\Gamma(\alpha) = \Gamma(\alpha_0') + \frac{\alpha - \alpha_0'}{1!}\Gamma'(\alpha_0') + \frac{(\alpha - \alpha_0')^2}{2!}\Gamma''(\alpha_0') + \ldots,$$

unde

$$\Gamma(\alpha_0') = 0,$$

$$\Gamma'(\alpha_0') = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{2}{q_M}}\frac{\sin 2\alpha_0'}{(\Delta\alpha)_{\alpha_0'}}, \tag{53}$$

$$\Gamma''(\alpha_0') = \frac{4}{\omega}\sqrt{\frac{2}{q_M}}\frac{\cos^2\alpha_0'}{(\Delta\alpha)_{\alpha_0'}} - \frac{\lambda^2}{\omega\sqrt{2q_M}}\frac{\sin 2\alpha_0'}{(\Delta\alpha)^3_{\alpha_0'}} - \frac{8a\lambda^2}{\omega^2}\frac{\cos^2\alpha_0'\sin 2\alpha_0'}{(\Delta\alpha)^2_{\alpha_0'}}.$$

În consecință, rezultă:

$$I_3' = \frac{1}{2}\left[\frac{\Gamma'(\alpha_0')}{2}(\alpha-\alpha_0')^2 + \frac{\Gamma''(\alpha_0')}{6}(\alpha-\alpha_0')^3 + \dots\right] \tag{54}$$

În relațiile (53) s-a considerat

$$(\Delta\alpha)_{\alpha_0'} = \sqrt{1-\lambda^2\sin^2\alpha_0'}. \tag{55}$$

Partea a doua a integralei $I_3$ are forma

$$I_3'' = \frac{1}{ab}\log(1 + a I_{10}), \tag{56}$$

dat fiindcă $I_{10} = b\int_{\alpha_0}^{\alpha}\frac{\cos^2\alpha\,d\alpha}{\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\alpha}}$, $I_{10} = I_1(\alpha, \alpha_0', \lambda)$,

unde $a$ are semnificația dată în relația (52) iar $b$ este dat de relația

$$b = \frac{2\sqrt{2q_M}\,\lambda^2}{\omega}. \tag{57}$$

În consecință, expresia lui $u_t$ devine:

$$u_t = \frac{q_M\cos\omega t}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R}{r_0} + \frac{q_0}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_{ex}}{r_0} + \frac{k}{(2\pi\varepsilon_0 r_0)^{3/2}}\left\{\frac{1}{2}\left[\frac{\Gamma'(\alpha_0')}{2}(\alpha-\alpha_0')^2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{\Gamma''(\alpha_0')}{6}(\alpha-\alpha_0')^3 + \dots\right] + \frac{1}{ab}\log(1 + a I_{10})\right\}. \tag{58}$$

4.3. În cazul cînd $k_0^2 = 1$, se obține:

$$I_1 = \frac{2}{\omega}\frac{\sqrt{2q_M}}{|k_0|}\left[\int_0^{\varphi}\sqrt{1-k_0^2\sin^2\varphi}\,d\varphi - \int_0^{\varphi_0}\sqrt{1-k_0^2\sin^2\varphi}\,d\varphi\right] =$$

$$= \frac{2\sqrt{2q_M}}{\omega}\left[\sin\frac{\omega t}{2} - \sin\frac{\omega\tau}{2}\right], \tag{59}$$

$$I_2 = \frac{1}{\sqrt{2q_M}}\int_{\tau}^{t}\frac{dt}{\cos\frac{\omega t}{2}} = \frac{1}{\omega\sqrt{2q_M}}\ln\frac{1+\sin\frac{\omega t}{2}}{1-\sin\frac{\omega t}{2}}. \tag{60}$$

În acest caz, pentru $r_\tau$; $\rho_\tau$; $j_\tau$; $r_{ex}$ se obțin următoarele relații:

$$r_\tau = \sqrt[3]{\left\{r_0^{3/2} + \frac{3k\sqrt{q_M}}{\omega\sqrt{\pi\varepsilon_0}}\left[\sin\frac{\omega t}{2} - \sin\frac{\omega\tau}{2}\right]\right\}}, \tag{61}$$

$$\rho_\tau = \frac{\sqrt{\varepsilon_0}\,\omega\sin\omega\tau}{\sqrt{2\pi r_\tau}\,k\left[\frac{\sin\omega\tau}{\sqrt{2q_M}}\ln\frac{1+\sin\frac{\omega t}{2}}{1-\sin\frac{\omega t}{2}} + \sqrt{2q_M}\cos\frac{\omega t}{2}\right]}, \tag{62}$$

$$j_\tau = \frac{\sqrt{2q_M}\,\omega\sin\omega\tau\cos\frac{\omega t}{2}}{2\pi r_\tau\left[\frac{\sin\omega\tau}{\sqrt{2q_M}}\ln\frac{1+\sin\frac{\omega t}{2}}{1-\sin\frac{\omega t}{2}} + \sqrt{2q_M}\cos\frac{\omega t}{2}\right]}, \tag{63}$$

$$r_{ex} = \sqrt{\left\{r_0^{3/2} + \frac{3k\sqrt{q_M}}{\omega\sqrt{\pi\varepsilon_0}}\left[\sin\frac{\omega t}{2} - \sin\frac{\omega\tau_0}{2}\right]\right\}}. \tag{64}$$

Pentru explicitarea dependenței tensiunii $u_t$ funcție de curenți și sarcini (20) se observă că integrala $I_3$ devine:

$$I_3 = \int_{\tau_0}^{t} \frac{\frac{I_M\sin\omega t}{2}\frac{1}{\omega\sqrt{2q_M}}\ln\frac{1+\sin\frac{\omega t}{2}}{1-\sin\frac{\omega t}{2}} - \sqrt{2q_M}\cos\frac{\omega t}{2}}{1 + \frac{3k}{\sqrt{\pi\varepsilon_0}r_0^{3/2}}\frac{\sqrt{q_M}}{\omega}\left[\sin\frac{\omega t}{2} - \sin\frac{\omega\tau}{2}\right]} q_M\cos\omega\tau\,\mathrm{d}t. \tag{65}$$

După unele transformări se obține:

$$I_3 = -\frac{2q_M\sqrt{2q_M}\cos\omega\tau}{\omega a}\log\left[1 + a\left(\sin\frac{\omega t}{2} - \sin\frac{\omega\tau}{2}\right)\right] + \\ + \frac{\sqrt{2q_M}\cos\omega\tau\, I_M}{a\omega}\left[2\ln\frac{\cos\frac{\omega t}{2}}{\cos\frac{\omega\tau_0}{2}} + \left|\sin\frac{\omega t}{2}\ln\frac{1+\sin\frac{\omega t}{2}}{1-\sin\frac{\omega t}{2}}\right|_{\tau_0}^{t}\right] + I_3'. \tag{66}$$

Integrala $I_3'$ din relația (66) are următoarea expresie:

$$I_3' = \frac{4(ax_0 - 1)}{a}\left[\int_{x_0}^{x}\frac{\ln(1+x)\,\mathrm{d}x}{1 + a(x - x_0)} - \int_{x_0}^{x}\frac{\ln(1-x)\,\mathrm{d}x}{1 + a(x - x_0)}\right]. \tag{67}$$

Prima parte a acestei integrale $\mathcal{J}_3'$ se poate pune sub forma:

$$\mathcal{J}_3' = \int_{1+x_0}^{1+x} \frac{\ln \nu \, d\nu}{1 + a(\nu - \nu_0)} = \frac{1}{a} \ln \nu \ln [1 + a(\nu - \nu_0)] \Big|_{\nu_0}^{\nu} -$$

$$- \frac{1}{a} \int_{\nu_0}^{\nu} \frac{\ln(1 - a\nu_0 + a\nu)}{\nu} d\nu,$$

unde

$$\nu = 1 + x; \quad \nu_0 = 1 + x_0.$$

Această ultimă integrală se rezolvă prin dezvoltarea în serie. După unele transformări se obține următoarea expresie pentru $\mathcal{J}_3'$:

$$\mathcal{J}_3' = \frac{1}{a} \ln \nu \ln [1 + a(\nu - \nu_0)] \Big|_{\nu_0}^{\nu} - \frac{1}{a} \left[ (a + a^2 \nu_0^2 + a^3 \nu_0^3) \nu - \right.$$

$$\left. - \left( \frac{a^2}{4} + \frac{a^3 \nu_0}{2} \right) \nu^2 + \frac{a^3 \nu^3}{9} - \left( a\nu_0 + \frac{a^2 \nu^2}{2} + \frac{a^3 \nu_0^3}{3} \right) \ln \nu \right]_{\nu_0}^{\nu}. \tag{68}$$

În mod analog se calculează și a doua integrală. Rezultă, următoarea expresie pentru integrala $I_3$:

$$I_3' = \frac{4(ax_0 - 1)}{a} \left\{ \frac{1}{a} \ln \nu \ln [1 + a(\nu - \nu_0)] \Big|_{\nu=1+x_0}^{\nu=1+x} - \right.$$

$$- \frac{1}{a} \ln \nu \ln [1 - a(\nu - \nu_0)] \Big|_{\nu=1-x_0}^{\nu=1-x} - \frac{1}{a} \left[ (a + a\nu_0^2 + a^3 \nu_0^3) \nu - \right.$$

$$- \left( \frac{a^2}{4} + \frac{a^3 \nu_0}{2} \right) \nu^2 + \frac{a^3 \nu^3}{9} - \left( a\nu_0 + \frac{a^2 \nu_0^2}{2} + \frac{a^3 \nu^3}{3} \right) \ln \nu \Big]_{\nu=1+x_0}^{\nu=1+x} +$$

$$\left. + \left( a\nu_0 + \frac{a^2 \nu_0^2}{2} + \frac{a^3 \nu_0^3}{3} \right) \ln \nu \Big]_{\nu=1-x_0}^{\nu=1-x} \right\}. \tag{69}$$

În relația (69) $x_0 = \sin \frac{\omega \tau_0}{2}$, iar $\nu_0$ trebuie înlocuit cu $1 + x_0$, respectiv prin $1 - x_0$, după cum sînt puse limitele de integrare.

În consecință se poate scrie următoarea relație pentru $u_t$:

$$u_t = \frac{q_M \cos \omega t}{2\pi \varepsilon_0} \ln \frac{R}{r_0} + \frac{q_0}{2\pi \varepsilon_0} \ln \frac{r_{ex}}{r_0} + \frac{k}{(2\pi \varepsilon_0 r_0)^{3/2}} \left\{ - \frac{2q_M \sqrt{2q_M} \cos \omega \tau}{\omega a} \times \right.$$

$$\times \log \left[ 1 + a \left( \sin \frac{\omega t}{2} - \sin \frac{\omega \tau}{2} \right) \right] + \frac{\sqrt{2q_M} \cos \omega \tau \, I_M}{a\omega} \left[ 2 \ln \frac{\cos \frac{\omega t}{2}}{\cos \frac{\omega \tau_0}{2}} + \right.$$

$$\left. \left. + \left| \sin \frac{\omega t}{2} \ln \frac{1 + \sin \frac{\omega t}{2}}{1 - \sin \frac{\omega t}{2}} \right|_{\tau_0}^{t} \right] + I_3' \right. \tag{70}$$

unde $I_3'$ este dat de relația (69).

În cazul unei tensiuni sinusoidale, relaţiile (62)—(64) permit determinarea densităţii locale de sarcină spaţială $\rho_\tau$, a densităţii locale de curent $j_\tau$, precum şi a razei $r_{ex}$ de deplasare a sarcinilor spaţiale, în ipoteza că descărcarea corona apare în momentul $\tau_0$.

Relaţia (70) stabileşte ecuaţia integrală a descărcării corona în cazul unui cîmp cilindric coaxial, considerîndu-se o tensiune sinusoidală ce se aplică conductorului.

În relaţiile amintite intervin integrale eliptice de speţa întîi şi a doua care sînt tabulate, astfel încît calcularea unor mărimi care interesează nu întîmpină dificultăţi deosebite; în acest scop se recomandă utilizarea calculatoarelor cifrice.

## 5. CONCLUZII

La studiul descărcării corona este necesar să se considere dependenţa mobilităţii ionilor funcţie de valoarea locală a intensităţii cîmpului electric dat fiind valoarea ridicată a acestei intensităţi.

Aplicînd metoda componentelor mobile se pot deduce relaţii de calcul privind valoarea locală a densităţii sarcinii electrice, a densităţii locale a curentului, precum şi a tensiunii funcţie de sarcini şi curent, în ipoteza descărcării corona în cazul unui cîmp cilindric coaxial. Pentru o formă oarecare a tensiunii aplicate conductorului integrarea ecuaţiilor obţinute întîmpină dificultăţi.

În cazul unei tensiuni sinusoidale soluţiile sînt date de integrale eliptice de speţa întîi şi a doua, care sînt tabulate astfel încît determinarea valorilor diferitelor mărimi se poate face fără dificultăţi prea mari. Relaţiile obţinute permit utilizarea calculatoarelor cifrice.

## BIBLIOGRAFIE

1. O. Mayr, *Zur theorie der Wechselstromkorona*, A.E.G. — Fors., Dezember, 1942.
2. Г. Н. Александров, *Коронный залряг на линиях электропередачи*, Изд. Энергия, 1964, p. 223.
3. E. Bădărău, I. Popescu, *Gaze ionizate. Descărcări electrice în gaze*, Edit. tehnică, p. 323, 1965.
4. N. A. Kapţov, *Fenomene electrice în gaze şi vid* (traducere din limba rusă) Ed. tehnică, p. 605, 1955.
5. L. A. Sena, J.E.T.F., *16*, 734 (1946).
6. В. И. Попков, *О подвижности ионов*, ДАН—СССР, **58**, *6*, (1947).
7. Л. Б. Лоеб, *Основные процессы электрического разряда в газах* (traducere din limba engleză) Гостехноиздат, 1950.
8. А. Энгел, *Ионизованные газы* (traducere din limba engleză) Гос. изд. физ. мат. лит., p. 314, 1959.
9. I. M. Rîjik, I. Gradstein, *Tabele de integrale, sume — serii şi produse*, Ed. tehnică, p. 466, 1955.

# LEVITAȚIA ELECTROMAGNETICĂ A UNEI BENZI PLANE CONDUCTOARE

DE

CEZAR FLUERAȘU

538.122.621.3.013

În lucrare se studiază levitația electromagnetică a unei benzi plane conductoare, levitatorul fiind realizat din două conductoare rectilinii și paralele, parcurse de curenți alternativi egali și în opoziție de fază.

Calculele se fac în două moduri :

a) presupunînd lățimea benzii suficient de mare încît bara să poată fi asimilată unui ecran infinit ;

b) presupunînd banda de lățime finită, însă perfect conductoare.

Se dau formule și curbe pentru calculul forței de levitație și al pierderilor.

## 1. INTRODUCERE

În ultimii ani au apărut în revistele de specialitate un număr relativ mare de articole în care este studiată levitația electromagnetică.

Prin levitație electromagnetică se înțelege menținerea unor corpuri în spațiu cu ajutorul unor forțe de natură electromagnetică care să compenseze greutatea acestor corpuri.

Una din cele mai importante aplicații ale levitației electromagnetice o constituie levitația metalelor topite, evitînd în acest mod contactul acestora cu creuzetul.

Principalele probleme ale levitației electromagnetice, descrierea cîtorva mijloace de realizare a acestora, precum și o bibliografie completă se găsesc în articolul de sinteză al profesorului Laithwaite [1].

În articolul de față se studiază levitația electromagnetică a unei benzi conductoare plane de o lungime mare. Drept levitator se folosesc două conductoare rectilinii foarte lungi, paralele, parcurse de curenți alternativi egali și în opoziție de fază (fig. 1).

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 99–112, București 1968

Grosimea benzii se presupune foarte mică. Calculele se vor face în două ipoteze. Un mod de calcul consistă în înlocuirea benzii cu un ecran plan infinit, soluția obișnuită putîndu-se aplica benzii de lățime finită, dacă lățimea acesteia este suficient de mare.

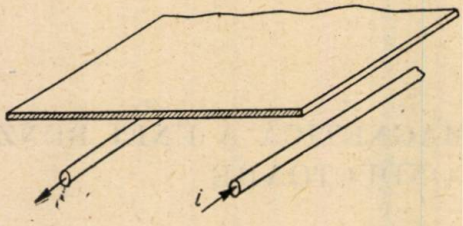



Fig. 1. — Levitația electromagnetică a unei benzi plane.

Al doilea mod de calcul consistă în integrarea ecuațiilor cîmpului electromagnetic în coordonate eliptice, presupunînd banda perfect conductoare.

## 2. LEVITAȚIA ELECTROMAGNETICĂ A UNEI BENZI PLANE CONDUCTOARE

2.1. *Determinarea soluției considerînd ecranul plan infinit.* În locul benzii plane se va considera un ecran metalic neferomagnetic infinit extins, de grosime $\Delta$, în prezența celor două conductoare ale levitatorului.

Se va presupune grosimea ecranului mică în raport cu adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic în ecran. În această situație, calculele se simplifică foarte mult înlocuind ecranul de grosime finită $\Delta$, și conductivitate $\sigma$ cu un ecran infinit subțire dar avînd o conductivitate superficială :

$$\sigma_s = \sigma \cdot \Delta. \tag{1}$$

În aceste condiții, ercanul va constitui o pînză de curent cu densitatea lineică $\mathcal{J}_s$ (fig. 1). Lungimea fiind presupusă infinită, cîmpul va fi

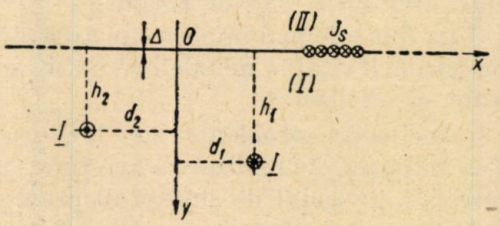



Fig. 2.—Ecran plan infinit în prezența a două fire rectilinii infinit lungi, paralele și parcurse de curent alternativ.

plan paralel și va putea fi reprezentat printr-un potențial vector avînd componentă numai după axa de $z$ și depinzînd numai de coordonatele $x$, $y$ :

$$\underline{A} = \boldsymbol{k} \cdot A\,(x, y). \tag{2}$$

a) *Determinarea potențialului vector al cîmpului electromagnetic.* În lucrarea [2] s-a determinat potențialul vector al cîmpului electromagnetic în această situație. Acesta este dat de relațiile [1]) :

$$\underline{A}_{\mathrm{I}} = \int_0^\infty \underline{A}_\lambda^{(1)} \, \mathrm{e}^{-\lambda y} \cos \lambda (x - d_1) \, \mathrm{d}\lambda - \frac{\mu_0 \underline{I}}{4\pi} \ln \frac{(x-d_1)^2 + (y-h_1)^2}{(x-d_1)^2 + (y+h_1)^2} -$$

$$- \int_0^\infty \underline{A}_\lambda^{(2)} \, \mathrm{e}^{-\lambda y} \cos \lambda (x + d_2) \, \mathrm{d}\lambda + \frac{\mu_0 \underline{I}}{4\pi} \ln \frac{(x+d_2)^2 + (y-h_2)^2}{(x+d_2)^2 + (y+h_2)^2}, \tag{3}$$

$$\underline{A}_{\mathrm{II}} = \int_0^\infty \underline{A}_\lambda^{(1)} \, \mathrm{e}^{\lambda y} \cos \lambda (x - d_1) \, \mathrm{d}\lambda - \int_0^\infty \underline{A}_\lambda^{(2)} \, \mathrm{e}^{\lambda y} \cos \lambda (x + d_2) \, \mathrm{d}\lambda, \tag{3'}$$

în care

$$\underline{A}_\lambda^{(1,2)} = \frac{\mu_0 \underline{I}}{2\pi} \mathrm{e}^{-\lambda h_{1,2}} \frac{1}{\lambda + j \dfrac{\Delta}{\delta^2}}, \tag{4}$$

unde

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma}}, \tag{5}$$

(s-a folosit prezentarea în complex simplificat a mărimilor variabile în timp după o lege sinusoidală).

b) *Determinarea forței de levitație.* Forța de natură electromagnetică exercitată pe unitatea de lungime a ecranului („forța lineică") se poate calcula în principiu în două moduri.

Un prim mod de calcul consistă în integrarea tensiunilor maxwelliene pe o suprafață de lungime unitară ce înconjură ecranul ca în figura 3.

Este însă mult mai simplu să se calculeze forța exercitată asupra firelor, forța lineică exercitată asupra ecranului fiind egală și de semn contrar cu suma forțelor lineice exercitate asupra celor două fire :

$$\underline{F}^{(ecr)} + \underline{F}^{(fir\,1)} + \underline{F}^{(fir\,2)} = 0. \tag{6}$$

În această relație s-a folosit reprezentarea în complex simplificat a forțelor, partea reală a acesteia reprezentînd, după cum se cunoaște

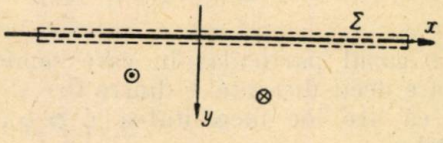



Fig. 3. — Suprafața de integrare pentru calculul forței lineice asupra ecranului folosind tensorul tensiunilor maxwelliene.

din principiul prezentării în complex, valoarea medie a forței (a cărei valoare instantanee este egală cu produsul a două mărimi cu variație sinusoidală în timp) [3].

[1]) Față de formulele din articolul citat, cele de față diferă datorită faptului că originea coordonatelor a fost schimbată.

Amplitudinea componentei alternative a forței este dată de modulul reprezentării sale în complex.

Formula (6) se poate scrie explicit astfel :

$$\underline{\boldsymbol{F}}^{(ecr)} + \underline{I}\,\boldsymbol{K}\times(\underline{\boldsymbol{B}}'(1))^* + \underline{I}\,(-\underline{\boldsymbol{K}})\times(\underline{\boldsymbol{B}}'(2))^* = 0, \tag{6'}$$

în care s-a folosit relația cunoscută, care exprimă forța exercitată asupra unui fir parcurs de curent electric situat în cîmp magnetic, reprezentată în complex simplificat [3].

Prin $\underline{\boldsymbol{B}}'$ (1) și $\underline{\boldsymbol{B}}'$ (2) se înțelege valoarea inducției magnetice în punctele ocupate de firul (1), și respectiv (2), cu excepția inducției magnetice produsă de fir însuși.

Efectuînd calculele, se obțin următoarele rezultate :

$$\underline{F}_x^{(ecr)} = 0 \tag{7}$$

$$\underline{F}_y^{(ecr)} = -j\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\Delta}{\delta^2} I^2 \left\{ e^{j2\frac{h_1\Delta}{\delta^2}} E_i\left(-j\cdot 2\frac{h_1\Delta}{\delta^2}\right) + e^{j\cdot 2\frac{h_2\Delta}{\delta^2}} E_i\left(-j\cdot 2\frac{h_2\Delta}{\delta^2}\right) - \right.$$

$$- e^{j\frac{\Delta}{\delta^2}[(h_1+h_2)+j(d_1+d_2)]} E_i\left[-j\frac{\Delta}{\delta^2}((h_1+h_2)+j(d_1+d_2))\right] -$$

$$\left. - e^{j\frac{\Delta}{\delta^2}[(h_1+h_2)-j(d_1+d_2)]} E_i\left[-j\frac{\Delta}{\delta^2}((h_1+h_2)-j(d_1+d_2))\right]\right\}^*, \tag{8}$$

în care $E_i$ este funcția exponențială integrală [4].

În practică prezintă interes în special situația în care cele două fire sînt situate la distanțe egale față de ecran.

În această situație introducînd notațiile :

$$d_1 = d_2 = d\,; \quad h_1 = h_2 = h\,; \quad \varphi = 2\frac{h\Delta}{\delta^2}\,; \quad \psi = 2\frac{d\cdot\Delta}{\delta^2} \tag{9}$$

se obține următorul rezultat :

$$\underline{F}_y^{(ecr)} = -j\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\Delta}{\delta^2} I^2 \{2e^{j\varphi} E_i(-j\varphi) - e^{j(\varphi+j\psi)} E_i[-j(\varphi+j\psi)] - e^{j(\varphi-j\psi)} E_i[-j(\varphi-j\psi)]\}^*. \tag{10}$$

În cazul particular în care semidistanța $d$ dintre fire este mult mai mare decît distanța $h$ dintre fire și ecran (ceea ce este echivalent cu faptul că are loc inegalitatea $\psi \gg \varphi$), formula (10) se simplifică considerabil.

Folosind relațiile [4] :

$$E_i(-j\varphi) = ci\,\varphi - j\,si\,\varphi \tag{11}$$

în care $ci\varphi$ și $si\varphi$ sînt respectiv cosinusul integral și sinusul integral și [5] :

$$E_i(\psi - j\cdot 0) = E_i^*(\psi) + j\,\pi$$

și calculînd numai valoarea medie a forței lineice dată de partea reală a reprezentării sale în complex se obține

$$\widetilde{F}_y^{(ecr)} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi h} \cdot k_F(\varphi, \psi), \tag{12}$$

în care

$$k_F(\varphi, \psi) = \varphi(\sin\varphi \cdot \mathrm{ci}\,\varphi - \cos\varphi \cdot \mathrm{si}\,\varphi) - \frac{\pi}{2}\varphi \cdot e^{-\psi}. \tag{13}$$

Semnul minus din relația (12) apare datorită faptului că sensul pozitiv al axei $y$ este îndreptat în jos.

Factorul $\frac{\mu_0 I^2}{2\pi h}$ are o interpretare foarte simplă : el reprezintă forța lineică exercitată asupra ecranului, în situația în care el ar fi perfect conductor și distanța dintre fire este mult mai mare decît distanța dintre fire și ecran.

Într-adevăr, în acest caz, folosind metoda imaginilor magnetice se poate înlocui ecranul prin fire situate simetric cu cele ale levitatorului parcurse de curenți egali și în opoziție de fază cu primii (fig. 4).

Forța lineică va fi, în această situație egală cu suma forțelor lineice exercitate între perechile de fire imagine :

$$\underline{F}_{y(perf.cond)}^{(ecr)} = 2\underline{I}\left(\frac{\mu_0 \underline{I}}{2\pi \cdot 2h}\right)^* = \frac{\mu_0 \underline{I}^2}{2\pi h}. \tag{14}$$

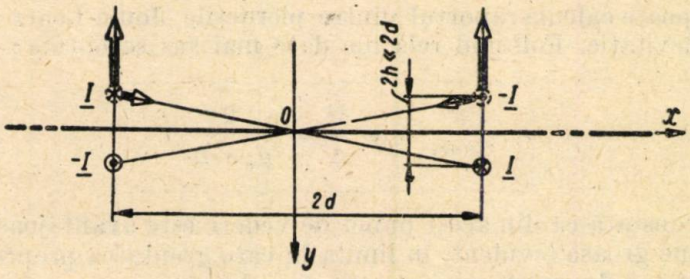



Fig. 4. — Calculul forței de levitație exercitată asupra unui ecran perfect conductor.

Coeficientul $k_F$ din relația (13) se mai poate scrie sub forma

$$k_F(\varphi, \psi) = k_p(\varphi) - \frac{\pi}{2}\varphi\, e^{-\psi}, \tag{13'}$$

în care $k_p$ este coeficientul de pierdere introdus în lucrarea [2], coeficient care intervine în expresia pierderilor prin efect Joule-Lentz în unitatea de lungime a ecranului (vezi (94) din lucrarea mai sus citată).

De remarcat că în lucrarea [2] pierderile lineice au fost calculate în ipoteza că firul de întoarcere a curentului este depărtat la infinit. Calculînd pierderile lineice în ecran în situația de față, folosind pentru aceasta cîmpul complet creat de cele două fire (calculul care se poate face cu ajutorul relației (54) din [2]) se obține :

$$P_j^{(ecr)} = \frac{\omega \mu_0 I^2}{2\pi} \operatorname{Im} \{2e^{j\varphi} E_i(-j\varphi) - e^{j(\varphi+j\psi)} E_i[-j(\varphi+j\psi)] - e^{j(\varphi-j\psi)} E_i[-j(\varphi-j\psi)]\}$$

sau, în cazul $\psi \gg \varphi$,

$$\boxed{P_j^{(ecr)} = \frac{I^2}{\pi\sigma\Delta h} \cdot k_F(\varphi, \psi).}$$

Factorul $\frac{I^2}{\pi\sigma\Delta h}$ reprezintă pierderile lineice prin efect Joule-Lentz în ecran, în ipoteza că densitatea de curent ar avea repartiția de la ecranul perfect conductor (în cazul $d \gg h$).

Se constată, din relațiile (12) și (16), că forța lineică de levitație și pierderile lineice Joule-Lentz sînt date de valorile mărimilor respective obținute presupunînd curenți din ecran distribuit ca la ecranul perfect conductor înmulțite cu *același* coeficient $k_F$ (dat de relația (13) pentru cazul $d \gg h$).

În cazul în care relația $d \gg h$ nu mai este satisfăcută, trebuie folosite relațiile (10) și (15), cu inconvenientul că tabelele funcției exponențiale integrale dau în general numai valorile acesteia pentru argument real.

Se poate calcula raportul dintre pierderile Joule-Lentz în ecran și forța de levitație. Folosind relațiile date mai sus se obține :

$$\boxed{\frac{P_j^{(ecr)}}{\tilde{F}_y^{(ecr)}} = \omega \frac{\delta^2}{\Delta} = \frac{2}{\mu_0 \sigma \cdot \Delta},} \qquad (17)$$

Se constată că din acest punct de vedere este avantajoasă utilizarea unor ecrane groase (evident, în limita în care greutatea proprie nu crește prea mult) și de conductivitate cît mai bună.

În cazul valorilor mici ale parametrului $\varphi$, folosind dezvoltările în serie ale funcțiilor care intervin în expresia coeficientului $k_F$ se obține

$$k_F(\varphi, \psi) \approx \frac{\pi}{2} \varphi (1 - e^{-\psi}) + \varphi^2 \ln \varphi \qquad (\varphi \ll 1,\ \psi \gg \varphi). \qquad (13')$$

În cazul valorilor mari ($\varphi \gg 1$) folosind dezvoltările asimptotice [4]

$$\operatorname{si}\varphi \approx -\frac{\cos\varphi}{\varphi},\quad \operatorname{ci}\varphi \approx \frac{\sin\varphi}{\varphi}, \qquad (\varphi \gg 1) \qquad (18)$$

se obține

$$k_F(\varphi, \psi) \approx 1 - \frac{\pi}{2} \varphi \, e^{-\psi} \qquad (\varphi \gg 1, \psi \gg \varphi), \tag{13''}$$

în care, de obicei, al doilea termen al membrului drept este neglijabil.

În figura 5 este reprezentată curba

$$k'_F(\varphi) = \varphi \, (\sin \varphi \cdot \mathrm{ci}\, \varphi - \cos \varphi \cdot \mathrm{si}\, \varphi) \text{ (vezi și tabela 1)}, \tag{19}$$

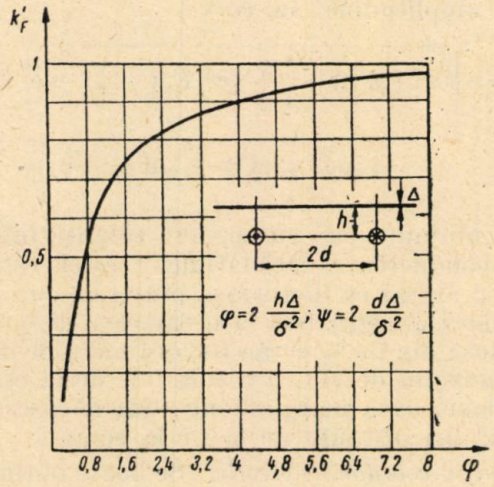



Fig. 5. — Valorile coeficientului $k'_F$ din relația (19).

coeficientul $k_F(\varphi, \psi)$ fiind dat de relația

$$k_F(\varphi, \psi) = k'_F(\varphi) - \frac{\pi}{2} \varphi \, e^{-\psi} \qquad (\psi \gg \varphi). \tag{20}$$

Se constată că forța de levitație crește cu frecvența, tinzînd asimptotic către o valoare limită. Este deci avantajoasă utilizarea unor frecvențe înalte (de ordinul kilohertzilor); valori mai mai ale frecvenței nu sînt necesare deoarece forța de levitație crește mai departe foarte puțin cu frecvența (vezi exemplul numeric de la punctul 2.3).

*Tabela 1*

**Valorile coeficientului $k'_F(\varphi)$ (relația (19))**

| $\alpha$ | 0,01 | 0,05 | 0,1 | 0,15 | 0,2 | 0,4 | 0,8 | 1,2 | 1,6 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $k'_F$ | 0,015 | 0,07 | 0,13 | 0,18 | 0,226 | 0,373 | 0,56 | 0,672 | 0,752 | 0,762 |
| $\varphi$ | 2,4 | 2,8 | 3,2 | 3,6 | 4 | 4,4 | 4,8 | 8 | 20 | $\infty$ |
| $k'_F$ | 0,835 | 0,857 | 0,883 | 0,892 | 0,92 | 0,931 | 0,938 | 0,974 | 0,982 | 1 |

Prezintă de asemenea interes amplitudinea componentei variabilei a forței de levitație, dată de către modulul reprezentării sale în complex simplificat.

Din relația (10) se obține în cazul $\psi \gg \varphi$ relația

$$A = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi h} \cdot k_A(\varphi, \psi), \tag{21}$$

care dă această amplitudine, în care

$$k_A(\varphi, \psi) = \sqrt{k_F^2(\varphi, \psi) + \left\{\frac{\varphi}{2}\left[e^{\psi} E_i(-\psi) + e^{-\psi} E_i^*(\psi)\right] - \right.}$$

$$\left. - \varphi(\cos\varphi \cdot \mathrm{ci}\,\varphi + \sin\varphi \cdot \mathrm{si}\,\varphi)\right\}^2. \tag{22}$$

Rezultatele obținute mai sus pentru ecranul infinit pot fi aplicate și în cazul benzii conductoare, dacă lățimea acesteia este suficient de mare. În lucrarea [2] s-a arătat că densitatea pînzei de curent, indusă în ecran de către un fir, devine neglijabilă la o oarecare distanță față de piciorul perpendicularei dusă din fir la ecran (de ordinul a de două ori distanța de la fir la ecran). Rezultă de aci că rezultatele de la ecranul infinit pot fi aplicate benzii plane, dacă marginile acesteia depășesc abscisa firelor cu cel puțin de două ori distanța de la fir la ecran.

2.2. *Calculul în coordonate eliptice.* Se poate obține soluția problemei puse mai sus, utilizînd sistemul de coordonate eliptice plane. Legătura între coordonatele eliptice $(\alpha, \beta)$ și cele carteziene este dată de relațile [6] (vezi fig. 6):

$$\begin{cases} x = c \cdot \mathrm{ch}\alpha \cdot \cos\beta, \\ y = c \cdot \mathrm{sh}\alpha \cdot \sin\beta. \end{cases} \tag{23}$$

Parametrii lui Lamé au expresiile:

$$h_\alpha = h_\beta = c\sqrt{\mathrm{ch}^2\alpha - \cos^2\beta} = h, \tag{24}$$

iar laplaceanul devine

$$\Delta = \frac{1}{h^2}\left[\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2}{\partial\beta^2}\right]. \tag{25}$$

Curbele de coordonate sînt elipse și hiperbole confocale, cu distanța interfocală $2c$.

a) *Determinarea potențialului vector al cîmpului electromagnetic.* Se va determina cîmpul electromagnetic creat de cele două fire ale levitatorului, ale căror urme au coordonatele $(\alpha_1, \beta_1)$ respectiv $(\alpha_2, \beta_2)$, în vecinătatea unui cilindru eliptic perfect conductor de ecuație $\alpha = \alpha_0$. Soluția problemei de față se va obține făcînd $\alpha_0 = 0$, cilindrul eliptic degenerînd în acest caz într-o bandă de lățime $2c$ (fig. 7).

De remarcat că a fost necesară impunerea condiției ca cilindrul să fie perfect conductor, deoarece funcțiile proprii ale ecuațiilor obținute prin

separarea variabilelor în ecuația cîmpului electromagnetic în interiorul cilindrului (ecuația lui Helmholtz) nu coincid cu funcțiile proprii ale ecuațiilor din exteriorul cilindrului, iar impunerea condițiilor de trecere la

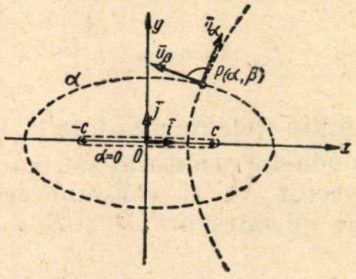



Fig. 6. — Bandă conductoare în prezența a două fire rectilinii infinit lungi.

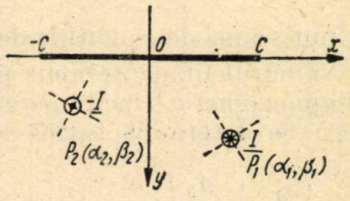



Fig. 7. — Sistemul de coordonate eliptice.

suprafața cilindrului ar conduce la un sistem infinit de ecuații cu o infinitate de necunoscute.

În aceste condiții este suficientă rezolvarea problemei exterioare.

În exteriorul cilindrului potențialul vector satisface ecuația lui Poisson

$$\Delta \underline{A} = -\mu_0 \underline{\mathcal{J}}, \tag{26}$$

în care

$$\underline{\mathcal{J}} = \underline{I}\,[\delta(\alpha-\alpha_1)\cdot\delta(\beta-\beta_1) - \delta(\alpha-\alpha_2)\cdot\delta(\beta-\beta_2)]\frac{1}{h^2}\cdot \tag{27}$$

Soluția acestei probleme se va căuta sub forma

$$\underline{A} = \underline{A}' + \underline{A}^{(fir\ 1)} + \underline{A}^{(fir\ 2)}, \tag{28}$$

în care $\underline{A}^{(fir\ 1,2)}$ reprezintă potențialul vector al cîmpului creat de fiecare fir în parte, în ipoteza că ar exista singur [3]:

$$\underline{A}^{(fir\ 1,2)} = \pm\frac{\mu_0 \underline{I}}{2\pi}\ln\frac{1}{r_{1,2}} \tag{29}$$

unde prin $r_{1,2}$ s-a notat distanța de la un punct oarecare pînă la fir.

Dezvoltînd logaritmul din relația (27) după funcțiile proprii ale operatorului lui Laplace în coordonate eliptice, rezultă [6]:

$$\underline{A}^{(fir\ 1,2)} = \mp\frac{\mu_0 \underline{I}}{2\pi}\left[\ln\frac{c}{2} + \alpha_{1,2} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{-n\alpha_{1,2}}}{n}(\operatorname{ch} n\alpha\cdot\cos n\beta_{1,2}\cdot\cos n\beta + \right.$$

$$\left. + \operatorname{sh} n\alpha\cdot\sin n\beta_{1,2}\cdot\sin n\beta)\right], \tag{30}$$

(relațiile valabile pentru $\alpha < \alpha_1$ respectiv $\alpha < \alpha_2$).

Componenta $\underline{A}'$ va satisface în acest caz ecuația lui Laplace

$$\Delta \underline{A}' = 0, \tag{31}$$

a cărei soluție este

$$\underline{A}' = \underline{A}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n\alpha} (\underline{D}_n \cos n\beta + \underline{E}_n \cdot \sin n\beta), \tag{32}$$

(s-a ținut seama de condițiile de uniformitate și de regularitate la infinit).

Cilindrul fiind presupus perfect conductor, conturul său va fi linie de cîmp magnetic, încît potențialul vector va fi constant pe elipsa $\alpha = \alpha_0$. Se determină astfel constantele de integrare $\underline{D}_n$ și $\underline{E}_n$:

$$\underline{D}_n = \frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi} \frac{e^{n\alpha_0}}{n} [-e^{-n\alpha_1} \cos n\beta_1 + e^{-n\alpha_2} \cos n\beta_2] \operatorname{ch} n\alpha_0, \tag{33}$$

$$\underline{E}_n = \frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi} \frac{e^{n\alpha_0}}{n} [-e^{-n\alpha_1} \sin n\beta_1 + e^{-n\alpha_2} \sin n\beta_2] \operatorname{sh} n\alpha_0. \tag{34}$$

Rezultă următoarea expresie a potențialului vector:

$$\underline{A} = \frac{\mu_0 \underline{I}}{2\pi} (\alpha_2 - \alpha_1) + \underline{A}_0 + \frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \{(e^{-n\alpha_1} \cos n\beta_1 - e^{-n\alpha_2} \cos n\beta_2) [\operatorname{ch} n\alpha - e^{n(\alpha_0-\alpha)} \operatorname{ch} n\alpha_0] \cos n\beta + (e^{-n\alpha_1} \sin n\beta_1 - e^{-n\alpha_1} \sin n\beta_2) [\operatorname{sh} n\alpha - e^{n(\alpha_0-\alpha)} \operatorname{sh} n\alpha_0] \sin n\beta\}, \tag{35}$$

(valabilă pentru $\alpha \leqslant \alpha_1$, $\alpha \leqslant \alpha_2$; constanta $A_0$ poate să rămînă arbitrară).

Inducția magnetică dată de relația

$$\underline{\boldsymbol{B}} = \operatorname{rot} \cdot \underline{\boldsymbol{A}} \tag{36}$$

va avea componentele

$$\underline{B}_\alpha = \frac{1}{h} \frac{\partial \underline{A}}{\partial \beta}; \quad \underline{B}_\beta = -\frac{1}{h} \frac{\partial \underline{A}}{\partial \alpha}. \tag{37}$$

b) *Determinarea forței lineice exercitate asupra benzii.* Pentru determinarea forței lineice exercitate asupra benzii se va utiliza relația (6). Pentru a calcula componentele normală și tangențială ale forței, aceasta trebuie raportată la versorii $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, ai axelor $x$, $y$, ținînd seama de relațiile care exprimă versorii $\boldsymbol{u}_\alpha$, $\boldsymbol{u}_\beta$ în funcție de $\boldsymbol{i}$ și $\boldsymbol{j}$:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}_\alpha &= \frac{1}{h} (\boldsymbol{i}\, c \cdot \operatorname{sh} \alpha \cdot \cos \beta + \boldsymbol{j}\, c \operatorname{ch} \alpha \cdot \sin \beta), \\ \boldsymbol{u}_\beta &= \frac{1}{h} (-\boldsymbol{i}\, c \cdot \operatorname{ch} \alpha \cdot \sin \beta + \boldsymbol{j}\, c \cdot \operatorname{sh} \alpha \cdot \cos \beta). \end{aligned} \tag{38}$$

Se obțin următoarele rezultate (în cazul $\alpha_0 = 0$):

$$F_x^{(bandă)} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi c}\left\{\left(\frac{\operatorname{sh}\alpha_1\cdot\cos\beta_1}{\operatorname{ch}^2\alpha_1-\cos^2\beta_1}+\right.\right.$$

$$\left.+\frac{\operatorname{sh}\alpha_2\cdot\cos\beta_2}{\operatorname{ch}^2\alpha_2-\cos^2\beta_2}\right)\left[\frac{\operatorname{sh}(\alpha_1+\alpha_2)}{\operatorname{ch}(\alpha_1+\alpha_2)-\cos(\beta_1+\beta_2)}+\right.$$

$$\left.+\frac{\operatorname{sh}(\alpha_1+\alpha_2)}{\operatorname{ch}(\alpha_1+\alpha_2)-\cos(\beta_1-\beta_2)}-1\right]-$$

$$-\left(\frac{\operatorname{ch}\alpha_1\cdot\sin\beta_1}{\operatorname{ch}^2\alpha_1-\cos^2\beta_1}+\frac{\operatorname{ch}\alpha_2\cdot\sin\beta_2}{\operatorname{ch}^2\alpha_2-\cos^2\beta_2}\right)\frac{\sin(\beta_1+\beta_2)}{\operatorname{ch}(\alpha_1+\alpha_2)-\cos(\beta_1+\beta_2)}-$$

$$-\left(\frac{\operatorname{ch}\alpha_1\cdot\sin\beta_1}{\operatorname{ch}^2\alpha_1-\cos^2\beta_1}-\frac{\operatorname{ch}\alpha_2\cdot\sin\beta_2}{\operatorname{ch}^2\alpha_2-\cos^2\beta_2}\right)\frac{\sin(\beta_1-\beta_2)}{\operatorname{ch}(\alpha_1+\alpha_2)-\cos(\beta_1-\beta_2)}-$$

$$-\frac{\operatorname{ch}\alpha_1\cdot\cos\beta_1(\operatorname{sh}^2\alpha_1-\sin^2\beta_1)}{(\operatorname{ch}^2\alpha_1-\cos^2\beta_1)^2}-\frac{\operatorname{ch}\alpha_2\cos\beta_2(\operatorname{sh}^2\alpha_2-\sin^2\beta_2)}{(\operatorname{ch}^2\alpha_2-\cos^2\beta_2)^2}-$$

$$\left.-\frac{\cos\beta_1\cdot e^{-\alpha_1}}{\operatorname{ch}^2\alpha_1-\cos^2\beta_1}-\frac{\cos\beta_2\cdot e^{-\alpha_2}}{\operatorname{ch}^2\alpha_2-\cos^2\beta_2}\right\}, \tag{39}$$

$$F_y^{(bandă)} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi c}\left\{\left(\frac{\operatorname{ch}\alpha_1\cdot\sin\beta_1}{\operatorname{ch}^2\alpha_1-\cos^2\beta_1)}+\right.\right.$$

$$\left.+\frac{\operatorname{ch}\alpha_2\cdot\sin\beta_2}{\operatorname{ch}^2\alpha_2-\cos^2\beta_2}\right)\left[\frac{\operatorname{sh}(\alpha_1+\alpha_2)}{\operatorname{ch}(\alpha_1+\alpha_2)-\cos(\beta_1+\beta_2)}+\right.$$

$$\left.+\frac{\operatorname{sh}(\alpha_1+\alpha_2)}{\operatorname{ch}(\alpha_1+\alpha_2)-\cos(\beta_1-\beta_2)}-1\right]+$$

$$+\left(\frac{\operatorname{sh}\alpha_1\cdot\cos\beta_1}{\operatorname{ch}^2\alpha_1-\cos^2\beta_1}+\frac{\operatorname{sh}\alpha_2\cdot\cos\beta_2}{\operatorname{ch}^2\alpha_2-\cos^2\beta_2}\right)\frac{\sin(\beta_1+\beta_2)}{\operatorname{ch}(\alpha_1+\alpha_2)-\cos(\beta_1+\beta_2)}+$$

$$+\left(\frac{\operatorname{sh}\alpha_1\cdot\cos\beta_1}{\operatorname{ch}^2\alpha_1-\cos^2\beta_1}-\frac{\operatorname{sh}\alpha_2\cdot\cos\beta_2}{\operatorname{ch}^2\alpha_2-\cos^2\beta_2}\right)\frac{\sin(\beta_1-\beta_2)}{\operatorname{ch}(\alpha_1+\alpha_2)-\cos(\beta_1-\beta_2)}-$$

$$-\frac{\operatorname{sh}\alpha_1\cdot\sin\beta_1(\operatorname{ch}^2\alpha_1+\cos^2\beta_1)}{\operatorname{ch}^2\alpha_1-\cos^2\beta_1)^2}-\frac{\operatorname{sh}\alpha_2\cdot\sin\beta_2(\operatorname{ch}^2\alpha_2+\cos^2\beta_2)}{(\operatorname{ch}^2\alpha_2-\cos^2\beta_2)^2}-$$

$$\left.-\frac{\operatorname{ch}\alpha_1\cdot\sin\beta_1}{\operatorname{sh}\alpha_1\cdot(\operatorname{ch}^2\alpha_1-\cos^2\beta_1)}e^{-\alpha_1}-\frac{\operatorname{ch}\alpha_2\cdot\sin\beta_2}{\operatorname{sh}\alpha_2(\operatorname{ch}^2\alpha_2-\cos^2\beta_2)}e^{-\alpha_2}\right\}. \tag{40}$$

Aceste formule, deși complicate, prezintă avantajul că sînt exprimate numai prin funcții elementare, care sînt tabulate.

În cazul particular în care firele sînt situate simetric față de planul median al benzii, utilizînd notațiile (fig. 8) :

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_0,\ \beta_1 = \beta_0,\ \beta_2 = \pi - \beta_0, \tag{41}$$

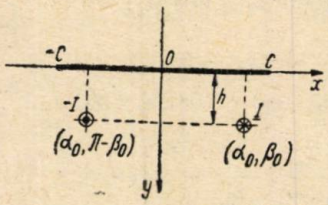



Fig. 8. — Relativă la relația (43).

se obține

$$\widetilde{F}_x^{(bandă)} = 0, \tag{42}$$

$$\boxed{\widetilde{F}_y^{(bandă)} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi h} \cdot k_F(\alpha_0, \beta_0),} \tag{43}$$

unde

$$\boxed{k_{F(\alpha_0, \beta_0)} = \frac{\sin^2\alpha_0 \cdot \cos^2\beta_0 \,[2 \cdot \mathrm{sh}^2\alpha_0 \cdot \mathrm{ch}\,2\alpha_0 + \mathrm{ch}^2\alpha_0 - \cos^2\beta_0]}{(\mathrm{ch}^2\alpha_0 - \cos^2\beta_0)^2\,(\mathrm{sh}^2\alpha_0 + \cos^2\beta_0)}} \tag{44}$$

iar $h$ este distanța de la fire la planul benzii.

În relația (43) s-a separat același factor ca și în relația (12).

În cazul particular al unei benzi foarte late ($c \to \infty$) coordonata $\alpha_0$ a celor două fire tinde către zero, deci se obține :

$$\lim_{\alpha_0 \to 0} k_F(\alpha_0, \beta_0) = 1,$$

încît forța va fi dată de relația $\widetilde{F}_y = \dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi h}$, în acord cu relația (14).

În cazul benzilor reale, cu conductivitatea finită, relația (43) poate fi utilizată numai dacă efectul pelicular este suficient de pronunțat încît conturul secțiunii benzii să poată fi considerat drept linie de cîmp magnetic.

Aceasta are loc dacă adîcimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic în bandă $\left(\delta = \sqrt{\dfrac{2}{\omega\,\mu_0\sigma}}\right)$ este mică în raport cu grosimea $\Delta$ a benzii.

2.3 *Exemplu numeric.* Fie o bandă de aluminiu ($\sigma = 0{,}35 \cdot 10^8$ $(\Omega \cdot \mathrm{m})^{-1}$), cu grosimea $\Delta = 1$ mm și lățimea $2c = 20$ cm. Fie $h = 1$ cm și $d = 5$ cm.

Utilizînd relația (13) se obține :

$$k_F = 0{,}07, \text{ la } f = 50 \text{ Hz} \left(\delta = \frac{1}{84}\,\mathrm{m} \approx 1{,}18 \text{ cm}\right),$$

$$k_F = 1, \quad \text{la } f = 10\text{k Hz} \left(\delta = \frac{1}{1180}\,\mathrm{m} \approx 0{,}85 \text{ mm}\right).$$

Din relația (44) rezultă $k_F = 0{,}95$.

Se constată că, la frecvențe mari formula (13) dă rezultate apropiate de cele obținute cu (44).

De asemenea se constată că în acest caz nu are sens utilizarea unei frecvențe mai mari de 10 kHz, întrucît forța de levitație nu mai crește.

Calculînd intensitatea curentului necesar, pentru a menține banda la înălțimea $h = 1$ cm deasupra firelor (greutatea specifică a aluminiului fiind 2,79 gf/cm$^3$) rezultă următoarele valori :

— la $f = 50$ Hz, $I = 1900$ A,

— la $f = 10$ kHz (calculat cu relația (13) ) $I = 523$ A,

— calculat cu relația (44), $I = 537$ A.

### 3. CONCLUZII

Din analiza rezultatelor obținute (relațiile (12), (13), (16), (17), (43), (44) se constată :

Forța de levitație crește monoton cu frecvența tinzînd asimptotic către o valoare limită, egală cu forța de levitație exercitată asupra unui ecran perfect conductor.

Pierderile în ecran cresc cu frecvența după aceeași lege, valoarea asimptotică reprezentînd pierderile în ecran calculate cu distribuția densității de curent de la ecranul perfect conductor.

Raportul dintre pierderile în ecran și forța de levitație (17) nu depinde de frecvență. Se constată că acest raport este cu atît mai avantajos cu cît conductivitatea și grosimea ecranului sînt mai mari.

De remarcat că modelul simplificat adoptat, în care s-a înlocuit ecranul real cu un ecran infinit subțire, însă cu o conductivitate superficială finită, presupune grosimea $\Delta$ a ecranului mică în raport cu adîncimea de pătrundere $\delta$. De aceea toate rezultatele obținute la punctul 2.1 sînt valabile dacă este satisfăcută condiția :

$$\Delta < \delta$$

Pentru ecrane a căror grosime depășește adîncimea de pătrundere $\Delta$, se pot aplica totuși relațiile de mai sus, înlocuind peste tot pe $\Delta$ cu $\delta$.

Această afirmație poate fi justificată prin aceea că, în acest caz practic întreg curentul din ecran este concentrat într-un strat de grosimea $\delta$ la suprafața ecranului dinspre domeniul în care se află firele.

Forța lineică de levitație crește cu grosimea $\Delta$ a ecranului, dacă acesta nu depășește adîncimea de pătrundere $\delta$. Dacă grosimea ecranului depășește adîncimea de pătrundere, ea nu mai influențează asupra valorii forței de levitație (conform observației de mai sus).

Rezultă că nu este rațională utilizarea unor ecrane a căror grosime să depășească adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic.

## BIBLIOGRAFIE

1. E. R. Laithwaite, *Electromagnetic levitation*, Proc. I.E.E., *112* (*12*), (1965).
2. Al. Timoton, A. Țugulea, C. Fluerașu, *Cîmpul electromagnetic cvasistationar a unor fire rectilinii parcurse de curent alternativ în prezența unui ecran plan infinit de grosime finită*, St. Cerc. energ. elect., **16**, *3*, 481—501 (1966).
3. R. Răduleț, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. II, București, 1955—1957.
4. Lanke-Emde-Lösch, *Tafeln höherer Funktionen*, B. G. Teuhner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, 1960.
5. N. D. Lebedev, *Funcții speciale și aplicațiile lor*, Ed. tehnică, București, 1957.
6. Ph. Morse, H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics*, New York-Toronto-London, Mc. Graw-Hill Book Company Inc., 1953.

# ASUPRA LEVITAȚIEI ELECTROMAGNETICE A CONDUCTOARELOR CILINDRICE CIRCULARE DREPTE

DE

I. R. CIRIC

538.122 : 621.3.013

În lucrare se obține soluția aproximativă în problema levitației electromagnetice a unui conductor cilindric circular drept, foarte lung, în formă de țeavă foarte subțire, în prezența unui sistem de două fire rectilinii, paralele cu conductorul cilindric și parcurse de curent alternativ. Se consideră numai cazul cînd sistemul celor două fire este situat în exteriorul conductorului cilindric.

De asemenea, se obține soluția exactă a aceleiași probleme, însă, pentru cazul cilindrului circular drept perfect conductor, pentru care se determină și frontierele zonei de stabilitate statică. Rezultatele obținute în acest din urmă caz se compară cu acelea obținute în cazul cilindrului circular drept plin de conductivitate finită [2].

## 1. INTRODUCERE

Studiile asupra levitației electromagnetice a corpurilor masive conductoare sînt, pînă în prezent, puțin numeroase și de dată relativ recentă [1]. Interesul pentru aceste studii este determinat de posibilitățile de aplicare în practică — de exemplu, la încălzirea și topirea materialelor electroconductoare evitînd contactul acestora cu creuzetul — a sistemelor fizice în care apar așa-numitele forțe de levitație electromagnetică. Aceste forțe se exercită asupra corpurilor masive conductoare, la introducerea acestora într-un cîmp magnetic exterior variabil în timp, ca urmare a interacțiunii dintre curenții turbionari induși în corpurile masive conductoare de către cîmpul magnetic exterior și acest cîmp magnetic exterior.

Sistemele cu levitație electromagnetică sînt concepute astfel încît forțele de levitație electromagnetică să acționeze după direcția verticalei, opunîndu-se forțelor de gravitație; este importantă realizarea situației în care rezultantele celor două tipuri de forțe sînt egale și de sensuri

St. cerc. energ. electr. Tom. 18 Nr. 18, p. 113–130 București 1968

opuse, corpul masiv conductor fiind acum în stare de echilibru, „plutind pe cîmpul magnetic exterior". Din punctul de vedere al aplicațiilor practice, interesează echilibrul stabil în sistemele cu levitație electromagnetică. Zona de stabilitate statică a unui corp în stare de echilibru într-un sistem cu levitație electromagnetică este regiunea din spațiu în care trebuie plasat corpul masiv conductor, pentru ca rezultanta forțelor de gravitație și de levitație electromagnetică care acționează asupra acestuia să fie orientată astfel încît să tindă să deplaseze corpul masiv conductor spre poziția în care această rezultantă se anulează.

Problema stabilității dinamice ține seama de faptul că, atunci cînd corpul se află în mișcare în cîmpul magnetic exterior, repartiția curenților turbionari induși în acesta se modifică în raport cu situația în care corpul ocupă aceeași poziție în cîmpul magnetic exterior, însă se află în repaus relativ la cîmpul magnetic exterior; forțele de levitație electromagnetică depind nu numai de poziția corpului în cîmpul magnetic exterior, ci și de viteza lui de translație și de rotație în raport cu acesta. Problema stabilității dinamice este mai dificilă decît aceea a stabilității statice, pentru soluționarea ei fiind necesară rezolvarea unei probleme de electrodinamica corpurilor în mișcare.

În [2] a fost studiată levitația electromagnetică a unui conductor cilindric circular drept plin, în prezența a două conductoare rectilinii, infinit lungi, presupuse filiforme, paralele cu conductorul cilindric și parcurse de curenți de intensitate egală, avînd sensuri opuse. Problema determinării cîmpului electromagnetic a fost soluționată prin rezolvarea exactă a ecuațiilor lui Maxwell pentru regimul cvasistaționar cu ajutorul potențialului vector, iar calculul forței care se exercită asupra conductorului cilindric plin s-a făcut utilizînd formula lui Laplace și anume însumînd contribuțiile porțiunilor din conductorul masiv determinate de elementele infinit mici de suprafață transversală ale acestuia. În lucrarea amintită mai sus [2], nu a fost studiată riguros levitația electromagnetică a unui conductor cilindric circular drept în formă de țeavă, o soluție aproximativă în acest caz fiind obținută utilizînd rezultatul găsit la conductorul plin și considerînd densitatea materialului redusă în aceeași proporție ca și greutatea conductorului în formă de țeavă față de aceea a conductorului plin, pe unitatea de lungime. Rezultatele experimentale obținute în [2] sînt în concordanță cu rezultatele teoretice corespunzătoare.

Trebuie făcută observația că rezultatele numerice se obțin relativ greu, deoarece în expresiile forței electromagnetice și ale pierderilor de putere activă intră serii care conțin părțile reale și imaginare ale rapoartelor unor funcțiuni Bessel de argument complex.

În lucrarea de față se pune problema studierii levitației electromagnetice a unui conductor cilindric circular drept în formă de țeavă, în prezența a două conductoare rectilinii, infinit lungi, presupuse filiforme, paralele cu conductorul cilindric și parcurse de curenți de intensitate egală și avînd sensuri opuse. Interesul pentru această problemă este determinat și de faptul că, în tehnică, se urmărește să se obțină levitația corpurilor conductoare cu un curent cît mai mic în înfășurarea de excitație, ceea ce duce la micșorarea puterii de alimentare corespunzătoare.

Pe de altă parte, datorită faptului că pentru producerea levitației electromagnetice se utilizează frecvențe de ordinul miilor de Hz, pentru materialele conductoare obișnuite (Al, Cu) rezultă o adîncime de pătrundere a undelor electromagnetice foarte mică, astfel încît, practic nu participă la interacțiunea dintre curenții turbionari induși și cîmpul de excitație decît un strat subțire de la suprafața conductorului în stare de levitație.

În continuare, în lucrarea de față, se studiază levitația electromagnetică a unui conductor cilindric circular drept în formă de țeavă foarte subțire și levitația electromagnetică a unui cilindru circular drept perfect conductor, în prezența a două conductoare rectilinii, foarte lungi, presupuse filiforme, paralele cu conductorul cilindric, situate în exteriorul acestuia și parcurse de curenți electrici de aceeași intensitate și de sensuri opuse.

## 2. PROBLEMA LEVITAȚIEI ELECTROMAGNETICE A UNUI CONDUCTOR CILINDRIC CIRCULAR DREPT IN FORMĂ DE ȚEAVĂ

Se consideră conductorul cilindric circular drept foarte lung, de raze interioară $a$ și exterioară $b$, în prezența a două conductoare presupuse filiforme, foarte lungi, paralele cu axa conductorului cilindric, parcurse de curenți alternativi de aceeași frecvență $f = \frac{\omega}{2\pi}$, aflate în exteriorul conductorului cilindric. Poziția conductoarelor filiforme este dată prin coordonatele polare $r$ și $\theta$ ale urmelor acestora în planul $xy$ perpendicular pe axa sistemului $z$ (fig. 1).

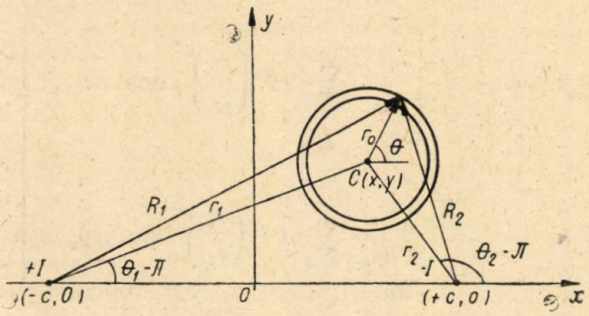



Fig. 1. — Alegerea coordonatelor.

Materialul conductorului cilindric se presupune liniar și omogen, cu permeabilitatea $\mu$ și conductivitatea $\sigma$, constante și independente de mărimile de cîmp.

Această problemă generală a fost soluționată în [3] în ipoteza unui cîmp magnetic plan-paralel, adică neglijînd efectele capetelor și în ipoteza regimului cuasistaționar al cîmpului electromagnetic atît în conductoare, cît și în afara lor, cînd densitatea curentului electric de deplasare este neglijabilă în raport cu densitatea curentului electric de con-

ducție. Anume, în [3], se calculează cîmpul electromagnetic prin intermediul potențialului vector, atît în cazul conductoarelor filiforme situate în exteriorul conductorului cilindric, cît și în cazul conductoarelor filiforme situate în interiorul conductorului cilindric. Apoi, în [3], se aproximează soluțiile în cazul conductoarelor cilindrice foarte subțiri ($d = b - a$ foarte mic), dar de conductivitate finită și, în fine, se dau soluțiile aproximative în cazul conductoarelor cilindrice subțiri perfect conductoare.

Utilizarea soluției generale pentru calculul forțelor, cuplului și zonei de stabilitate statistică a levitației electromagnetice a conductorului cilindric circular drept în formă de țeavă este dificilă, în general, funcțiile Hankel de diferite ordine și argumente care intervin nefiind toate tabelate.

## 3. APROXIMAREA SOLUȚIILOR ÎN CAZUL CONDUCTORULUI CILINDRIC FOARTE SUBȚIRE

O aproximație care simplifică soluția, fără a se îndepărta mult de la realitate, se obține considerînd grosimea conductorului cilindric $d = b - a$ infinit mică și operînd cu o conductivitate superficială finită $\sigma_s = \sigma d$ a conductorului cilindric [3]. În acest caz, conductorul cilindric va constitui o pînză de curenți induși.

Densitatea pînzei de curenți $J_s(\theta)$ se obține [3]:

$$\underline{J}_s = \sum_{n=0}^{\infty} [\underline{a}_n \cos n\theta + \underline{b}_n \sin n\theta], \tag{1}$$

unde

$$\left.\begin{aligned} \underline{a}_n &= \frac{\frac{\gamma^2 d}{2\pi n}}{1 - \frac{\gamma^2 d r_0}{2n}} \sum_{k=1,2} \underline{I}^{(k)} \left(\frac{r_0}{r_k}\right)^n \cos n\theta_k, \\ \underline{b}_n &= \frac{\frac{\gamma^2 d}{2\pi n}}{1 - \frac{\gamma^2 d r_0}{2n}} \sum_{k=1,2} \underline{I}^{(k)} \left(\frac{r_0}{r_k}\right)^n \sin n\theta_k, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

în care

$$\left.\begin{aligned} \gamma^2 &= -j\omega\mu_0\sigma \quad (j = \sqrt{-1}), \\ r_0 &= \frac{a+b}{2} \simeq a \simeq b, \\ \mu &\simeq \mu_0, \quad \text{permeabilitatea vidului}; \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

bara desenată dedesubt simbolizează reprezentarea în complex simplificată; indicele de sumare $k$ se referă la cele două conductoare rectilinii filiforme paralele, situate în exteriorul conductorului cilindric.

În cazul conductorului cilindric de grosime foarte mică, dar presupus perfect conductor, trebuie considerat

$$\sigma_s = \lim_{\substack{d\to 0 \\ \sigma\to\infty}} \sigma d = \infty. \tag{4}$$

Expresiile coeficienților $\underline{a}_n$ și $\underline{b}_n$ devin :

$$\left.\begin{aligned} \underline{a}_n &= -\frac{1}{\pi r_0} \sum_{k=1,2} \underline{I}^{(k)} \left(\frac{r_0}{r_k}\right)^n \cos n\theta_k, \\ \underline{b}_n &= -\frac{1}{\pi r_0} \sum_{k=1,2} \underline{I}^{(k)} \left(\frac{r_0}{r_k}\right)^n \sin n\theta_k. \end{aligned}\right] \tag{2'}$$

## 4. FORȚA CARE ACȚIONEAZĂ ASUPRA CONDUCTORULUI CILINDRIC FOARTE SUBȚIRE DE CONDUCTIVITATE FINITĂ

Se utilizează un sistem de axe de coordonate carteziene $Oxyz$ (vezi fig. 1), astfel încît direcției comune a axei conductorului cilindric și a conductoarelor filiforme să-i corespundă axa $z$, urmele în planul $xy$ ale conductoarelor filiforme fiind dispuse pe axa $x$ : la $-c$ conductorul parcurs de curentul $i_1 = +I\sqrt{2}\sin\omega t$, iar la $+c$ conductorul parcurs de curentul $i_2 = -I\sqrt{2}\sin\omega t$. Coordonatele polare ale urmelor în planul $xy$ ale conductoarelor filiforme referitoare la urma axei conductorului cilindric $(x, y)$ sînt :

$$\begin{aligned} r_1^2 &= (c+x)^2 + y^2, \qquad r_1 e^{j\theta_1} = -(c+x) - jy, \\ r_2^2 &= (c-x)^2 + y^2, \qquad r_2 e^{j\theta_2} = c - x - jy. \end{aligned} \tag{5}$$

Calculul forței asupra conductorului cilindric se face aplicînd principiul acțiunii și reacțiunii și ținînd seama că conductorul cilindric împreună cu conductoarele filiforme formează, în regim cvasistaționar, un sistem mecanic izolat.

Forța care se exercită asupra unui conductor filiform rectiliniu parcurs de curentul $i$ se determină utilizînd formula lui Laplace

$$\overline{F} = i\overline{l} \times \underline{\overline{B}}_{ext}, \tag{6}$$

unde $\overline{l}$ este un vector care are modulul egal cu lungimea conductorului și este orientat în sensul curentului, iar $\underline{\overline{B}}_{ext}$ este inducția magnetică produsă de toate sursele cîmpului, în afară de curentul din conductorul asupra căruia se exercită forța.

Valoarea medie (pe o perioadă) a forței este

$$\overline{F}_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T \overline{F}\,dt = \mathrm{Re}\,[\underline{I}^* \overline{l} \times \underline{\overline{B}}_{ext}]. \tag{7}$$

Forța medie pe unitatea de lungime va fi

$$\overline{f}_{med} = \frac{\overline{F}_{med}}{l} = \mathrm{Re}\,[\underline{I}^* \overline{k} \times \underline{\overline{B}}_{ext}] = \mathrm{Re}\,\{\underline{I}^* \,\mathrm{grad}\,(\underline{A} - \underline{A}_1)\}, \tag{8}$$

unde $\underline{A}$ este potențialul vector rezultant, din care se scade $\underline{A}_l$, potențialul vector propriu al cîmpului produs de curentul din conductorul considerat

$$\underline{A}_l = -\frac{\mu_0 \underline{I}}{2\pi} \ln R. \tag{9}$$

În relațiile de mai sus, $\overline{k}$ este versorul axei $z$ iar $\overline{R}$ este vectorul cu originea în punctul în care se găsește urma în planul $xy$ a conductorului filiform considerat și cu extremitatea în punctul în care se determină potențialul vector, respectiv cîmpul magnetic.

Prin urmare, forța medie care acționează asupra unității de lungime a conductorului cilindric va fi

$$\overline{f}_{med} = -(\overline{f}_{med\,1} + \overline{f}_{med\,2}), \tag{10}$$

unde

$$\overline{f}_{med\,1} = \mathrm{Re}\,\{\underline{I}_1^* \ \mathrm{grad}\ (\underline{A} - \underline{A}_1)\}, \tag{8'}$$

$$\overline{f}_{med\,2} = \mathrm{Re}\,\{\underline{I}_2^* \ \mathrm{grad}\ (\underline{A} - \underline{A}_2)\}. \tag{8''}$$

Potențialul vector se determină ca în [3], și este pentru $r > b \simeq r_0$:

$$\underline{A} = \frac{\mu_0 r_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{r_0}{r}\right)^n [\underline{a}_n \cos n\theta + \underline{b}_n \sin n\theta] + \\ + \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{k=1,2} \underline{I}^{(k)} \ln r_k - \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{k=1,2} \underline{I}^{(k)} \ln R_k. \tag{11}$$

Pentru sistemul considerat în lucrarea de față,

$$\underline{I}^{(1)} \equiv \underline{I}_1 = +I, \quad \underline{I}^{(2)} \equiv \underline{I}_2 = -I$$

și ținînd seama și de expresiile coeficienților $\underline{a}_n$ și $\underline{b}_n$ (2), se obține:

$$\underline{A} = \frac{\mu_0 r_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{r_0}{r}\right)^n \frac{\frac{\gamma^2 d}{2\pi n}}{1 - \frac{\gamma^2 d r_0}{2n}} I \left[\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^n \cos n(\theta - \theta_1) - \right. \\ \left. - \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^n \cos n(\theta - \theta_2)\right] + \frac{\mu_0}{2\pi} I \left(\ln \frac{r_1}{r_2} - \ln \frac{R_1}{R_2}\right), \tag{11'}$$

$$\underline{A}_1 = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln R_1, \tag{9'}$$

$$\underline{A}_2 = +\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln R_2. \tag{9''}$$

Pentru calculele care urmează, se utilizează notația:

$$\underline{k}_n = \frac{\frac{\gamma^2 d r_0}{2n}}{1 - \frac{\gamma^2 d r_0}{2n}}. \tag{12}$$

Ținînd seama de relațiile

$$R_{1,2}^2 = r^2 + r_{1,2}^2 - 2r \cdot r_{1,2} \cos(\theta - \theta_{1,2}), \tag{13}$$

$$2R_{1,2}\frac{\partial R_{1,2}}{\partial r} = 2r - 2r_{1,2}\cos(\theta - \theta_{1,2}), \tag{14}$$

$$2R_{1,2}\frac{\partial R_{1,2}}{\partial \theta} = +2r \cdot r_{1,2}\sin(\theta - \theta_{1,2}), \tag{15}$$

rezultă următoarele expresii pentru parantezele mari din (8') și (8''):

$$\bar{f}_1\begin{Bmatrix} r = r_1 \\ \theta = \theta_1 \end{Bmatrix} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{k}_n\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^n\frac{1}{r_1}\left[\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^n - \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^n\cos n(\theta_1 - \theta_2)\right]\times$$

$$\times(\bar{i}\cos\theta_1 + \bar{j}\sin\theta_1) - \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{k}_n\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^n\frac{1}{r_1}\Bigg[-$$

$$-\left(\frac{r_0}{r_2}\right)^n\sin n(\theta_1 - \theta_2)\Bigg](-\bar{i}\sin\theta_1 + \bar{j}\cos\theta_1) +$$

$$+\frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\cdot\frac{1}{(2c)^2}[(r_1 - r_2\cos(\theta_1 - \theta_2))(\bar{i}\cos\theta_1 + \bar{j}\sin\theta_1) +$$

$$+ r_2\sin(\theta_1 - \theta_2)(-i\sin\theta_1 + \bar{j}\cos\theta_1)], \tag{16}$$

$$\bar{f}_2\begin{Bmatrix} r = r_2 \\ \theta = \theta_2 \end{Bmatrix} = +\frac{\mu_0^2 I^2}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{k}_n\left(\frac{r_0}{r_2}\right)^n\frac{1}{r_2}\left[\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^n\cos n(\theta_1 - \theta_2) -\right.$$

$$\left.-\left(\frac{r_0}{r_2}\right)^n\right](\bar{i}\cos\theta_2 + \bar{j}\sin\theta_2) + \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{k}_n\left(\frac{r_0}{r_2}\right)^n\frac{1}{r_2}\Bigg[-$$

$$-\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^n\sin n(\theta_1 - \theta_2)\Bigg](-\bar{i}\sin\theta_2 + \bar{j}\cos\theta_2) +$$

$$+\frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\cdot\frac{1}{(2c)^2}[(r_2 - r_1\cos(\theta_1 - \theta_2))(\bar{i}\cos\theta_2 + \bar{j}\sin\theta_2) -$$

$$- r_1\sin(\theta_1 - \theta_2)(-\bar{i}\sin\theta_2 + \bar{j}\cos\theta_2)], \tag{17}$$

astfel încît

$$\bar{f}_{med\,1} = \mathrm{Re}\{\bar{f}_1,\} \tag{18'}$$

$$\bar{f}_{med\,2} = \mathrm{Re}\{\bar{f}_2\}. \tag{18''}$$

Dacă se însumează componentele după axa $x$ și după axa $y$ ale mărimilor $\bar{f}_1$ și $\bar{f}_2$, se obține:

$$\underline{f}_x = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\left\{\frac{\cos\theta_1}{r_1}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{k}_n\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^n\left[\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^n - \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^n\cos n(\theta_1 - \theta_2)\right] +\right.$$

$$+\frac{\sin\theta_1}{r_1}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{k}_n\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^n\left(\frac{r_0}{r_2}\right)^n\sin n(\theta_1 - \theta_2) +$$

$$+\frac{\cos\theta_2}{r_2}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{k}_n\left(\frac{r_0}{r_2}\right)^n\left[\left(\frac{r_0}{r_2}\right)^n-\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^n\cos n(\theta_1-\theta_2)\right]-$$

$$-\frac{\sin\theta_2}{r_2}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{k}_n\left(\frac{r_0}{r_2}\right)^n\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^n\sin n(\theta_1-\theta_2)\Big\}+$$

$$+\frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\cdot\frac{1}{(2c)^2}\{[r_1-r_2\cos(\theta_1-\theta_2)]\cos\theta_1-r_2\sin(\theta_1-\theta_2)\cdot\sin\theta_1+$$

$$+[r_2-r_1\cos(\theta_1-\theta_2)]\cos\theta_2+r_1\sin(\theta_1-\theta_2)\cdot\sin\theta_2\}, \tag{19}$$

$$\underline{f}_y=-\frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\Big\{\frac{\sin\theta_1}{r_1}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{k}_n\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^n\left[\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^n-\left(\frac{r_0}{r_2}\right)^n\cos n(\theta_1-\theta_2)\right]-$$

$$-\frac{\cos\theta_1}{r_1}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{k}_n\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^n\left(\frac{r_0}{r_2}\right)^n\sin n(\theta_1-\theta_2)+$$

$$+\frac{\sin\theta_2}{r_2}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{k}_n\left(\frac{r_0}{r_2}\right)^n\left[\left(\frac{r_0}{r_2}\right)^n-\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^n\cos n(\theta_1-\theta_2)\right]+$$

$$+\frac{\cos\theta_2}{r_2}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{k}_n\left(\frac{r_0}{r_2}\right)^n\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^n\sin n(\theta_1-\theta_2)\Big\}+$$

$$+\frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\cdot\frac{1}{(2c)^2}\{[r_1-r_2\cos(\theta_1-\theta_2)]\sin\theta_1+r_2\sin(\theta_1-$$

$$-\theta_2)\cdot\cos\theta_1+[r_2-r_1\cos(\theta_1-\theta_2)]\sin\theta_2-r_1\sin(\theta_1-\theta_2)\cdot\cos\theta_2\} \tag{20}$$

În felul acesta, relația (10) se poate transcrie pe componente :

$$f_{med\,x}=-\operatorname{Re}\{\underline{f}_x\},\qquad f_{med\,y}=-\operatorname{Re}\{\underline{f}_y\}. \tag{10'}$$

Se observă că în expresiile (16)—(20) unica mărime complexă este $\underline{k}_n$ (vezi 12)), astfel încît valorile medii ale componentelor forței care acționează asupra unității de lungime a conductorului cilindric se obțin din expresiile (19) și (20) ale mărimilor $\underline{f}_x$ și $\underline{f}_y$, schimbînd semnul și înlocuind pe $\underline{k}_n$ cu partea lui reală $q_n$ :

$$\operatorname{Re}\{\underline{k}_n\}\equiv q_n=-\frac{\dfrac{d^2 r_0^2}{\delta^4}}{n^2+\dfrac{d^2 r_0^2}{\delta^4}}, \tag{21}$$

în care $\delta$ este adîncimea de pătrundere, $\delta=\dfrac{1}{\alpha}=\sqrt{\dfrac{2}{\omega\mu_0\sigma}}$.

Pentru a se efectua calculele, mai simplu, este util să se lucreze cu expresia $\underline{f}_{med}=f_{med\,x}+\mathrm{j}\,f_{med\,y}$, ale cărei părți reală și imaginară reprezintă valorile medii ale componentelor după axele $x$ și respectiv $y$

ale forței care acționează asupra unității de lungime a conductorului cilindric. Grupînd termenii, se obține

$$\underline{f}_{med} = f_{med\,x} + \mathrm{j}\, f_{med\,y} = \tag{22}$$

$$= \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\left\{\frac{e^{j\theta_1}}{r_1}\left[\sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{r_1^2}\right)^n - \sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{r_1\cdot r_2}\right)^n e^{j\,n\,(\theta_1-\theta_2)}\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{e^{j\,\theta_2}}{r_2}\left[\sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{r_2^2}\right)^n - \sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{r_2\cdot r_1}\right)^n e^{-j\,n\,(\theta_1-\theta_2)}\right]\right\}.$$

Utilizînd coordonatele carteziene (5), expresia (22) se transcrie:

$$\underline{f}_{med} = f_{med\,x} + \mathrm{j}\, f_{med\,y} = \tag{22'}$$

$$= \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\left\{\frac{-(c+x)-\mathrm{j}\,y}{(c+x)^2+y^2}\sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{(c+x)^2+y^2}\right)^n\left[1 - \right.\right.$$

$$-(-1)^n\frac{((c+\mathrm{j}y)^2-x^2)^n}{((c-x)^2+y^2)^n}\Big] + \frac{c-x-\mathrm{j}y}{(c-x)^2+y^2}\sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{(c-x)^2+y^2}\right)^n\left[1 - \right.$$

$$\left.\left. -(-1)^n\frac{(c-\mathrm{j}y)^2-x^2)^n}{((c+x)^2+y^2)^n}\right]\right\}.$$

Pentru componentele $f_{med\,x}$ și $f_{med\,y}$ se obține:

$$f_{med\,x} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\left\{\frac{-(c+x)}{(c+x)^2+y^2}\sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{(c+x)^2+y^2}\right)^n\left[1 - \right.\right.$$

$$-(-1)^n\frac{\mathrm{Re}\,[(c+\mathrm{j}y)^2-x^2]^n}{[(c-x)^2+y^2]^n}\Big] +$$

$$+\frac{c-x}{(c-x)^2+y^2}\sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{(c-x)^2+y^2}\right)^n\left[1 - \right.$$

$$-(-1)^n\frac{\mathrm{Re}\,[(c-\mathrm{j}y)^2-x^2]^n}{([c+x)^2+y^2]^n}\Big] -$$

$$-\frac{y}{(c+x)^2+y^2}\sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{(c+x)^2+y^2}\right)^n(-1)^n\frac{\mathrm{Im}\,[(c+\mathrm{j}y)^2-x^2]^n}{[(c-x)^2+y^2]^n} - \tag{23}$$

$$\left. -\frac{y}{(c-x)^2+y^2}\sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{(c-x)^2+y^2}\right)^n(-1)^n\frac{\mathrm{Im}\,[(c-\mathrm{j}y)^2-x^2]^n}{[(c+x)^2+y^2]^n}\right\},$$

$$f_{med\,y} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\left\{\frac{c+x}{(c+x)^2+y^2}\sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{(c+x)^2+y^2}\right)^n \times\right.$$

$$\left.\times(-1)^n\frac{\mathrm{Im}\,[(c+\mathrm{j}y)^2-x^2]^n}{[(c-x)^2+y^2]^n} -\right.$$

$$-\frac{c-x}{(c-x)^2+y^2}\sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{(c-x)^2+y^2}\right)^n(-1)^n\frac{\mathrm{Im}\,[(c-\mathrm{j}y)^2-x^2]^n}{[(c+x)^2+y^2]^n}-$$

$$-\frac{y}{(c+x)^2+y^2}\sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{(c+x)^2+y^2}\right)^n\left[1-(-1)^n\frac{\mathrm{Re}\,[(c+\mathrm{j}y)^2-x^2]^n}{[(c-x)^2+y^2]^n}\right]-$$

$$-\frac{y}{(c-x)^2+y^2}\sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{(c-x)^2+y^2}\right)^n\left[1-(-1)^n\frac{\mathrm{Re}\,[(c-\mathrm{j}y)^2-x^2]^n}{[(c+x)^2+y^2]^n}\right]\Bigg\}. \tag{24}$$

## 5. CAZURI PARTICULARE

5.1. *Urma axei conductorului cilindric este situată pe axa y (simetrie).* În acest caz, în relațiile (23) și (24) se înlocuiește $x = 0$ și rezultă :

$$f_{med\,x} = 0, \tag{25}$$

$$f_{med\,y} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\left\{\frac{2c}{c^2+y^2}\sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{c^2+y^2}\right)^n(-1)^n\frac{\mathrm{Im}\,(c+\mathrm{j}y)^{2n}}{(c^2+y^2)^n}-\right.$$

$$\left.-\frac{2y}{c^2+y^2}\sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{c^2+y^2}\right)^n\left[1-(-1)^n\frac{\mathrm{Re}\,(c+\mathrm{j}y)^{2n}}{(c^2+y^2)^n}\right]\right\}. \tag{26}$$

5.2. *Cilindrul perfect conductor.* În acest caz, în relațiile (23) și (24) se înlocuiește $q_n = -1$, $r_0 = b$ și rezultă :

$$\underline{f}_{med} = f_{med\,x} + \mathrm{j} f_{med\,y} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\left\{\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_1}}{r_1}\left[-\frac{r_0^2}{r_1^2-r_0^2}+\frac{r_0^2\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\theta_1-\theta_2)}}{r_1 r_2 - r_0^2\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\theta_1-\theta_2)}}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_2}}{r_2}\left[-\frac{r_0^2}{r_2^2-r_0^2}+\frac{r_0^2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\theta_1-\theta_2)}}{r_2 r_1 - r_0^2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\theta_1-\theta_2)}}\right]\right], \tag{22''}$$

$$f_{med\,x} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\left[\frac{c+x}{(c+x)^2+y^2-b^2}-\frac{c-x}{(c-x)^2+y^2-b^2}-\right.$$

$$\left.-\frac{2x\,(x^2+y^2-b^2-c^2)}{[(c+x)^2+y^2-b^2]\,[(c-x)^2+y^2-b^2]+4\,b^2c^2}\right], \tag{27}$$

$$f_{med\,y} = \frac{\mu_2 I^2}{2\pi}\,y\left[\frac{1}{(c+x)^2+y^2-b^2}+\frac{1}{(c-x)^2+y^2-b^2}-\right.$$

$$\left.-\frac{2\,(x^2+y^2-b^2+c^2)}{[(c+x)^2+y^2-b^2][(c-x)^2+y^2-b^2]+4\,b^2c^2}\right]. \tag{28}$$

Se vede că pentru $x = 0$ (simetrie) relațiile (27) și (28) se transformă în

$$f_{med\,x} = 0, \tag{27'}$$

$$f_{med\,y} = \frac{\mu_0 I^2}{\pi}\,y\,\frac{4b^2c^2}{(c^2+y^2-b^2)\,[(c^2+y^2-b^2)^2+4b^2c^2]}. \tag{28'}$$

Relațiile (22''), (27)—(28'), sînt identice cu cele care se obțin dacă se determină forța care acționează asupra cilindrului perfect conductor, calculînd forța rezultantă care se exercită asupra imaginilor, în raport cu suprafața exterioară (de rază $b$) a conductorului cilindric, ale celor două conductoare rectilinii filiforme parcurse de curenți electrici de conducție.

## 6. PIERDERILE ACTIVE ÎN CONDUCTORUL CILINDRIC FOARTE SUBȚIRE

În cazul conductoarelor cilindrice circulare drepte în formă de țeavă foarte subțiri, dar de conductivitate finită [3], se consideră aproximativ conductorul infinit subțire, dar avînd o conductivitate superficială $\sigma_s = \frac{1}{\rho_s} = \sigma d$. Pierderile prin efect Joule, pe unitatea de lungime, se evaluează direct:

$$P = r_0 \int_0^{2\pi} \rho_s \underline{J}_s^2 \, \mathrm{d}\theta = r_0 \int_0^{2\pi} \rho_s \underline{J}_s \underline{J}_s^* \mathrm{d}\theta = \pi r_0 \rho_s \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \{ |\underline{a}_n|^2 + |\underline{b}_n|^2 \} \right], \quad (29)$$

unde $\underline{a}_n$ și $\underline{b}_n$ au expresiile date de (2). Se observă că

$$|\underline{a}_n|^2 + |\underline{b}_n|^2 = |\underline{k}_n|^2 \frac{I^2}{\pi^2 r_0^2} \left[ \left( \frac{r_0^2}{r_1^2} \right)^n + \left( \frac{r_0^2}{r_2^2} \right)^n - 2 \left( \frac{r_0^2}{r_1 r_2} \right)^n \cos n(\theta_1 - \theta_2) \right]. \quad (30)$$

Rezultă:

$$P = -\frac{\rho_s I^2}{\pi r_0} \sum_{n=1}^{\infty} q_n \left[ \left( \frac{r_0^2}{r_1^2} \right)^n + \left( \frac{r_0^2}{r_1^2} \right)^n - 2 \left( \frac{r_0^2}{r_1 r_2} \right)^n \cos n(\theta_1 - \theta_2) \right], \quad (31)$$

în care s-a înlocuit

$$|\underline{k}_n|^2 = \frac{\frac{d^2 r_0^2}{\delta^4}}{n^2 + \frac{d^2 r_0^2}{\delta^4}} = -q_n, \quad (21')$$

conform relației (21).

*În cazul în care urma axei conductorului cilindric este situată pe axa y* (simetrie), se înlocuiește în relația (31) $r_1 = r_2 = r_c$ și rezultă:

$$P = -2 \frac{\rho_s I^2}{\pi r_0} \sum_{n=1}^{\infty} q_n \left( \frac{r_0^2}{r_c^2} \right)^n [1 - \cos n(\theta_1 - \theta_2)]. \quad (32)$$

*În cazul cilindrului perfect conductor* pentru calculul pierderilor se poate lua în considerație o anumită conductivitate superficială finită a conductorului cilindric $\sigma_s' = \frac{1}{\rho_s'}$, folosind însă distribuția curentului din

cazul ideal al cilindrului perfect conductor. Utilizînd expresiile (2′) pentru coeficienții $\underline{a}_n$ și $\underline{b}_n$, se obține :

$$P = \frac{\rho_s' I^2}{\pi b} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{b^2}{r_1^2} \right)^n + \left( \frac{b^2}{r_2^2} \right)^n - 2 \left( \frac{b^2}{r_1 r_2} \right)^n \cos n (\theta_1 - \theta_2) \right], \quad (33)$$

iar pentru $r_1 = r_2 = r_c$ (simetrie) :

$$P = 2 \frac{\rho_s' I^2}{\pi b} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{b^2}{r_c^2} \right)^n [1 - \cos n (\theta_1 - \theta_2)]. \quad (34)$$

Efectuînd însumările în ultima expresie și introducînd coordonatele carteziene, rezultă :

$$P = 2 \frac{\rho_s' I^2}{\pi b} \frac{2 b^2 c^2 (c^2 + y^2 + b^2)}{(c^2 + y^2 - b^2) [(c^2 + y^2 - b^2)^2 + 4 b^2 c^2]}. \quad (34')$$

Se observă că, în cazul cilindrului perfect conductor, avînd urma axei lui situată pe axa $y$ (simetrie), între forța medie, care acționează asupra conductorului cilindric (28′), și pierderile prin efect Joule în conductorul la care s-a presupus o conductivitate superficială finită (34′), există relația :

$$\frac{P}{f_{med\, y}} = \frac{\rho_s'}{\mu_0} \cdot \frac{1 + \left( \frac{b}{c} \right)^2 + \left( \frac{y}{c} \right)^2}{\left( \frac{b}{c} \right) \cdot \left( \frac{y}{c} \right)} \quad (35)$$

## 7. APLICAȚII

7.1. *Conductorul cilindric circular drept în formă de țeavă foarte subțire.*

Sumele care intervin în expresia forței medii care acționează asupra conductorului cilindric (22)—(24) și în expresia pierderilor prin efect Joule în conductorul cilindric (31), (32) nu se pot efectua exact.

Calculul forței medii și al pierderilor prin efect Joule se poate face aproximativ, reținînd un număr suficient de mare de termeni în sumele care intervin. Calculul numeric trebuie efectuat în întregime pentru fiecare sistem fizic considerat ($r_0$, $d$, $c$, $\mu$, $\sigma$), pentru fiecare poziție a conductorului cilindric ($r_1$, $\theta_1$ și $r_2$, $\theta_2$, respectiv $x$, $y$) și pentru fiecare frecvență a curentului alternativ în înfășurarea de excitație ($f$).

În calculele efectuate mai jos se ia în considerație numai poziția cu simetrie ($x = 0$).

Conductivitatea superficială trebuie considerată :

$$\left.\begin{aligned} \sigma_s &= \sigma \cdot d \text{ pentru } d < \delta, \\ \sigma_s &= \sigma \cdot \delta \text{ pentru } d > \delta. \end{aligned}\right\} \quad (36)$$

Pentru conductorul cilindric circular drept în formă de țeavă foarte subțire, $d < \delta$ și, prin urmare, $\sigma_s = \sigma \cdot d$.

Expresia (26) a forței medii exercitate asupra conductorului cilindric poate fi folosită mai comod dacă se scrie sub forma

$$f_{med\,y} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\left\{\frac{2c}{c^2+y^2}\sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{c^2+y^2}\right)^n(-1)^n \sin\left(2n \operatorname{arctg}\frac{y}{c}\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{2y}{c^2+y^2}\sum_{n=1}^{\infty} q_n\left(\frac{r_0^2}{c^2+y^2}\right)^n\left[1-(-1)^n\cos\left(2n \operatorname{arctg}\frac{y}{c}\right)\right]\right\}. \qquad (26')$$

Convergența seriilor care intervin este asigurată de factorii subunitari $\left(\frac{r_0^2}{r_c^2}\right)^n$ care descresc repede cu $n$.

Pentru aplicația numerică, se consideră un cilindru circular drept din aluminiu, avînd : $r_0 = 1$ cm, $d = b - a = 1$ mm.

Utilizînd notațiile introduse în lucrare, rezultă în sistemul de unități MKSA :

$$\sqrt{\omega\mu_0\sigma} = 16{,}72\, f^{\frac{1}{2}}, \quad \frac{d^2 r_0^2}{\delta^4} = 1{,}953 \cdot 10^{-6} \cdot f^2,$$

$$q_n = -\frac{1{,}953 \cdot 10^{-6} \cdot f^2}{n^2 + 1{,}953 \cdot 10^{-6} \cdot f^2} \qquad (n = 1,\ 2,\ 3, \ldots).$$

S-au efectuat calculele pentru frecvența de 50 Hz, pentru care rezultă :

$$q_n = -\frac{4{,}88 \cdot 10^{-3}}{n^2 + 4{,}88 \cdot 10^{-3}} \simeq -\frac{1}{n^2}.$$

Considerînd $2c = 2$ cm și reținînd cîte 10 termeni în sumele care intervin în expresia (26') a forței medii care se exercită asupra conductorului cilindric, se obțin următoarele rezultate :

| $y/c$ | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 |
|---|---|---|---|---|
| [N] $f_{med\,y}$ | $2{,}696.10^{-5} I^2$ | $4{,}032.10^{-5} I^2$ | $3{,}94.10^{-5} I^2$ | $3{,}155.10^{-5} I^2$ |

7.2. *Cilindrul perfect conductor.* În calculele efectuate mai jos, se ia în considerație numai cazul în care urma axei conductorului cilindric este situată pe axa $y$ (simetrie, $x = 0$). Se utilizează expresia (28') pentru forța medie care acționează asupra unității de lungime a cilindrului perfect conductor și expresia (34') pentru pierderile prin efect Joule corespunzătoare, cînd se presupune o anumită conductivitate superficială finită a conductorului cilindric.

Se observă că, la cilindrul perfect conductor, expresiile obținute, corespunzător, pentru repartiția curentului indus, pentru forța medi care se exercită asupra unității de lungime a cilindrului și pentru pierderile prin efect Joule pe unitatea de lungime a cilindrului, la care s-a pre-

supus o conductivitate superficială finită, sînt aceleași atît în cazul cilindrului plin, cît și în cazul cilindrului în formă de țeavă.

Se mai observă că rezultatele obținute în cazul cilindrului perfect conductor se pot utiliza și în cazul cilindrului de conductivitate finită la frecvențe mari, cînd adîncimea de pătrundere $\delta$ este foarte mică și cînd repartiția curentului indus pe periferia conductorului cilindric este foarte apropiată de aceea din cazul cilindrului perfect conductor. Prin urmare, la frecvențe mari, se poate utiliza pentru calculul pierderilor prin efect Joule în conductorul cilindric de conductivitate finită expresia (34′) din cazul cilindrului perfect conductor, în care conductivitatea superficială se ia $\sigma_s' = \frac{1}{\rho_s'} = \sigma \cdot \delta$.

Pentru aplicația numerică se consideră un cilindru circular drept plin din aluminiu avînd $b = 1$ cm, greutatea corespunzătoare pe unitatea de lungime fiind 8,31 N/m; distanța dintre cele două conductoare filiforme, paralele cu axa cilindrului, se consideră $2c = 2$; 4; 6 și 8 cm.

Înălțimea $y = y_m$ pentru care forța de levitație electromagnetică este maximă se obține rezolvînd ecuația care rezultă din egalarea cu zero a derivatei forței medii (28′).

Curentul minim pentru levitație $I_m$ se obține considerînd ecuația care rezultă din egalarea forței medii care se exercită asupra unității de lungime a cilindrului (28′), atunci cînd axa acestuia este la înălțimea $y = y_m$, cu greutatea corespunzătoare pe unitatea de lungime a conductorului cilindric (8,31 N/m).

Efectuînd calculele, se obțin următoarele rezultate:

| $2c$ [cm] | 2 | 4 | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|
| $y_m$ [cm] | 0,5 | 1 | 1,4 | 1,8 |
| $I_m$ [A] | 325 | 1 290 | 2 350 | 3 620 |

Pentru comparație, se dau mai jos rezultatele obținute prin calcul în [2], în care se consideră același cilindru din aluminiu, însă se rezolvă problema prin metoda exactă a integrării ecuațiilor cîmpului electromagnetic cvasistaționar:

| $2c$ [cm] | 2 | | | 4 | | | 6 | | | 8 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f$ [Hz] | 50 | 400 | 2 000 | 50 | 400 | 2 000 | 50 | 400 | 2 000 | 50 | 400 | 2 000 |
| $y_m$ [cm] | 0,48 | 0,5 | 0,5 | 0,9 | 0,92 | 1 | 1,32 | 1,4 | 1,4 | 1,8 | 1,8 | 1,8 |
| $I_m$ [A] | 2 310 | 603 | 465 | 6 470 | 1 700 | 1 430 | 11 900 | 3 120 | 2 610 | 18 250 | 4 790 | 4 000 |

Pierderile prin efect Joule în conductorul cilindric considerat se calculează folosind relația (34′) stabilită în cazul cilindrului perfect con-

ductor, în care se consideră $\sigma_s' = \frac{1}{\rho_s'} = \sigma \cdot \delta$, iar raza exterioară $b$ se înlocuiește cu $b - \frac{\delta}{2}$. Calculul se efectuează pentru situația în care $y = y_m$, $I = I_m$ și se obțin următoarele rezultate:

| $2c$ [cm] | 2 | | 4 | | 6 | | 8 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f$ [Hz] | 400 | 2 000 | 400 | 2 000 | 400 | 2 000 | 400 | 2 000 |
| $P$ [W/m] | 209,5 | 453 | 332,5 | 638 | 463 | 924 | 617 | 1 224 |

Pentru comparație, se dau mai jos rezultatele obținute rezolvînd problema prin metoda exactă a integrării ecuațiilor cîmpului electromagnetic cvasistaționar [2]:

| $2c$ [cm] | 2 | | 4 | | 6 | | 8 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f$ [Hz] | 400 | 2 000 | 400 | 2 000 | 400 | 2 000 | 400 | 2 000 |
| $P$ [W/m] | 218 | 466 | 358 | 638 | 509 | 924 | 683 | 1 229 |

7.3. *Studiul stabilității statice.* Zona de stabilitate statică a levitației electromagnetice, în planul $xy$, este limitată de punctele în care componenta după axa $x$ a forței medii, care acționează asupra conductorului cilindric, $f_{med\,x}$, schimbă de semn, respectiv în punctele în care componenta după axa $y$ a forței medii, care acționează asupra unității de lungime a conductorului cilindric, $f_{med\,y}$, corespunzătoare curentului minim pentru levitație $I_m$, este egală și de sens contrar cu greutatea pe unitatea de lungime $G$, a conductorului cilindric.

Stabilitatea statică a sistemului considerat este studiată mai jos numai pentru cazul cilindrului perfect conductor.

Expresiile (27) și (28) ale componentelor $f_{med\,x}$ și $f_{med\,y}$ se pot transcrie sub forma:

$$f_{med\,x} = \frac{\mu_0 I^2}{\pi} \times$$

$$\times \frac{4\,b^2c^2x\,(x^2 + y^2 - b^2 - c^2)}{[(c+x)^2+y^2-b^2]\,[(c-x)^2+y^2-b^2]\{[(c+x)^2+y^2-b^2]\,[(c-x)^2+y^2-b^2]+4\,b^2c^2\}}, \tag{27''}$$

$$f_{med\,y} = \frac{\mu_0 I^2}{\pi} \times$$

$$\times \frac{4\,b^2c^2y\,(x^2 + y^2 - b^2 + c^2)}{[(c+x)^2+y^2-b^2]\,[(c-x)^2+y^2-b^2]\{[(c+x)^2+y^2-b^2]\,[(c-x)^2+y^2-b^2]+4\,b^2c^2\}}. \tag{28''}$$

Din analiza ecuației $f_{med\,x} = 0$ rezultă că, pentru zona de stabilitate statică, este necesar să se reţină jumătatea $y > 0$ a cercului $x^2 + y^2 - b^2 - c^2 = 0$.

Zona de stabilitate statică în planul $xy$ este limitată inferior de curba $(f_{med\,y})_{I=I_m} = G$.

În cazul particular al cilindrului perfect conductor plin, avînd $G = 8{,}31$ N/m (vezi aplicaţia numerică 7.2), se obţine în sistemul de unităţi MKSA:

$$\frac{\mu_0 I_m^2}{\pi} \cdot \frac{4\,b^2c^2y(x^2 + y^2 - b^2 + c^2)}{[(c+x)^2 + y^2 - b^2]\,[(c-x)^2 + y^2 - b^2]\{[(c+x)^2 + y^2 - b^2]\,[(c-x)^2 + y^2 - b^2] + 4\,b^2c^2\}} = 8{,}31. \qquad (37)$$

Curba (37) se trasează prin puncte, ecuaţiile care intervin rezolvîndu-se prin încercări. Rezultă următoarele valori numerice în cm:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2c = 2$ | $x$ | 0 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | |
| | $y$ | 0,5 | 0,76 | 0,94 | 1,043 | 1,098 | |
| $2c = 4$ | $x$ | 0 | 0,3 | 0,6 | 0,9 | 1,2 | |
| | $y$ | 1 | 1,28 | 1,52 | 1,66 | 1,76 | |
| $2c = 6$ | $x$ | 0 | 0,4 | 0,8 | 1,2 | 1,6 | 2 |
| | $y$ | 1,4 | 1,75 | 2,05 | 2,26 | 2,42 | 2,52 |

Frontierele zonelor de stabilitate statică sînt desenate cu linie continuă în figura 2. Pentru comparaţie, pe aceeaşi figură, sînt desenate punctat frontierele zonelor de stabilitate statică corespunzătoare frecvenţei de 2000 Hz, obţinute în [2] utilizînd expresiile forţelor rezultate în urma rezolvării problemei prin metoda exactă a integrării ecuaţiilor regimului cuasistaţionar al cîmpului electromagnetic.

## 8. CONCLUZII

În lucrare s-a obţinut soluţia aproximativă în problema levitaţiei electromagnetice a unui conductor cilindric circular drept, foarte lung, în formă de ţeavă foarte subţire, în prezenţa unui sistem de două fire rectilinii foarte lungi, paralele cu conductorul cilindric, situate în exteriorul acestuia şi parcurse de curenţi alternativi de aceeaşi intensitate şi de sensuri opuse. De asemenea, s-a obţinut soluţia exactă a aceleiaşi probleme, însă, pentru cazul cilindrului circular drept perfect conductor. În acest din

urmă caz s-a studiat şi stabilitatea statică a sistemului, determinîndu-se frontierele zonei de stabilitate statică.

Soluţiile obţinute permit calculul forţelor medii şi al pierderilor prin efect Joule referitoare la unitatea de lungime a conductorului cilindric, precum şi determinarea zonelor de stabilitate statică, pentru orice valori numerice ale mărimilor caracteristice ale sistemelor considerate.

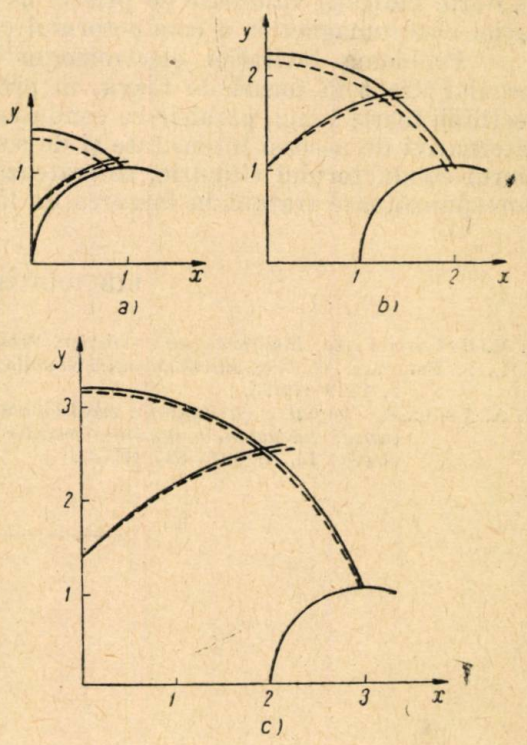



Fig. 2. — Frontierele regiunilor de stabilitate statică pentru un cilindru plin din aluminiu, avînd raza de 1 cm:
a) $2c = 2$ cm – – – – $f = 2\,000$ Hz
b) $2c = 4$ cm ——— $f \to \infty (\sigma \to \infty)$
c) $2c = 6$ cm

Comparînd rezultatele numerice obţinute în cazul cilindrului perfect conductor cu cele obţinute în [2], considerînd conductorul cilindric plin de conductivitate finită, se pot trage următoarele concluzii:

— înălţimea $y_m$ pentru care forţa de levitaţie electromagnetică este maximă, în cazul cilindrului perfect conductor, este practic aceeaşi ca cea din cazul conductorului cilindric de conductivitate finită, începînd chiar de la frecvenţa de 50 Hz;

— curentul minim pentru levitaţie $I_m$, obţinut în cazul cilindrului perfect conductor, permite aprecierea celui din cazul conductorului cilindric de conductivitate finită începînd de la frecvenţa de 2000 Hz, curentul din primul caz fiind, în domeniul de valori numerice considerat, cu aproximativ 10% mai mic decît curentul din cazul al doilea;

— pierderile prin efect Joule pe unitatea de lungime din cazul cilindrului perfect conductor, presupus ca avînd o conductivitate superficială finită, sînt practic aceleaşi ca cele din cazul conductorului cilindric de conductivitate finită începînd de la frecvenţe de ordinul a 400 Hz;

— în fine, frontierele zonelor de stabilitate statică din cazul cilindrului perfect conductor coincid practic cu cele din cazul conductorului cilindric de conductivitate finită, începînd de la frecvențe de ordinul a 2000 Hz, în domeniul de valori numerice considerat.

Concluziile trase mai sus arată că, prin rezolvarea problemei mult mai simple a levitației electromagnetice a cilindrului perfect conductor, se obțin indicații valoroase cu privire la problema mai complicată a levitației electromagnetice a conductorului cilindric de conductivitate finită.

Problema levitației electromagnetice a unui conductor cilindric circular drept în formă de țeavă, în prezența unui sistem de două fire rectilinii foarte lungi, paralele cu conductorul cilindric, parcurse de curenți alternativi de aceeași intensitate și de sensuri opuse, însă situate în interiorul conductorului cilindric, se tratează în același mod ca și problema corespunzătoare tratată în lucrarea de față.

## BIBLIOGRAFIE

1. E. R. Laithwaite, *Electromagnetic levitation*, Proc. IEE, **112**, *12*, 2361 (1965).
2. L. S. Pigott, G. F. Nix, *Electromagnetic levitation of a conducting cylinder*, Proc. IEE, **113**, *7*, 1229 (1966).
3. A. Țugulea, *Cîmpul electromagnetic cvasistaționar al conductoarelor rectilinii parcurse de curenți alternativi, în prezența ecranelor electromagnetice cilindrice*, St. cerc. energ. electr., **14**, *4*, 807—837 (1964).

# ASUPRA CUPLULUI ELECTROMAGNETIC AL MAŞINILOR ELECTRICE

DE

T. DORDEA

621.313

În ipoteza că pierderile în fier sînt produse prin intermediul unor curenţi electrici care se închid pe părţile laterale ale tolelor unui circuit feromagnetic nesaturat, se determină inducţia magnetică locală $B$ în funcţie de inducţia $B_0$, care ar avea loc în cazul absenţei curenţilor turbionari, sub forma :

$$B = B_0 - K_1' \frac{\partial B_0}{\partial t} - K_2' \frac{dB_0}{dt} + K_1'' \frac{\partial^2 B_0}{\partial t^2} + K_{12}'' \frac{\partial}{\partial t} \frac{dB_0}{dt} + K_2'' \frac{d^2 B_0}{dt^2}, \quad (0)$$

unde $\frac{\partial}{\partial t}$ e derivata în raport cu timpul într-un punct fix faţă de partea fixă a circuitului feromagnetic iar $\frac{d}{dt}$, într-un punct fix faţă de partea mobilă. Pe baza relaţiei (0) se calculează fluxurile unei maşini electrice şi se determină fluxul corespunzător numai curenţilor superficiali.

Se admite apoi că există, pe lîngă înfăşurările reale ale unei maşini electrice, un al doilea sistem de înfăşurări suplimentare, miezul feromagnetic ne mai avînd pierderi în fier, cuplate între ele şi cu înfăşurările reale numai prin intermediul cîmpului magnetic principal, prin care se stabilesc curenţi electrici de astfel de valori încît produc un cîmp magnetic identic cu cel al curenţilor superficiali. Prin intermediul curenţilor din înfăşurările suplimentare, se determină cuplul electromagnetic dintr-o maşină electrică nesaturată, în cazul general.

Se particularizează apoi expresia obţinută, pentru regim sinusoidal permanent, în cazul unei maşini de inducţie şi al uneia sincrone cu poli aparenţi, obţinîndu-se expresii pentru cuplu mai exacte şi mai generale decît cele cunoscute, ultimele fiind cazuri particulare ale expresiilor stabilite în lucrare.

## 1. INTRODUCERE

Expresia cuplului electromagnetic dezvoltat într-o maşină electrică se stabileşte pe baza interacţiunii dintre cîmpul magnetic al maşinii şi curenţii electrici din înfăşurările ei [2], [5], [8] s.a. S-a reuşit să se ţină seama de influenţa tuturor armonicilor cauzate de repartiţia înfăşurări-

lor [7] și de neuniformitatea rotorului [6]. În [4] se consideră și influența pierderilor în fier în ipoteza că au loc numai în stator.

În lucrarea prezentă se stabilesc expresiile fluxurilor și cea a cuplului, considerînd separat pierderile în fier, în stator și în rotor. Se consideră, în particular, cazul mașinii de inducție și al celei sincrone în regim sinusoidal simetric.

## 2. DETERMINAREA VALORII LOCALE A INDUCȚIEI MAGNETICE ÎNTR-UN CIRCUIT FEROMAGNETIC

Considerăm circuitul feromagnetic, nesaturat, executat din tole, cu o parte fixă și una mobilă, redat în figura 1. Partea mobilă se deplasează cu viteza $v$ în sensul indicat. Sub forma prezentată în figura 1, în partea mobilă are loc o remagnetizare alternativă. În unele părți ale mașinilor electrice remagnetizarea este rotitoare.

Admitem că în ambele cazuri de remagnetizare, în ceea ce privesc pierderile în fier, procesele în miezul feromagnetic se desfășoară ca în cazul remagnetizării alternative, dar corespunzător momentului în care cîmpul magnetic al părții fixe străbate în întregime partea mobilă, situație prezentată în figura 1.

În conformitate cu [4] admitem că toate pierderile în fier, atît cele principale cît și cele suplimentare, corespund numai unor curenți electrici turbionari superficiali, care se închid pe suprafețele laterale ale tolelor și ca urmare nu deformează repartiția cîmpului magnetic după direcția grosimii tolelor.

Împărțim circuitul în părți cu grosimea $\Delta_\lambda$, lățimea $b_\lambda$, permeabilitatea magnetică $\mu_\lambda$ și lungimea $l_\lambda$ constante. Sînt $n$ părți fixe și $n'$ părți mobile. Pentru o parte oarecare, aparținînd părții mobile a circuitului magnetic, se utilizează notații analoge dar cu indicele $\lambda'$.

Fie $B_{\lambda_0}$ inducția magnetică din cazul absenței curenților turbionari superficiali, $B_{\lambda w}$ inducția magnetică corespunzătoare numai curenților turbionari superficiali, $B_\lambda$ inducția magnetică rezultantă, $j_{\lambda w}$ densitatea curenților turbionari superficiali, $\rho_{\lambda s}$ rezistivitatea electrică superficială, $u_{ew\lambda} = u_{ew}$ și $u_{ew\lambda'} = u_{ew'}$ f.e.m. care determină stabilirea curenților turbionari superficiali, $\frac{\partial}{\partial t}$ derivata într-un punct fix față de partea fixă a circuitului magnetic, $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$ derivata într-un punct fix față de partea mobilă. Cu $Q_\lambda = b_\lambda \Delta_\lambda$,

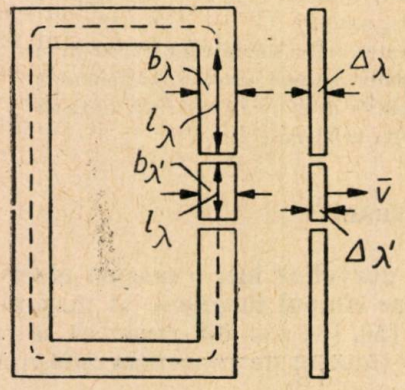



Fig. 1. — Circuit magnetic neomogen cu o parte mobilă.

ecuațiile care descriu procesele din circuitul feromagnetic considerat sînt:

$$B_\nu = B_{\nu 0} + B_{\nu w}; \quad \frac{B_{\lambda 0}}{B_{\nu 0}} = \frac{B_\lambda}{B_\nu} = \frac{B_{\lambda w}}{B_{\nu w}} = \frac{Q_\nu}{Q_\lambda}; \quad \sum_{\nu=1}^{n} \frac{B_{\nu w}}{\mu_\nu} l_\nu +$$

$$+ \sum_{\nu'=1'}^{n'} \frac{B_{\nu' w}}{\mu_{\nu'}} l_{\nu'} = \sum_{\nu=1}^{n} j_{\nu w} l_\nu + \sum_{\nu'=1'}^{n} j_{\nu' w} l_{\nu'}, \quad j_{\nu w} \rho_{\nu s} = u_{ew}, \tag{1}$$

$$j_{\nu' w} \rho_{\nu' s} = u_{ew'}; \quad u_{ew} = -Q_\nu \frac{\partial B_\nu}{\partial t}; \quad u_{ew'} = -Q_{\nu'} \frac{\mathrm{d}B_{\nu'}}{\mathrm{d}t}.$$

Din aceste ecuații se obține:

$$B_{\lambda w} = -K_1 \frac{\partial B_\lambda}{\partial t} - K_2 \frac{\mathrm{d}B_\lambda}{\mathrm{d}t}, \tag{2}$$

unde

$$K_1 = \frac{\sum_{\nu=1}^{n} \frac{l_\nu}{\rho_{\nu s}}}{\sum_{\nu=1}^{n+n'} \frac{l_\nu}{Q_\nu \mu_\nu}}, \quad K_2 = \frac{\sum_{\nu'=1'}^{n'} \frac{l_{\nu'}}{\rho_{\nu' s}}}{\sum_{\nu=1}^{n+n'} \frac{l_\nu}{Q_\nu \mu_\nu}}. \tag{3}$$

Din (1) și (2) se obține prin repetare:

$$B_\lambda = B_{\lambda 0} - \left(K_1 \frac{\partial}{\partial t} + K_2 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\right) B_{\lambda 0} + \left(K_1 \frac{\partial}{\partial t} + K_2 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\right)\left(K_1 \frac{\partial}{\partial t} +\right.$$

$$\left. + K_2 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\right) B_{\lambda 0} - \ldots + \ldots, \tag{4}$$

care reprezintă soluția particulară a ecuației (2). Soluția ecuației omogene cuprinde termeni exponențiali, care în cazul miezurilor feromagnetice ale mașinilor electrice se anulează într-un interval de timp mai mic decît $10^{-3}$ s. și apar numai la variații cu caracter de treaptă. De aceea expresia (4) este valabilă și pentru regimurile tranzitorii.

Dacă circuitul magnetic considerat face parte dintr-o mașină electrică cu întrefier constant și rotor simetric, coeficienții $K_1$ și $K_2$ sînt mărimi constante. Dacă întrefierul este neuniform, cum este cazul mașinii sincrone, coeficienții depind de poziția rotorului față de stator, deci de timp. Din acest motiv în (4) s-a utilizat scrierea sub formă de produse de binoame și nu de binom la o putere, pentru că se derivează toți factorii de după simbolul de derivare.

Din punct de vedere practic este suficient să se rețină numai derivatele de primul și al doilea ordin, sub forma:

$$B_\lambda = B_{\lambda 0} - K_1' \frac{\partial B_{\lambda 0}}{\partial t} - K_2' \frac{\mathrm{d}B_{\lambda 0}}{\mathrm{d}t} + K_1'' \frac{\partial^2 B_{\lambda 0}}{\partial t^2} +$$

$$+ K_2'' \frac{\mathrm{d}^2 B_{\lambda 0}}{\mathrm{d}t^2} + K_{12}'' \frac{\partial}{\partial t} \frac{\mathrm{d}B_{\lambda 0}}{\mathrm{d}t}, \tag{5}$$

expresie în care coeficienţii $K_1'$, $K_2'$, $K_1''$, $K_2''$ şi $K_{12}''$ depind de $K_1$, $K_2$ şi de derivatele acestora.

Dacă reluctanţa magnetică e constantă (maşini cu întrefier constant) cei cinci coeficienţi sînt constanţi. Dacă pierderile în fier, în partea mobilă, sînt nule, avem $K_2' = K_2'' = K_{12}'' = 0$; dacă-s nule pierderile din partea fixă, atunci $K_1' = K_1'' = K_{12}'' = 0$, iar dacă-s nule pierderile din ambele părţi, toţi cei cinci coeficienţi sînt nuli.

Aceşti coeficienţi se pot determina din condiţii referitoare la pierderile în fier şi la inducţia magnetică sau la derivata ei în raport cu timpul. Dacă abaterea proceselor descrise de relaţia (5) faţă de realitate e prea mare, făcînd uz de extrapolare şi de intrapolare faţă de condiţiile impuse, în vederea acoperirii întregului domeniu de variaţie a inducţiei magnetice, acesta se poate divide în domenii parţiale, încît abaterea să rămînă sub o limită impusă. Fiecărui domeniu parţial îi corespund anumite valori pentru coeficienţi şi astfel e posibil să se studieze procesele pe baza relaţiei (5) cu o exactitate dorită în întregul domeniu. Din acest motiv admitem că inducţia magnetică într-un punct oarecare al circuitului magnetic considerat e dată de (5).

### 3. DETERMINAREA FLUXURILOR UNEI MAŞINI ELECTRICE

Fluxul principal $\psi_h$ al unei faze aparţinînd unei maşini electrice, se poate calcula pe baza expresiei (5), prin metoda tuburilor elementare de cîmp. Dacă întrefierul maşinii e constant în lungul pasului polar, (coeficienţii $K$ constanţi) fluxul principal rezultant, în funcţie de fluxul principal $\psi_{h0}$ din cazul absenţei curenţilor turbionari, are expresia

$$\psi_h = \psi_{h0} - K_1' \frac{\partial \psi_{h0}}{\partial t} - K_2' \frac{\mathrm{d}\psi_{h0}}{\mathrm{d}t} + K_1'' \frac{\partial^2 \psi_{h0}}{\partial t^2} + K_2'' \frac{\mathrm{d}^2 \psi_{h0}}{\mathrm{d}t^2} + K_{12}'' \frac{\partial}{\partial t} \frac{\mathrm{d}\psi_{h0}}{\mathrm{d}t}, \qquad (6)$$

în care coeficienţii $K$ din (6) sînt cei din (5). Dacă întrefierul e neuniform, coeficienţii sînt funcţii de coordonata de poziţie a rotorului şi diferă de coeficienţii din (5).

În figura 2 e reprezentată axa $As$ fixă faţă de stator, axa $Ar$ fixă faţă de rotor, axa unei faze generale $y$ şi cea a fazei rotorice $\lambda'$, împreună cu unghiurile de poziţie, pentru o maşină electrică cu $m$ faze în stator şi $m'$ faze în rotor.

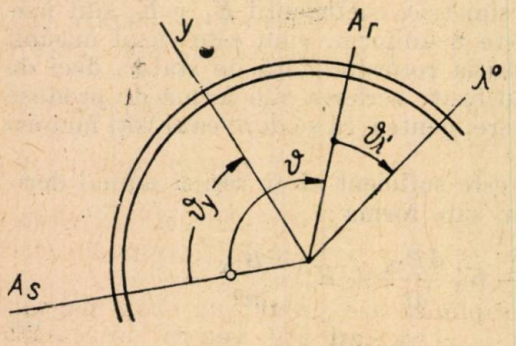



Fig. 2. — Unghiurile de poziţie ale axelor diferitelor înfăşurări.

Expresiile fluxurilor pentru o fază statorică şi una rotorică, cu considerarea pierderilor în fier, se obţine prin utilizarea fazei generale $y$ care se identifică apoi cu faza statorică sau faza rotorică după necesităţi. Avem :

$$\psi_{yh_0} = \sum_{\nu=1}^{m} L_{\nu y h} i_\nu + \sum_{\nu'=1'}^{m'} L_{\nu' y h} i_{\nu'}, \qquad (7)$$

unde $L_{ijh}$ e inductivitatea mutuală principală între fazele $i$ și $j$, iar $i_\nu$ și $i_{\nu'}$ curenții fazei statorice $\nu$, respectiv a celei rotorice $\nu'$. Fluxul $\psi_{yh_0}$ depinde de timp și prin intermediul lui $\vartheta_y$. Pe această bază simbolul $\frac{\partial}{\partial t}$ din (6) reprezintă derivata în raport cu timpul în ipoteza că $\vartheta_y$ e constant, iar $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$ reprezintă derivată totală ($\vartheta_y$ e funcție de timp). Cînd faza $y$ se identifică cu faza statorică $\lambda$ avem $\vartheta_y = \vartheta_\lambda$, iar cînd se identifică cu faza rotorică $\lambda'$, $\vartheta_y = \vartheta + \vartheta_\lambda$. Dacă mașina are două axe de simetrie, în cuadratură electrică, pentru coeficienții $K$ se consideră valori diferite după cele două axe.

Cu acestea, fluxul principal al fazei $y$ devine:

$$\psi_{yh} = \psi_{yh0} - K'_{1y}\frac{\partial \psi_{yh0}}{\partial t} - K'_{2y}\left(\frac{\partial \psi_{yh0}}{\partial t} + \frac{\mathrm{d}\vartheta_y}{\mathrm{d}t}\frac{\partial \psi_{yh0}}{\partial \vartheta_y}\right) + K''_{1y}\frac{\partial^2 \psi_{yh0}}{\partial t^2} +$$

$$K''_{2y}\left[\frac{\partial^2 \psi_{yh0}}{\partial t^2} + 2\frac{\mathrm{d}\vartheta_y}{\mathrm{d}t}\frac{\partial^2 \psi_{yh0}}{\partial \vartheta_y \partial t} + \frac{\mathrm{d}^2\vartheta_y}{\mathrm{d}t^2}\frac{\partial \psi_{yh0}}{\partial \vartheta_y} + \left(\frac{\mathrm{d}\vartheta_y}{\partial t}\right)^2\frac{\partial^2 \psi_{yh0}}{\partial \vartheta_y^2}\right] + \tag{8}$$

$$K''_{12y}\left(\frac{\partial^2 \psi_{yh0}}{\partial t^2} + \frac{\mathrm{d}\vartheta_y}{\mathrm{d}t}\frac{\partial^2 \psi_{yh0}}{\partial t\, \partial \vartheta_y}\right).$$

De aici se obțin fluxurile principale pentru fazele $\lambda$ și $\lambda'$, sub forma:

$$\psi_{\lambda h} = (\psi_{yh})_{\vartheta_y = \vartheta_\lambda}, \quad \psi_{\lambda' h} = (\psi_{yh})_{\vartheta_y = \vartheta + \vartheta_{\lambda'}}, \tag{9}$$

iar fluxurile datorite numai curenților electrici turbionari sînt:

$$\psi_{\lambda w} = \psi_{\lambda h} - \psi_{\lambda h0} \quad ; \quad \psi_{\lambda' w} = \psi_{\lambda' h} - \psi_{\lambda' h0}. \tag{10}$$

La fluxurile principale (9) se adaugă fluxurile de dispersie și se obțin fluxurile totale.

## 4. DETERMINAREA CUPLULUI ELECTROMAGNETIC

Admitem că fluxurile $\psi_{\lambda w}$ și $\psi_{\lambda' w}$ corespund unor curenți electrici stabiliți într-un sistem de înfășurări auxiliare statorice cu $m$ faze și în unul de înfășurări auxiliare rotorice cu $m'$ faze. Aceste înfășurări au proprietățile următoare:

— sînt cuplate magnetic între ele și cu înfășurările reale ale mașinii numai prin intermediul cîmpului magnetic principal;

— înfășurările auxiliare nu au cîmp de dispersie ci numai cîmp principal;

— tensiunile la bornele lor au astfel de valori, încît pentru curenții stabiliți în ele suma puterilor care ies pe la bornele lor corespunde pierderilor în fier, separat pentru stator și rotor;

— curenții din înfășurările suplimentare produc un cîmp magnetic pentru care avem fluxurile $\psi_{\lambda w}$ și $\psi_{\lambda' w}$, aceleași atît pentru înfășurările reale, cît și pentru cele auxiliare.

În această situație avem:

$$\psi_{\lambda w} = \sum_{\nu=1}^{m} L_{\nu\lambda h}\, i_{\nu w} + \sum_{\nu'=1'}^{m'} L_{\nu'\lambda h}\, i_{\nu' w},$$

$$\psi_{\lambda' w} = \sum_{\nu=1}^{m} L_{\nu\lambda' h}\, i_{\nu w} + \sum_{\nu'=1'}^{m'} L_{\nu'\lambda' h}\, i_{\nu' w}. \tag{11}$$

Mărimile $\psi_{\lambda w}$ și $\psi_{\lambda' w}$ sînt date de (10); apar ca necunoscute curenții $i_{\nu w}$ și $i_{\nu' w}$. Dacă

$$\Delta = \begin{vmatrix} L_{11h} & \dots & L_{\beta 1h} & \dots & L_{m'1h} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ L_{1\alpha h} & \dots & L_{\beta\alpha h} & \dots & L_{m'\alpha h} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ L_{1m'h} & \dots & L_{\beta m'h} & \dots & L_{m'm'h} \end{vmatrix} \tag{12}$$

este determinantul sistemului (11), iar $\delta_{\alpha\beta}$ este minorul care se obține din $\Delta$ prin eliminarea liniei $\alpha$ și a coloanei $\beta$, unde $\alpha$ și $\beta$ iau valorile $1, 2, \dots, m, 1', 2', \dots, m'$, atunci:

$$\begin{aligned} i_{\lambda w} &= \frac{1}{\Delta} \sum_{\nu=1}^{m} (-1)^{\nu+\lambda}\, \delta_{\nu\lambda}\, \psi_{\nu w} + \frac{1}{\Delta} \sum_{\nu'=1'}^{m'} (-1)^{\lambda+m+\nu'}\, \delta_{\nu'\lambda}\, \psi_{\nu' w}, \\ i_{\lambda' w} &= \frac{1}{\Delta} \sum_{\nu=1}^{m} (-1)^{m+\lambda'+\nu}\, \delta_{\nu\lambda'}\, \psi_{\nu w} + \frac{1}{\Delta} \sum_{\nu'=1'}^{m'} (-1)^{\nu'+\lambda'}\, \delta_{\nu'\lambda'}\, \psi_{\nu' w}. \end{aligned} \tag{13}$$

Notînd

$$\psi_{\lambda\sigma} = \psi_{\lambda} - \psi_{\lambda h}, \quad \psi_{\lambda'\sigma} = \psi_{\lambda'} - \psi_{\lambda' h}, \tag{14}$$

unde $\psi_{\lambda\sigma}$ și $\psi_{\lambda\sigma}$ sînt fluxuri de dispersie proprie și mutuală, pentru energia magnetică $W_m$ a mașinii avem

$$2W_m = \sum_{\lambda=1}^{m} i_{\lambda}\, \psi_{\lambda\sigma} + \sum_{\lambda'=1'}^{m'} i_{\lambda'}\, \psi_{\lambda'\sigma} + \sum_{\lambda=1}^{m} (i_{\lambda} + i_{\lambda w})\, \psi_{\lambda h} + \sum_{\lambda'=1'}^{m'} (i_{\lambda'} + i_{\lambda' w})\, \psi_{\lambda' h}. \tag{15}$$

Fluxurile principale se pot scrie acum sub forma:

$$\begin{aligned} \psi_{\lambda h} &= \sum_{\nu=1}^{m} L_{\nu\lambda h}\, (i_{\nu} + i_{\nu w}) + \sum_{\nu'=1'}^{m'} L_{\nu'\lambda h}\, (i_{\nu'} + i_{\nu' w}), \\ \psi_{\lambda' h} &= \sum_{\nu=1}^{m} L_{\nu\lambda' h}\, (i_{\nu} + i_{\nu w}) + \sum_{\nu'=1'}^{m'} L_{\nu'\lambda' h}\, (i_{\nu'} + i_{\nu' w}), \end{aligned} \tag{16}$$

Din (15) și (16) se obține pentru cuplul electromagnetic $M$:

$$M = p \left( \frac{\partial W_m}{\partial \vartheta} \right)_{i=\text{const}} = \frac{p}{2} \left\{ \sum_{\lambda=1}^{m} i_{\lambda} \left( \frac{\partial \psi_{\lambda\sigma}}{\partial \vartheta} \right)_i + \sum_{\lambda'=1'}^{m'} i_{\lambda'} \left( \frac{\partial \psi_{\lambda'\sigma}}{\partial \vartheta} \right)_i + \right.$$

$$\left. + \sum_{\lambda=1}^{m} (i_{\lambda} + i_{\lambda w}) \left[ \sum_{\nu=1}^{m} (i_{\nu} + i_{\nu w}) \frac{\partial L_{\nu\lambda h}}{\partial \vartheta} + \sum_{\nu'=1'}^{m'} (i_{\nu'} + i_{\nu' w}) \times \right. \right.$$

$$\times \frac{\partial L_{\nu'\lambda h}}{\partial \vartheta}\Big] + \sum_{\lambda'=1'}^{m'} (i_{\lambda'} + i_{\lambda' w}) \Big[\sum_{\nu=1}^{m} (i_{\nu} + i_{\nu w}) \frac{\partial L_{\nu\lambda' h}}{\partial \vartheta} + \\ + \sum_{\nu'=1'}^{m'} (i_{\nu'} + i_{\nu' w}) \frac{\partial L_{\nu'\lambda' h}}{\partial \vartheta}\Big]\Big\}, \tag{17}$$

valabilă și pentru mașinile cu întrefier variabil în lungul pasului polar.

## 5. CAZURI PARTICULARE

5.1. *Mașina de inducție simetrică în regim sinusoidal staționar.* În acest caz întrefierul e constant iar înfășurările sînt repartizate sinusoidal. Cu $m = m_1$ și $m' = m_2$ avem :

$$\vartheta = (\omega_1 - \omega_2)t + \vartheta_0, \quad u_\lambda = U_1 \sqrt{2} \sin\Big[\omega_1 t - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m_1}\Big],$$

$$i_\lambda = I_1 \sqrt{2} \sin\Big[\omega_1 t - \varphi_1 - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m_1}\Big], \quad u_{\lambda'} = U_2 \sqrt{2} \sin\Big[\omega_2 t -$$

$$- \varphi_u - (\lambda' - 1)\frac{2\pi}{m_2}\Big], \quad i_{\lambda'} = I_2 \sqrt{2} \sin\Big[\omega_2 t - \varphi_u - \varphi_2 - (\lambda' - 1) \times$$

$$\times \frac{2\pi}{m_2}\Big], \quad \vartheta_\lambda = (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m_1}, \quad \vartheta_{\lambda'} = (\lambda' - 1)\frac{2\pi}{m_2}, \quad L_{\nu\lambda\sigma} = L_{11\sigma} \times$$

$$\times \cos(\lambda - \nu)\frac{2\pi}{m_1}, \quad L_{\nu'\lambda'\sigma} = L_{22\sigma} \cos(\lambda' - \nu')\frac{2\pi}{m_2}, L_{\nu\lambda h} = \tag{18}$$

$$= L_{11h} \cos(\lambda - \nu)\frac{2\pi}{m_1}, \quad L_{\nu'\lambda h} = L_{12h} \cos\Big[\vartheta + (\nu' - 1)\frac{2\pi}{m_2} -$$

$$- (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m_1}\Big]; \quad L_{\nu'\lambda' h} = L_{22h} \cos(\lambda' - \nu')\frac{2\pi}{m_2}; \quad L_{\nu\lambda' h} =$$

$$= L_{12h} \cos\Big[\vartheta + (\lambda' - 1)\frac{2\pi}{m_2} - (\nu - 1)\frac{2\pi}{m_1}\Big].$$

Se obține din (7) :

$$\psi_{\nu h 0} = \frac{m_1}{2} L_{1\nu h} I_1 \sqrt{2} \sin(\omega_1 t - \varphi_1 - \vartheta_\nu) + \frac{m_2}{2} L_{2\nu h} I_2 \sqrt{2} \times \tag{19}$$

$$\times \sin(\omega_2 t - \varphi_u - \varphi_2 + \vartheta - \vartheta_\nu),$$

iar din (8), avînd în vedere că $\frac{d\vartheta_y}{dt} = \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_1 - \omega_2$, cu notațiile:

$$\omega_2 = s\omega_1, \quad k_i = \frac{m_1 L_{11h}}{m_2 L_{12h}}, \quad i_{0\lambda} = i_\lambda + \frac{1}{k_i} I_2 \sqrt{2} \sin\left[\omega_1 t + \vartheta_0 - \varphi_u - \right.$$

$$\left. - \varphi_2 - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m_1}\right], \; i_{0'\lambda'} = i_{\lambda'} + k_i I_1 \sqrt{2} \sin\left[\omega_2 t - \right. \tag{20}$$

$$\left. - \vartheta_0 - \varphi_1 - (\lambda' - 1)\frac{2\pi}{m_2}\right],$$

se obține:

$$\psi_{\lambda h} = \frac{m_1}{2} L_{11h}\left[i_{0\lambda} - (K_1' + sK_2')\frac{di_{0\lambda}}{dt} + (K_1'' + sK_{12}'' + s^2 K_2'')\frac{d^2 i_{0\lambda}}{dt^2}\right],$$

$$\psi_{\lambda' h} = \frac{m_2}{2} L_{22h}\left[i_{0'\lambda'} - \left(\frac{K_1'}{s} + K_2'\right)\frac{di_{0'\lambda'}}{dt} + \left(\frac{K_1''}{s^2} + \frac{K_{12}''}{s} + K_2''\right)\frac{d^2 i_{0'\lambda'}}{dt^2}\right]. \tag{21}$$

Cu $L_{1\sigma} = L_\sigma + \frac{m_1}{2} L_{11\sigma}$, $L_{2\sigma} = L_{\sigma'} + \frac{m_2}{2} L_{22\sigma}$, ecuațiile în instantaneu, pentru fazele $\lambda$ și $\lambda'$, sînt:

$$u_\lambda = R_1 i_\lambda + L_{1\sigma}\frac{di_\lambda}{dt} - u_{e\lambda}, \quad i_{0\lambda} = i_\lambda + \frac{1}{k_i} i_{\lambda'}^*, \quad i_{0'\lambda'} =$$

$$= i_{\lambda'} + k_i i_\lambda^*, \quad u_{e\lambda} = -\frac{m_1}{2} L_{11h}\frac{d}{dt}\left[i_{0\lambda} - (K_1' + sK_2')\frac{di_{0\lambda}}{dt} + \right.$$

$$\left. + (K_1'' + sK_{12}'' + s^2 K_2'')\frac{d^2 i_{0\lambda}}{dt^2}\right], \quad i_{\lambda'}^* = I_2 \sqrt{2} \sin\left[\omega_1 t + \vartheta_0 - \right.$$

$$\left. - \varphi_u - \varphi_2 - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m_1}\right], \quad u_{\lambda'} = -R_2 i_{\lambda'} - L_{2\sigma}\frac{di_{\lambda'}}{dt} + u_{e\lambda'}, \tag{22}$$

$$u_{e\lambda'} = -\frac{m_2}{2} L_{22h}\frac{d}{dt}\left[i_{0'\lambda'} - \left(\frac{K_1'}{s} + K_2'\right)\frac{di_{0'\lambda'}}{dt} + \left(\frac{K_1''}{s^2} + \frac{K_{12}''}{s} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + K_2''\right)\frac{d^2 i_{0'\lambda'}}{dt^2}\right], \quad i_\lambda^* = I_1 \sqrt{2} \sin\left[\omega_2 t - \vartheta_0 - \varphi_1 - (\lambda' - 1)\frac{2\pi}{m_2}\right].$$

Cu notațiile:

$$k_e = \frac{L_{11h}}{L_{12h}} = \frac{L_{12h}}{L_{22h}}, \quad R_2' = k_e k_i R_2, \quad L_{2\sigma}' = k_e k_i L_{2\sigma},$$

$$I_2 = k_e k_i I_2', \quad U_2' = k_e U_2, \quad X_1 = \omega_1 L_{1\sigma}, \quad \underline{Z}_1 = R_1 + jX_1,$$

$$X_2' = \omega_1 L_{2\sigma}', \quad \underline{Z}_2' = \frac{R_2'}{s} + jX_2', \quad R_{1m} = R_{11m} + sR_{12m}, \quad R_{11m} =$$

$$= \frac{m_1}{2}\omega_1^2 L_{11h} K_1', \quad R_{12m} = \frac{m_1}{2}\omega_1^2 L_{11h} K_2', \quad L_{1m} = L_{11m} - \tag{23}$$

$$- sL_{12m}, \quad L_{11m} = \frac{m_1}{2} L_{11h}(1 - \omega_1^2 K_1''), \quad L_{12m} = \frac{m_1}{2} L_{11h}\omega_1^2 \times$$

$$\times (K_{12}'' + sK_2''), \quad X_{1m} = \omega_1 L_{1m}, \quad X_{11m} = \omega_1 L_{11m}, \quad X_{12m} =$$

$$= \omega_1 L_{12m}, \quad \underline{Z}_{1m} = R_{1m} + jX_{1m}, \quad \underline{Z}_{11m} = R_{11m} + jX_{11m}$$

ecuațiile (22), scrise în complex, sînt:

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 - \underline{U}_{e1}, \quad -\underline{U}_{e1} = \underline{Z}_{1m} \underline{I}_{01},$$

$$\underline{I}_{01} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2' e^{j\vartheta_0}, \quad \frac{\underline{U}_2'}{s} = -\underline{Z}_2' \underline{I}_2' + \underline{U}_{e1} e^{-j\vartheta_0}. \tag{24}$$

Se observă din (24) că pierderile în fierul rotoric afectează curenții și tensiunile mașinii numai prin intermediul impedanței de magnetizare $Z_{1m}$, forma ecuațiilor rămînînd aceeași ca și în cazul considerării pierderilor în fier concentrate numai în stator. De asemenea deoarece $Z_{1m}$ e funcție de alunecare, locul geometric al curentului mașinii de inducție obișnuite ($U_2 = 0$) nu mai e un cerc, ci o curbă închisă care se abate de la cerc în special în domeniul alunecărilor mari.

Din (10) și (21) se obțin fluxurile $\psi_{\lambda w}$ și $\psi_{\lambda' w}$.

Curenții din înfășurările suplimentare se pot determina cu (13). În cazul de față, e mai avantajoasă o metodă indirectă. La bază stau următoarele observații: tensiunile electromotoare sînt simetrice, ceea ce face ca și curenții din înfășurările suplimentare să fie simetrici și defazați față de f.e.m. $u_{e\lambda}$ și $u_{e\lambda'}$ cu unghiurile $\varphi_w$ și $\varphi_{w'}$; dacă $\varphi_0$ și $\varphi_{0'}$ sînt defazajele curenților $i_{0\lambda}$ și $i_{0'\lambda'}$ față de tensiunile la borne $u_\lambda$ și $u_{\lambda'}$, cu $R_{1m} = X_{1m}$ tg $\gamma$, curenții fazelor $\lambda$ și $\lambda'$ ale înfășurărilor suplimentare sînt:

$$i_{\lambda w} = -I_w \sqrt{2} \sin\left[\omega_1 t + \gamma - \varphi_0 - \varphi_w - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m_1}\right],$$

$$i_{\lambda' w} = -I_{w'} \sqrt{2} \sin\left[\omega_2 t + \gamma - \varphi_{0'} - \varphi_{w'} - (\lambda' - 1)\frac{2\pi}{m_2}\right], \tag{25}$$

unde necunoscutele sînt $I_w$, $I_{w'}$, $\varphi_w$ și $\varphi_{w'}$.

Din (11) și (25) se obține:

$$\psi_{\lambda w} = -\frac{m_1}{2} L_{11h} I_w \sqrt{2} \sin\left[\omega_1 t + \gamma - \varphi_0 - \varphi_w - (\lambda + 1)\frac{2\pi}{m_1}\right] -$$

$$- \frac{m_2}{2} L_{12h} I_{w'} \sqrt{2} \sin\left[\omega_1 t + \gamma - \varphi_{0'} - \varphi_{w'} + \vartheta_0 - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m_1}\right], \tag{26}$$

$$\psi_{\lambda' w} = -\frac{m_1}{2} L_{12h} I_w \sqrt{2} \sin\left[\omega_2 t + \gamma - \varphi_0 - \varphi_w - \vartheta_0 - (\lambda' - 1)\frac{2\pi}{m_2}\right] -$$

$$- \frac{m_2}{2} L_{22h} I_{w'} \sqrt{2} \sin\left[\omega_2 t + \gamma - \varphi_{0'} - \varphi_{w'} - (\lambda' - 1)\frac{2\pi}{m_2}\right].$$

Din (10), (20) și (21) se obțin fluxurile $\psi_{\lambda w}$ și $\psi_{\lambda' w}$ în funcție de coeficienții $K$. Egalînd expresiile astfel obținute cu cele din (26), cu $X_0 = \omega_1 \frac{m_1}{2} L_{11h}$ și ținînd seama de (23), avem:

$$I_w \sin \varphi_w + \frac{I_{w'}}{k_i} \sin \varphi_{w'} = U_{e1} \frac{X_0 X_{1m} - Z_{1m}^2}{X_0 Z_{1m}^2}$$
$$I_w \cos \varphi_w + \frac{I_{w'}}{k_i} \cos \varphi_{w'} = U_{e1} \frac{R_{1m}}{Z_{1m}^2}. \tag{27}$$

Necunoscutele depind numai de $U_{e1}$ și frecvența acesteia. Considerînd că mașina se rotește la sincronism ($s = 0$) și că e astfel alimentată încît $U_{e1}$ e aceeași ca la mers în sarcină, se obține $I_{w'} = 0$, dar $I_w$ și $\varphi_w$ rămîn aceleași. În acest caz (27) devine:

$$I_w \sin \varphi_w = U_{e1} \frac{X_0 X_{11m} - Z_{11m}^2}{X_0 Z_{11}^2}, \quad I_w \cos \varphi_w = U_{e1} \frac{R_{11m}}{Z_{11m}^2} \tag{28}$$

și prin urmare

$$I_w = \frac{Z_{1m} \sqrt{(X_0 - X_{11m})^2 + R_{11m}^2}}{Z_0 Z_{11m}} I_0, \quad I_{w'} = \frac{Z_{12ms}}{Z_{11m}} k_i I_0,$$
$$\operatorname{tg} \varphi_w = \frac{X_0 X_{11m} - Z_{11m}^2}{X_0 R_{11m}}, \quad \operatorname{tg} \varphi_{w'} = \frac{X_{1m} Z_{11m}^2 - X_{11m} Z_{11m}^2}{R_{1m} Z_{11m}^2 - R_{11m} Z_{1m}^2}, \tag{29}$$

unde s-a pus pentru prescurtare $Z_{12ms} = s \sqrt{R_{12m}^2 + s^2 X_{12m}^2}$.

Ținînd seama că fluxurile de dispersie $\psi_{\lambda\sigma}$ și $\psi_{\lambda'\sigma}$ nu depind de $\vartheta$, din (17), (18) și (25) se obține pentru cuplu:

$$M = \frac{p m_1 m_2}{2} L_{12h} [I_1 I_2 \sin (\varphi_u + \varphi_2 - \vartheta_0 - \varphi_1) + I_1 I_{w'} \sin (\gamma +$$
$$+ \varphi_1 - \varphi_0 - \varphi_{w'}) + I_2 I_w \sin (\vartheta_0 + \varphi_0 + \varphi_w - \gamma - \varphi_u - \varphi_2) +$$
$$+ I_w I_{w'} \sin (\varphi_{w'} - \varphi_w)], \tag{30}$$

în care apar curenții înfășurărilor reale, ai celor suplimentare și defazatele respective.

Cuplul $M$ poate fi scris și în funcție de parametrii mașinii, de alunecare și de tensiunile $U_1$ și $U_2$. Punînd:

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_{es} I_2 = s \underline{Z}_e \underline{I}_2, \quad \underline{Z}_e = -\frac{\underline{Z}_1 + \underline{C}_1 \underline{Z}_2'}{\underline{C}_1 + \frac{\underline{U}_1 s}{\underline{U}_2 k_e} e^{-j\vartheta_0}} = \frac{R_e}{s} + jX_e =$$
$$= \frac{\underline{Z}_e'}{k_e k_i}, \quad \underline{C}_1 = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_{1m}}, \quad \underline{Z}_{12} = \underline{Z}_1 + \underline{C}_1 \underline{Z}_a', \tag{31}$$
$$\underline{Z}_a' = \underline{Z}_2' + \underline{Z}_e' = R_a' + jX_a',$$

din (24) se pot determina toți factorii care intervin în termenii expresiei (30) și se obține în final:

$$M = \frac{p\,m_1}{\omega_1}\,\frac{U_1^2}{Z_{12}^2}\left[R'_a + Z'^2_a\left(\frac{R_{1m}}{Z_{1m}^2} = \frac{R_{11m}}{Z_{11m}^2}\right)\right]. \qquad (32)$$

Aceasta este expresia generală a cuplului electromagnetic al mașinii de inducție simetrice, în regim sinusoidal simetric, dublu alimentate, cînd se

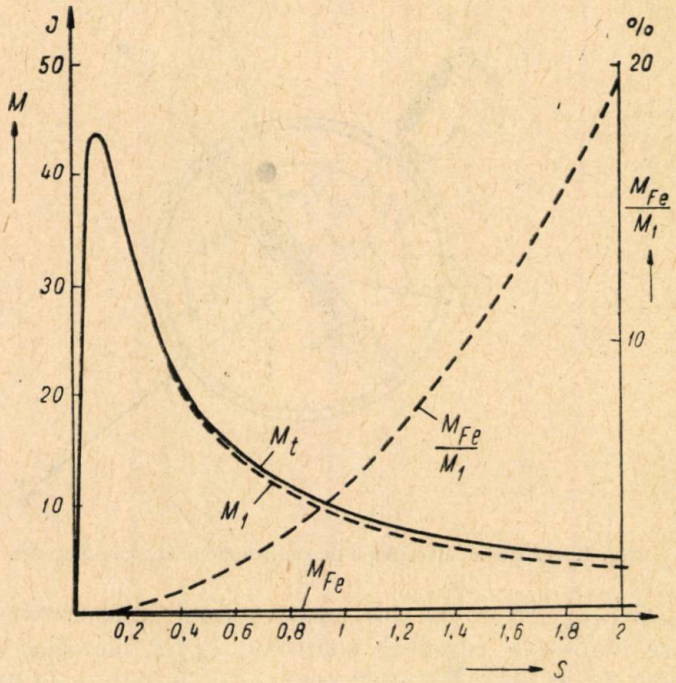



Fig. 3. — Curba cuplului armonicii fundamentale cu și fără pierderi în fierul rotorului pentru un motor asincron de 6,4 kW.

ține seama separat de pierderile din miezul feromagnetic statoric și rotoric. Dacă se neglijează pierderile în miezul feromagnetic rotoric, avem $R_{11m} = R_{1m}$, $Z_{11m} = Z_{1m}$ și rămîne $M = \frac{p\,m_1}{\omega_1}\,U_1^2\,\frac{R'_a}{Z_{12}^2}$, iar dacă rotorul e scurtcircuitat atunci $Z_e = 0$ și (32) se reduce la expresia cunoscută.

Expresia (32) a cuplului electromagnetic se poate deduce și din bilanțul energetic al mașinii de inducție, metodă utilizabilă însă numai la mașinile simetrice, în regim sinusoidal simetric.

În figura 3 este reprezentată cu linie plină curba cuplului $M_t$ dat de (32), cu linie întreruptă curba cuplului $M_1$ din cazul neglijării pierderilor în fierul rotoric ($R_{11m} = R_{1m}$) și raportul dintre cuplul $M_{Fe}$ corespunzător pierderilor în fierul rotoric și $M_1$, pentru un motor de inducție cu inele colectoare, de 6,4 kW, 220/380 V, 1500 rpm turație sincronă la

50 Hz. Cuplul corespunzător pierderilor în fierul rotoric atinge 20% din $M_1$ pentru alunecarea $s = 2$. La pornire acesta este numai de cca. 5%.

5. 2. *Mașina sincronă cu poli aparenți, simetrică, în regim staționar sinusoidal.* În regim sinusoidal poate funcționa numai o mașină cu întrefier constant și înfășurări repartizate sinusoidal în lungul pasului polar. Comportarea diferită a mașinii cu poli aparenți după cele două axe o considerăm ca fiind determinată de interstițiul executat în rotor, după axa $d$, cum se vede în figura 4 și o caracterizăm prin inductivitățile prin-

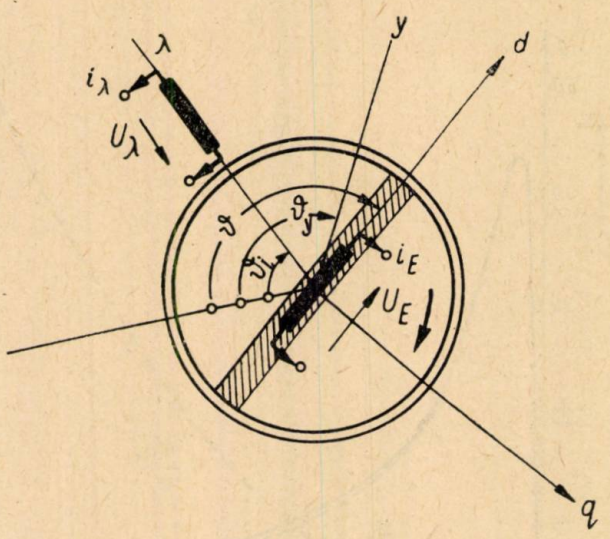



Fig. 4. — Schema electrică a mașinii sincrone cu poli aparenți.

cipale $L_{11hd}$ și $L_{11hq}$. În rotor este activă numai înfășurarea de excitație prin care se stabilește curentul continuu $I_E\sqrt{2}$, constant în timp. În stator mașina are $m$ faze. Mărimile $u_\lambda$, $i_\lambda$, $\vartheta_\lambda$, $L_{\nu\lambda\sigma}$, $L_{\nu\lambda h}$ au expresiile din (18), unde în loc de $m_1$ e scris $m$, iar inductivitățile principale au în plus indicele $d$ sau $q$, după cum sînt considerate față de axa longitudinală sau cea transversală. Inductivitățile proprie și mutuală ale înfășurării de excitație se consideră numai după axa longitudinală; pentru $\vartheta$, ($\omega_2 = 0$) avem $\vartheta = \omega_1 t + \vartheta_0$. De oarece frecvența rotorică este nulă, în (6) rămîn numai coeficienții $K_1'$ și $K_1''$. Mașina avînd însă simetrie magnetică după două axe în cuadratură electrică, trebuie să considerăm patru coeficienți, cîte doi pentru fiecare axă : $K_d'$, $K_d''$, $K_q'$ și $K_q''$, unde s-a lăsat indicele 1 la o parte.

Considerăm faza $y$. Inductivitățile care intervin în expresia fluxului fazei $y$ se consideră după axa $d$, respectiv $q$, în raport cu fluxul care se calculează.

Fluxul principal al fazei $y$, corespunzător cîmpului magnetic produs de curentul fazei $\lambda$, în cazul absenței pierderilor în fier, este :

$$\psi_{yh0} = L_{11hd} i_\lambda \cos(\vartheta - \vartheta_\lambda) \cos(\vartheta - \vartheta_y) + L_{11hq} i_\lambda \times$$
$$\times \sin(\vartheta - \vartheta_\lambda) \sin(\vartheta - \vartheta_y), \qquad (33)$$

iar cel corespunzător tuturor fazelor:

$$\psi_{yh0} = -\frac{m}{2} L_{11hd} I \sqrt{2} \sin(\varphi_1 + \vartheta_0) \cos(\vartheta - \vartheta_y) + \frac{m}{2} L_{11hq} \times$$
$$\times I \sqrt{2} \cos(\varphi_1 + \vartheta_0) \sin(\vartheta - \vartheta_y) + L_{E1h} I_E \sqrt{2} \cos(\vartheta - \vartheta_y) \tag{34}$$

și deci

$$\psi_{dh} = \psi_{dh0} - K'_d \left(\frac{\partial \psi_{yh0}}{\partial t}\right)_{\vartheta_y = \vartheta} + K''_d \left(\frac{\partial^2 \psi_{yh0}}{\partial t^2}\right)_{\vartheta_y = \vartheta},$$
$$\psi_{qh} = \psi_{qh0} - K'_q \left(\frac{\partial \psi_{yh0}}{\partial t}\right)_{\vartheta_y = \vartheta + \frac{\pi}{2}} + K''_q \left(\frac{\partial^2 \psi_{yh0}}{\partial t^2}\right)_{\vartheta_y = \vartheta + \frac{\pi}{2}}, \tag{35}$$
$$\psi_{\lambda h} = \psi_{dh} \cos(\vartheta - \vartheta_\lambda) - \psi_{qh} \sin(\vartheta - \vartheta_\lambda).$$

Cu notațiile [4]:

$$\psi = \varphi_1 + \vartheta_0, \quad I_d = I_1 \sin\psi, \quad I_q = I_1 \cos\psi, \quad i_{\lambda d} =$$
$$= -I_d \sqrt{2} \cos(\vartheta - \vartheta_\lambda), \quad i_{\lambda q} = I_q \sqrt{2} \sin(\vartheta - \vartheta_\lambda),$$
$$i_{E\lambda} = I_E \sqrt{2} \cos(\vartheta - \vartheta_\lambda), k_q = L_{11hq}/L_{11hd}, k_E =$$
$$= 2L_{E1h}/mL_{11hd}, \quad X = \omega L_\sigma, \quad \underline{Z} = R + jX, \quad X_0 = \frac{m}{2} L_{11hd}\,\omega.$$

$$R_{dm} = \omega K'_q X_0, \quad L_{dm} = (1 - \omega^2 K''_d) X_0 \omega^{-1}, \quad R_{qm} = \omega K'_d k_q X_0,$$
$$L_{qm} = (1 - \omega^2 K''_q) k_q X_0 \omega^{-1}, \quad R_{Em} = k_E R_{dm}, \quad L_{Em} = k_E L_{dm},$$
$$X_{dm} = \omega L_{dm}, \quad \underline{Z}_{dm} = R_{dm} + jX_{dm}, \quad X_{qm} = \omega L_{qm}, \quad \underline{Z}_{qm} = \tag{36}$$
$$= R_{qm} + jX_{qm}, \quad X_{Em} = \omega L_{Em}, \quad \underline{Z}_{Em} = R_{Em} + jX_{Em} = k_E \underline{Z}_{dm}$$
$$\underline{U}_{ead} = -\underline{Z}_{dm} \underline{I}_d, \quad \underline{U}_{eaq} = -\underline{Z}_{qm} \underline{I}_q, \quad \underline{U}_{eE} = -\underline{Z}_{Em} \underline{I}_E =$$
$$= -k_E \underline{Z}_{dm} \underline{I}_E, \quad \underline{U}_e = \underline{U}_{eE} + \underline{U}_{ead} + \underline{U}_{eaq},$$

ecuația tensiunilor $u_\lambda = -Ri_\lambda - L_\sigma \frac{di_\lambda}{dt} + u_{e\lambda}$, unde $u_{e\lambda} = -\frac{d\psi_{\lambda h}}{dt}$, scrisă în complex, cu lăsarea indicelui $\lambda$ la o parte, devine $\underline{U} = -\underline{Z}\,\underline{I} + \underline{U}_e$. Dacă se mai notează:

$$\underline{U}_{ea} = -\underline{Z}_a \underline{I}_a, \quad \underline{Z}_a = R_a + jX_a = \underline{Z}_{dm} + \underline{Z},$$
$$\underline{U}_{eq} = -\underline{Z}_q \underline{I}_q, \quad \underline{Z}_q = R_q + jX_q = \underline{Z}_{qm} + \underline{Z}, \tag{37}$$

unde $Z_d$, $Z_q$, $R_d$, $X_d$, $R_q$ și $X_q$ sînt parametrii sincroni longitudinali, respectiv transversali, ecuația tensiunilor se poate pune în și sub forma $\underline{U} = \underline{U}_{eE} + \underline{U}_{ed} + \underline{U}_{eq}$.

Pierderile în fier intervin în ecuații prin intermediul parametrilor. De influența lor asupra cuplului electromagnetic nu se poate ține seama decît prin intermediul curenților înfășurărilor auxiliare.

Curentul fazei $\lambda$ a înfășurării auxiliare este

$$i_{w\lambda} = I_w \sqrt{2} \sin \left[ \omega t - \varphi_w - (\lambda - 1) \frac{2\pi}{m} \right]. \tag{38}$$

Fluxurile după axele $d$ și $q$ corespunzătoare curenților din înfășurările auxiliare sînt $\psi_{wd} = \psi_{dh} - \psi_{dh0}$ și $\psi_{wq} = \psi_{qh} - \psi_{qh0}$. Scriind că fluxurile $\psi_{wd}$ și $\psi_{wq}$ corespund cîmpurilor magnetice produse numai de curenții suplimentari $i_{w\lambda}$, cu notațiile similare din cazul curenților principali:

$$I_{wd} = I_w \sin(\varphi_w + \vartheta_0), \; I_{wq} = I_w \cos(\varphi_w + \vartheta_0), \tag{39}$$

din $\psi_{wd} = -\frac{m}{2} L_{11hd} I_{wd} \sqrt{2}$ și $\psi_{wq} = -\frac{m}{2} L_{11hq} I_{wq} \sqrt{2}$ se obțin curenții $I_{wd}$ și $I_{wq}$ sub forma:

$$\begin{aligned} X_0 I_{wd} &= R_{qm} I_q - (X_0 - X_{dm})(I_a - k_E I_E), \\ k_q X_0 I_{wq} &= -R_{dm}(I_d - k_E I_E) - (k_q X_0 - X_{qm}) I_q, \end{aligned} \tag{40}$$

care determină valoarea și faza curenților înfășurărilor suplimentare. Acum se poate calcula cuplul electromagnetic al mașinii. Calea cea mai simplă e cea a bilanțului energetic, aplicabilă în cazul de față.

Puterea electromagnetică care trece prin întrefierul mașinii este egală cu suma puterilor electromagnetice ale celor două circuite din indus, principal și suplimentar. Deoarece t.e.m. e acceeași pentru ambele circuite $\underline{U}_e = \underline{U} + \underline{Z}\,\underline{I}$, puterea interioară $P_i$ este:

$$P_i = m \operatorname{Re}[(\underline{U} + \underline{Z}\,\underline{I})(\underline{I}^* + \underline{I}_w^*)] \tag{41}$$

unde Re reprezintă partea reală a expresiei complexe (cu (*) s-au notat mărimile conjugate).

Ținînd seama de faptul că avem $\underline{I}_q = \mathrm{j}\ \mathrm{ctg}\ \psi\ \underline{I}_d$; $\underline{I}_E = j \frac{I_E}{U} e^{j\vartheta_0} \underline{U}$; $\underline{I} = \underline{I}_a + \underline{I}_q$; $\underline{I}_w = \underline{I}_{wd} + \underline{I}_{wq}$; $\underline{I}_{wq} = j\ \mathrm{ctg}\ \psi_w\ \underline{I}_{wd}$, iar în conformitate cu [4] scriind $\underline{Z}_{dm} = \mathrm{j} Z_{dm} e^{-\mathrm{j}\beta}$, $\underline{Z}_d = \mathrm{j} Z_d e^{-\mathrm{j}\gamma_d}$, $\underline{Z}_q = \mathrm{j} Z_q e^{-\mathrm{j}\gamma_q}$ se obține:

$$\begin{aligned} \underline{I}_d &= \frac{j e^{j\vartheta_e}}{Z_d \cos(\gamma_d - \gamma_q)} [-U_{eE} \cos(\gamma_q - \beta) + U \cos(\vartheta_0 - \gamma_q)], \\ \underline{I}_q &= \frac{e^{j\vartheta_0}}{Z_q \cos(\gamma_d - \gamma_q)} [U_{eE} \sin(\gamma_d - \beta) + U \sin(\vartheta_0 - \gamma_d)], \\ \underline{I}_{wd} &= -\frac{1}{X_0} [j R_{qm} \underline{I}_q + (X_0 - X_{dm})(\underline{I}_d + k_E \underline{I}_E)], \\ \underline{I}_{wq} &= -\frac{1}{k_q X_0} [j R_{dm}(\underline{I}_d + k_E \underline{I}_E) + (k_q X_0 - X_{qm}) \underline{I}_q]. \end{aligned} \tag{42}$$

Deoarece $P_i = M\Omega$, din (41) și (42), după efectuarea calculelor, se obține expresia cuplului electromagnetic sub forma:

$$M = \frac{m}{\Omega k_q X_0 \cos(\gamma_d - \gamma_q)} \left\{ U_{eE} U \left[ \left[ \left[ -\frac{R_{dm}}{Z_d} \cos(\gamma_q - \beta) + \right. \right. \right. \right.$$

$$+\frac{X_{qm}}{Z_q}\sin(\gamma_d-\beta)+\frac{R_{dm}}{Z_{dm}}\cos(\gamma_d-\gamma_q)\Big]\cos\vartheta_0+\Big[\frac{X_{dm}}{Z_d}\times$$

$$\times\cos(\gamma_q-\beta)+\frac{R_{qm}}{Z_q}\sin(\gamma_d-\beta)+\frac{X_0-X_{dm}}{Z_{dm}}\cos(\gamma_d-\gamma_q)\Big]\times$$

$$\times k_q\sin\vartheta_0+\frac{1}{\cos(\gamma_d-\gamma_q)}\Big[2\,\frac{XR_{dm}-k_qRX_{dm}}{Z_d^2}\cos(\gamma_q-\beta)+$$

$$+\frac{R(R_{dm}-k_qR_{qm})+X(k_qX_{dm}-X_{qm})}{Z_dZ_q}\sin(\gamma_d-\beta)-$$

$$-\frac{k_qR(X_0-X_{dm})+XR_{dm}}{Z_dZ_{dm}}\times\cos(\gamma_d-\gamma_q)\Big]\cos(\vartheta_0-\gamma_q)+$$

$$+\frac{1}{\cos(\gamma_d-\gamma_q)}\Big[2\,\frac{RX_{qm}-k_qR_{qm}X}{Z_q^2}\times\sin(\gamma_d-\beta)+$$

$$+\frac{X(X_{qm}-k_qX_{dm})+R(k_qR_{qm}-R_{dm})}{Z_dZ_q}\cos(\gamma_q-\beta)+$$

$$+\frac{RR_{dm}-k_qX(X_0-X_{dm})}{Z_qZ_{dm}}\cos(\gamma_d-\gamma_q)\Big]\sin(\vartheta_0-\gamma_d)\Big]\Big]+$$

$$+U^2\Big[\Big[\frac{R_{dm}\cos\vartheta_0-k_qX_{dm}\sin\vartheta_0}{Z_d}\cos(\vartheta_0-\gamma_q)+$$

$$+\frac{X_{qm}\cos\vartheta_0+k_qR_{qm}\sin\vartheta_0}{Z_q}\times\sin(\vartheta_0-\gamma_d)+$$

$$+\frac{1}{\cos(\gamma_d-\gamma_q)}\Big[\frac{k_qRX_{dm}-XR_{dm}}{Z_d^2}\cos^2(\vartheta_0-\gamma_q)+ \qquad (43)$$

$$+\frac{RX_{qm}-k_qR_{qm}X}{Z_q^2}\sin^2(\vartheta_0-\gamma_d)+$$

$$+\frac{R(R_{dm}-k_qR_{qm})+X(k_qX_{dm}-X_{qm})}{Z_dZ_q}\times\sin(\vartheta_0-\gamma_d)\cos(\vartheta_0-\gamma_q)\Big]\Big]+$$

$$+\frac{U_{eE}^2}{\cos(\gamma_d-\gamma_q)}\Big[\frac{k_qRX_{dm}-R_{dm}X}{Z_d^2}\times\cos^2(\gamma_q-\beta)+$$

$$+\frac{RX_{qm}-k_qR_{qm}X}{Z_q^2}\sin^2(\gamma_d-\beta)+$$

$$+\frac{X(X_{qm}-k_qX_{dm})+R(k_qR_{qm}-R_{dm})}{Z_dZ_q}\sin(\gamma_d-\beta)\cos(\gamma_q-\beta)+$$

$$+\frac{R_{dm}X+k_qR(X_0-X_{dm})}{Z_dZ_{dm}}\cos(\gamma_q-\beta)\cos(\gamma_d-\gamma_q)+$$

$$+\frac{RR_{dm}-k_qX(X_0-X_{dm})}{Z_qZ_{dm}}\sin(\gamma_d-\beta)\cos(\gamma_d-\gamma_q)\Big]\Big\}.$$

Aceasta este expresia sub formă generală a cuplului mașinii sincrone cu poli aparenți, pentru regimul sinusoidal, cînd se consideră și pierderile în fier. Diferența între expresia (43) a cuplului și cea dată în [4], constă în aceea că în ultima s-a considerat pentru cîmpul magnetic al curenților suplimentari aceeași reluctanță magnetică a tuburilor elementare de cîmp pentru ambele axe.

Dacă se neglijează pierderile în fier și în cupru, atunci $\beta = \gamma_d = \gamma_q = 0$, $Z_d = X_d = X_0 + X$, $X_q = k_q X_0 + X$ și (43) se reduce la forma cunoscută din literatură.

Pentru mașina sincronă cu poli plini cu simetrie magnetică completă, avem $k_q = 1$, $\gamma_d = \gamma_q = \gamma$, $Z_d = Z_q$ și (43) se reduce la expresia dată în [4], care poate fi scrisă și sub forma :

$$M = \frac{m}{\Omega}\left\{U_{eE}\, U\, \frac{\sin(\theta_0 - \gamma + \beta)}{Z_d} + U_{eE}^2 \left[\frac{\sin\beta}{Z_{dm}} + \frac{\sin(\gamma - 2\beta)}{Z_d}\right]\right\} \quad (44)$$

## 6. CONCLUZII

În consecință, admițînd că pierderile în fier au loc numai prin intermediul curenților electrici turbionari, e posibil să se țină seama de efectul lor asupra cuplului electromagnetic, prin intermediul curenților stabiliți într-un sistem de înfășurări suplimentare, cuplate magnetic între ele și cu înfășurările reale, principale, numai prin intermediul cîmpului magnetic principal.

## BIBLIOGRAFIE


1. P. Andronescu, *Über den Verlauf des Drehmomentes bei asynchronen Drehfeldmotoren mit Käfiganker*, Arch. f. Elektrotehnik, **XII**, 453–485 (1923).
2. Th. Bödefeld, H. Sequenz, *Elektrische Maschinen*, Springer – Verlag, Wien, 1962.
3. И. Б. Данилевич, Е. Г. Кашарски, *Добавочные потери В электрических машинах*, Госэнергоиздат, Москва — Ленинград, 1963.
4. T. Dordea, *Asupra ecuațiilor mașinilor electrice de curent alternativ*, St. cerc. energ. electr., **16**, 17–31 (1966).
5. P. Kovacs, *Betriebsverhalten von Asynchronmaschinen*. VEB – Verlag Technik, Berlin, 1957.
6. H. W. Lorenzen, H. Jordan, *Die Theorie des asynchronen Anlaufs von Schenkelpolsynchronmaschinen mit geblechten Läufern*. Arch. f. Elektrotechnik, **50**, *6*, 372 – 387 (1966).
7. K. Overretl, *Die Oberfeldtheorie des Käfigmotors unter Berücksichtigung der durch die Ankerrückwirkung verursachten Statoroberströme und der parallelen Wicklungszweige*, Arch. f. Elektrotechnik, **49**, *6*, 343–364 (1965).
8. R. Richter, *Mașini electrice IV, Mașina de inducție*, Edit. tehnică, București, 1960.

# CONTRIBUȚII PRIVIND STUDIUL CÎMPULUI ELECTROCINETIC ÎN MEDII NELINIARE

DE

F. SPINEI

621.3.011.1

În lucrare se demonstrează teoremele de unicitate referitoare la :
— cîmpul electrocinetic staționar ;
— circuitele electrice de curent continuu, în regim permanent ;
— circuitele electrice filiforme în regim tranzitoriu în cazul mediilor, respectiv elementelor de circuit neliniare, ale căror caracteristici sînt monotone și fără histerezis.
Aceste teoreme, ca și consecințele lor, prezintă importanță pentru precizarea modului de punere a unor probleme privind electrotehnica neliniară, cît și pentru rezolvarea lor.

## 1. INTRODUCERE

Teoremele de unicitate sînt necesare pentru formularea corectă a unor probleme de mare importanță în electrotehnică, cum sînt : determinarea răspunsului circuitelor electrice în diferite condiții de funcționare, determinarea cîmpurilor electric și magnetic în anumite domenii etc.

În teoria macroscopică a electromagnetismului, ca și în cazul particular al teoriei circuitelor electrice filiforme, se cunosc mai multe teoreme de unicitate [2], [3], [4] demonstrate în cazul mediilor liniare. Pe baza acestor teoreme se fundamentează teoreme de superpoziție, pentru medii liniare, cu o largă aplicație atît în teoria cîmpului electromagnetic, cît și în teoria circuitelor.

În lucrarea de față se extind unele din teoremele de unicitate valabile pentru medii sau circuite liniare și în cazul mediilor conductoare și circuitelor neliniare cu elemente ale căror caracteristici sînt monotone, fără histerezis.

Din această categorie de probleme în literatură [1] sînt tratate : cazul cîmpului electrostatic și magnetic staționar în medii neliniare fără histerezis.

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 147—159, București, 1968.

În lucrare se demonstrează teorema determinării univoce a cîmpului electrocinetic staţionar într-un mediu conductor neliniar cu caracteristică de conducţie monotonă şi reversibilă (fig. 1), folosind metoda utilizată în [1].

Se demonstrează de asemenea teorema determinării univoce a curenţilor pentru circuitele electrice în regim electrocinetic staţionar conţinînd

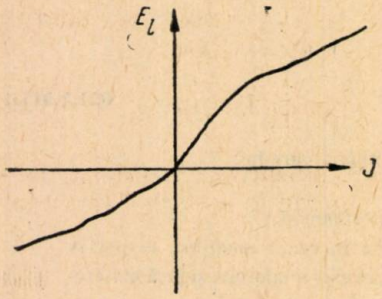



Fig. 1. — Caracteristică de conducţie monotonă şi reversibilă.

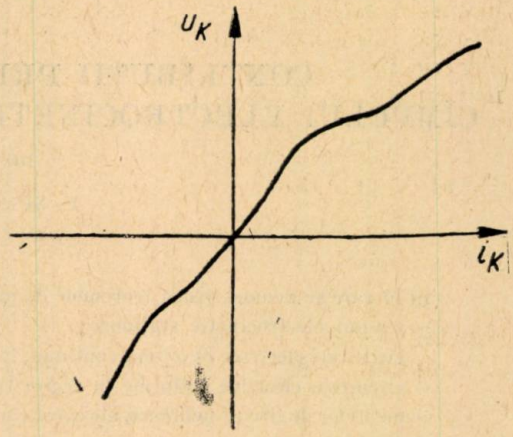



Fig. 2. — Caracteristică tensiune-curent monotonă şi reversibilă.

rezistori neliniari, ale căror caracteristici tensiune-curent sînt monotone şi reversibile (fig. 2).

Se demonstrează teorema determinării univoce a curenţilor pentru circuitele electrice conţinînd elemente de circuit neliniare cu caracteristici monotone şi reversibile (fig. 6), în regim tranzitoriu.

Demonstrarea acestor teoreme prezintă interes şi pentru medii cu ciclu de histerezis îngust, în care comportarea materialului sau elementului de circuit poate fi studiată într-o primă aproximaţie considerînd curba principală (de comutaţie a ciclurilor de histerezis).

## 2. TEOREMA DETERMINĂRII UNIVOCE A CÎMPULUI ELECTROCINETIC STAŢIONAR ÎNTR-UN MEDIU NELINIAR CU CARACTERISTICĂ DE CONDUCŢIE MONOTONĂ ŞI REVERSIBILĂ

Cîmpul electrocinetic staţionar din interiorul unui domeniu $\mathcal{D}$, mărginit de suprafaţa $\Sigma$, este univoc determinat într-un mediu izotrop, neomogen, cu caracteristică de conducţie monotonă şi reversibilă, dacă sînt date:

a) distribuţia cîmpului electric imprimat $\overline{E}_i$ din interiorul domeniului $\mathcal{D}$;

b) fie distribuţia potenţialului electrocinetic staţionar $V$, fie a componentei normale $J_n$, a densităţii curentului electric de conducţie pe suprafaţa frontieră $\Sigma$.

*Demonstrație*: În regim electrocinetic staționar sînt satisfăcute relațiile:

$$\begin{aligned} &\bar{E} = -\operatorname{grad} V, \\ &\operatorname{div} \bar{J} = 0, \\ &\bar{E} + \bar{E}_i = f(\bar{J}) = \rho_s \cdot \bar{J}, \end{aligned} \tag{2.1}$$

în care $V$ este potențialul electrocinetic staționar, $\bar{E}_i$ intensitatea cîmpului electric imprimat, dependența dintre $\bar{E}_l = \bar{E} + \bar{E}_i$, intensitatea cîmpului electric în sens larg și densitatea curentului de conducție fiind indicată în figura 1, $\rho_s$ fiind rezistivitatea statică care depinde de valoarea locală a densității de curent $\bar{J}$.

Considerăm integrala de volum a expresiei $\bar{E}\bar{J}$, extinsă pe volumul $V_\Sigma$ al domeniului, care pe baza relației (2.1) se poate scrie:

$$\int_{\mathcal{D}} \bar{E}\bar{J}\,dv = \int_{\mathcal{D}} (-\operatorname{grad} V)\bar{J}\,dv = -\oint_{\Sigma} V J_n\,dS. \tag{2.2}$$

Fie două soluții $\bar{E}_1(\bar{r})$, $\bar{J}_1(\bar{r})$, $\bar{E}_2(\bar{r})$, $\bar{J}_2(\bar{r})$, presupuse distincte, care satisfac aceleași condiții pe frontiera $\Sigma$ și corespund la aceeași distribuție a cîmpului electric imprimat, adică:

$$\begin{aligned} &\text{a)}\ \bar{E}_{1i} = \bar{E}_{2i}, \\ &\text{b)}\ V_1 = V_2|_\Sigma \text{ sau } J_{1n} = J_{2n}|_\Sigma. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Cîmpurile diferență

$$\bar{E}_d = \bar{E}_1 - \bar{E}_2, \qquad \bar{J}_d = \bar{J}_1 - \bar{J}_2,$$

vor satisface ecuațiile (vezi (2.1))

$$\begin{aligned} &\bar{E}_d = -\operatorname{grad} V_1 - (-\operatorname{grad} V_2) = -\operatorname{grad}(V_1 - V_2), \\ &\operatorname{div} \bar{J}_d = \operatorname{div}(\bar{J}_1 - \bar{J}_2) = \operatorname{div} \bar{J}_1 - \operatorname{div} \bar{J}_2, \\ &(\bar{E}_1 + \bar{E}_{1i}) - (\bar{E}_2 + \bar{E}_{2i}) = \rho_{s1}\cdot\bar{J}_1 - \rho_{s2}\cdot\bar{J}_2, \end{aligned} \tag{2.4}$$

care se scriu, ținînd seamă și de relațiile (2.1) și (2.3):

$$\begin{aligned} &\bar{E}_d = -\operatorname{grad} V_d, \\ &\operatorname{div} \bar{J}_d = 0, \\ &\bar{E}_d = \rho_{s1}\cdot\bar{J}_1 - \rho_{s2}\cdot\bar{J}_2. \end{aligned} \tag{2.5}$$

Deoarece $V_d|_\Sigma = 0$, relația (2.2) pentru cîmpurile diferență se scrie (avînd în vedere că $\bar{E}_d = \bar{E}_{ld}$):

$$\int_{\mathcal{D}} \bar{E}_d \bar{J}_d\,dv = \int_{\mathcal{D}} \bar{E}_{ld}\bar{J}_d\,dv = 0 \tag{2.6}$$

care se scrie, notînd cu $\alpha$ unghiul dintre direcțiile locale presupuse diferite ale cîmpului în sens larg $\bar{E}_{l1}$ și $\bar{E}_{l2}$ (mediul fiind izotrop $\bar{J}_1 \| \bar{E}_{l1}$ și $\bar{J}_2 \| \bar{E}_{l2}$):

$$\int_{\mathcal{D}} (E_{l1}J_1 + E_{l2}J_2) - (E_{l1}J_2 + E_{l2}J_1)\cos\alpha\cdot dv = 0 \tag{2.7}$$

Pentru $\alpha = 0$ integrantul ecuației se scrie :

$$(E_{i1} - E_{i2})(J_1 - J_2) \geqslant 0 \tag{2.8}$$

deoarece dacă $E_{i1} \gtrless E_{i2}$ și $J_1 \gtrless J_2$, în virtutea monotoniei caracteristicii de conducție.

Pentru $\alpha \neq 0$, $-1 < \cos \alpha < +1$, deci

$$(E_{i1}J_1 + E_{i2}J_2) - (E_{i1}J_2 + E_{i2}J_1) \cos \alpha \geqslant (E_{i1} - E_{i2})(J_1 - J_2) \geqslant 0. \tag{2.9}$$

Integrala (2.6) are drept integrant o funcție pozitiv definită, cel mult nulă. Pentru a se anula, e necesar ca :

$\alpha = 0$, $\overline{E}_{i1} = \overline{E}_{i2}$ sau, avînd $\overline{E}_{i1} = \overline{E}_{i2}$ rezultă :

$$\overline{E}_1 = \overline{E}_2 \text{ și } \overline{J}_1 = \overline{J}_2. \tag{2.10}$$

Teorema este astfel demonstrată.

În cazul unui sistem alimentat numai prin intermediul unor borne presupuse perfect conductoare și deci echipotențiale, prin care se injectează curenți din exterior (un element multipolar de circuit), teorema se formulează astfel :

*Cîmpul electrocinetic staționar din interiorul unui element multipolar de circuit, legat cu exteriorul prin intermediul a n borne perfect conductoare și deci echipotențiale, este univoc determinat într-un mediu izotrop, neomogen, cu caracteristică de conducție monotonă fără histerezis, dacă sînt date* :

a) *distribuția cîmpului electric imprimat* $\overline{E}_i$ *în interiorul elementului* ;

b) *fie* $V_k$, fie $i_k$ *pentru borna* $k = 1, 2, \ldots, (n-1)$"

În ce privește condiția *b*, trebuie arătat că borna $n$ este borna de referință, pentru care :

$$V_n = 0,$$
$$i_n = -\sum_{k=1}^{n-1} i_k. \tag{2.11}$$

Ecuațiile (2.1) sînt valabile, deci și (2.2) al cărui membru drept se poate scrie :

$$-\oint_{\Sigma} VJ_n \, dS = -\sum_{k=1}^{n} V_k \int_{S_k} J_n \, dS = \sum_{k=1}^{n-1} V_k i_k, \tag{2.12}$$

ținînd seamă că $i_k$ este curentul injectat din exterior în borna $k$.

Considerînd existente două soluții $\overline{E}_1(\overline{r})$, $\overline{J}_1(\overline{r})$, $\overline{E}_2(\overline{r})$, $\overline{J}_2(\overline{r})$, presupuse diferite, satisfăcînd condițiile

a) $\overline{E}_{1i} = \overline{E}_{2i}$, (2.13)

b) $V_{1k} = V_{2k}$, fie $i_{1k} = i_{2k}$, $k = 1, 2, \ldots, (n-1)$,

se poate arăta, ca și mai sus, valabilitatea relației (2.6), avînd în vedere că pentru borna $k$ fie $V_{dk} = 0$, fie $i_{dk} = 0$ în virtutea relației (2.13 *b*).

În baza aceluiași raționament de mai sus, integrala din relația (2.6) are drept integrant o funcție pozitiv definită, cel mult nulă. Pentru ca integrala să fie nulă, rezultă și în acest caz:

$$\overline{E}_1 = \overline{E}_2 \text{ și } \overline{J}_1 = \overline{J}_2. \tag{2.14}$$

Teorema este astfel demonstrată.

*Observații și consecințe*:

1. Teoremele sînt evident valabile pentru medii liniare, justificînd astfel teorema superpoziției pentru aceste medii.
2. Dacă mediul este neliniar, teorema de superpoziție a cîmpurilor electrocinetice staționare nu mai este valabilă.
3. În demonstrația teoremei s-a presupus că diferitele funcțiuni de punct definite în $\mathcal{D}$ sînt continue și derivabile. În cazul existenței unor suprafețe de discontinuitate $S_{jk}$, care împart domeniul $\mathcal{D}$ în subdomenii $\mathcal{D}_k$, pentru unicitate trebuie îndeplinite și condițiile de trecere:

$$J_{nk} = J_{nj} \text{ sau } \frac{1}{\rho_{sk}} \frac{\partial V_k}{\partial n} = \frac{1}{\rho_{sj}} \frac{\partial V_j}{\partial n}; \quad V_k = V_j, \tag{2.15}$$

unde $\frac{\partial}{\partial n}$ reprezintă derivata după direcția normalei la suprafața $S_{jk}$, dintre domeniile $\mathcal{D}_k$ și $\mathcal{D}_j$, iar $\rho_s$, rezistivitatea statică care depinde de valoarea locală a densității de curent $\overline{J}$.

4. Din această teoremă rezultă unicitatea soluțiilor în circuitele electrice rezistive neliniare, în regim staționar, în cazul unor caracteristici de conducție monotone, fără histerezis.

5. Datorită unicității în cazul elementului multipolar de circuit chiar și neliniar, se poate afirma existența unor relații univoce între potențialele bornelor și intensitățile curenților injectați, în sensul că la o distribuție dată de cîmp electric imprimat, potențialele determină univoc curenții absorbiți de element și reciproc, relațiile dintre ele fiind în general neliniare.

6. În cazul elementelor izolate, cîmpul electrocinetic și deci tensiunile la bornele de acces în gol, în cazul elementului multipolar, sînt determinate numai de distribuția cîmpului electric imprimat.

7. În sistemele izolate și fără cîmp electric imprimat cîmpul electrocinetic este nul.

8. În demonstrații s-a presupus că în domeniu nu există domenii de conductivitate perfectă.

## 3. UNICITATEA SOLUȚIILOR ÎN CIRCUITELE ELECTRICE NELINIARE DE CURENT CONTINUU, ÎN REGIM PERMANENT

Considerăm o rețea cu elemente rezistive, avînd $n$ noduri și $l$ laturi. Se notează:

$I_a$ — injecția de curent din exterior în nodul $a$;

$E_k$ — tensiunea electromotoare a sursei de tensiune din latura $k$;

$i_k$ — curentul din latura $k$;
$u_k$ — căderea de tensiune în elementul rezistiv din latura $k$ (asocierea de sensuri în fig. 3);
$q$ — un ochi independent;
$a$ — un nod al rețelei.

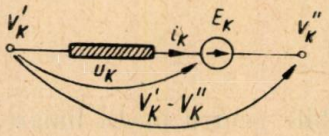



Fig. 3. — Latura $k$ a rețelei cu elemente rezistive neliniare.

*Teoremă*: „*Curenții $i_k$, în laturile unei rețele cu elemente rezistive de caracteristici tensiune-curent monotone fără histerezis cunoscute sînt unic determinați dacă se dau: sau intensitățile curenților injectați în nodurile rețelei din exterior, sau potențialele nodurilor și tensiunile electromotoare ale generatoarelor din laturile rețelei*".

Considerăm cazul cînd se dau intensitățile curenților injectați din exterior în nodurile rețelei.

Cele două teoreme ale lui Kirchhoff se scriu:

$$\sum_{k\in a} i_k = I_a \qquad (a = 1,\ 2,\ \ldots, n-1),$$
$$\sum_{k\in q} u_k = \sum_{q\in q} E_k \qquad (q = 1,\ 2,\ \ldots, o). \tag{3.1}$$

Înmulțind ecuația corespunzătoare primei teoreme a lui Kirchhoff în nodul $a$ cu potențialul nodului $V_a$ și însumînd apoi pentru toate nodurile rețelei, se obține:

$$\sum_{a=1}^{n} V_a \sum_{k\in a} i_k = \sum_{a=1}^{n} V_a I_a, \tag{3.2}$$

care se poate scrie, avînd în vedere că diferența de potențial între nodurile ce limitează latura $k$ este $V_k' - V_k'' = u_k - E_k$,

$$\sum_{k=1}^{l} u_k i_k = \sum_{k=1}^{l} E_k i_k + P_b, \tag{3.3}$$

unde

$$P_b = \sum_{a=1}^{n-1} (V_a - V_n) I_a$$

reprezintă puterea primită de rețea din exterior.

Fie două soluții distincte $i_{1k}$, $u_{1k}$, $i_{2k}$, $u_{2k}$, obținute pentru aceleași intensități ale curenților injectați în noduri și surse de tensiune pe laturi:

$$I_{1a} = I_{2a} \qquad (a = 1,\ 2,\ \ldots, n-1)$$
$$E_{1k} = E_{2k} \qquad (k = 1,\ 2,\ \ldots, l) \tag{3.4}$$

Soluțiile diferență

$$\begin{aligned} i_{dk} &= i_{1k} - i_{2k}, \\ u_{dk} &= u_{1k} - u_{2k}, \end{aligned} \tag{3.5}$$

vor satisface ecuațiile:

$$\begin{aligned} \sum_{k\in a} i_{dk} &= \sum_{k\in a} i_{1k} - \sum_{k\in a} i_{2k} = I_{1a} - I_{2a} = 0, \\ \sum_{k\in q} u_{dk} &= \sum_{k\in q} u_{1k} - \sum_{k\in q} u_{2k} = \sum_{k\in q} (E_{1k} - E_{2k}) = 0. \end{aligned} \tag{3.6}$$

Avînd în vedere că

$$V'_{dk} - V''_{dk} = (V'_{1k} - V''_{1k}) - (V'_{2k} - V''_{2k}) = u_{1k} - E_{1k} - (u_{2k} - E_{2k}) = u_{dk}$$

se deduce, în mod similar cu (3.3):

$$\sum_{k=1}^{l} u_{dk} i_{dk} = 0. \tag{3.7}$$

Pentru elementul $k$ cu caracteristică tensiune-curent monotonă și reversibilă, produsul (fig. 4)

$$u_{dk} i_{dk} = (u_{1k} - u_{2k})(i_{1k} - i_{2k}) \geqslant 0, \tag{3.8}$$

deoarece dacă $u_{dk} \gtrless 0$ și $i_{dk} \gtrless 0$.

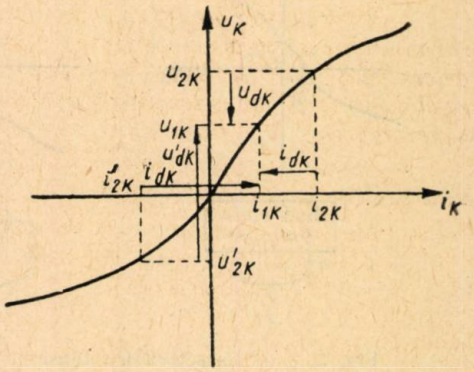



Fig. 4. — Soluțiile diferență pentru elementul $k$.

Rezultă că suma din relația (3.7) poate fi nulă numai pentru

$$u_{1k} = u_{2k} \text{ și deci } i_{1k} = i_{2k}.$$

Teorema este astfel demonstrată.

*Observații și consecințe*:

1. În regim electrocinetic staționar elementele inductive sînt echivalente cu scurtcircuite, iar elementele capacitive cu întreruperi ale circuitului, ceea ce reduce scrierea ecuațiilor corespunzătoare teoremelor lui Kirchhoff la ecuații de forma (3.1). Deci teorema se poate referi la circuite $R$, $L$, $C$ în regim staționar.

2. Relația (3.3) reprezintă bilanțul puterilor pentru rețeaua considerată.

3. Un dipol activ, cu elemente rezistive liniare și neliniare de tipul considerat mai sus, alimentat cu tensiune reglabilă, permite realizarea unei caracteristici tensiune-curent univocă, în baza teoremei enunțate.

În cazul general, caracteristica va fi monotonă și reversibilă (dat fiind univocitatea dintre tensiune și curent) netrecînd prin origine (fig. 5 *a*).

Rezultă că un dipol activ cu elemente liniare și neliniare de tipul considerat admite o schemă echivalentă, univoc determinată de caracteristica din figura 5 *a*, compusă din:

— un rezistor neliniar echivalent avînd caracteristica tensiune-curent identică cu cea din figura 5 *a*, dar trecînd prin origine (deplasată în jos cu $U_0$), în serie cu o sursă de tensiune echivalentă, a cărei tensiune electromotoare $U_0$ e indicată pe figura 5*a*. Schema e cea din figura 5 *b*;

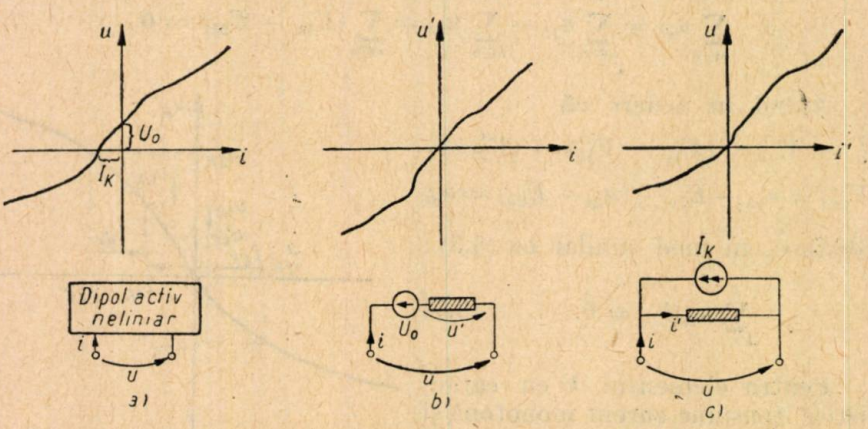



Fig. 5. — a) Caracteristica tensiune-curent asociată dipolului activ neliniar. b) Scheme echivalente ale dipolului activ neliniar.

— un rezistor neliniar echivalent avînd caracteristica tensiune-curent identică cu cea din figura 5 *a*, dar trecînd prin origine (deplasată la dreapta cu $I_k$), în paralel cu o sursă de curent echivalentă a cărei valoare $I_k$ e indicată pe figura 5*a*. Schema e cea din figura 5 *c*.

Trebuie precizat că în ambele forme (vezi fig. 5*b* și 5*c*), caracteristica rezistorului echivalent e determinată atît de caracteristicile elementelor componente, cît și de sursele de tensiune sau curent ale dipolului (mai precis nu se confundă cu cea obținută pentru dipolul pasivizat).

4. În baza consecinței 3 putem afirma că se pot enunța teoreme analoge teoremelor lui Thévenin și Norton și pentru circuitele în regim electrocinetic staționar, conținînd atît elemente rezistive liniare, cît și neliniare, de tipul analizat mai sus, dată fiind schema echivalentă (vezi fig. 5*b* și *c*) corespunzătoare unui dipol activ neliniar. Consecință a teoremei de unicitate, cele două teoreme sînt mai generale decît extinderea teoremei lui Thévenin în literatură [6]. Se poate enunța teorema:

a) În regim electrocinetic staționar, în cazul circuitelor cu rezistoare neliniare ale căror caracteristici tensiune-curent sînt monotone și reversibile, curentul dintr-o latură a circuitului este egal cu curentul produs de o sursă de tensiune, avînd tensiunea electromotoare egală cu tensiunea de mers în gol dintre extremitățile laturii, într-un circuit serie conținînd rezistorul neliniar echivalent al dipolului (fig. 5*b*) și rezistorul neliniar al laturii respective.

b) În regim electrocinetic staționar, în cazul circuitelor cu rezistoare neliniare, ale căror caracteristici tensiune-curent sînt monotone și reversibile, tensiunea la bornele unei laturi a circuitului este egală cu tensiunea produsă de o sursă de curent, avînd valoarea curentului din bornele laturii scurt-circuitate, la bornele unui circuit paralel conținînd rezistorul neliniar echivalent al dipolului (fig. 5 *c*) și rezistorul neliniar al laturii respective.

În schemele din figura 5*b* și *c* deci și în cele două teoreme, rezistorul neliniar echivalent dipolului diferă.

5. În cazul circuitelor cu elemente neliniare, teorema superpoziției și teoremele în a căror demonstrație se face apel la superpoziție, nu mai sînt valabile.

## 4. UNICITATEA SOLUȚIILOR ÎN CAZUL CIRCUITELOR ELECTRICE NELINIARE ÎN REGIM TRANZITORIU

Considerăm o rețea cu elemente rezistive, inductive și capacitive neliniare, avînd $n$ noduri și $l$ laturi. Se notează:

$i_a^{ex}(t)$ — injecția de curent din exterior în nodul $a$;

$e_k(t)$ — tensiunea electromotoare a sursei de tensiune din latura $k$;

$i_{k0}$ — valoarea inițială a curentului în latura $k$;

$u_{ck0}$ — valoarea inițială a tensiunii la bornele condensatorului din latura $k$,

celelalte notații fiind cele din paragraful precedent.

*Teoremă*: „*Curenții* $i_k$, *în regim tranzitoriu, pentru o rețea cu elemente neliniare avînd caracteristici monotone fără isterezis* (*fig. 6*) *sînt univoc determinați dacă se dau*:

a) *sau intensitățile curenților injectați în nodurile rețelei din exterior, sau potențialele nodurilor și tensiunile electromotoare ale generatoarelor din laturi*;

b) *valorile inițiale ale curenților din laturile ce conțin elemente inductive și ale tensiunilor elementelor capacitive*".

Se consideră cunoscute injecțiile de curent.

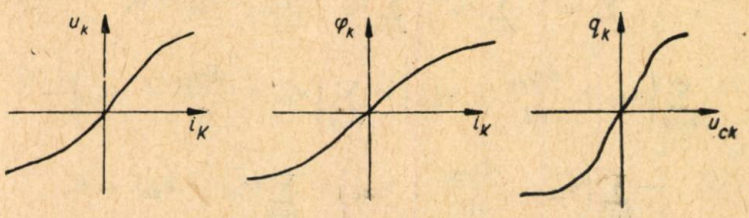



Fig. 6. — Caracteristici monotone fără isterezis.

Sistemul de ecuații corespunzător teoremelor lui Kirchhoff se scrie:

$$\sum_{k\in a} i_k = i_a^{ex} \qquad (a = 1, 2, \ldots, n-1),$$

$$\sum_{k\in q}\left(u_k + \frac{\mathrm{d}\varphi_k}{\mathrm{d}t} + u_{ck}\right) = \sum_{k\in q} e_k \qquad (q = 1, 2, \ldots, o) \tag{4.1}$$

Pentru întreaga rețea, ca și în paragraful precedent, pentru convenția de sensuri din fig. 7, se obțin egalitățile

$$\sum_{k=1}^{l}\left(u_k i_k + i_k \frac{\mathrm{d}\varphi_k}{\mathrm{d}t} + u_{ck} i_k\right) = \sum_{k=1}^{l} e_k i_k + P_b, \tag{4.2}$$

valabile la orice moment $t$.

Fie două soluții distincte $i_{1k}$, $u_{1k}$, $\varphi_{1k}$, $u_{1ck}$ și $i_{2k}$, $u_{2k}$, $\varphi_{2k}$, $u_{2ck}$, care satisfac aceleași condiții indicate în enunțul teoremei:

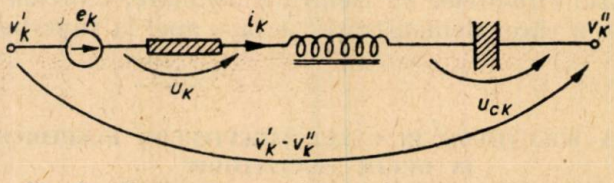



Fig. 7. — Latura $k$ a rețelei cu elemente neliniare.

$$\begin{aligned} i_{1a}^{ex} &= i_{2a}^{ex} \quad (a = 1, 2, \ldots, n-1), \\ e_{1k} &= e_{2k} \quad (k = 1, 2, \ldots, l), \\ i_{1k0} &= i_{2k0}, \\ u_{1ck0} &= u_{2ck0}, \end{aligned} \tag{4.3}$$

Soluțiile diferență

$$\begin{aligned} i_{dk} &= i_{1k} - i_{2k}, \\ u_{dk} &= i_{1k} - u_{2k}, \\ \varphi_{dk} &= \varphi_{1k} - \varphi_{2k}, \\ u_{dck} &= u_{1ck} - u_{2ck}, \end{aligned} \tag{4.4}$$

vor satisface ecuațiile:

$$\sum_{k\in a} i_{dk} = \sum_{k\in a} i_{1k} - \sum_{k\in a} i_{2k} = i_{1a}^{ex} - i_{2a}^{ex} = 0,$$

$$\sum_{k\in q}\left(u_{dk} + \frac{\mathrm{d}\varphi_{dk}}{\mathrm{d}t} + u_{dck}\right) = \sum_{k\in q}\left(u_{1k} + \frac{\mathrm{d}\varphi_{1k}}{\mathrm{d}t} + u_{1ck}\right) -$$

$$- \sum_{k\in q}\left(u_{2k} + \frac{\mathrm{d}\varphi_{2k}}{\mathrm{d}t} + u_{2ck}\right) = \sum_{k\in q}(e_{1k} - e_{2k}) = 0. \tag{4.5}$$

Avînd în vedere că (vezi fig. 7)

$$v'_{dk} - v''_{dk} = (v'_{1k} - v''_{1k}) - (v'_{2k} - v''_{2k}) = \left(u_{1k} + \frac{\mathrm{d}\varphi_{1k}}{\mathrm{d}t} + u_{1ck} - e_{1k}\right) -$$

$$- \left(u_{2k} + \frac{\mathrm{d}\varphi_{2k}}{\mathrm{d}t} + u_{2ck} - e_{2k}\right) = u_{dk} + \frac{\mathrm{d}\varphi_{dk}}{\mathrm{d}t} + u_{dck},$$

se deduce în mod similar cu (4.2):

$$\sum_{k=1}^{l}\left(u_{dk}\,i_{dk}+i_{dk}\frac{\mathrm{d}\varphi_{dk}}{\mathrm{d}t}+i_{dk}\,u_{dck}\right)=0. \tag{4.6}$$

La $t=0$, cele două soluții satisfac aceleași condiții inițiale:

$$i_{dk}=0 \text{ (rezultă și } \varphi_{dk}=0),$$
$$u_{dck}=0.$$

Presupunem că cele două soluții coincid ca valori în intervalul $(0, t_0)$. Considerăm expresia (4.6) integrată de la $t_0$ la $t_0+h$:

$$\sum_{k=1}^{l}\int_{t_0}^{t_0+h}\left(u_{dk}\,i_{dk}+i_{dk}\frac{\mathrm{d}\varphi_{dk}}{\mathrm{d}t}+i_{dk}\,u_{dck}\right)\mathrm{d}t=0. \tag{4.6'}$$

Pentru elementele considerate (cu caracteristici de conducție monotone) prima integrală este nenegativă deoarece

$$u_{dk}\,i_{dk}\geqslant 0. \tag{4.7}$$

Cea de a doua integrală se poate scrie folosind o formulă de medie (valabilă pentru $i_{dk}$ = funcție continuă iar $\varphi_{dk}$ = funcție integrabilă pe intervalul considerat; prima condiție este în general îndeplinită în laturile cu inductivități, iar a doua rezultă din prima pentru caracteristicile considerate:

$$\int_{t_0}^{t_0+h} i_{dk}\frac{\mathrm{d}\varphi_{dk}}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t=i_{dk}(t_0+\varepsilon h)\int_{t_0}^{t_0+h}\mathrm{d}\varphi_{dk}=i_{dk}(t_0+\varepsilon h)\,[\varphi_{dk}(t_0+h)-$$
$$-\varphi_{dk}(t_0)]=i_{dk}(t_0+\varepsilon h)\,\varphi_{dk}(t_0+h);$$

cu $0\leqslant\varepsilon\leqslant 1$ și având în vedere că am presupus $\varphi_{dk}(t_0)=0$.

Dezvoltînd în serie cei doi factori, în vecinătatea lui $t_0$, se obține:

$$i_{dk}(t_0+\varepsilon h)=i_{1k}(t_0+\varepsilon h)-i_{2k}(t_0+\varepsilon h)=i_{1k}(t_0)+\varepsilon h\left(\frac{di_{1k}}{\mathrm{d}t}\right)_{t_0}+$$
$$+\frac{\varepsilon^2h^2}{2}\left(\frac{\mathrm{d}^2i_{1k}}{\mathrm{d}t^2}\right)_{t_0}+\cdots-i_{2k}(t_0)-\varepsilon h\left(\frac{\mathrm{d}i_{2k}}{\mathrm{d}t}\right)_{t_0}-\frac{\varepsilon^2h^2}{2}\left(\frac{\mathrm{d}^2i_{2k}}{\mathrm{d}t^2}\right)_{t_0}\cdots=$$
$$=\varepsilon h\left(\frac{\mathrm{d}i_{dk}}{\mathrm{d}t}\right)_{t_0}+\frac{\varepsilon^2h^2}{2}\left(\frac{\mathrm{d}^2i_{dk}}{\mathrm{d}t^2}\right)_{t_0}+\cdots$$

și respectiv

$$\varphi_{dk}(t_0+h)=\varphi_{1k}(t_0+h)-\varphi_{2k}\,(t_0+h)=\varphi_{1k}\,(t_0)+h\left(\frac{\mathrm{d}\varphi_{1k}}{\mathrm{d}t}\right)_{t_0}+$$
$$+\frac{h^2}{2}\left(\frac{\mathrm{d}^2\varphi_{1k}}{\mathrm{d}t^2}\right)_{t_0}+\cdots-\varphi_{2k}(t_0)-h\left(\frac{\mathrm{d}\varphi_{2k}}{\mathrm{d}t}\right)_{t_0}-\frac{h^2}{2}\left(\frac{\mathrm{d}^2\varphi_{2k}}{\mathrm{d}t^2}\right)_{t_0}\cdots=$$

$$= h\left(\frac{\mathrm{d}\varphi_{1k}}{\mathrm{d}i_{1k}} \cdot \frac{\mathrm{d}i_{1k}}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}\varphi_{2k}}{\mathrm{d}i_{2k}} \cdot \frac{\mathrm{d}i_{2k}}{\mathrm{d}t}\right)_{t_0} + \frac{h^2}{2}\left(\frac{\mathrm{d}^2\varphi_{dk}}{\mathrm{d}t^2}\right)_{t_0} + \ldots =$$

$$= h\,L'_k(t_0) \cdot \left(\frac{\mathrm{d}i_{dk}}{\mathrm{d}t}\right)_{t_0} + \frac{h^2}{2}\left(\frac{\mathrm{d}^2\varphi_{dk}}{\mathrm{d}t^2}\right)_{t_0} + \ldots,$$

$L'_k(t_0)$ fiind inductivitatea dinamică a elementului considerat în punctul de funcționare, comun celor 2 soluții, la timpul $t_0$.
Deci a doua integrală se scrie:

$$\int_{t_0}^{t_0+h} i_{dk}\mathrm{d}\varphi_{dk} = \varepsilon h^2 L'_k(t_0)\left(\frac{\mathrm{d}i_{dk}}{\mathrm{d}t}\right)^2_{t_0} + \varepsilon h^3[\ldots] + \ldots \tag{4.8}$$

În mod similar se arată că

$$\int_{t_0}^{t_0+h} u_{dck}\mathrm{d}q_{dk} = \varepsilon h^2 C'_k(t_0)\left(\frac{\mathrm{d}u_{dck}}{\mathrm{d}t}\right)^2_{t_0} + \varepsilon h^3[\ldots] + \ldots \tag{4.8'}$$

Rezultă că pentru $h$ suficient de mic, neglijînd infiniții mici de ordin superior, primul termen din expresiile (4.8) și (4.8') determină semnul integralei. Deoarece pentru elementele considerate, cu caracteristici monotone, $L'_k$ și $C'_k > 0$ rezultă că (4.6') este o sumă de 3 termeni nenegativi, egalitatea putînd fi satisfăcută numai prin anularea fiecărui termen în parte. Deci și la timpul $t_0 + h$ soluțiile coincid ca valori. Demonstrația se poate face, din aproape în aproape, pînă la orice timp $t$.

Rezultă că suma din (4.6) poate fi nulă în orice alt moment ulterior momentului inițial numai dacă

$$\begin{aligned} &u_{1k} = u_{2k}, \quad i_{1k} = i_{2k} \\ &\varphi_{1k} = \varphi_{2k}, \\ &u_{1ck} = u_{2ck}, \quad q_{1k} = q_{2k}. \end{aligned} \tag{4.9}$$

Teorema este astfel demonstrată.

*Observații și consecințe*:

1. Valorile inițiale se consideră cunoscute la timpul $t = 0^+$.

2. Se poate demonstra cu ușurință că:

„Într-o rețea cu elemente neliniare avînd caracteristici monotone fără histerezis (fig. 6), care se află în condiții inițiale de repaus, izolată față de exterior, neconținînd generatoare, starea de repaus persistă".

În acest caz relația (4.2) se poate scrie:

$$\sum_{k=1}^{l}\left[u_k i_k + L'_k \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{i_{k^2}}{2} + C'_k \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{u_{ck^2}}{2}\right)\right)\right] = 0, \tag{4.10}$$

în care

$$\begin{aligned} L'_k &= \frac{\mathrm{d}\varphi_k}{\mathrm{d}i_k} > 0, \\ C'_k &= \frac{\mathrm{d}q_k}{\mathrm{d}u_{ck}} > 0, \end{aligned} \tag{4.11}$$

sînt inductivitatea dinamică, respectiv capacitatea dinamică a elementelor de circuit considerate.

În orice moment anterior momentului inițial vom avea stare de repaus, deoarece la prima valoare diferită de zero a curentului din latura $k$ avem :

$u_k i_k > 0$ (din forma caracteristicii)

$L'_k \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{i'^2_k}{2}\right) > 0$, $C'_k \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{u_{ck}^2}{2}\right) > 0$ (în baza relației (4.11) și a condițiilor inițiale de repaus).

3. Unicitatea regimului tranzitoriu implică și unicitatea regimului permanent în condițiile enunțate în teoremă.

## 5. CONCLUZII

În lucrare s-au demonstrat teoremele de unicitate referitoare la :

— cîmpul electrocinetic staționar într-un domeniu $\mathcal{D}$, a cărui legătură cu exteriorul se face fie prin intermediul unei suprafețe $\Sigma$, fie prin $n$ borne conductoare (element multipolar de circuit) ;

— circuitele electrice de curent continuu în regim permanent ;

— circuitele electrice filiforme în regim tranzitoriu, în cazul unor medii masive sau elemente de circuit neliniare, ale căror caracteristici sînt monotone, fără histerezis. Aceste teoreme permit formularea corectă a problemelor în cazurile amintite.

De asemenea, în baza teoremelor demonstrate, s-a putut afirma existența unor relații univoce între potențialele bornelor și intensitățile curenților injectați din exterior în cazul unui element multipolar de circuit ; s-au enunțat teoreme analoge teoremelor lui Thevenir și Norton în cazul circuitelor electrice de curent continuu.

Rezultatele lucrării sînt utile în tratarea sistematică a unor probleme teoretice și practice de electrotehnică neliniară. Răspîndirea din ce în ce mai largă a calculatoarelor, a căror utilizare necesită punerea corectă a problemelor, face utilă lucrarea din punct de vedere al stabilirii condițiilor de unicitate pentru o serie de probleme, a căror rezolvare impune folosirea calculatoarelor.

## BIBLIOGRAFIE

1. A. Ţugulea, A. Timotin, *Condiţiile de unicitate în determinarea cîmpului electrostatic şi magnetic cvasistaţionar în materiale neliniare cu polarizare reversibilă şi magnetizare reversibilă*, St. cerc. energ. electr., **15**, 3, 531—537 (1965).
2. R. Răduleţ, *Bazele electrotehnicii*, Probleme, vol. I. E.D.P. Bucureşti, 1963.
3. W. Smythe, *Static and dynamic electricity*. New York-Toronto-London, 1950.
4. И. Там, *Основы теории электричества*, Москва, 1954.
5. R. Răduleţ, A. Timotin, A. Ţugulea, *Introducerea parametrilor tranzitorii în studiul circuitelor electrice liniare avînd elemente nefiliforme şi pierderi suplimentare*, St. cerc. energ. electr., **16**, 4, 857—929 (1966).
6. Е. Черри, У. Миллар, *Некоторые новые понятия и теоремы в области нелинейных систем*, Автоматическое регулирование, 261—68, Москва, 1954.

# CONTRIBUȚII LA STUDIUL EFECTULUI PELICULAR ÎN CONDUCTOARE FEROMAGNETICE CARE OCUPĂ UN SEMISPAȚIU LA CÎMPURI MAGNETICE MEDII PE SUPRAFAȚĂ

DE

V. D. SAVIUC

538.542 : 621.313.001

O metodă de calcul, fundamentată în lucrări anterioare, se extinde la studiul efectului pelicular în cîmpuri medii, la care variația permeabilității cu intensitatea cîmpului este importantă. Se studiază influența formei de variație a modulului și a argumentului permeabilității complexe, în ipoteze simplificatoare, asupra „rezistenței și reactanței interne" unui conductor convențional. Se compară cu date experimentale și cu rezultatele calculelor efectuate cu metoda diferențelor finite.

Studiul efectului pelicular în conductoare feromagnetice care ocupă un semispațiu în cazul cîmpurilor magnetice medii pe suprafață în comparație cu cazul cîmpurilor magnetice intense este mai dificil. Dacă în ultimul caz curba de magnetizare se poate exprima suficient de exact prin expresii simple care să ducă relativ ușor la integrarea ecuațiilor cîmpului electromagnetic, în primul caz magnetizarea are loc după curbe mai greu de exprimat analitic; curba fundamentală de magnetizare are un punct de inflexiune, ramurile ciclurilor de histerezis abătîndu-se mult de la curba fundamentală. În acest caz nu se pot neglija creșterea și descreșterea modulului și argumentului permeabilității magnetice în complex cu cîmpul magnetic de la valoarea sa pe suprafață pînă la zero. Din aceste cauze, în literatura de specialitate se găsește numai o singură încercare de rezolvare a acestui caz [1].

În această lucrare se dezvoltă metoda de studiere a efectului pelicular în conductoare feromagnetice care ocupă un semispațiu, expusă în [2], utilizîndu-se aceleași notații și ipoteze de calcul de bază pentru o expresie a lui $f_1(H_m)$ de forma

$$f_1 = \omega\sigma\mu \cos\chi = \omega\sigma\mu_0 f_{1r} = a - 2b\frac{J_1(cH_m)}{H_m}, \qquad (1)$$

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 161–178 București 1968

respectiv

$$f_{1r} = \mu_r \cos \chi = a_r - 2b_r \frac{J_1(cH_m)}{H_m}, \tag{1'}$$

în care $J_1$ este funcția Bessel de speța întîi de ordinul unu. Această funcție are valoarea $f_{1i} = \omega\sigma\, \mu_i \cos \chi_i = a - bc$ pentru $H_m = 0$; are prima valoare maximă $f_{1\max} = \omega\sigma\mu_k \cos \chi_k = a + 0{,}139\ bc$ pentru $cH_{mk} = 5{,}13$ și prima valoare minimă $f_{1\min} = a - 0{,}0645\ bc$ la $cH_{m\min} = 8{,}42$.

Constantele $a$, $b$ și $c$ care intervin în relația (1) se pot calcula din relațiile

$$a = 0{,}878\ f_{1\max} + 0{,}122\ f_{1i}, \tag{2}$$

$$b = \frac{f_{1\max} - f_{1i}}{1{,}139\ c} = 0{,}171\ H_{mk}\,(f_{1\max} - f_{1i}), \tag{3}$$

$$c = \frac{5{,}13}{H_{mk}}, \tag{4}$$

$a$ depinzînd numai de $f_{1\max}$ și $f_{1i}$, $b$ fiind direct proporțional cu diferența lor și cu $H_{mk}$, iar $c$ invers proporțional cu $H_{mk}$.

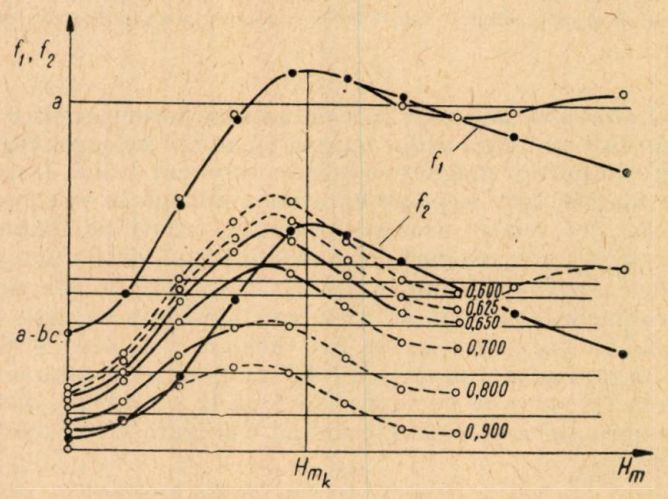



Fig. 1. — Curbele $f_1(H_m)$ și $f_2(H_m)$ experimentale și calculate pentru cîteva valori ale lui $\alpha_0$

În figura 1 sînt comparate rezultatele calculelor cu relațiile de mai sus (cerculețe goale) cu valorile experimentale pentru un material dat. De aici rezultă că concordanța celor două curbe este foarte bună pînă la 1,3 $H_{mk}$, expresia (1) putînd fi utilizată pînă la 1,64 $H_{mk}$.

*Funcția* $f_2(H_m) = \omega\sigma\mu \sin \chi$. Pentru această expresie a lui $f_1$ cu relația (16) din [2], rezultă

$$f_2(H_m) = \omega\sigma\mu \sin \chi = \omega\sigma\mu_0 f_{2r} =$$

$$= \frac{a(1 - \alpha_0^2)}{2\alpha_0} - \frac{2b}{\alpha_0}\left[\frac{J_1(cH_m)}{H_m} - 2(1 + \alpha_0^2)\frac{J_2(cH_m)}{cH_m^2}\right], \tag{5}$$

în care $J_2$ este funcția Bessel de speța întîi de ordinul doi.

Această expresie pentru $H_m = 0$ are valoarea

$$f_2(0) = \omega\sigma\mu_i \sin \chi_i = \omega\sigma\frac{1 - \alpha_0^2}{2\alpha_0}\mu_i \cos \chi_i . \tag{5'}$$

În figura 1 sînt date formele curbelor $f_2(H_m)$, calculate cu relațiile de mai sus (cerculețe goale) [3], [4], [5], pentru aceleași valori $a$, $b$, $c$ și cîteva valori ale lui $\alpha_0$; cu linie continuă sînt trasate porțiunile valabile unor valori concrete ale lui $\alpha_0$; în aceeași figură este reprezentată pentru comparație și curba $f_2$ cu $\chi$ calculat din relația $\sin \chi = \frac{1}{\pi}\eta\mu$, iar $\eta$ determinat din relația empirică $w_h = \eta B_m^{\nu}$ a pierderilor prin histerezis pe ciclu și unitatea de volum la inducția magnetică $B_m$. Deoarece $\alpha_0$ se decermină din condiția conservării pierderilor prin histerezis, acestea fiind un factor secundar pentru fenomenul studiat, se poate admite o anumită neconcordanță între curba $f_2$ analitică și experimentală în acest domeniu dificil de studiat riguros analitic.

*Determinarea constantei* $\alpha_0$ trebuie făcută din egalitatea pierderilor prin histerezis pe ciclu și unitatea de suprafață în întreg conductorul, obținute cu relațiile de mai sus și cu ajutorul curbelor experimentale $f_1$ și $f_2$.

Din expresia pierderilor prin histerezis pe ciclu și unitatea de volum,

$$w_h = \pi B_m H_m \sin \chi = \pi\mu_0 H_m^2 f_{2r},$$

și cea a lui $\mathrm{d}x$,

$$\mathrm{d}x = -\frac{f\,\mathrm{d}f}{\sqrt{\frac{2}{\alpha_0}\int_0^f f_1 f^3\,\mathrm{d}f}},$$

în care $f(x) = H_m(x)/H_{ms}$, pentru aceste pierderi se obține expresia

$$W_h = \int_0^{\infty} w_h\,\mathrm{d}x = \frac{\pi\mu_0 H_{ms}^2}{\sqrt{\frac{2}{\alpha_0}\omega\mu_0\sigma}}\int_0^1 \frac{f_{2r} f^3\,\mathrm{d}f}{\sqrt{\int_0^f f_{1r} f^3\,\mathrm{d}f}}. \tag{6}$$

Această integrală nu poate fi efectuată pentru expresiile de mai sus ale lui $f_{1r}$ și $f_{2r}$; de aceea recurgem la următorul procedeu aproximativ. Atît la integrarea expresiilor analitice, cît și a celor experimentale se ia la numitor pentru $f_{1r}$ o valoare oarecare medie $f_{1r\,\mathrm{med}}$ pentru domeniul

$0 - H_{ms}$, valoare care dispare în calculele ulterioare; eroarea ce se face astfel este mică, curbele $f_{1r}$ analitice și experimentale fiind foarte apropiate (vezi anexa 1).

Astfel, cu ajutorul expresiilor analitice obținem

$$W_{h1} = \pi H_{ms}^2 \sqrt{\frac{2\mu_0 \alpha_0}{\omega\sigma f_{1r\,med}}} \int_0^1 f_{2r} f \, df = \tag{6'}$$

$$= \pi H_{ms}^2 \sqrt{\frac{2\mu_0 \alpha_0}{\omega\sigma f_{1r\,med}}} \left\{ \frac{a_r (1 - \alpha_0^2)}{4\alpha_0} + \frac{2b_r}{\alpha_0 c H_{ms}^2} \left[ \alpha_0^0 + J_0 (cH_{ms}) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - 2(1 + \alpha_0^2) \frac{J_1 (cH_{ms})}{cH_{ms}} \right] \right\}$$

în care $J_0$ este funcția Bessel de speța întîi de ordinul zero; cu ajutorul curbelor experimentale se obține

$$W_{h2} = \pi H_{ms}^2 \sqrt{\frac{2\mu_0 \alpha_0}{\omega\sigma f_{1r\,med}}} \mathcal{J}', \tag{6''}$$

în care

$$\mathcal{J}' = \frac{1}{H_{ms}^2} \int_0^{H_{ms}} f_{2r} (H_m) H_m \, d H_m; \tag{7}$$

pentru $H_m \to 0$, cum $f_{2r} (H_m) = \mu_{ri} \sin \chi_i = \text{const}$, vom avea

$$\mathcal{J}' = \frac{1}{2} \mu_{ri} \sin \chi_i.$$

Din egalitatea acestor pierderi rezultă că $\alpha_0$ se calculează tot dintr-o relație de forma

$$\alpha_0 = - \mathcal{A} + \sqrt{\mathcal{A}^2 + \mathcal{B}}, \tag{8}$$

în care însă

$$\mathcal{A} = \frac{2\mathcal{J}'}{a_r - \frac{8b_r}{cH_{ms}^2} + \frac{16 b_r J_1 (cH_{ms})}{c^2 H_{ms}^3}}, \tag{9}$$

iar

$$\mathcal{B} = \frac{a_r + \frac{8b_r J_0 (cH_{ms})}{cH_{ms}^2} - \frac{16 b_r J_1 (cH_{ms})}{c^2 H_{ms}^3}}{a_r - \frac{8b_r}{cH_{ms}^2} + \frac{16 b_r J_1 (cH_{ms})}{c^2 H_{ms}^3}}. \tag{10}$$

Pentru $H_m \to 0$ avem $\underline{\mu} = \mu_i e^{-j\chi_i} = \text{const.}$, $\mathcal{B} = 1$ $\mathcal{A} = \text{tg } \chi_i$ și

$$\alpha_{0i} = - \text{tg } \chi_i + \sqrt{1 + \text{tg}^2 \chi_i}. \tag{8'}$$

*Rezistența, reactanța internă și impedanța internă* a unei porțiuni paralelipipedice considerată în mediul semiinfinit, cu latura paralelă cu cîmpul electric de lungime $l_E$, cea paralelă cu cîmpul magnetic de lungime $l_H$, iar a treia latură, dirijată în adîncimea conductorului, de lungime infinită, se calculează ușor după indicațiile date în [2]. Astfel, pentru rezistență se obține expresia

$$R = \frac{l_E}{l_H}\sqrt{\frac{\omega\rho\mu_0}{2\alpha_0}}\left[a_r - \frac{8b_r J_2(cH_{ms})}{cH_{ms}^2}\right]. \tag{11}$$

Pentru a scoate în evidență influențele neliniarității caracteristicilor materialelor feromagnetice, este necesar să se studieze *variațiile raportelor rezistenței, reactanței interne și impedanței interne la valorile lor din cazul* $\mu = \mu_s = \text{const}$ și $\chi = 0$. Aceste rapoarte depind de un număr mare de mărimi: $H_{ms}$, valorile inițiale și maxime ale lui $\mu$ și $\chi$, precum și de valorile corespunzătoare ale intensității cîmpului magnetic etc. Totuși, dacă se admite $\chi(H_m) = \chi_{med} = \text{const}$ pentru $H_{ms}$ dat, se pot trasa familiile de curbe de variație a rapoartelor enumerate în funcție de $cH_{ms} = 5{,}13\dfrac{H_{ms}}{H_{mk}}$, luînd ca parametru raportul $\dfrac{f_{1i}}{f_{1\max}} = \dfrac{\mu_i}{\mu_{\max}}$. Variațiile rapoartelor de mai sus permit scoaterea în evidență a influenței principalilor factori $\left(cH_{ms}, \dfrac{\mu_i}{\mu_{\max}} \text{ și } \chi_{med}\right)$ asupra efectului pelicular în conductoare feromagnetice în domeniul cîmpurilor magnetice medii pe suprafața conductorului; ele pot servi și la calculul impedanței, determinînd $\chi_{med}$ din relația (13).

În cele ce urmează sînt prezentate aceste familii pentru un interval de variație a lui $cH_{ms}$ de la zero la 8,5, același pentru toate materialele feromagnetice, pentru valorile 0, 0,2 0,4, 0,6, 0,8 și 1,0 ale raportului $\dfrac{\mu_i}{\mu_{\max}}$ și valorile 0°, 10°, 20°, 30° și 45° ale lui $\chi_{med}$.

Pentru a obține curbe valabile pentru toate materialele feromagnetice, se vor utiliza pentru $\mathcal{A}$ și $\mathcal{B}$ expresiile

$$\mathcal{A} = \frac{2i'}{1 - 8\dfrac{b_r c}{a_r}\left[\dfrac{1}{(cH_{ms})^2} - 2\dfrac{J_1(cH_{ms})}{(cH_{ms})^3}\right]}, \tag{9'}$$

$$\mathcal{B} = \frac{1 - 8\dfrac{b_r c}{a_r}\dfrac{J_2(cH_{ms})}{(cH_{ms})^2}}{1 - 8\dfrac{b_r c}{a_r}\left[\dfrac{1}{(cH_{ms})^2} - 2\dfrac{J_1(cH_{ms})}{(cH_{ms})^3}\right]}, \tag{10'}$$

în care

$$\frac{b_r c}{a_r} = \frac{bc}{a} = \frac{1 - \dfrac{\mu_i}{\mu_{\max}}}{1 + 0{,}139\dfrac{\mu_i}{\mu_{\max}}} \tag{12}$$

și

$$i' = \frac{\mathcal{J}'}{a_r} = \frac{1}{H_{ms}^2} \int_0^{H_{ms}} \left[1 - 2\frac{b_r c}{a_r} \frac{J_1(cH_m)}{cH_m}\right] \operatorname{tg} \chi_{med} H_m \, dH_m =$$

$$= \left[\frac{1}{2} - 2 \frac{1 - \frac{\mu_i}{\mu_{max}}}{1 + 0{,}139 \frac{\mu_i}{\mu_{max}}} \frac{J_0(cH_{ms}) - 1}{(cH_{ms})^2}\right] \operatorname{tg} \chi_{med} = i'_0 \operatorname{tg} \chi_{med} \tag{13}$$

nu au dimensiuni și depind numai de $cH_{ms}$, $\frac{\mu_i}{\mu_{max}}$ și $\chi_{med}$. Pentru $cH_{ms} \to 0$, $i'$ are valoarea

$$i'(0) = \frac{1}{2} \frac{1{,}139 \frac{\mu_i}{\mu_{max}}}{1 + 0{,}139 \frac{\mu_i}{\mu_{max}}} \operatorname{tg} \chi_{med}. \tag{13'}$$

Variația cu $cH_{ms}$ a lui $i'_0$ pentru diferitele valori enumerate ale raportului $\frac{\mu_i}{\mu_{max}}$ este dată în figura 2. Forma acestor curbe este apropiată de cea a curbelor $\mathcal{J}'(H_{ms})$, curbele prezentate în cele ce urmează putînd reda bine și variația acestora din urmă.

Cu aceste expresii s-a calculat raportul $\frac{X}{R}$, curbele obținute reprezentîndu-se în figura 3 ; în această figură, ca și în celelalte trei care urmează, este trasată o verticală de valoarea lui $cH_{ms}$, corespunzătoare valorii maxime a modulului permeabilității. Datorită creșterii modulului permeabilității în partea inițială, acest raport crește cu $cH_{ms}$ de la valoarea $\alpha_0(0) = -\operatorname{tg} \chi_{med} + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \chi_{med}}$ la o valoare maximă, apoi datorită descreșterii modulului permeabilității, scăzînd pentru $cH_{ms} = 8{,}5$ pînă aproape de aceeași valoare. Variațiile acestui raport sînt cu atît mai mari, cu cît $\frac{\mu_i}{\mu_{max}}$ și $\chi_{med}$ sînt mai mici, maximele lui deplasîndu-se spre valori crescătoare ale lui $cH_{ms}$ la creșterea raportului $\frac{\mu_i}{\mu_{max}}$. Trebuie de remarcat că în acest caz, spre diferență de cazul $\mu = \text{const}$, se obțin pentru $\frac{X}{R}$ valori supraunitare la $\chi_{med}$ și $\frac{\mu_i}{\mu_{max}}$ mici.

Raportul rezistenței la valoarea ei din cazul permeabilității magnetice pe suprafață $\mu = \mu_s = \text{const}$ și $\chi = 0$ s-a calculat cu relația

$$\frac{R}{R_{\substack{\mu=\text{const} \\ \chi=0}}} = \sqrt{\frac{\cos \chi_{med}}{\alpha_0} \frac{1 - 8\frac{bc}{a} \frac{J_2(cH_{ms})}{(cH_{ms})^2}}{1 - 2\frac{bc}{a} \frac{J_1(cH_{ms})}{cH_{ms}}}}; \tag{14}$$

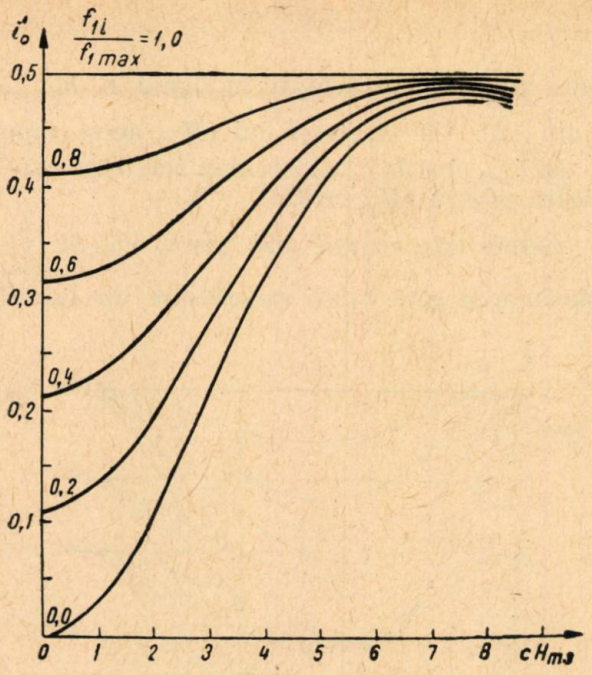



Fig. 2. — Curba $i'_0(cH_{ms})$ pentru diferite valori ale raportului $\frac{\mu_i}{\mu_{max}}$.

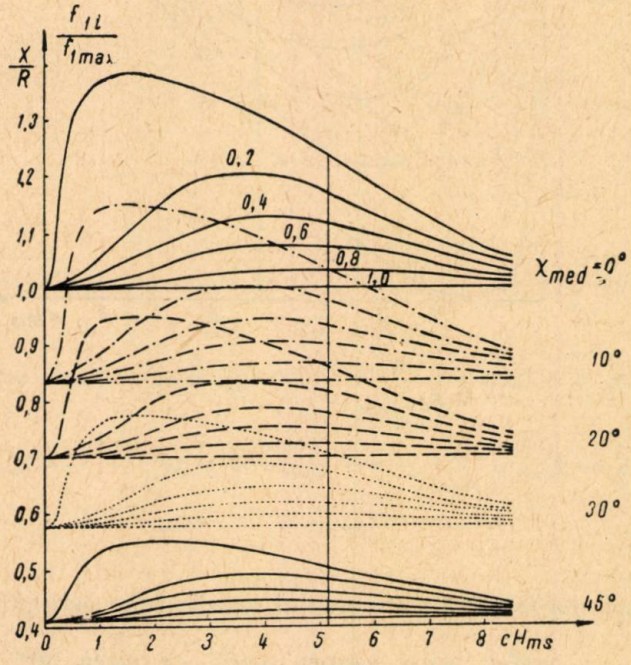



Fig. 3. — Curbele $\alpha_0(cH_{ms}) = \frac{X}{R}$ pentru diferite valori ale lui $\chi_{med}$ și $\frac{\mu_i}{\mu_{max}}$.

curbele obținute au fost reprezentate în figura 4. $R_{\substack{\mu=\text{const}\\ \chi=0}}$ este dat de relația (28′) din [2]. Cu creșterea lui $cH_{ms}$ acest raport scade de la valoarea $\sqrt{1+\sin\chi_{med}}$ pînă la o valoare minimă, după care crește ajungînd la aceeași valoare pentru $cH_{ms} \approx 8$.

Această scădere este cu atît mai mare, cu cît $\frac{\mu_i}{\mu_{max}}$ este mai mic, minimele deplasîndu-se spre valori crescătoare ale lui $cH_{ms}$ cu creșterea

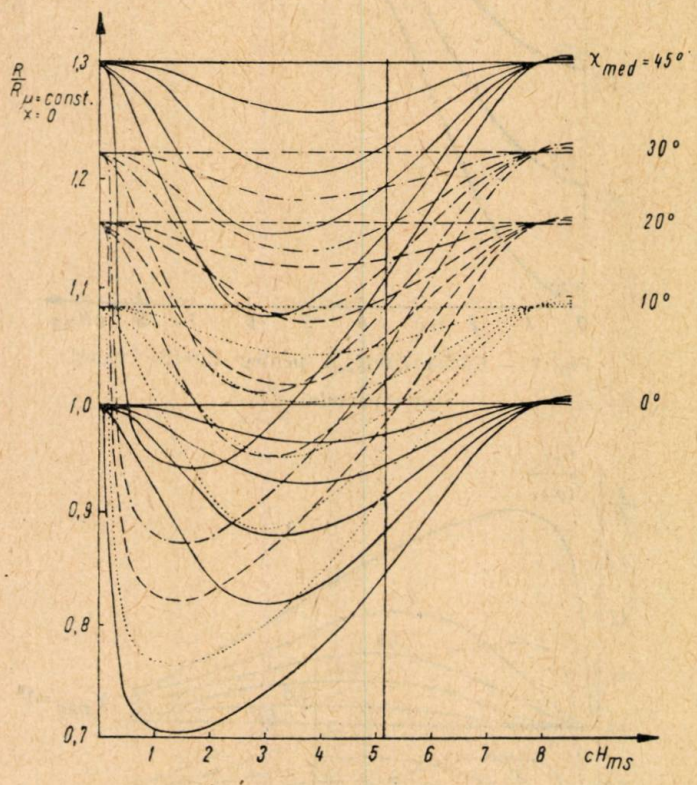



Fig. 4. — Curbele $\frac{R}{R_{\substack{\mu=\text{const}\\ \chi=0}}} = F(cH_{ms})$ pentru diferite valori ale lui $\chi_{med}$ și $\frac{\mu_i}{\mu_{max}}$ ; ——— $\chi_{med} = 0°$ și 45° ; — · — · — $\chi_{med} = 30°$ ; — — — $\chi_{med} = 20°$ ; . . . $\chi_{med} = 10°$.

lui $\frac{\mu_i}{\mu_{max}}$ ; scăderea relativă a raportului rezistențelor este practic independentă de $\chi_{med}$. Astfel, acest raport scade cu circa 30% ($cH_{ms} \approx 1{,}3$) pentru $\frac{\mu_i}{\mu_{max}} = 0$, cu 18% ($cH_{ms} \approx 2{,}8$) pentru $\frac{\mu_i}{\mu_{max}} = 0{,}2$, cu 12%

($cH_{ms} \approx 3{,}4$) pentru $\frac{\mu_i}{\mu_{max}} = 0{,}4$, cu 7,5% ($cH_{ms} \approx 3{,}8$) pentru $\frac{\mu_i}{\mu_{max}} = 0{,}6$ și 3,5% ($cH_{ms} \approx 4{,}1$) pentru $\frac{\mu_i}{\mu_{max}} = 0{,}8$.

Raportul $\frac{R}{R_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}}$ în intervalul studiat crește monoton, aproape liniar cu $\chi_{med}$ pentru $\frac{\mu_i}{\mu_{max}} = \text{const.}$ și $cH_{ms} = \text{const.}$

Raportul reactanței la valoarea ei din cazul $\mu = \mu_s = \text{const.}$ și $\chi = 0$ s-a calculat cu relația

$$\frac{X}{X_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}} = \alpha_0 \frac{R}{R_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}}, \tag{15}$$

curbele obținute reprezentîndu-se în figura 5. Cu creșterea lui $cH_{ms}$ acest raport scade de la valoarea $\sqrt{1 - \sin \chi_{med}}$ pînă la o valoare cu atît mai apropiată de cea de mai sus și pentru valori ale lui $cH_{ms}$ cu atît mai mari, cu cît $\frac{\mu_i}{\mu_{max}}$ este mai mare, apoi trece printr-un maximum la $cH_{ms} \approx 7{,}3$, scăzînd spre $cH_{ms} = 8{,}5$. Variațiile acestea în jurul valorii medii sînt relativ mici, fiind cuprinse între 0,94 și 1,08 din valoarea $\sqrt{1 - \sin \chi_{med}}$

Cu creșterea lui $\chi_{med}$ în intervalul studiat, acest raport scade monoton pentru $cH_{ms} = \text{const.}$ și $\frac{\mu_i}{\mu_{max}} = \text{const.}$

Raportul modulului impedanței interne la valoarea sa din cazul $\mu = \mu_s = \text{const}$ și $\chi = 0$ s-a calculat cu relația

$$\frac{Z}{Z_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}} = \sqrt{\frac{1 + \alpha_0^2}{2}} \frac{R}{R_{\substack{\mu=\text{const.}\\ \chi=0}}}, \tag{16}$$

rezultatele obținute reprezentîndu-se în figura 6. Cu creșterea lui $cH_{ms}$ acest raport scade de la valoarea 1 la un minim care e cu atît mai mic, cu cît $\chi_{med}$ este mai mare și $\frac{\mu_i}{\mu_{max}}$ mai mic; această valoare minimă are loc pentru o valoare a lui $cH_{ms}$ care crește cu $\frac{\mu_i}{\mu_{max}}$.

Pentru $cH_{ms} > 7$, acest raport se poate considera constant și egal cu unitatea, cu o eroare sub 5%. Pentru valorile curente ale raportului $\frac{\mu_i}{\mu_{max}}$, raportul studiat nu scade sub 85%.

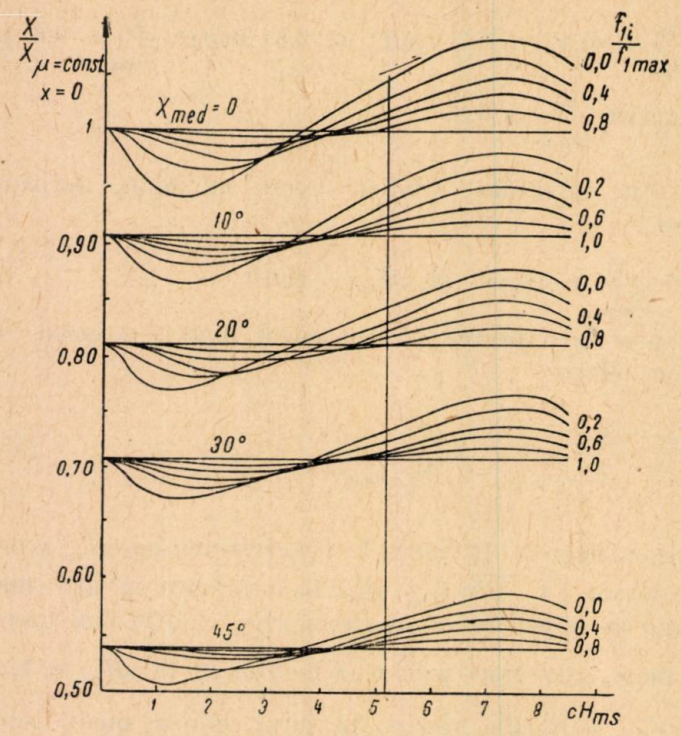



Fig. 5. — Curbele $\frac{X}{X_{\substack{\mu=ct\\ \chi=0}}} = F(cH_{ms})$ pentru diferite valori ale lui $\chi_{med}$ și $\frac{\mu_i}{\mu_{max}}$

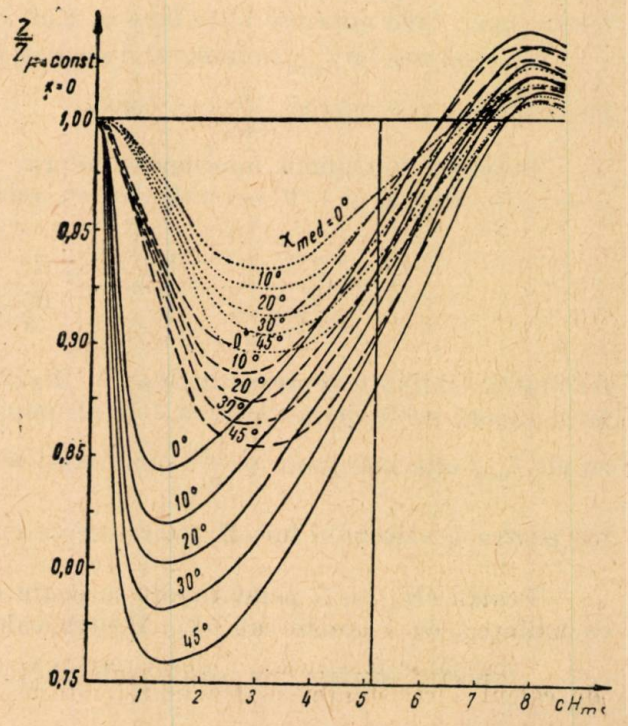



Fig. 6. — Curbele $\frac{Z}{Z_{\substack{\mu=\text{const}\\ \chi=0}}} = F(cH_{ms})$ pentru diferite valori ale lui $\chi_{med}$ și $\frac{\mu_i}{\mu_{max}}$: —— $\frac{\mu_i}{\mu_{max}} = 0$; — — — $\frac{\mu_i}{\mu_{max}} = 0{,}2$; ... $\frac{\mu_i}{\mu_{max}} = 0{,}4$.

*Influența formei curbei* $\chi(H_m)$ este studiată pentru un caz concret: $\rho = 14{,}9 \cdot 10^{-8}$ Ωm, $\omega = 314 s^{-1}$, $l_E = 1$ m; forma curbei $\mu_r$ $(cH_m)$ este reprezentată în figura 7. În figura 8 *a*, *b*, *c* sînt reprezentate curbele $\chi(cH_m)$ pentru care este studiată variația cu $cH_{ms}$ a rezistenței, reactanței

Fig. 7. — Curba $\mu_r$ $(cH_{ms})$ utilizată la studiul influenței formei curbei $\chi$ $(H_m)$

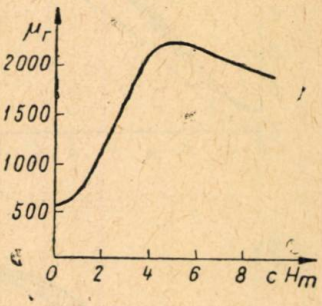
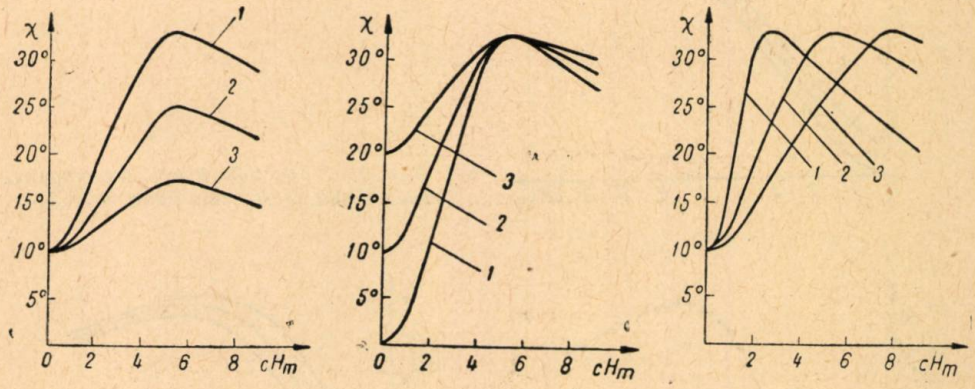


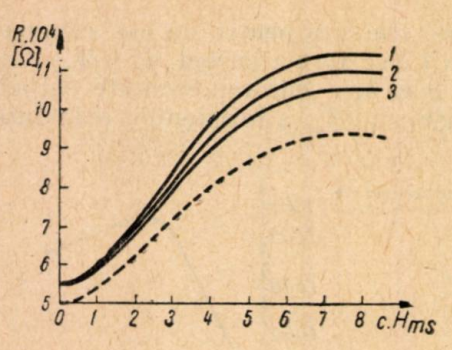

Fig. 8. — Diferite forme ale curbei $\chi(cH_m)$ *a* — diferite valori $\chi_{max}$; *b* — diferite valori $\chi_i$; *c* — diferite valori $cH_m$ pentru care are loc valoarea maximă a lui $\chi$.



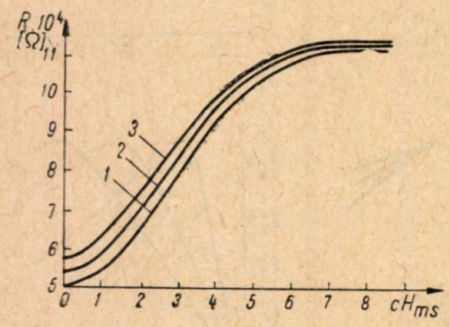

interne și a raportului lor; aceste curbe vor arăta influența valorii maxime și inițiale a lui $\chi$ (pentru cazul că valorile maxime ale modulului și argumentului permeabilității magnetice au loc pentru aceeași valoare a lui $cH_m$) precum și influența valorii $cH_m$ pentru care are loc valoarea maximă a lui $\chi$. Pentru cele trei cazuri din figura 8, variația rezistenței cu $cH_{ms}$ este reprezentată în figura 9 *a*, *b*, *c*, a reactanței în figura 10 *a*, *b*, *c*, iar a raportului lor $\frac{X}{R}$ în figura 11 *a*, *b*, *c*. În figurile 9 *a*, 10 *a* și 11 *a* sînt reprezentate punctat și valorile ce se obțin în cazul $\chi(H_m) = 0$.

Din aceste figuri rezultă că influența lui $\chi_{max}$ se face sensibilă la valori mari, influența lui $\chi_i$ la valori mici, iar a valorii intensității cîmpului magnetic la care are loc $\chi_{max}$ la valori medii ale lui $cH_{ms}$. Creșterea argumentului $\chi$ a permeabilității magnetice în complex duce la creșterea rezistenței și micșorarea reactanței interne.

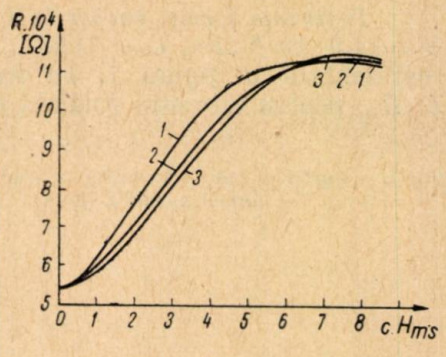
Neglijarea fenomenului de histerezis poate duce la erori foarte mari de calcul a rezistenței și reactanței interne.




*a*

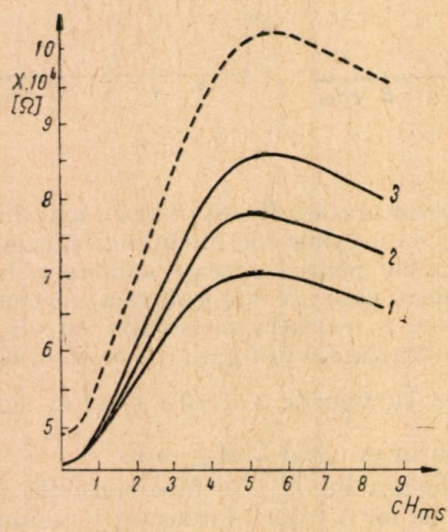



*b*

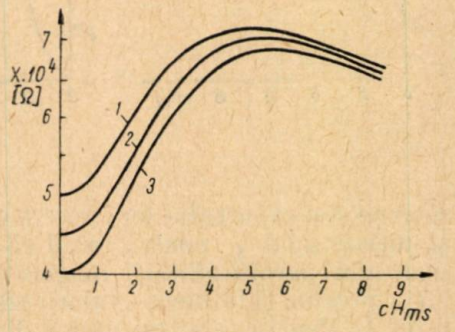



*c*

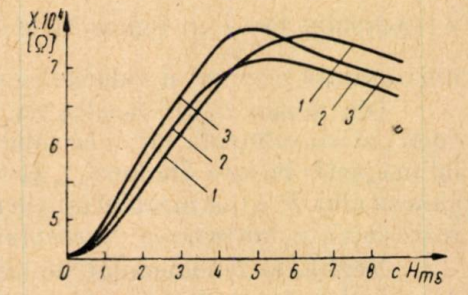
Fig. 9. *a*, *b*, *c* — Curbele $R\,(cH_{ms})$ corespunzătoare curbelor $\chi(cH_m)$ din figura 8, *a*, *b*, *c*




*a*




*b*




*c*

Fig. 10, *a*, *b*, *c* — Curbele $X\,(cH_{ms})$ corespunzătoare curbelor $\chi\,(cH_m)$ din figura 8 *a*, *b*, *c*.

Maximele curbelor $R(cH_{ms})$ și $X(cH_{ms})$ au loc pentru valori diferite ale lui $cH_{ms}$, care depind de forma curbei $\chi(H_m)$: rezistența pentru $cH_{ms} = 7 - 8$, reactanța internă pentru $cH_{ms} = 4{,}5 - 6$.

Diversitatea curbelor $\frac{X}{R} = F(cH_{ms})$ obținute experimental devine explicabilă din figura 11, datorîndu-se diversității curbelor $\chi(cH_m)$.

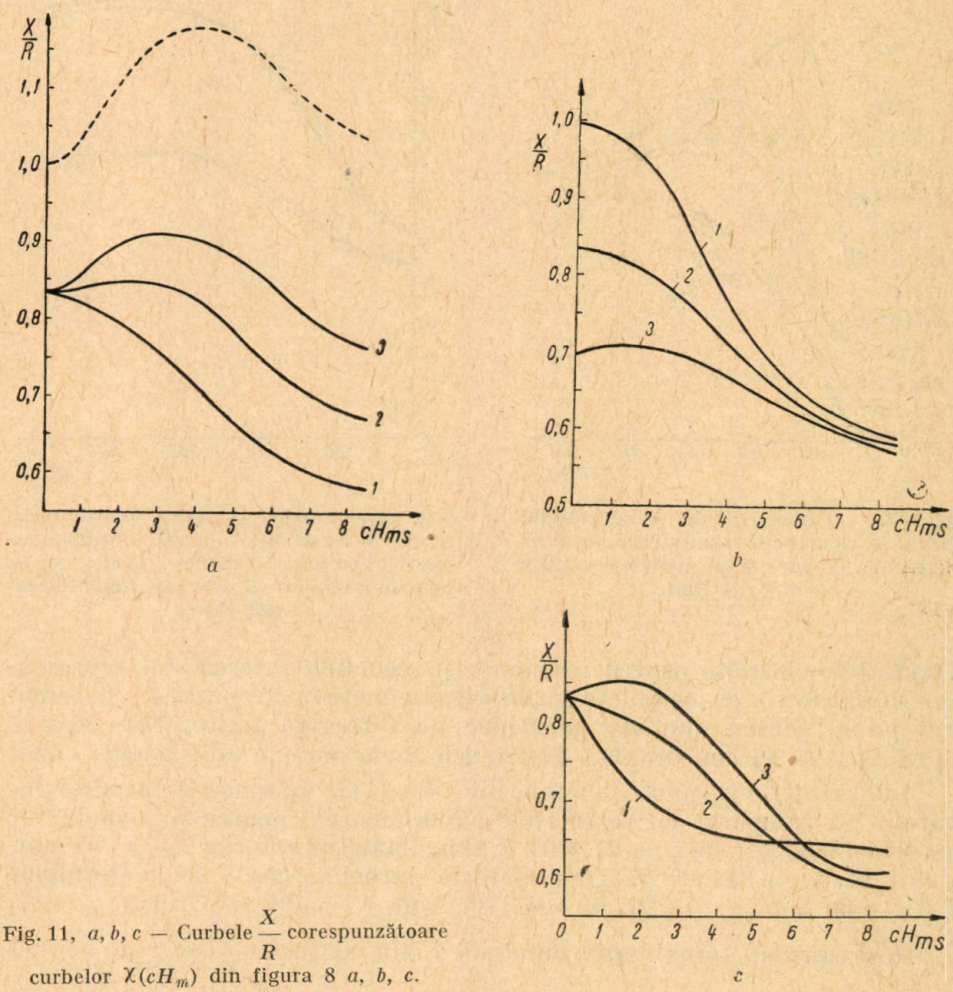



Fig. 11, *a*, *b*, *c* — Curbele $\frac{X}{R}$ corespunzătoare curbelor $\chi(cH_m)$ din figura 8 *a*, *b*, *c*.

Din aceste figuri mai rezultă că pentru un calcul exact al rezistenței și reactanței interne este necesară cunoașterea precisă atît a curbei $\mu(H_m)$ cît și a curbei $\chi(H_m)$.

În cazul cîmpurilor magnetice medii pe suprafața conductorului, din cauza dificultăților matematice nu se poate determina $\underline{H}_m(x)$ și $\underline{E}_m(x)$, ci numai raportul lor; pentru $H_m < 0{,}1\ H_{mk}$, $\underline{H}_m(x)$ și $\underline{E}_m(x)$ variază practic în cazul $\underline{\mu} = \underline{\mu}_i = \mu_i\, e^{-j\chi_i} = \text{const}$.

Verificarea rezultatelor obținute cu relațiile propuse s-a făcut comparîndu-se rezultatele obținute cu metoda ecuațiilor cu diferențe finite [6], luîndu-se în considerare și fenomenul de histerezis (vezi anexa 2). Caracteristicile conductorului utilizat la ambele metode sînt date în figura 12 : $l_E = 1\text{m}$, $\omega = 314\ \text{s}^{-1}$, $\rho = 14{,}9 \cdot 10^{-8}$ Ωm ; cu ajutorul curbei $f_{1r}(H_m)$ s-a determinat $a_r = 1{,}815$, $b_r = 6{,}65 \cdot 10^4$ A/m și $c = 1{,}9 \cdot 10^{-2}$m/A.

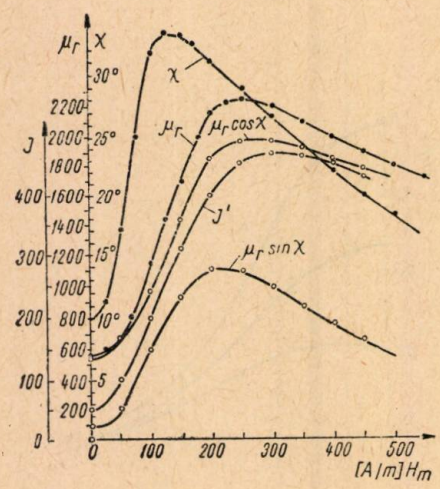



Fig. 12. — Caracteristicile conductorului utilizat la comparație rezultatelor calculelor cu relațiile propuse și cu metoda ecuațiilor cu diferențe finite.

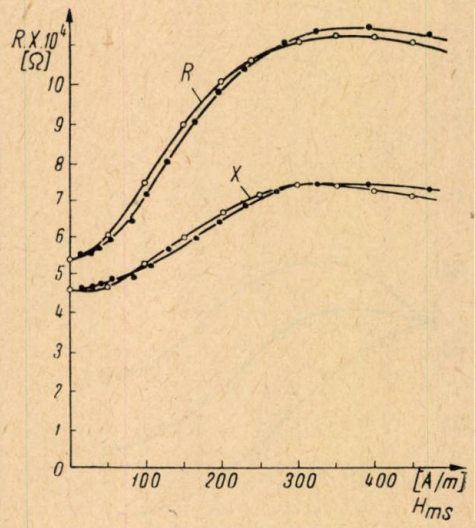



Fig. 13. — Comparație între valorile rezistenței și reactanței interne obținute cu relațiile propuse (cercuțe goale) și cu metoda ecuațiilor cu diferențe finite (cercuțe pline).

Rezultatele obținute pentru rezistența și reactanța internă sînt reprezentate în figura 13, cu cercuțe goale pentru metoda propusă și cu cercuțe pline pentru metoda ecuațiilor de diferențe finite. Din această figură rezultă că concordanța dintre cele două metode este foarte bună.

Rezultatele obținute cu relațiile (8)—(11), propuse în această lucrare, s-au comparat cu rezultatele experimentale pentru un conductor de oțel cu 0,35 %C, de $\rho = 21{,}6 \cdot 10^{-8}$ Ωm, diametru exterior $d_{\text{ext}} = 99$ mm, $l_E = 1$ m, $\omega = 314\ \text{s}^{-1}$ [7]; cu ajutorul curbei $\mu_r \cos \chi$ s-a determinat $H_{mk} = 860$ A/m, $a_r = 726$, $b_r = 47 \cdot 10^3$ A/m, $c = 5{,}97 \cdot 10^{-3}$ m/A, $\chi = 8°$; $f_{2r}$ a fost calculat aproximativ luînd $\sin \chi_i$ din relația $\sin \chi = \frac{1}{\pi} \eta\mu$, nefiind cunoscute decît pierderile prin histerezis pe ciclu și unitate de volum la $B_m = 1\text{Wb/m}^2$. Curba $\mathcal{J}'(H_{ms})$ este reprezentată în figura 14. Rezultatele experimentale obținute pentru rezistență și reactanța internă sînt reprezentate în figura 15 cu cercuțe pline, iar cele calculate cu cercuțe goale. Valoarea efectivă a curentului s-a calculat cu relația $I = \frac{\pi d_{\text{ext}} H_{ms}}{\sqrt{2}}$.

Din această figură rezultă că erorile de calcul ale rezistenței sînt mici, iar ale reactanței interne sub 10%, fiind admisibile.

Comparînd erorile de calcul cu relaţiile propuse faţă de rezultatele experimentale şi faţă de metoda ecuaţiilor cu diferenţe finite se poate trage concluzia că acestea sînt mici atunci cînd sînt cunoscute cu precizie mărimile care intervin în calcule.

În concluzie, în lucrare s-au propus relaţiile (8)—(11) care permit calculul impedanţei, respectiv a puterii aparente care intră într-un con-

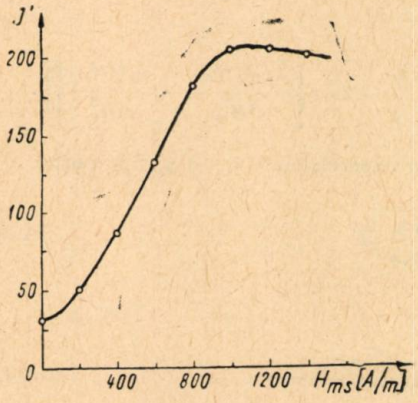



Fig. 14. — Curba $\mathcal{J}'(H_{ms})$ pentru conductorul utilizat la verificări experimentale.

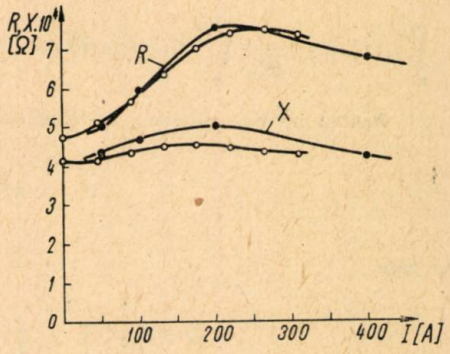



Fig. 15. — Comparaţie între valorile rezistenţei şi reactanţei interne obţinute cu relaţiile propuse (cerculeţe goale) şi cele experimentale (cerculeţe pline).

ductor feromagnetic ce ocupă un semispaţiu în cazul cîmpurilor magnetice medii pe suprafaţă.

Variaţiile rapoartelor rezistenţei, reactanţei interne şi impedanţei interne la valorile lor din cazul $\mu = \mu_s = \text{const.}$ şi $\chi = 0$ permit punerea în evidenţă a influenţei principalilor factori $\left(\frac{H_{ms}}{H_{mk}}, \frac{\mu_i}{\mu_{max}}, \chi_{med}\right)$ asupra fenomenului studiat; ele pot servi şi la determinarea impedanţei conductorului, $\chi_{med}$ obţinîndu-se din relaţia (13); influenţa formei curbei $\chi(H_m)$ este arătată pe un caz concret.

## *ANEXA 1*

### EROAREA CE SE FACE LA EFECTUAREA APROXIMATIVĂ A INTEGRALEI DIN RELAŢIA (6)

Utilizînd pentru $f_{1r}$ şi $f_{2r}$, respectiv, expresiile (1') şi (5), pierderile prin histerezis pe ciclu şi pe unitatea de suprafaţă în întreg conductorul vor fi date de relaţia

$$W_{h1} = \pi H_{ms}^2 \sqrt{\frac{\mu_0 \alpha_0}{2\omega\sigma}} \left( \frac{1 - \alpha_0^2}{2\alpha_0} A - \frac{1}{\alpha_0} B + \frac{1 + \alpha_0^2}{\alpha_0} C \right), \qquad (A.1)$$

în care

$$A = \int_0^1 \frac{a_r f^3 \, df}{\sqrt{\int_0^f f_{1r} f^3 \, df}}, \quad B = \int_0^1 \frac{2b_r \frac{J_1}{H_m} f^3 \, df}{\sqrt{\int_0^f f_{1r} f^3 \, df}}, \quad C = \int_0^1 \frac{4b_r \frac{J_2}{cH_m^2} f^3 df}{\sqrt{\int_0^f f_{1r} f^3 \, df}}. \tag{A.2}$$

În aceste relații,

$$\int_0^f f_{1r} f^3 \, df = \frac{1}{H_{ms}^4} \int_0^{H_m} f_{1r}(H_m) H_m^3 \, dH_m = \frac{H_m^4}{H_{ms}^4} \left\{ \frac{a_r}{4} - 2b_r c \left[ \frac{2J_1(cH_m)}{c^3 H_m^3} - \frac{J_0(cH_m)}{c^2 H_m^2} \right] \right\}.$$

Pentru aceleași pierderi, utilizîndu-se curbele experimentale $f_{1r}$ și $f_{2r}$, se obține

$$W_{h2} = \pi H_{ms}^2 \sqrt{\frac{\mu_0 \alpha_0}{2\omega\sigma}} \mathcal{J}, \tag{A.3}$$

în care

$$\mathcal{J} = \frac{1}{H_{ms}^4} \int_0^{H_{ms}} \frac{f_{2r}(H_m) H_m^3 \, dH_m}{\sqrt{\int_0^{H_m} f_{1r}(H_m) H_m^3 \, dH_m}}. \tag{A.4}$$

Din egalitatea pierderilor prin histerezis calculate pe cele două căi se obține pentru $\alpha_0$ o relație tot de forma (8), în care însă $\mathcal{A}$ și $\mathcal{B}$ sînt date de relațiile

$$\mathcal{A} = \frac{\mathcal{J}}{A - 2C}, \quad \mathcal{B} = \frac{A - 2(B - C)}{A - 2C}. \tag{A.5}$$

Integralele care intervin în relațiile (7), (A.2) și (A.4) neputîndu-se efectua analitic, ci numai numeric, prin înlocuirea lor cu o sumă, este dificilă o determinare generală a erorilor de calcul a lui $\alpha_0$ cu relațiile (8)—(10) și (A.2), (A.5); de aceea aceste erori se vor determina pentru un exemplu concret, pentru valorile curente în practică ale mărimilor care intervin în calcule. Erorile de calcul ale lui $\alpha_0$, considerînd la numitorul relațiilor (A.2) și (A.4) pe $f_{1r} = f_{1r\,med} = \text{const.}$, fiind cu atît mai mari cu cît $\frac{\mu_{max}}{\mu_i}$ este mai mare, vom face calculul erorilor pentru o valoare relativ mare a acestui raport.

Caracteristicile conductorului utilizat la aceste calcule sînt date în figura 12, deci $a_r = 1815$, $b_r = 6{,}65 \cdot 10^4$ A/m, $c = 1{,}9 \cdot 10^{-2}$ A/m, iar $\frac{\mu_{max}}{\mu_i} = 4$. La calculul numeric al integralelor din relațiile (A.2), (A.4) s-a luat $\Delta H_m = 25$ A/m. Erorile obținute astfel pentru cîteva valori ale lui $H_{ms}$ sînt date în tabela A.1.

*Tabela A.1*

| $H_{ms}$ [A/m] | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 | 450 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varepsilon_{\alpha_0}\% = \frac{\alpha_{0(A\cdot5)} - \alpha_{0(9),(10)}}{\alpha_{0(A\cdot5)}} 100$ | 1,50 | 1,05 | 0 | 0,46 | 0,31 | 1,23 |

Erorile cresc la $H_{ms}$ mici datorită numărului mic de intervale cu care s-au calculat integralele (A.2), (A.4), iar la $H_{ms} > 1{,}5\ H_{mk}$ datorită abaterii curbei $f_{1r}$ analitice față de cea experimentală.

Aceste erori mici justifică calculul lui $\alpha_0$ cu relațiile propuse în lucrare.

## *ANEXA 2*

## UTILIZAREA METODEI ECUAȚIILOR CU DIFERENȚE FINITE LA STUDIUL EFECTULUI PELICULAR ÎN CONDUCTOARE FEROMAGNETICE LUÎND ÎN CONSIDERARE HISTEREZISUL

La aplicarea acestei metode se pleacă de la relațiile (4) și (5) din [2], considerîndu-se că $\mu(H_m)$ și $\chi(H_m)$ sînt date sub formă de grafic. Luîndu-se originea axelor de coordonate pe suprafață, iar sensul pozitiv al axei $Ox$ dirijat în interiorul conductorului (fig. 1[2]), calculele se vor începe de la o distanță $x_i$ inițial necunoscută, de la o valoare $\underline{H}_{m(i)}$ a intensității cîmpului magnetic pentru care se poate considera $\underline{\mu} = \underline{\mu}_i = \mu_i\, e^{-j\chi_i} = \text{const}$. Astfel, pentru $x > x_i$ este valabilă soluția cunoscută

$$\underline{H}_m = \underline{H}_{m(i)}\, e^{-\underline{\alpha}(x-x_i)}, \quad \underline{E}_m = -\rho\underline{\alpha}\,\underline{H}_{m(i)}\, e^{-\underline{\alpha}(x-x_i)} = \underline{E}_{m(i)}\, e^{-\underline{\alpha}(x-x_i)}, \tag{A.6}$$

în care

$$\underline{\alpha} = \sqrt{\frac{\omega\mu_i}{\rho}}\, e^{j\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\chi_i}{2}\right)} = \sqrt{\frac{\omega\mu_i}{2\rho}}\,(\sqrt{1+\sin\chi_i} + j\sqrt{1-\sin\chi_i}). \tag{A.7}$$

Pentru $0 < x < x_i$, creșterile $\Delta\underline{H}_{m(k)}$ și $\Delta\underline{E}_{m(k)}$ corespunzătoare unui interval $\Delta x_k$ se determină din relațiile

$$\Delta\underline{H}_{m(k)} = \sigma\underline{E}_{m(k-1)}\,\Delta x_k; \quad \Delta\underline{E}_{m(k)} = j\omega\mu\, e^{-j\chi}\,\underline{H}_{m(k-1)}\,\Delta x_k, \tag{A.8}$$

în care valorile lui $\mu$ și $\chi$ se iau din grafic corespunzător valorilor medii ale intensității cîmpului magnetic pe intervalul considerat.

Cunoscînd intensitățile cîmpurilor electrice și magnetice $\underline{E}_{m(N-1)}$, $\underline{H}_{m(N-1)}$ la distanța $x = x_i + \sum_{k=1}^{N-1}\Delta x_k$, valorile acestora la distanța $x = x_i + \sum_{k=1}^{N}\Delta x_k$, vor fi

$$\begin{aligned}\underline{E}_{m(N)} &= \underline{E}_{m(N-1)} + \Delta\underline{E}_{m(N)} = \underline{E}_{m(i)} + \sum_{k=1}^{N}\Delta\underline{E}_{m(k)};\\ \underline{H}_{m(N)} &= \underline{H}_{m(N-1)} + \Delta\underline{H}_{m(N)} = \underline{H}_{m(i)} + \sum_{k=1}^{N}\Delta\underline{H}_{m(k)}.\end{aligned} \tag{A.9}$$

În aceste relații, deoarece ne apropiem de suprafața conductorului, valorile $\Delta x_k$ sînt negative.

Dacă marginea exterioară a intervalului $N_0$ se găsește pe suprafața conductorului, vom avea

$$x_i = -\sum_{k=1}^{N_0}\Delta x_k; \quad \underline{E}_{ms} = \underline{E}_{m(i)} + \sum_{k=1}^{N_0}\Delta\underline{E}_{m(k)}; \quad \underline{H}_{ms} = \underline{H}_{m(i)} + \sum_{k=1}^{N_0}\Delta\underline{H}_{m(k)}. \tag{A.10}$$

Pentru aplicarea acestor relații se utilizează un conductor cu $\rho = 14{,}9 \cdot 10^{-8}$ Ωm, $l_E = 1$ m, $l_H = \pi d_{ext} = \pi \cdot 82 \cdot 10^{-3} = 0{,}257$ m, $\omega = 314$ s$^{-1}$, ale cărui curbe $\mu(H_m)$ și $\chi(H_m)$ sînt date în figura 12.

Considerînd pentru $H_m \leqslant H_{m(i)} = 20$ A/m că $\mu_{ri} = 560$, $\chi_i \doteq 10°$ și luînd pentru ușurința calculelor $\underline{H}_{m(i)}$ ca origine de fază, obținem $\underline{\alpha} = 1220\ e^{j40°}$,

$$\underline{E}_{m(i)} = -3{,}64 \cdot 10^{-3}\ 4^{j40°}\ \text{V/m}, \quad \underline{Z}_{(i)} = -\frac{l_E\ \underline{E}_{m(i)}}{l_H\ \underline{H}_{m(i)}} = 7{,}07 \cdot 10^{-4}\ e^{j40°} =$$

$$= (5{,}42 + j\ 4{,}55) \cdot 10^{-4}\ \Omega.$$

Pentru $x = x_i - 22 \cdot 10^{-4}$ m se obține

$$\underline{H}_{m(N-1)} = 167{,}5\ e^{j77°15'} = (37 + j\ 163{,}42)\ \text{A/m}, \quad (\underline{\mu}_r = 1900\ e^{-j32°30'}),$$

$$\underline{E}_{m(N-1)} = -47 \cdot 10^{-3}\ e^{j110°20'} = (16{,}38 - j44{,}12) \cdot 10^{-3}\ \text{V/m}.$$

Cu aceste valori, pentru intervalul $\Delta x_N = -10^{-4}$ m, obținem

$$\Delta \underline{H}_{m(N)} = -672 \cdot 10^4\,(16{,}38 - j\ 44{,}12) \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4} = (-11 + j29{,}7)\ \text{A/m},$$

$$\Delta \underline{E}_{m(N)} = -j\,314 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1900\ e^{-j\,32°30'} \cdot 167{,}5\ e^{j77°15'} \cdot 10^{-4} = (8{,}91 - j8{,}91) \cdot 10^{-3}\ \text{V/m},$$

deci

$$\underline{H}_{m(N)} = 26 + j\ 193{,}1 = 195\ e^{j82°20'}\ \text{A/m},$$

$$\underline{E}_{m(N)} = (25{,}9 - j\ 53{,}03) \cdot 10^{-3} = -58{,}80 \cdot 10^{-3}\ e^{j\,115°30'}\ \text{V/m},$$

iar impedanța pentru $\underline{H}_{ms} = \underline{H}_{m(N)}$ va avea valoarea

$$\underline{Z}_{(N)} = -\frac{1}{0{,}257}\ \frac{-58{,}80\ e^{j115°30'} \cdot 10^{-3}}{195\ e^{j\,82°20}} = 11{,}72 \cdot 10^{-4}\ e^{j\,33°10'} = (9{,}82 + j\ 6{,}43) \cdot 10^{-4}\Omega.$$

## BIBLIOGRAFIE


1. Б. Б. Тимофеев, *Поверхностный эффект в ферромагнитных телах при слабых полях и слабом проявлении гистерезиса*. Электричество, *12*, 29—32 (1954).
2. V. D. Saviuc, *Contribuții la studiul efectului pelicular în conductoare feromagnetice masive*. St. cerc. energ. electr., **15**, *3*, 539—548 (1965).
3. I. M. Rîjic, I. S. Gradstein, *Tabele de integrale, sume, serii și produse*, Edit. tehnică, București, 1955.
4. * * * *Manualul inginerului*, Edit. tehnică, București, 1965.
5. Е. Янке, Ф. Эмде, *Таблицы функций с формулами и кривыми*. Государственное Издательство Физико-Математической Литературы, Москва, 1959.
6. C. V. Bălă, S. St. Ghețaru, *Cîmpul magnetic alternativ tangențial în mediul feromagnetic*. St. cerc. energ. electrotehn., **15**, *2*, 267—292 (1965).
7. V. D. Saviuc, *Contribuții privind studiul efectului pelicular în conductoare feromagnetice masive la cîmpuri magnetice intense pe suprafață*, St. cerc. energ. electrotehn. **17**, *4*, 685—704 (1967).

# CERCETĂRI PRIVIND VARIAȚIA TENSIUNII LA EXTREMITATEA RECEPTOR A UNEI LINII DE LUNGIME FINITĂ FĂRĂ PIERDERI, PE O CALE NOUĂ — MODELAREA ANALOGICĂ A FUNCȚIILOR LAGUERRE GENERALIZATE

DE

I. ADĂMUȚ

621.315.09 : 517.512.6

Tensiunea la bornele unui receptor inductiv racordat la extremitatea unei linii lungi fără pierderi cu întoarcere prin sol de conductanță infinită alimentată cu o tensiune constantă este exprimată printr-o sumă de polinoame Laguerre generalizate.

În lucrare se prezintă analiza variației acestei tensiuni, aplicînd o metodă nouă — modelarea analogică a funcțiilor Laguerre generalizate.

Din diagramele obținute se analizează influența lungimii liniei $l$, a unei mărimi sintetice $\alpha$, depinzînd de parametrii lineici $L$ și $C$, și de inductivitatea receptorului $L_0$ și a numărului de unde parțiale duble $N$, considerate în calcul, determinîndu-se valoarea supratensiunii maxime de $\simeq 3u_0$.

Se remarcă faptul că pentru anumite valori ale lui $\alpha$ și $l$, solicitarea izolației poate fi minimă. În final se dă o interpretare fizică cazurilor limită $L_0 = 0$ și $L_0 = \infty$.

0. Transformatele tensiunii și curentului pe o linie electrică reală, la aplicarea unei tensiuni, se pot exprima în funcție de parametrii lineici și de impedanțele sursei și receptorului [1]. Originalele acestora se determină fie prin folosirea formulei de dezvoltare a lui Heaviside, fie prin descompunerea expresiilor transformatei în termeni care reprezintă undele călătoare în linie [1].

Necesitatea cunoașterii cît mai exacte a variației tensiunilor și curenților la extremități este mai pregnantă, întru cît acestea reprezintă în schemele electrice stațiile de transformare și conexiuni cu utilaj mai scump și mai greu de reparat decît linia de legătură. Această necesitate se impune cu atît mai mult cu cît tensiunile de transport folosite sînt din ce în ce mai ridicate [2], [3]. Utilizarea auxiliarelor de calcul moderne

facilitează rezolvarea cu o precizie suficientă pentru practică a celor mai multe din expresiile rezultate din studiul teoretic al proceselor [4].

În această lucrare se analizează modul cum variază tensiunea tranzitorie la bornele unei inductanțe alimentată cu tensiunea treaptă printr-o linie electrică de lungime finită fără pierderi. În prima parte se va prezenta o metodă nouă de studiu a acestui proces constînd din modelarea funcțiilor Laguerre generalizate cu ajutorul calculatoarelor electronice de tip analogic.

## 1. EXPRESIA TENSIUNII TRANZITORII LA BORNELE UNEI INDUCTANȚE CONECTATE PRINTR-O LINIE LUNGĂ FĂRĂ PIERDERI LA O SURSĂ DE TENSIUNE CONSTANTĂ

Una din schemele electrice cele mai obișnuite care generează supratensiuni la comutații în sistemele electroenergetice este linia lungă cu inductanță la capăt, corespunzînd transformatoarelor și reactoarelor din stații.

Expresia tensiunii la bornele inductanței din figura 1 este, după [5], [6]:

$$u|_{x=l} = 2E \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n \mathrm{e}^{-\alpha[t-(2n+1)T]} L_n\{2\alpha[t-(2n+1)T]\} U[t-(2n+1)T], \quad (1)$$

pentru

$$T \leqslant t \leqslant (2N+1)T, \quad N = 1, 2, \ldots,$$

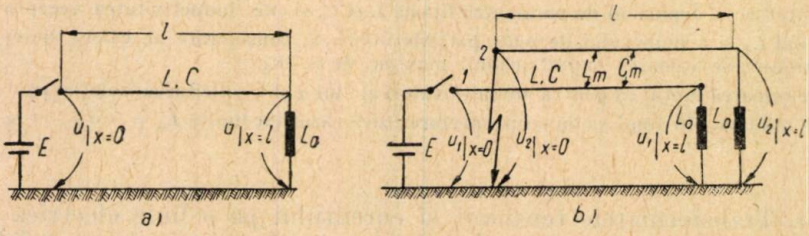



Fig. 1. — Schema unei linii electrice lungi alimentînd receptoare inductive: a) linie cu un singur conductor; b) linie cu două conductoare.

unde

$E$ este tensiunea continuă aplicată liniei, în kV;
$l$ — lungimea liniei, în km;
$L, C$ — inductivitatea lineică, în $H.km^{-1}$, respectiv capacitatea lineică, în $F.km^{-1}$;
$L_0$ — inductivitatea receptorului, în H;
$L_n$ — polinomul Laguerre de gradul $n$ [5], [7], avînd expresia:

$$L_n(t) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{n-k} (-1)^k \frac{t^k}{k!} \quad (2)$$

cu

$$\binom{n}{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!},$$

sau după formula generală a lui Rodrigues:

$$L_n(t) = \frac{1}{n!} e^t \frac{d^n}{dt^n}(t^n e^{-t}), \tag{3}$$

$U[t-(2n+1)T]$ fiind funcția unitate care indică întîrzierea.

Linia fiind fără pierderi, rezistența ohmică $R$ și conductanța laterală $G$ sînt nule. Relațiile dintre datele liniei și mărimile din expresia (1) sînt:

$$T = \frac{l}{v} = l\sqrt{LC}, \tag{4}$$

$$\alpha = \frac{lL}{L_0 T} = \frac{1}{L_0}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{Z}{L_0}, \tag{5}$$

unde

$T$ este timpul de propagare pe lungimea simplă a liniei în $s$;
$Z$ — impedanța caracteristică a liniei, în $\Omega$;
$v$ — viteza de propagare pe linie, în $km \cdot s^{-1}$;
$\alpha$ — o mărime sintetică depinzînd de linie și de receptor, avînd dimensiunea $s^{-1}$, pe care vom denumi-o factor de sarcină.

În cazul unei linii cu două conductoare funcționînd ca în schema din figura 1 *b*, tensiunile la bornele celor două inductanțe au expresii și valori diferite, atît în domeniul variabilei reale [8], cît și în domeniul variabilei operaționale [9]. Relațiile care dau tensiunile $u_1$, $u_2$ sînt [8]:

$$\frac{u_{1(2)}}{2E}\Bigg|_{x=l} \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n e^{-\alpha[t-(2n+1)T_s]} L_n\{2\alpha[t-(2n+1)T_s]\}U[t-(2n+$$

$$+1)T_s] + (-)\sum_{n=0}^{N-1}(-1)^n e^{-\beta[t-(2n+1)T_d]} L_n\{2\beta[t-(2n+$$

$$+1)T_d]\}U[t-(2n+1)T_d], \tag{6}$$

pentru

$$T_s \leqslant t \leqslant (2N+1)T_s,$$

$$T_d \leqslant t \leqslant (2N+1)T_d \qquad (N = 1, 2, \ldots),$$

unde

$$\left.\begin{aligned} T_s &= \frac{l}{v_s} = l\sqrt{L_s C} = l\sqrt{(L + L_m)\,C}, \\ T_d &= \frac{l}{v_d} = l\sqrt{(L - L_m)\,(C + 2C_m)}, \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{Z_s}{L_0} = \frac{1}{L_0}\sqrt{\frac{L + L_m}{C}}, \\ \beta &= \frac{Z_d}{L_0} = \frac{1}{L_0}\sqrt{\frac{L - L_m}{C + 2C_m}}, \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

$$L_s = L + L_m, \quad L_d = L - L_m, \tag{9}$$

și în care

$L$, $C$, $L_0$ și $L_n$ au aceeași semnificație ca și la linia cu un conductor, iar

$L_m$ este inductanța mutuală lineică, în $\mathrm{H \cdot m^{-1}}$;

$C_m$ — capacitatea mutuală lineică, în $\mathrm{F \cdot m^{-1}}$.

## 2. PROPRIETĂȚI SPECIFICE ALE FUNCȚIILOR LAGUERRE ȘI MODELELE ANALOGICE ALE EXPRESIILOR CE LE CONȚIN

Polinoamele Laguerre sînt cunoscute de mult timp [11]. Fiind polinoame ortogonale, ca și seriile Fourier, se pot folosi cu succes la descompunerea unei funcții date în serii de funcții [12]. Ele au o largă aplicație în problemele fizicii matematice, printre care și în acelea ale propagării undelor electromagnetice pe liniile de transmisie lungi. Se pot utiliza și la aproximarea funcțiilor de timp descrescătoare exprimate sub forma unei tabele, a unei curbe sau într-o formulă matematică complicată. Datorită unor proprietăți caracteristice și altor funcții ortogonale și mai ales convergenței lor rapide, ele joacă un rol important în electrotehnică și în automatizare; „dar, din păcate sînt puțin cunoscute de tehnicieni și ingineri" [7].

Unul din avantajele cele mai demne de relevat ale funcțiilor Laguerre $\lambda_n$, definite ca un produs al polinoamelor Laguerre de argument $(mt)$ cu funcția exponențială $e^{-t}$, este acela că au o transformată Laplace foarte simplă:

$$\mathcal{L}[\lambda_n(t)] = \mathcal{L}[e^{-t}L_n(mt)] = \frac{(s + 1 - m)^n}{(s + 1)^{n+1}}, \tag{10}$$

unde $s$ este variabila complexă.

Această particularitate face posibilă modelarea ușoară a funcției cu ajutorul unui model fizic electric sau a unui calculator analogic, metodă propusă foarte recent [7], [13].

În figura 2 se reprezintă schema modelului unei funcţii de aproximare a unei dependenţe tabelare exprimată printr-o sumă de polinoame Laguerre, [7], [13], adaptată pentru calculatorul analogic MECAN-II [17]:

$$\bar{y}(t) = e^{-\alpha t} \sum_{k=0}^{N-1} a_k L_n(2\alpha t), \tag{11}$$

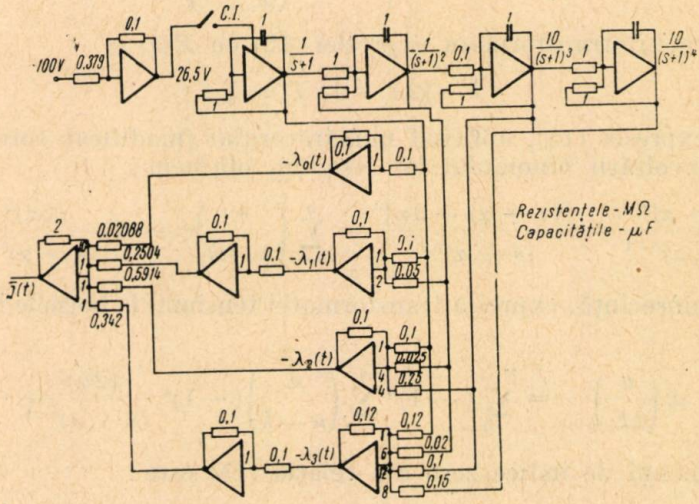



Fig. 2. — Modelul analogic al expresiei (10) programat pe calculatorul MECAN-II.

unde $a_k$ sînt coeficienţi determinaţi cu ajutorul calculatoarelor cifrice.

Diagramele obţinute pe calculator pentru funcţiile Laguerre generalizate de ordinul 0, 1, 2 şi 3 şi pentru expresia (11) sînt identice cu cele din lucrarea [13].

Datorită aceleiaşi proprietăţi, funcţiile Laguerre se pretează la cercetarea proceselor tranzitorii [14], [15], putîndu-se determina direct funcţia de timp, fără a se obţine în prealabil polurile transformatei, prin aplicarea metodei lui Tricomi [16].

Expresiile tensiunilor (1) şi (6) la bornele inductanţelor $L_0$, conectate la extremitatea liniilor lungi din figura 1, sînt nişte sume infinite de funcţii Laguerre generalizate cu $m = 2$, de argument $[t-(2n+1)T]$, înmulţit cu o mărime de dimensiunea reciprocă unui timp; ele au forma:

$$l_{n,m}[t-(2n+1)T] = e^{-\alpha[t-(2n+1)T]} L_n\{2\alpha[t-(2n+$$

$$+1)T]\}U[t-(2n+1)T]. \tag{12}$$

Pentru determinarea variaţiei tensiunilor la bornele inductanţelor (transformatoare, reactoare) este necesară cunoaşterea expresiei transformatelor Laplace ale acestor funcţii şi punerea lor sub forma unei sume de termeni de forma $1:(s+1)^k$. Cunoscînd transformata funcţiei Laguerre

generalizată, pentru $m = 2$ (vezi expresia (10)], aplicînd teorema asemănării [1], [10], [18] transformata relației (12) va fi :

$$\mathcal{L}[e^{-\alpha\xi_n} L_n(2\alpha\xi_n)] = \frac{1}{\alpha} F\left(\frac{s}{\alpha}\right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\left(\frac{s}{\alpha} - 1\right)^n}{\left(\frac{s}{\alpha} + 1\right)^{n+1}} = \frac{(s-\alpha)^n}{(s+\alpha)^{n+1}}, \tag{13}$$

unde am notat transformata expresiei (12) cu $F(s)$ și

$$t - (2n+1)\,T = \xi_n. \tag{14}$$

În expresia (13), aplicînd numărătorului (modificat corespunzător) regula dezvoltării binomului lui Newton, obținem :

$$\frac{(s-\alpha)^n}{(s+\alpha)^{n+1}} = \frac{[(s+\alpha) - 2\alpha]^n}{(s+\alpha)^{n+1}} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{n-k} (-1)^k \frac{(2\alpha)^k}{(s+\alpha)^{k+1}}. \tag{15}$$

În consecință, expresia transformatei tensiunii la bornele inductanței $L_0$ va fi :

$$\mathcal{L}\left(\frac{u}{2E}\right)_{x=l} = \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{n-k} (-1)^k \frac{(2\alpha)^k}{(s+\alpha)^{k+1}}. \tag{16}$$

Termenul de indice zero din relația (15) este :

$$\mathcal{L}\left(\frac{u}{2E}\right)^{(0)}_{x=l} = \mathcal{L}[e^{-\alpha\xi_0} L_0(2\alpha\xi_0)] = \frac{1}{s+\alpha}. \tag{17}$$

Raportul termenilor de ordin $(k)$ și $(k-1)$ și anume $f^{(k)}_{(s)}$ și $f^{(k-1)}_{(s)}$, de sub suma a doua a aceleiași expresii (15), este :

$$f^{(k)}_{(s)} : f^{(k-1)}_{(s)} = -\frac{n-k+1}{k} \cdot \frac{2\alpha}{s+\alpha} \quad (k = 1, 2, \ldots, n) \tag{18}$$

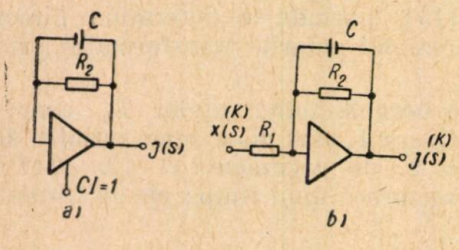



Fig. 3. — Amplificatoarele operaționale specifice modelării funcțiilor Laguerre generalizate : a) cu condiția inițială $CI = 1$, b) cu mărime de intrare $X(s)$.

Din ecuațiile amplificatoarelor operaționale din figura 3[1]) [19], [20] se deduc mărimile de ieșire $y^{(1)}_{(s)}$ și $y^{(k)}_{(s)}$, care au următoarele expresii :

$$y^{(1)}_{(s)} = \frac{1}{s + \frac{1}{CR_2}}\, y(+0), \tag{19}$$

[1]) Vezi anexa.

respectiv

$$y_{(s)}^{(k)} = -\frac{1}{cR_1} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{cR_2}} X_{(s)}^{(k)}, \tag{20}$$

unde $X(s)$ este mărimea de intrare.

Sau fiindcă

$$X_{(s)}^{(k)} = y_{(s)}^{(k-1)} \tag{21}$$

și condiția inițială $y(+0)$ este egală cu unitatea, $y(s) = \frac{1}{s + \frac{1}{cR_2}}$,

relațiile (19) și (20) devin:

$$y^{(1)}(s) = \frac{1}{s + \frac{1}{cR_2}}, \tag{19'}$$

$$y_{(s)}^{(k)} : y_{(s)}^{(k-1)} = -\frac{1}{cR_1} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{cR_2}} \cdot \tag{22}$$

Relațiile (19') și (17), respectiv (22) și (18), sînt identice dacă

$$\frac{1}{cR_2} = \alpha \rightarrow R_2 = \frac{1}{c\alpha} \tag{23}$$

și

$$\frac{1}{cR_1} = 2\alpha \rightarrow R_1 = \frac{1}{2c\alpha} \cdot \tag{24}$$

Considerînd că valoarea capacităților din reacțiile amplificatoarelor operaționale din calculatorul MECAN-II sînt $c = 1\ \mu F$, rezistențele de intrare $R_1$ și din reacție $R_2$ se obțin din relațiile:

$$R_2 = \frac{1}{\alpha}\ M\Omega, \tag{23'}$$

$$R_1 = \frac{1}{2\alpha}\ M\Omega, \tag{24'}$$

sau pentru amplificări ale timpului calculatorului $\tau$ de $k_t$ ori, $\tau = k_t t$:

$$R_2 = \frac{k_t}{\alpha}\ M\Omega, \tag{23''}$$

$$R_1 = \frac{k_t}{2\alpha}\ M\Omega. \tag{24''}$$

Coeficienții $\frac{n-k+1}{k}$ din relația (18) sînt constanți pentru un $n$ dat, iar $\alpha$ este un parametru cuprins între 0 și $\infty$.

În figura 4 se arată modelul analogic al expresiei (16) pentru $n = 5$. Se observă că modelarea este o combinație de modele ale unor expresii

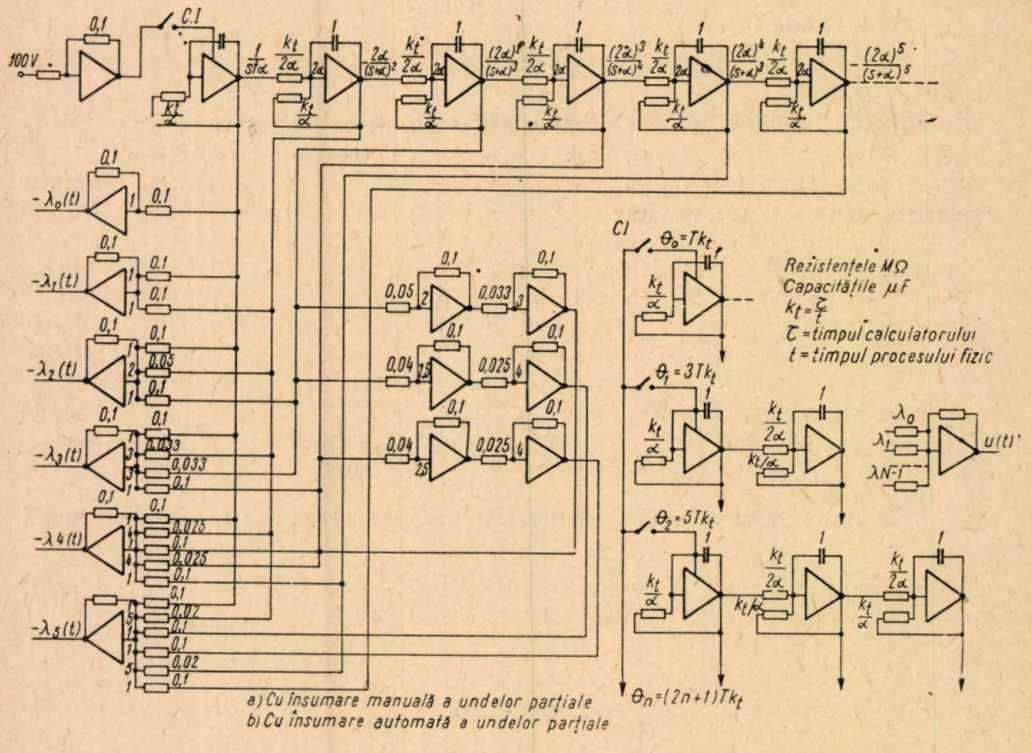



Fig. 4. — Modelul analogic al expresiei (16): a) cu însumare manuală, b) cu însumare automată.

matematice cu unele acționări fizice specifice procesului studiat [20]. Într-adevăr variabilele independente auxiliare $\xi_n$ indică întîrzierea aplicării undei parțiale de ordinul $n$, întîrziere egală cu

$$\theta = (2n + 1)\, T, \tag{25}$$

pentru timpul real în secunde, respectiv pe calculator

$$\theta_c = (2n + 1)\, T \cdot k_t. \tag{26}$$

Cu ajutorul schemei din figura 4 *b*, prin modelare repetată de la $k = 0$ a fiecărei unde parțiale se poate obține direct tensiunea relativă la bornele inductanței, fapt foarte util în studiul propagării undelor. Schema respectivă prezintă însă și unele dezavantaje. Necesită un număr foarte mare de amplificatoare, deoarece pentru fiecare funcție generalizată Laguerre se reia șirul amplificatoarelor de la început. Astfel, pentru șase

unde parțiale sînt necesare 21 amplificatoare operaționale de tip integrator și șapte de tip sumator. Pe calculatorul MECAN-II s-ar putea obține deci numai zece unde parțiale, limitarea fiind datorită amplificatoarelor operaționale de tip integrator. Un alt dezavantaj se datorește faptului că variațiile în salt la apariția undelor parțiale este atît de bruscă încît acul înregistratorului nu le poate urmări, desprinzîndu-se, astfel că pot apare erori de înregistrare. În fine, un al treilea dezavantaj constă în faptul că este necesar un sistem complicat de comandă și programare a intrării în funcțiune cu întîrziere a grupurilor de amplificatoare ce modelează fiecare undă parțială.

Cu o precizie mai bună numai în punctele de salt și pentru un număr mai mare de unde parțiale, aceeași undă se poate modela înregistrînd pe o singură diagramă componentele respective, cu întîrzierea specifică ordinului lor, cu pornire manuală repetată pentru fiecare din ele. Însumarea undelor parțiale în punctele de salt ale curbei rezultante se face tot manual. Această metodă necesită timp mai mult datorită faptului că la ridicarea diagramelor pe calculator se oprește înregistrarea după fiecare undă parțială, se deplasează originea cu întîrzierea respectivă $\theta$, se schimbă semnul condițiilor inițiale și se repornește înregistrarea; după scoaterea de pe calculator a diagramei se face manual însumarea undelor parțiale în punctele de salt. Cu această schemă, reprezentată în fig. 4*a*, se pot obține pe același calculator un număr mai mare de unde parțiale (cca 18), de această dată limitarea fiind datorită rezistențelor decadice, al căror număr crește mult cu ordinul undei parțiale.

### 3. UNELE CONSIDERAȚII DERIVATE DIN ANALIZA REZULTATELOR OBȚINUTE PRIN MODELAREA ANALOGICĂ A TENSIUNII LA BORNELE INDUCTANȚEI

Analiza sumară a expresiilor (1) și (6) arată că valoarea tensiunii la extremitatea receptor a liniei depinde de lungimea ei $l$, de mărimea sintetică $\alpha$, dependentă de parametrii lineici $L$ și $C$, precum și de inductanța receptorului $L_0$ și de numărul de unde parțiale duble $N$, considerate în calcul, care fixează eroarea față de valoarea totală a tensiunii cînd $N \to \infty$.

Subliniem faptul că deși tensiunea finală la bornele inductanței este o sumă infinită de funcții Laguerre generalizate, totuși, datorită întîrzierii $\theta = (2n+1)T$, pentru timpi $t \leqslant \theta$, valoarea ei poate fi cunoscută exact, deoarece suma infinită se referă la evoluția în timp și nu în spațiu.

3.1. *Influența parametrului $\alpha$ asupra desfășurării procesului tranzitoriu.* Din relația (5) de definire a parametrului $\alpha$ se observă că elementele sale componente sînt parametrii lineici $L$, $C$ și inductanța receptorului $L_0$. Dacă considerăm că în procesul de transmitere a energiei electromagnetice elementele componente de bază sînt sursele și receptoarele, rețelele constituind elemente de legătură pasive, de transmitere cu întîrziere a energiei electromagnetice, avînd caracteristici de receptor, putem afirma că parametrul $\alpha$ este parametrul ce caracterizează influența sarcinii, în care am inclus sarcina propriu-zisă și o sarcină caracteristică a liniei — impedanța de undă — și de aceea l-am denumit factor de sarcină.

Din studiul funcțiilor Laguerre generalizate [21] se observă că atît viteza de descreștere cît și abscisa ultimului zero cresc cu ordinul lor. Amplitudinea funcției descrește cu creșterea argumentului pentru același

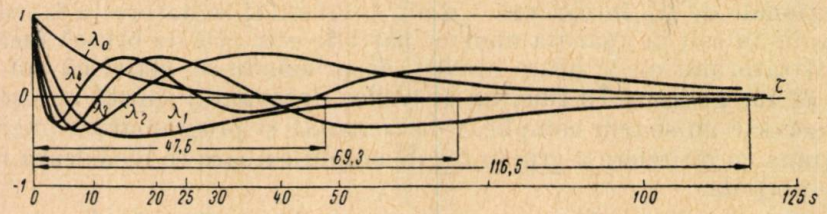



Fig. 5. — Funcțiile $\lambda_0(\tau) - \lambda_4(\tau)$ pentru $\alpha = 1$, $k_t = 10$.

$n$, fapt care conduce la concluzia că durata undelor parțiale reprezentate de o astfel de funcție trebuie să scadă.

În tabela 1 și în figura 5 se reprezintă variația duratei primelor cinci unde parțiale $\lambda_0 - \lambda_4$ pentru $\alpha = 1$ și $k_t = 10$.

*Tabela 1*

| $\lambda(t)$ \ $\alpha$ | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,8 | 1,0 | 1,5 | 2 | 5 | 10 | 20 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\lambda_0(t)$ | 66,2 | 34,4 | 21 | 13,5 | 10,6 | 7,8 | 6,5 | 3,8 | 2,8 | — | — | — | — |
| $\lambda_1(t)$ | 71,0 | 37 | — | 24 | 14,8 | — | 8,0 | — | 4,0 | 2,0 | 1,6 | — | — |
| $\lambda_2(t)$ | — | 50 | — | — | 20,4 | — | 10,7 | — | 5,1 | 2,4 | 1,1 | — | — |
| $\lambda_3(t)$ | — | 60 | — | — | 23 | — | 12,8 | — | — | 2,5 | 1,3 | 0,6 | 0,2 |
| $\lambda_4(t)$ | — | 72 | — | — | — | — | 15,8 | — | — | 3,1 | 1,6 | 0,8 | 0,17 |
| $\lambda_5(t)$ | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 3,2 | — | — | — |

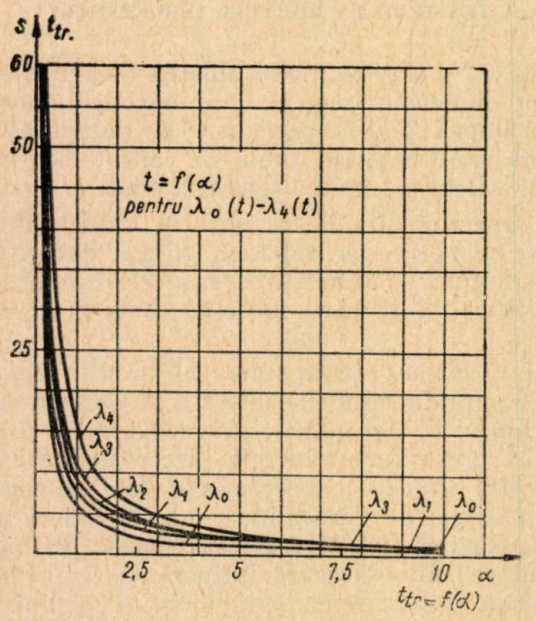



Fig. 6. — Curbele $t = f(\alpha)$ pentru $\lambda_0(t) - \lambda_4(t)$.

Se vede că pentru un același $\alpha$ durata procesului în general crește o dată cu creșterea numărului de ordine al undei parțiale.

În figura 6 sînt date curbele $t_{tr} = f(\alpha)$ în raport de $\lambda$ ca parametru, pentru undele $\lambda_0 - \lambda_4$ ($t_{tr}$ — timp tranzitoriu). Se observă alura hiperbolică a acestor curbe. Subliniem că valorile lui $\alpha$ întîlnite în practică, condiționate de transformatoare și reactoare, sînt cuprinse între 3 și 30 $s^{-1}$.

Datele din tabela 1 și curbele din figura 6 arată că la astfel de valori ale lui $\alpha$ durata procesului tranzitoriu a undelor parțiale se reduce la cîteva zecimi de secundă.

Rezultă din observațiile menționate în acest paragraf că studiul funcțiilor Laguerre generalizate ne indică influența parametrului de sarcină în procesul de propagare tranzitoriu.

3.2. *Influența lungimii și a numărului undelor asupra valorii tensiunii în punctele de salt.* În tabela 2 sînt cuprinse valorile tensiunii în punctele de salt după o durată de $(2n+1)\ T$, obținute pe calculatorul analogic, pentru diferite lungimi de linii, pentru $\alpha = 10$.

*Tabela 2*

| $N$ | $l$[km] / $\times T$ | 75 | 150 | 300 | 450 | 600 | 900 | 1500 | 2100 | 3000 | 6000 | Obs. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 0,0 | 0,0 | 0,04 | 0,054 | 0,065 | 0,087 | 0,13 | 0,195 | 0,35 | 0,59 | $v = c$ |
| 2 | 5 | 2,02 | 2,043 | 2,065 | 2,065 | 1,935 | 2,109 | 2,804 | 2,305 | 2,41 | 2,61 | $T_{300\ km} =$ |
| 3 | 7 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,1 | 0,109 | 0,17 | 0,283 | 0,413 | 0,495 | 1,09 | $= 10^{-3}$ s |
| 4 | 9 | 2,04 | 2,065 | 2,152 | 2,26 | 2,174 | 2,196 | 2,35 | 2,543 | 2,65 | 3,19 | |
| 5 | 11 | 0,0 | 0,0 | 0,04 | 0,13 | 0,13 | 0,19 | 0,37 | 0,565 | 0,87 | 1,22 | |
| Durata totală pt. N = 5 | | 2,75 | 5,5 | 11,0 | 16,5 | 22,0 | 33 | 55 | 77 | 110 | 220 | ms reale |
| Valoarea absolută a amplitudinii-x $u_0$ | | 2,04 | 2,065 | 2,192 | 2,39 | 2,34 | 2,386 | 2,718 | 3,108 | 3,52 | 4,41 | |

Rezultatele din acest tabel și din figura 7 arată următoarele :

— Tensiunea maximă la bornele inductanței crește odată cu numărul de ordine (pare) a lui $N$ din expresia undelor parțiale.

— Pînă la lungimea de 450 km, tensiunea maximă crește odată cu lungimea, scade apoi, pînă la 600 km și crește iar continuu, pînă la 6000 km. Zona de variație a tensiunii maxime este între $2\ u_0 — 3{,}19\ u_0$ .

— Tensiunea are și valori negative pentru $N$ impar. Valoarea absolută a amplitudinilor variază între $2{,}04\ u_0 — 4{,}41\ u_0$ cu o alură similară tensiunii maxime.

— Întrucît procesul tranzitoriu specific comutațiilor durează pentru tensiuni armonice pînă la 70 ms [22], rezultă că numărul undelor parțiale luate în considerare trebuie să fie dependent de lungimea liniei.

3.3. *Variația maximelor tensiunii și a valorii absolute a amplitudinilor pentru $\alpha$ și $l$ variabile.* Studiul proceselor tranzitorii la conectarea sau deconectarea unei inductanțe necesită stabilirea unor dependențe funcționale la variația în limitele practice ale întregului domeniu al lungimii liniei, al sarcinii și a parametrilor lineici $L$, $C$. Mai exemplificăm modelarea funcțiilor Laguerre prin modelarea a patru lungimi de linii uzuale de 75, 150, 300 și 600 km, cu factori de sarcină variind între 5 și 1000. În tabela 3 și în figura 8 se prezintă rezultatele obținute.

În figura 8 se arată la scară semilogaritmică variația tensiunilor maxime în funcție de $\alpha$ pentru cele patru lungimi de linii uzuale. Se observă că tensiunile maxime cresc în general cu $\alpha$ și cu lungimea liniei. Există totuși o zonă cuprinsă între $10 < \alpha < 50$, unde tensiunile maxime

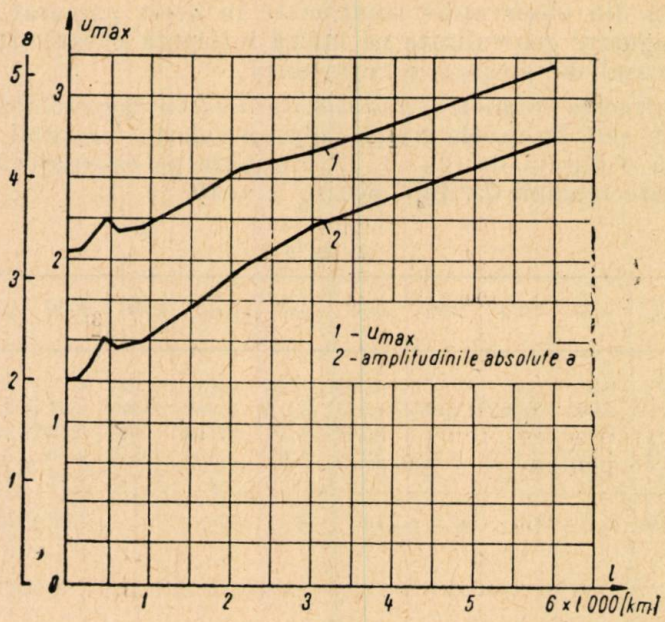



Fig. 7. — Curbele $u_m = f(l)$ şi amplitudinea $a = f(l)$.

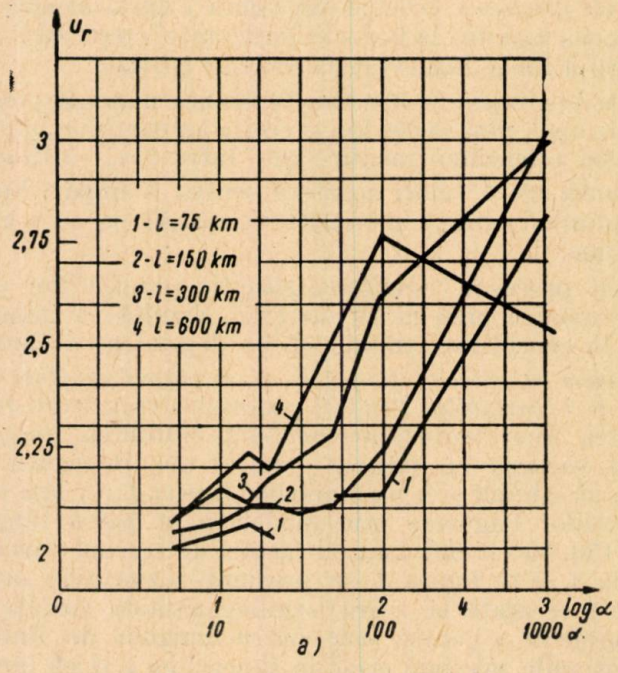



Fig. 8. — Curbele $u_m = f(\alpha)$.

*Tabela 3*

| $l$(km) / $\alpha$ | 75 | | | 150 | | | 300 | | | 600 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $u_m$ | $N$ | $u_m + \lvert -u_m \rvert$ | $u_m$ | $N$ | $u_m + \lvert -u_m \rvert$ | $u_m$ | $N$ | $u_m + \lvert -u_m \rvert$ | $u_m$ | $N$ | $u_m + \lvert -u_m \rvert$ |
| 5 | 2,0 | — | 2,0 | 2,043 | 2 | 2,076 | 2,065 | 4 | 2,095 | 2,065 | 4 | 2,175 |
| 10 | 2,04 | 4 | 2,04 | 2,065 | 4 | 2,065 | 2,152 | 4 | 2,192 | 2,174 | 4 | 2,34 |
| 15 | 2,06 | 4 | 2,06 | 2,109 | 4 | 2,139 | 2,109 | 4 | 2,199 | 2,239 | 4 | 2,479 |
| 20 | 2,03 | 2 | 2,07 | 2,109 | 4 | 2,179 | 2,174 | 4 | 2,324 | 2,195 | 4 | 2,455 |
| 30 | — | — | — | 2,087 | 4 | 2,217 | 2,217 | 4 | 2,287 | 2,348 | 4 | 2,848 |
| 50 | 2,13 | 4 | 2,21 | 2,109 | 4 | 2,239 | 2,38 | 4 | 2,61 | 2,52 | 4 | 3,15 |
| 100 | 2,13 | 4 | 2,29 | 2,24 | 4 | 2,52 | 2,615 | 4 | 3,113 | 2,76 | 4 | 3,958 |
| 1 000 | 2,805 | 4 | 3,960 | 3,0 | 4 | 4,65 | 2,915 | 2 | 4,567 | 2,54 | 4 | 3,846 |

au tendința de scădere sau de menținere la o valoare constantă. Este interesantă variația tensiunii pentru linia de 600 km, care prezintă un maximum 2,76 pentru $\alpha = 100$ și scade la 2,54 pentru $\alpha = 1000\ s^{-1}$.

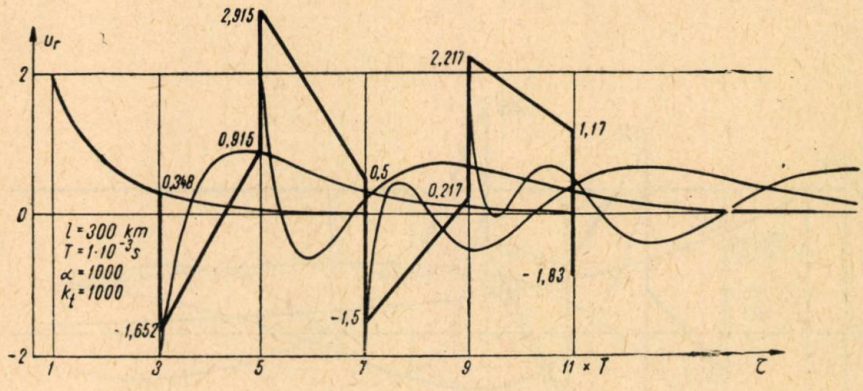
De asemenea, amplitudinile $a$, în valoare absolută, ne indică o solicitare extrem de mare a izolației inductanței pentru valori mari ale factorului $\alpha$, adică pentru valori mici ale inductanței de sarcină.

În fig. 9*a*, *b* se arată cîteva din diagramele obținute pe calculator și variația schematizată a tensiunii rezultante.

Din analiza acestor figuri rezultă următoarele:

a) Trebuie să existe anumite valori ale lui $\alpha$ și ale lungimii liniei pentru care solicitarea izolației este minimă.

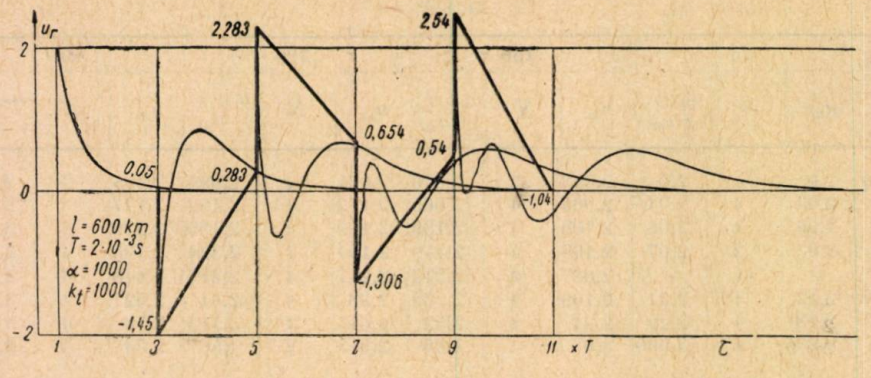
b) Solicitarea în timp a izolației, dată de caracteristica volt-secundă, scade pe măsură ce crește $\alpha$ pentru o lungime de linie dată, deci distrugerea acesteia prin efect termic este mai puțin probabilă.



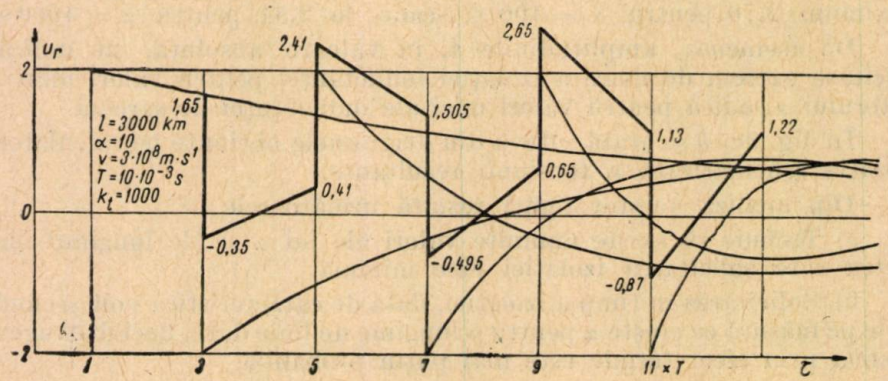

*a*

Fig. 9*a*. — Diagramele $u = f(t, N)$ pentru $\alpha = 10$ și $l = 300$ km.

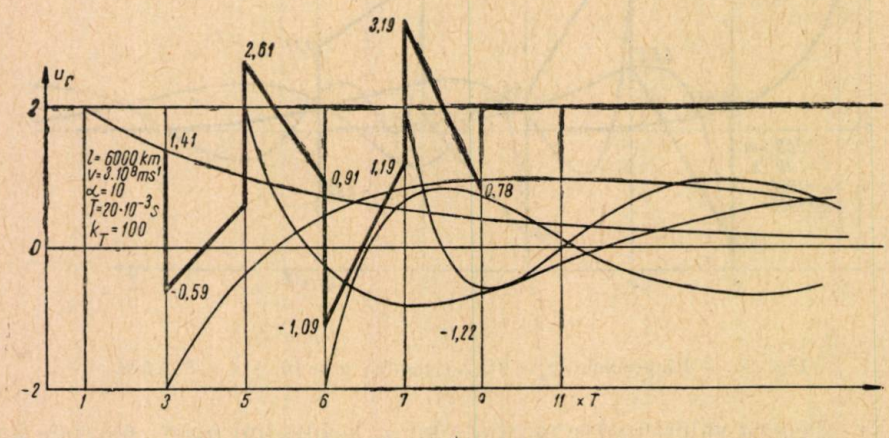
c) Pentru valori foarte mari ale lui $\alpha$, la lungimi foarte mari de linii este posibilă stingerea unor unde parțiale de ordin scăzut, înainte de sosirea la receptor a altor unde de ordin mai ridicat.




*b*




*c*




*d*

Fig. 9*b*. — Diagramele $u = f(t, N)$ pentru $\alpha = 10$, 1000 și $l = 600$, 3000 și 6000 km.

d) Valorile maxime și oscilațiile care dau amplitudini din ce în ce mai mari au loc aproape în toate cazurile studiate la sosirea celei de-a 4 unde parțiale.

3.4. *Studiul cazurilor limită.* În cazul cînd linia este în scurtcircuit la extremitatea receptor, rezultă că inductanța $L_0$ trebuie să fie nulă. În această situație $\alpha = \infty$. Expresia tensiunii la bornele acestei inductanțe conform expresiei (1) este

$$\left.\frac{u}{2E}\right|_{x=l} = \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n \, e^{-\infty[t-(2n+1)T]} \, L_n\{\infty\,[t-(2n+ \\ +1)\,T]U[t-(2n+1)\,T]\}. \tag{27}$$

Pentru valoarea infinită a lui $\alpha$ partea dreaptă devine $0.\infty$. Aplicînd regula lui Hospital expresiei (27) pentru variabila $\alpha$ obținem

$$\lim_{\alpha\to\infty} \left.\frac{u}{2E}\right|_{x=l} = \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n \frac{\{-[t-(2n+1)T]\}^n \, e^{-\alpha[t-(2n+1)T]}}{\frac{1}{2\,[t-(2n+1)\,T]}} \times$$

$$\times U\,[t-(2n+1)\,T] = \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n \cdot 0 \cdot U\,[t-(2n+1)\,T]. \tag{28}$$

Fizic se poate concepe că tensiunea la bornele inductanței scurt-circuitate este formată dintr-un șir infinit de impulsuri de amplitudine 2, alternate, distanțate cu $2T$ unul de altul, de durată practic zero, ceea ce dă rezultanta zero. Aceasta, pentru faptul că pentru $\alpha$ foarte mare funcția Laguerre scade instantaneu la zero.

În cazul liniei în gol, inductanța este infinită, iar factorul de sarcină $\alpha$ este zero. Cu această valoare expresia (1) devine:

$$\left.\frac{u}{2E}\right|_{x=l} = \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n \, e^{-0[t-(2n+1)T]} \, L_n\{0\,[t-(2n+1)]\}\,U[t-(2n+1)\,T] =$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n U[t-(2n+1)\,T]. \tag{29}$$

Funcția Laguerre generalizată, de argument zero, are valoarea 1. Deci tensiunea la capătul receptor al liniei în gol (inductanță infinită) va fi dată de un șir infinit de exponențiale de putere zero — un șir de unde de tensiune treaptă de amplitudini egale și opuse, avînd originile decalate cu întîrzierea $(2n+1)\,T$. Tensiunea rezultantă va fi o curbă periodică dreptunghiulară de amplitudini 0 și 2 $E$ și de perioadă 2 $T$.

## 4. CONCLUZII

În lucrare s-a extins pentru prima dată modelarea analogică a funcțiilor generalizate Laguerre la studiul proceselor de propagare a undelor electromagnetice pe liniile fără pierderi avînd la capăt un receptor inductiv.

S-a modelat în prealabil pe calculatorul analogic MECAN-II, în scopul verificării metodei, un exemplu indicat în literatură pentru aproximarea unei funcții date prin polinoame Laguerre obținîndu-se rezultate similare.

S-a analizat variația duratei funcțiilor Laguerre (a undelor parțiale) cu parametrul $\alpha$, găsindu-se o dependență de tip hiperbolic.

S-a analizat influența parametrilor de care depinde tensiunea — — factorul de sarcină $\alpha$ și lungimea liniei $l$ — variindu-se în limite largi $5 \leqslant \alpha \leqslant 1000$ și $75 \text{ km} \leqslant l \leqslant 6000 \text{ km}$.

S-a găsit că tensiunile maxime la bornele inductanței cresc în general cu $\alpha$ și cu lungimea liniei, ajungînd la $3\,u_0$ pentru $\alpha=1000$ și $l = 300$ km.

De menționat cu numărul undelor parțiale duble înregistrate a fost de numai 5, fapt care a condus la durate (studiate) cu atît mai mici cu cît linia este mai scurtă, 2,75 ms la linie de 75 km, 22 ms la linia de 600 km și 220 ms la linia de 6000 km.

Alura tensiunii rezultate la unele diagrame înregistrate, precum și variația maximelor și a valorilor absolute a amplitudinilor, prezentînd unele porțiuni descrescătoare cu $\alpha$ sau cu lungimea liniei, cum e cazul liniei de 600 km pentru $\alpha = 1000$, sau cum e cazul la toate cele patru lungimi de linie pentru $\alpha$ cuprins între 10 și 100, conduce la ideea existenței unui minim a valorilor maxime a tensiunii.

Metoda prezentată în lucrare are marele avantaj că pentru $t \leqslant (2N+1)\,T$ procesul tranzitoriu este studiat exhaustiv, spre deosebire de utilizarea seriilor Fourier la care se neglijează componentele de ordin mai mare ca $N$, datorită faptului că toate undele încep din momentul $t = 0$.

## *ANEXA 1*

## ECUAȚIILE AMPLIFICATOARELOR OPERAȚIONALE CARE MODELEAZĂ FUNCȚIILE LAGUERRE

1. *Funcția Laguerre generalizată de gradul zero.*

Aceasta are expresia

$$\lambda_0(t) = e^{-\alpha t} L_0(2\alpha t). \tag{A.1}$$

Dar $L_0(t) = 1$, deci

$$\lambda_0(t) = e^{-\alpha t}. \tag{A.2}$$

Ecuația amplificatorului operațional (fig. 3*a*) este

$$c \frac{d\bar{y}}{d\tau} + \frac{\bar{y}}{R_2} = 0. \tag{A.3}$$

După unele transformări, obținem

$$\frac{d\bar{y}}{\bar{y}} = -\frac{1}{cR_2} d\tau. \tag{A.4}$$

După integrarea ecuației (A.4), rezultă:

$$\log \frac{\overline{y}}{k_1} = -\frac{\tau}{cR_2}, \tag{A.5}$$

unde

$k_1$ este o constantă de integrare ce se deduce din condițiile inițiale,

$\overline{y}$ — mărimea de ieșire,

$\tau$ — timpul calculatorului.

Eliminînd logaritmul din expresia (A.5), obținem:

$$\overline{y} = k_1 \, e^{-\frac{\tau}{cR_2}}. \tag{A.6}$$

Trecînd la mărimile reale $y$ și $t$ ale procesului studiat avem relațiile de similitudine

$$\overline{y} = k_y \, y, \quad \tau = k_t \, t. \tag{A.7}$$

Din (A 7) și (A.6) rezultă

$$y = k \, e^{-\frac{k_t}{cR_2} t}. \tag{A.8}$$

Punînd condiția ca pentru $t = 0$, $y = 1$ rezultă

$$k = 1, \tag{A.9}$$

deci

$$y = e^{-\frac{k_t}{cR_2} t}. \tag{A.8'}$$

Expresia (A.8') se poate deduce și pe cale operațională. În acest scop, aplicînd transformata Laplace expresiei (A.3) obținem:

$$s\overline{y}(s) - \overline{y}(+0) + \frac{1}{cR_2}\overline{y}(s) = 0, \tag{A.10}$$

de unde rezultă

$$\overline{y}(s) = \frac{\overline{y}(+0)}{s + \frac{1}{cR_2}}. \tag{A.11}$$

Trecînd la originalul funcției $y(s)$ la timpul $\tau$ al calculatorului, obținem

$$\overline{y}(\tau) = \overline{y}(+0) \, e^{-\frac{1}{cR_2}\tau} \tag{A.12}$$

sau la mărimile reale, ținînd seama de (A.7),

$$y(t) = y(+0) \, e^{-\frac{k_t}{cR_2} t}. \tag{A.13}$$

Cu condiția inițială $y(+0) = 1$ rezultă aceeași expresie ca și la (A.8'):

$$y(t) = e^{-\frac{k_t}{cR_2} t}. \tag{A.13'}$$

## 2. FUNCȚIA LAGUERRE DE GRADUL $k$

Expresia acestei funcții este

$$\lambda_k(t) = e^{-\alpha t} L_k(2\alpha t). \tag{A.14}$$

Vom calcula numai prin metoda operațională. Ecuația amplificatorului operațional (fig. 3 *b*) este:

$$\frac{X_{(s)}^{(k)}}{Z_i(s)} + \frac{y_{(s)}^{(k)}}{Z_r(s)} = 0, \tag{A.15}$$

unde

$X_{(s)}^{(k)}$ este mărimea de intrare în amplificatorul de ordin $k$,
$y_{(s)}^{(k)}$ — mărimea de ieșire;
$Z_i(s)$ — impedanța de intrare;
$Z_r(s)$ — impedanța din reacție.

Dar

$$X_{(s)}^{(k)} = y_{(s)}^{(k-1)}. \tag{A.16}$$

Ținînd seama de expresiile echivalente ale impedanțelor de intrare și de reacție, rezultă

$$y_{(s)}^{(k)} = -\frac{1}{cR_1} \cdot \frac{1}{s + \dfrac{1}{cR_2}} X_{(s)}^{(k)} \tag{A.17}$$

sau

$$y_{(s)}^{(k)} : X_{(s)}^{(k)} = -\frac{1}{cR_1} \cdot \frac{1}{s + \dfrac{1}{cR_2}}. \tag{A.18}$$

## BIBLIOGRAFIE


1. K. W. Wagner, A. Thoma, *Operatorenrechnung und Laplacesche Transformation nebst Anwendungen in Physik und Technik*, 3 Auflage, Johan Ambrosius, Berth-Leipzig, 1962.
2. C. Dinculescu, G. Drăgan, I. Adămuț, *La coordination de l'isolement des instalations electroenergetiques d'haute tension*, Bul. Inst. Polit. Bucarest, **XXVI**, *6*, 57—77 (1964).
3. Ph. Sporn, J. Nagel, W. S. Price, *Transport de l'energie electrique aux Etats-Unis. Previsions pour l'an 2000*, Paris, CIGRE, Rap. 412, 1964.
4. I. Adămuț, *Contribuții la problema rezolvării analogice a ecuațiilor de propagare pe linii multifilare cu pierderi*, St. cerc. energ. electr., *4* (1967).
5. N. N. Lebedev, *Funcții speciale și aplicațiile lor* (traducere din limba rusă), Edit. tehnică, București, 1957.
6. Н. Н. Лебедев, И. П. Скальская, Я. С. Уфлянд, *Сборник задач по математической физике*, ГИТТЛ, Москва, 1955.
7. H. G. Bürgin, *Kurvenapproximation mittels verallgemeinerter Laguerre — Functionen*, Bul. ASE, **57**, *3*, 95—101 (1966).

8. I. ADĂMUȚ, *Propagarea undelor electromagnetice pe linii cu două conductoare fără pierderi*, Memoriu intern — Institutul de energetică (1965).
9. I. ADĂMUȚ, *L'étude de l'influence des parametres lineiques mutuels sur la propagation des ondes electromagnetiques d'une ligne a deux conducteurs par la méthode de la superposition*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ., **12**, *1* (1967).
10. GYÖRGY FODOR, *Laplace transforms in Engineering*, Akademiai Kiado, Budapest, 1965.
11. E. N. LAGUERRE, *Sur l'integrale* $\int_x^\infty e^{-x} x^{-1} dx$, Bull. de la Société mathematique de France, *7*, 72—81 (1879).
12. Р. КУРАНТ, Д. ГИЛЬБЕРТ, *Методы математической физики*, I. ГИТТЛ, Москва, Ленинград, 1951.
13. G. H. BÜRGIN, *Function Generation on Analog Computer Using Generalized Laguerre Functions*, Simulation, *4*, *3*, 152—156 (1965).
14. W. E. WARD, *The Calculation of Transients in Dynamical Systems*, Proc. Cambridge Philosophical Society, **50**, Part. 1, 49—59 (1954).
15. J. W. HEAD, *Approximation to Transients by Means of Laguerre Series*, Proc. Cambridge Phisolophical Society, **52**, part. 4, 640—651 (1956).
16. F. TRICOMI, *Transformazione di Laplace e polinomi* di Laguerre I.R.C. Accad. Lincei Ser **6**, *21*, 235, par. 3 (1935).
17. V. M. POPOV, N. N. TĂTARU, T. N. BĂJENESCU, *Calculatorul analogic MECAN-II*, St. cercet. energ. electr., **13**, *2*, 291 (1963).
18. Г. ДЁЧ, *Руководство к практическому применению преобразования Лапласа*, Перевод со второго немецкого издания. Изд. Наука Москва, 1965.
19. G. A. KORN, T. M. KORN, *Electronic Analog and Hybrid Computers*, Mc. Graw-Hill Book New York, San Francisco, Toronto-London, 1964.
20. HANDEL, *Electronic Computers*, Wien-Springer, Verlag, 1961.
21. J. W. HEAD, W. P. WILSON, *Laguerre Functions Tables and Properties*, Proc. IEE Part. C. Monographs, **103**, 428—440 (1956).
22. I. ADĂMUȚ, *Analiza fenomenului de deconectare a unei linii în gol cu un întreruptor cu ulei puțin*, St. cerc. energ. electr., **14**, *1*, 99—111 (1964).

# UTILIZAREA METODEI LUI RITZ ÎN DETERMINAREA PROCESELOR DE REGLARE OPTIMALE

DE

MIRCEA CEHAN-RACOVIȚĂ

621.7.078

Caracterul adecvat al criteriilor de calitate poate fi elucidat în măsură importantă, determinînd procesul optimal (extremala) pe care îl definesc. Această problemă este studiată în lucrare, referitor la criteriile integrale pătratice ponderate. Determinarea extremalei are loc în condiții generale idealizate, constituind o reprezentare relativ fidelă a sistemelor reale. Procesele optimale teoretice deduse permit urmărirea calitativă și cantitativă a efectului funcției pondere $\varphi(t) = t^{2k}$.

## 1. INTRODUCERE

Utilizarea criteriilor integrale în caracterizarea globală a proceselor tranzitorii și mai departe la sinteza sistemelor de reglare automată, pune problema legitimă a proceselor optimale definite de aceste criterii. Pînă nu demult, această problemă era examinată exclusiv pe baza practicii de proiectare sau pe diferite sisteme particulare. Lucrări ulterioare aparținînd lui A. A. Krasovski și A. A. Feldbaum au abordat problema într-o formulare generală [1], [2], prin metode variaționale [3], [4].

În lucrările citate nu se ia însă în considerare nici o condiție de realizabilitate fizică a sistemului. Împrejurarea amintită face ca extremala definită de criterii să fie uneori mult diferită de procesul dinamic, care se desfășoară în sistemul real optimizat. Condiția de realizabilitate fizică a fost introdusă de A. I. Tupitzyn [5], [6], [7] sub formă idealizată a unei benzi de frecvență finită pentru mărimea de ieșire, mai exact pentru cosinus-transformata acesteia.

Criteriile integrale pătratice *ponderate*

$$I_{\varphi}\{x(t)\} \equiv \int_0^{\infty} \varphi(t)\, x^2(t)\, \mathrm{d}t = \min \qquad (\varphi(t) > 0, \text{ dacă } t > 0), \tag{1}$$

propuse de Graham Dunstan, R. C. Lathrop [8], $\varphi(t) = t, t^2, \ldots$, și reluate de J. H. Westcott și H. H. Rosenbrock [9], [10], nu au fost

investigate pînă în prezent sub aspectul proceselor optimale teoretice pe care le definesc. Aceste criterii prezintă în comparație cu criteriul pătratic generalizat [4], [6], avantajul de a defini procese optimale teoretice, care sînt ca alură independente de banda de trecere a sistemului optimizat.

Lucrarea de față își propune să stabilească procesele optimale sau în limbaj al calculului variațional, extremalele definite de clasa de criterii (1), unde

$$\varphi(t) = t^{2k} \quad (k = \text{număr natural}), \tag{2}$$

în condițiile

$$x(0) = \text{const} \tag{3}$$

și

$$\left.\begin{aligned} &X(\omega) = \int_0^{\infty} x(t) \cos \omega t \, dt = 0, \\ &\text{dacă } \omega > \omega_0; \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

(a se vedea [5], [6]). Relația (3) este o condiție de scară a procesului, care asigură dependența valorii funcționalei $I_\varphi$ exclusiv de forma procesului $x(t)$. Condiția (4) exprimă proprietatea de spectru de frecvență finit al consinustransformatei $\mathcal{F}_c\{x(t)\} = X(\omega)$. Ținînd seama de ultima condiție, (3) se mai exprimă astfel:

$$\frac{2}{\pi}\int_0^{\omega_0} X(\omega)\, d\omega = x(0). \tag{5}$$

Deducerea extremalelor se va face în mod euristic, dezvoltări matematice riguroase fiind destinate unei alte lucrări a autorului [11]. De remarcat că, stabilirea procesului optimal în cazul $k = 0$ [5]:

$$x(t) = x(0)\,\frac{\sin \tau}{\tau} \qquad (k = 0). \tag{6}$$

($\tau = \omega_0 t$) necesită de asemenea precizări esențiale în legătură cu neintegrabilitatea absolută a funcției $x(t)$. Criteriile curente: Jordan, Dini, de convergență a integralei Fourier, utilizează tocmai această proprietate de integrabilitate absolută.

## 2. CONSIDERARE CRITICĂ A CONDIȚIEI DE REALIZABILITATE FIZICĂ

Aparent condiția (4) se îndepărtează mult de situația reală. Funcțiile $x(t)$ ce descriu procesele din sistemele de reglare automată, datorită faptului că perturbațiile standard se aplică brusc, posedă o bandă de frecvență nemărginită.

În realitate, condiția (4) impune o bandă finită de frecvență numai părții reale a transformatei Fourier $A(j\omega)$, spectrul funcției $x(t)$ întinzîndu-se pînă la infinit. De fapt o astfel de condiție ar fi inaplicabilă lui $A(j\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\}$; părțile reală și imaginară ale funcției complexe $A(j\omega)$ sînt interdependente, neputîndu-se realiza simultan:

$$X(\omega) = \operatorname{Re} A(j\omega) = 0,$$

și

$$Y(\omega) = \operatorname{Im} A(j\omega) = 0.$$

Pentru exemplificare, se consideră cazul extremalei (6). Cosinustransformata este

$$X(\omega) = \begin{cases} \dfrac{\pi x(0)}{2\omega_0}, & \text{dacă } \omega < \omega_0, \\ 0, & \text{dacă } \omega > \omega_0. \end{cases}$$

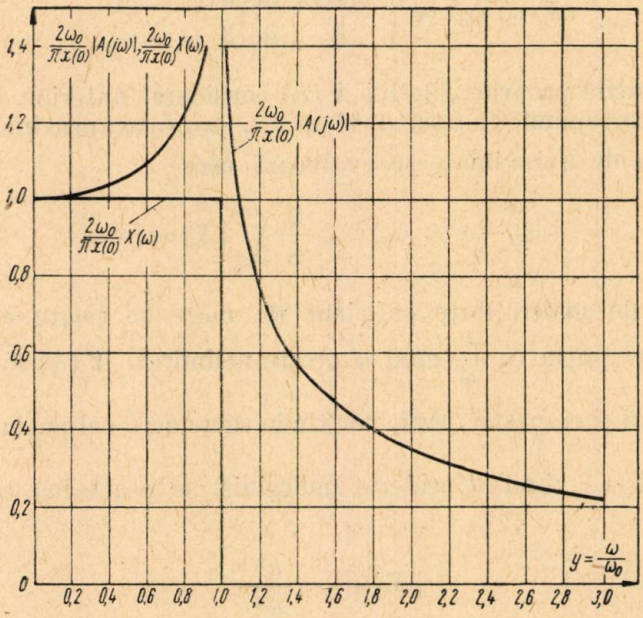



Fig. 1. — Cosinustransformata și modulul transformatei (complexe) Fourier, criteriul integral pătratic.

Sinustransformata va fi

$$Y(\omega) = \frac{x(0)}{2\omega_0} \int_0^\infty \frac{\cos(1-y)\tau - \cos(1+y)\tau}{\tau} \, d\tau,$$

sau ținînd seama de formula Frullani [12]:

$$Y(\omega) = \frac{x(0)}{2\omega_0} \ln \left| \frac{1+y}{1-y} \right| \qquad \left( y = \frac{\omega}{\omega_0} \right). \tag{7}$$

De aici rezultă pentru modulul transformatei $|A(j\omega)| = \sqrt{[X(\omega)]^2 + [Y(\omega)]^2}$ reprezentarea grafică din figura 1. Este vizibil că $A(j\omega) \neq 0$ în întreg intervalul infinit. Se poate verifica de asemenea că

$$|A(j\omega)| \to \frac{x(0)}{\omega}, \tag{8}$$

la $\omega \to \infty$. În timp ce $X(\omega) = 0$ în intervalul $(\omega_0, \infty)$, $|A(j\omega)|$ este diferit de zero în același interval, tinzînd ca $\frac{1}{\omega}$ către 0.

Din considerațiile precedente se poate conchide că, reprezentarea prin intermediul unei benzi finite (pentru partea reală a transformatei) nu constituie o descriere grosieră a proceselor studiate. Mai jos va fi arătat că, o asemenea repartizare constituie într-un anumit sens o descriere oricît de precisă.

Fie $X(\omega) = \mathcal{F}_c\{x(t)\}$, unde $x(t)$ este o variabilă de sistem real și $X(\omega, \omega_0)$ o funcție definită după cum urmează:

$$X(\omega, \omega_0) = \begin{cases} X(\omega), & \text{dacă } \omega < \omega_0, \\ 0, & \text{dacă } \omega > \omega_0. \end{cases}$$

$X(\omega, \omega_0)$ posedă proprietățile lui $X(\omega)$ considerat anterior. Funcției noi introduse îi corespunde funcția de timp $x(t, \omega_0)$, care aproximează pe $x(t)$.

Eroarea de aproximare se evaluează ușor:

$$|x(t) - x(t, \omega_0)| \leqslant \frac{2}{\pi} \int_{\omega_0}^{\infty} |X(\omega)| \, d\omega. \tag{9}$$

Cu un grad de generalitate suficient de mare se poate considera că $A(j\omega) \to 0$ cel puțin ca $\frac{1}{\omega}$ cînd $\omega$ crește nelimitat. $Y(\omega)$ și $X(\omega)$ fiind funcții impară și respectiv pară, vor tinde către zero cel puțin ca $\frac{1}{\omega}$, respectiv $\frac{1}{\omega^2}$. $X(\omega)$ fiind considerat mărginit, se poate lua constanta $a^2$ astfel încît

$$|X(\omega)| < \frac{a^2}{\omega^2}.$$

Inegalitatea (9) devine

$$|x(t) - x(t, \omega_0)| < \frac{2}{\pi} \frac{a^2}{\omega_0}. \tag{10}$$

Cu un $\omega_0$ convenabil ales, eroarea poate fi adusă în limitele dorite.

Se poate conchide că o condiție de tipul (4) discutabilă sau imposibilă în cazul lui $Y(\omega)$, respectiv $|A(j\omega)|$, poate fi pe deplin admisă pentru $X(\omega)$, datorită tinderii mai rapide la zero a consinustransformatei (cînd $\omega \to \infty$).

### 3. PRINCIPIUL METODEI LUI RITZ [13]

Nefiind necesară o prezentare mai generală, se va expune mai jos metoda Ritz particularizată la un interval $[a, b]$. Fie integrala

$$I(v) = \int_a^b F(x, v, v^{(1)}, \ldots, v^{(m)}) \, dx \tag{11}$$

şi clasa de funcţii admisibile definite printr-un ansamblu de condiţii (restricţii). Se cere funcţia (extremala) $v(x)$ din clasa funcţiilor admisibile, care minimizează funcţionala (11).

În locul funcţiei necunoscute $v(x)$ se consideră un şir $\{v_n(x)\}$ de familii de funcţii admisibile

$$v_n(x) = \psi_n(x, \alpha_1, \ldots, \alpha_n), \tag{12}$$

dependente de parametrii $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$, astfel încît înaintînd în şirul $\{v_n(x)\}$ să se treacă spre familii din ce în ce mai bogate, care includ familiile — termeni precedenţi.

Minimizarea absolută a lui $I\{v_n\}$, considerat ca funcţie de variabilele $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$, determină funcţia $v_n^*(x) = \psi_n(x, \alpha_1^*, \ldots, \alpha_n^*)$. Şirul $\{v_n^*\}$ astfel definit se numeşte şir *minimizant* al funcţionalei $I\{v\}$. Funcţia $v_n^*(x)$ constituie aproximaţia a $n$ — a pentru extremala $v(x)$, în sensul metodei Ritz.

Din multitudinea de şiruri minimizante pe care le admite o funcţională $I\{v\}$, prezintă interes şirurile care realizează la limită minimul dat de extremala $v(x)$:

$$\lim_{n\to\infty} I\{v_n^*\} = I\{v\}. \tag{13}$$

Un şir $\{v_n^*\}$ cu proprietatea (13) se numeşte *şir minimal*. Condiţia (13) este necesară pentru ca $v_n^*(x)$ să constituie o aproximaţie „corectă" a extremalei $v(x)$. Îndeplinirea condiţiei amintite poate fi asigurată printr-o selectare adecvată a şirului de familii $v_n(x)$. În acest sens, este suficient[1]) ca şirul $\{v_n(x)\}$ să aibe proprietatea de *completitudine relativă*; oricare ar fi funcţia admisibilă $v$, să existe o funcţie $\overline{v}_n$ într-o familie $v_n$, care satisface simultan inegalităţile

$$|\overline{v}_n - v| < \varepsilon, \quad |\overline{v}_n^{(1)} - v^{(1)}| < \varepsilon, \ldots, \quad |\overline{v}_n^{(m)} - v^{(m)}| < \varepsilon, \tag{14}$$

în întreg intervalul $[a, b,]$, oricare ar fi $\varepsilon > 0$.

Şirurile minimizante ce se vor considera la punctul 4.2. al lucrării îndeplinesc condiţiile (14). O investigare completă va trebui să stabilească dacă şirul minimal converge către extremală. Asupra acestui aspect nu se va insista în lucrare.

Se cere a fi remarcat fatul că, în aplicaţiile curente ale metodei Ritz se operează cu funcţii polinominale $v_n$, iar şirul de aproximaţii se întrerupe la un $n$ finit (mic). În cele ce urmează se vor adopta funcţii $\psi_n$ *simple*, deci discontinue, trecîndu-se la limită pentru găsirea soluţiei *exacte*.

### 4. DEDUCEREA PROCESELOR OPTIMALE PRIN METODA RITZ

Această metodă a fost aplicată de Tupitzyn [5], [7], care a investigat exclusiv funcţionale ce nu conţin explicit variabila timp. $X(\omega)$ trebuie să îndeplinească în cazul de faţă condiţii suplimentare, care decurg din convergenţa integralei (1). Aplicînd inegalitatea Schwarz rezultă imediat că funcţia $t^{k-1}x(t)$ este absolut integrabilă; de unde existenţa şi continui-

[1]) Dacă $F$ este continuă.

tatea transformatei $X(\omega)$ și a primelor $k-1$ derivate în întreg intervalul $(-\infty, \infty)$. Rezultă

$$X^{(\nu)}(\omega_0-)=0 \qquad (\nu = 0,1,\ldots,k-1). \tag{15}$$

4.1. O aplicare directă a acestei metode, în cazul $k = 1$, este următoarea. Fie $X_n(\omega)$ un termen oarecare al șirului minimizant $\{X_n(\omega)\}$ pentru funcționala (1), (2), a cărui limită $X(\omega)$ este cosinustransformata procesului optimal $x(t)$. Funcția $X_n(\omega)$ se consideră o linie poligonală regulată, simetrică (fig. 2) cu $2n-1$ vîrfuri, capetele ei fiind situate la abscisele $\omega = \pm\omega_0$; în exteriorul acestui segment $X_n(\omega) = 0$.

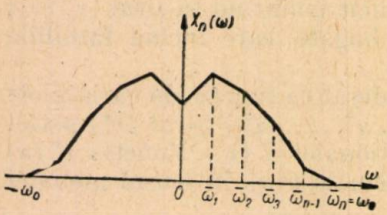



Fig. 2. — Aproximarea prin linie poligonală a cosinustranformatei Fourier.

Din teorema convoluției rezultă

$$\mathcal{F}_c\{x_n^2(t)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X_n(\omega')\,[X_n(\omega-\omega')+ X_n(\omega+\omega')]\,d\omega',$$

sau prin derivare și trecere la limită în raport cu $\omega$:

$$I_1\{x(t)\} = -\lim_{\omega\to 0}\frac{d^2}{d\omega^2}\mathcal{F}_c\{x_n^2(t)\} = -\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X_n(\omega')\,X^{(2)}(\omega'))\,d\omega'.$$

Mai sus s-a adoptat notația $I_\varphi = I_k$, dacă funcția $\varphi(t)$ are expresia (2). Derivata secundă din relația anterioară se poate exprima cu ajutorul funcției delta, rezultînd

$$I_1\{x(t)\} = -\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X_n(\omega')\sum_{i=-n}^{n}[X_n^{(1)}(\bar\omega_i+) - X_n^{(1)}(\bar\omega_i-)]\cdot\delta(\omega'-\bar\omega_i)\,d\omega'.$$

Notînd cu $\Delta = \frac{\omega_0}{n}$ diferența absciselor a două vîrfuri succesive integrala precedentă devine

$$I_1\{x(t)\} = \frac{2}{\pi\Delta}\left[X_n^2(\bar\omega_0) + 2\sum_{i=1}^{n} X_n^2(\bar\omega_i) - X_n(\bar\omega_i)\,X_n(\bar\omega_{i-1})\right].$$

Minimizarea funcționalei $I_1$ la $n$ și $x(0)$ dați se face prin metoda multiplicatorilor nedeterminați ai lui Lagrange. Se caută minimul absolut al funcției

$$F(X_n(\bar\omega_0),\ X_n(\bar\omega_1),\ldots,\ X_n(\bar\omega_n),\ \mu) =$$

$$= \frac{\pi\Delta}{2}I_1 - 2\mu\Delta^2\left[X_n(\bar\omega_0) + X_n(\bar\omega_n) + 2\sum_{i=1}^{n-1} X_n(\bar\omega_i) - \frac{\pi x(0)}{\Delta}\right].$$

Condițiile de extrem sînt date de sistemul

$$X_n(\bar\omega_0) - X_n(\bar\omega_1) = X_n(\bar\omega_i) - \frac{1}{2}X_n(\bar\omega_{i-1}) - \frac{1}{2}X_n(\bar\omega_{i+1}\} =$$

$$= 2X_n(\bar\omega_n) - X_n(\bar\omega_{n-1}) = \mu\Delta^2, \qquad (1 \leqslant i \leqslant n-1),$$

care poate fi rezolvat imediat rezultînd

$$X_n(\bar{\omega}_i) = 2\frac{\mu\omega_0^2}{n} + \mu\omega_0^2\left(1 - \frac{\bar{\omega}_i^2}{\omega_0^2}\right).$$

Trecînd la limită pentru $n \to \infty$ rezultă $X(\omega) = K\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)$, unde constanta $K$ se deduce din condiția (3). Se obține

$$X(\omega) = \frac{3\pi x(0)}{4\omega_0}\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right). \tag{16}$$

Luînd consinustransformata inversă se găsește extremala

$$x(t) = 3x(0)\left(-\frac{\cos\tau}{\tau^2} + \frac{\sin\tau}{\tau^3}\right) \quad (k = 1). \tag{17}$$

Trebuie remarcat faptul că, alegerea lui $X_n(\omega)$ sub formă de funcție simplă în cazurile $k \geqslant 1$, sau linie poligonală în cazurile $k \geqslant 2$, conduce la integrale $I_k$ divergente.

4.2. Procesul optimal poate fi dedus și fără a recurge la funcția delta. De altfel, procedeul aplicat în cazul $k = 1$ este dificil de extins la $k > 1$. Operînd cu derivate de ordin din ce în ce mai mare ale transformatei $X(\omega)$, se poate menține forma simplă a termenilor șirului minimizant.

Trecînd de la $x(t)$ la o nouă funcție $x_*(t) = t^k x(t)$ rezultă $I_k\{x(t)\} = I_0\{x_*(t)\}$, funcționala de minimizat reducîndu-se invariabil la $I_0$. Condițiile de frontieră se modifică însă, devenind

$$\left.\begin{aligned} x_*^{(\nu)}(0) &= 0 \quad (\nu = 0, 1, \ldots, k-1), \\ x_*^{(k)}(0) &= k!\, x(0). \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Fie $X_*(\omega)$ consinustransformata funcției $x_*(t)$, dacă $k$ = număr par și sinustransformata Fourier, dacă $k$ = număr impar. (Definirea lui $X_*(\omega)$ în dependență de paritatea lui $k$ este condiționată de ultima relație (18)). Deoarece

$$X^{(k)}(\omega) = (-1)^{\left[\frac{k+1}{2}\right]} X_*(\omega), \tag{19}$$

$X_*(\omega)$ este identic nulă dacă $\omega > \omega_0$. Condițiile (18) devin astfel

$$\left.\begin{aligned} &\int_0^{\omega_0} X_*(\omega)\, \omega^{k-2m}\, d\omega = 0 \quad (m = 1, 2, \ldots; k - 2m \geqslant 0), \\ &\int_0^{\omega_0} X_*(\omega)\, \omega^k\, d\omega = \frac{\pi}{2} k!(-1)^{\left[\frac{k+1}{2}\right]} x(0); \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

(membrul drept al ultimei relații se va nota cu $\alpha$).

Se ia șirul minimizant $\{X_{*n}\}$ format din funcții simple $X_{*n}(\omega)$ (vezi fig. 3) :

$$X_{*n}(\omega) = \begin{cases} X_{*n}(\bar{\omega}_i), \text{ dacă } \bar{\omega}_i \leqslant \omega < \bar{\omega}_{i+1} \ (i = 0, 1, \ldots, n-1 \ ; \ \bar{\omega}_0 = 0, \ \bar{\omega}_n = \omega_0), \\ 0 \ , \text{ dacă } \omega > \omega_0 . \end{cases} \tag{21}$$

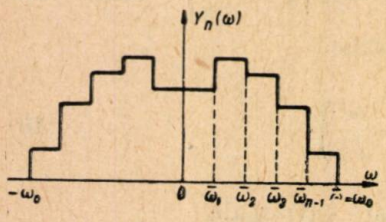



Fig. 3. — Aproximarea prin funcție simplă a cosinustransformatei Fourier.

Funcțiile $X_{*n}(\omega)$ sînt pare sau impare după paritatea lui $k$. La funcții simple $X_{*n}(\omega)$ *regulate*, $\bar{\omega}_i = i\Delta$, $\Delta = \dfrac{\omega_0}{n}$, integralele (20) devin

$$\int_0^{\omega_0} X_*(\omega)\omega^{k-2m} d\omega = \Delta \sum_{i=0}^{n-1} X_{*n}(\bar{\omega}_i)\,\bar{\omega}_i^{k-2m}\, g_m(i),$$

unde

$$g_m(i) = i\frac{\left(1+\dfrac{1}{i}\right)^{k-2m+1} - 1}{k-2m+1}.$$

Determinarea minimului condiționat al funcției $I_0\{x_*(t)\}$ este echivalentă determinării minimului necondiționat al funcției

$$F(X_{*n}(\bar{\omega}_0), X_{*n}(\bar{\omega}_1), \ldots, X_{*n}(\bar{\omega}_{n-1}), \{\mu_m\}) =$$

$$= \sum_{i=0}^{n-1} X_{*n}^2(\bar{\omega}_i) - 2 \sum_{m=1}^{k-2m\geqslant 0} \mu_m \sum_{i=0}^{n-1} X_{*n}(\bar{\omega}_i)\,\bar{\omega}_i^{k-2m}\, g_m(i) -$$

$$- 2\mu_0 \left[\sum_{i=0}^{n-1} X_{*n}(\bar{\omega}_i)\,\bar{\omega}_i^k\, g_0(i) - \frac{\alpha}{\Delta}\right],$$

de unde se deduc condițiile de minim

$$X_{*n}(\bar{\omega}_i) = \sum_{m=0}^{k-2m\geqslant 0} \mu_m\, \bar{\omega}_i^{k-2m}\, g_m(i), \qquad (0 \leqslant i \leqslant n-1).$$

Trecînd la limită ($\bar{\omega}_i = \omega$ fixat și crescînd nemărginit pe $n$) se găsește

$$X_*(\omega) = \sum_m \mu_m\, \omega^{k-2m}, \qquad (m = 0, 1, \ldots ; \ k - 2m \geqslant 0). \tag{22}$$

Valorile constantelor $\mu_m$ rezultă înlocuind expresia (22) în condițiile (20). Aplicînd procedeul descris la cazul $k = 1$ se regăsește expresia (16). În cazul $k = 2$ se obține

$$X_*(\omega) = \frac{15\pi\, x(0)}{4\omega_0^3}\left(1 - 3\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)$$

sau, ținînd seama de (19) și (15),

$$X(\omega) = \frac{15\pi\, x(0)}{16\omega_0}\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2, \tag{23}$$

de unde

$$x(t) = 15\, x(0)\left(-\frac{\sin\tau}{\tau^3} - 3\frac{\cos\tau}{\tau^4} + 3\frac{\sin\tau}{\tau^5}\right) \quad (k = 2). \tag{24}$$

În cazul $k = 3$ rezultă

$$X(\omega) = \frac{105\,\pi\,x(0)}{96\,\omega_0}\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^3 \tag{25}$$

și

$$x(t) = 105\,x(0)\left(\frac{\cos\tau}{\tau^4} - 6\,\frac{\sin\tau}{\tau^5} - 15\,\frac{\cos\tau}{\tau^6} + 15\,\frac{\sin\tau}{\tau^7}\right) \quad (k = 3). \tag{26}$$

## 5. DISCUTAREA REZULTATELOR

Caracteristicile de frecvență reale normalizate $\frac{2\omega_0}{\pi\,x(0)}\,X(\omega)$ sînt trasate în figura 4, iar procesele optimale (extremalele) definite de criteriile $I_k$ ($k = 0, 1, 2, 3$) în figura 5. Exponentul $k$ din expresia funcționalei condiționează o neuniformizare din ce în ce mai aceentuată a caracteristicii reale de frecvență, frecvențele înalte fiind tot mai mult defavorizate în avantajul celor joase. Ca urmare procesele optimale devin treptat mai lente. Timpul de creștere se mărește monoton iar suprareglajul scade de la 22% la 8,6%, 4%, 1,9%, cînd $k$ ia valori întregi cuprinse între 0 și 3. Se poate arăta [11] că, deși $|x(t)| < \frac{M}{t^{k+1}}$, $0 < t_0 < t < \infty$, creșterea exponentului apropie indefinit curba $x(t)$ de dreapta $x(t) = x_0$.

Din considerațiile precedente rezultă că, ponderea în raport cu timpul, favorabilă obținerii unor procese mai bine amortizate, trebuie accentuată pînă la $2k \simeq 6$, atunci cînd se doresc suprareglaje reduse. Peste această valoare creșterea exponentului $k$ este nerecomandabilă, ducînd la procese mult prea lente.

Caracteristica reală de frecvență are în punctul $\omega = \omega_0$ cu axa absciselor un contact de ordinul $k$. Pe de altă parte, caracteristicile de frecvență practice admit derivate de orice ordin. Este astfel de așeptat ca extremalele teoretice să difere o dată cu creșterea lui $k$, în măsură tot mai mică de procesele practice din sistemele reale, optimizate pe baza criteriilor respective.

Concluziile de mai sus pot fi ilustrate pe următorul caz concret. Se consideră un sistem avînd funcția de transfer

$$Y(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta s + 1}.$$

Optimizarea lui cu ajutorul criteriilor $I_k$, $k = 0, 1/2, 1, 2$ conduce la valorile $\zeta = 0{,}5$ ; 0,595 ; 0,667, respectiv 0,768. Valorile optime precedente pot fi obținute imediat ; exceptează valoarea optimă pentru $k = 2$, dedusă prin procedeul Dörr [14] și care revendică calcule analitice ample. Răspunsul sistemului (fig. 6) prezintă un suprareglaj de 16% la $k = 0$ ; 9,8% la $k = 1/2$ ; 6% la $k = 1$ și 2,3% la $k = 2$. Creșterea exponentului $k$ condiționează amortizarea mai bună a procesului tranzitoriu. Este totodată vizibilă apropierea mai strînsă a curbelor practice de extremale cînd $k \geqslant 1$.

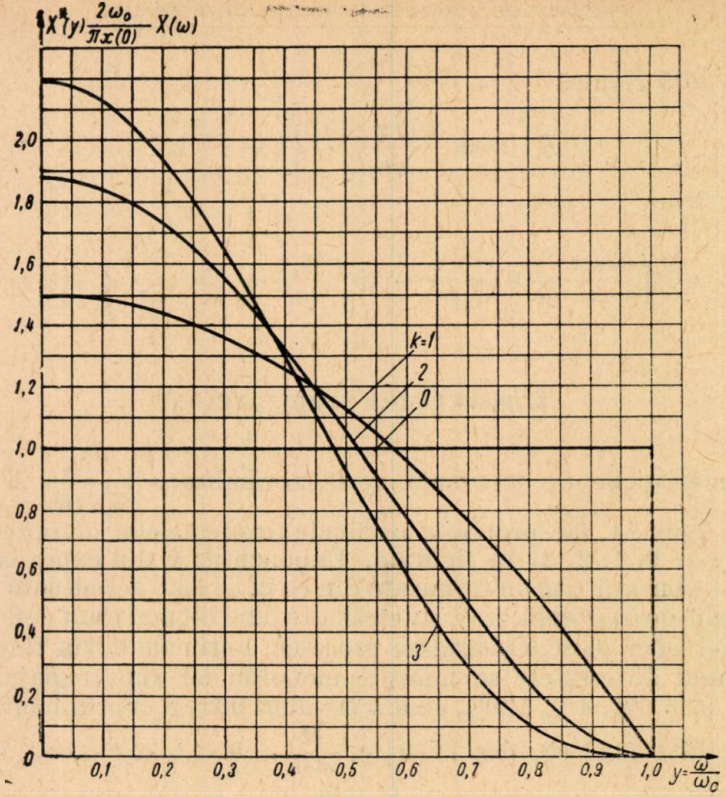



Fig. 4. — Caracteristicile reale de frecvenţă optimale corespunzînd criteriilor $I_k(k=0,1,2,3)$.

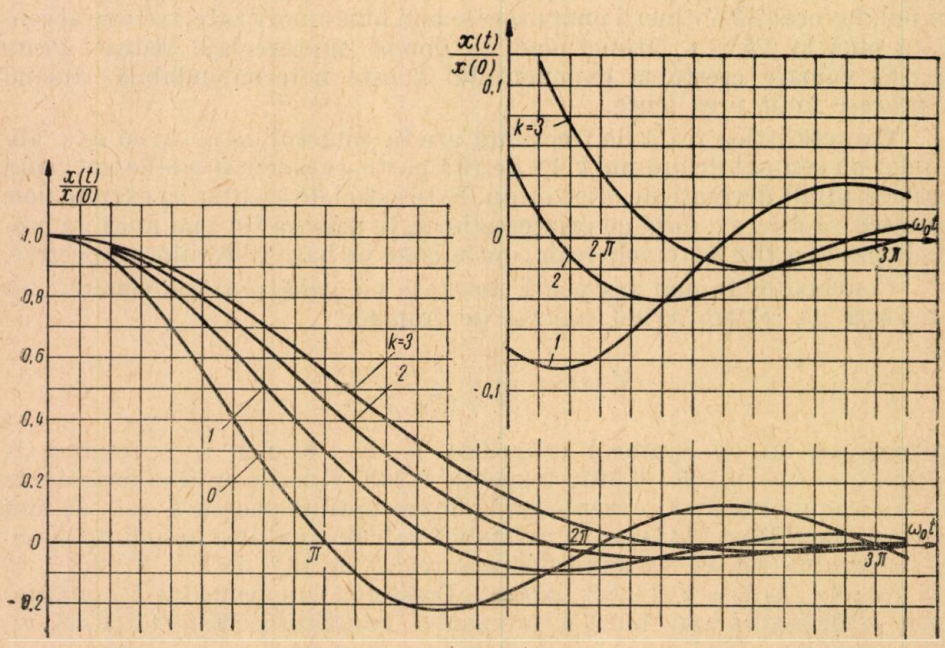



Fig. 5. — Procesele optimale teoretice definite de criteriile pătratice ponderate $I_k$ ($k = 0,1,2,3$

Criteriile pătratice ponderate conservă proprietatea criteriului pătratic de a admite extremale teoretice independente ca alură de banda de trecere a sistemului automat. Procesele optimale $x(t)$ sînt dependente de $\omega_0$ exclusiv prin intermediul produsului $\tau = \omega_0 t$. Acest fapt constituie un avantaj al criteriilor $I_k$ față de criteriul pătratic generalizat.

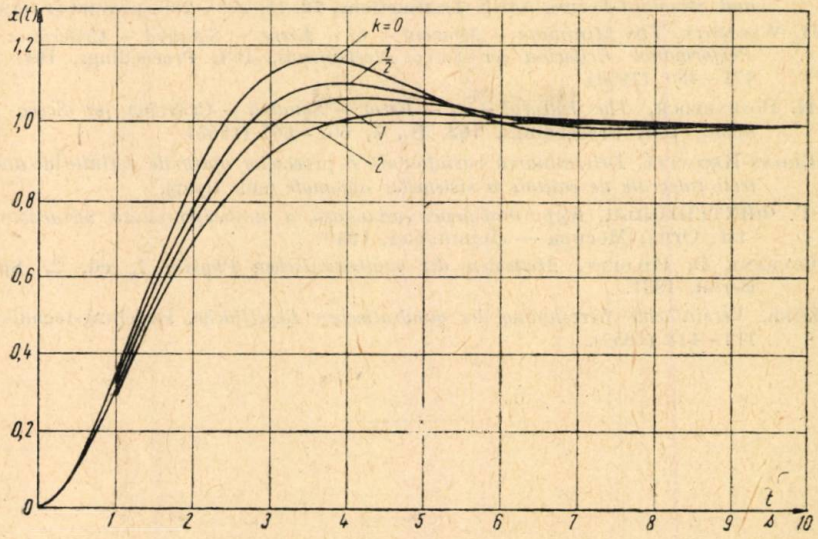



Fig. 6.— Procese optimale într-un sistem de ordinul 2 cu amortizare variabilă, optimizat cu ajutorul criteriilor $I_k\left(k = 0, \frac{1}{2}, 1, 2\right)$.

Optimizarea automată pe baza criteriilor $I_k$ cu ajutorul calculatoarelor digitale se face la fel de simplu în cazul $k = 0$ sau $k > 0$, spre deosebire de optimizarea prin calcul analitic. Atît viteza de determinare a extremalei funcționalei, cît și memoria necesară sînt practic independente de $k$. Această împrejurare contribuie la interesul practic incontestabil pe care îl prezintă criteriile investigate.

## BIBLIOGRAFIE

1. А. А. Красовский, *Интегральные оценки качества процессов регулирования*, Машгиз, Москва, 1949.
2. А. А. Красовский, *Интегральные оценки и выбор параметров систем автоматического регулирования* (ред. В. В. Солодовников). Машгиз, Москва, 535—562, 1954.
3. А. А. Фельдбаум, *Интегральные методы качества регулирования*. Автоматика и Телемеханика, I, 3—19 (1948).
4. А. А. Фельдбаум, *Электрические системы автоматического регулирования*, 2 из., Оборонгиз, Москва, 358—406, 1957.
5. А. И. Тупицын, *О форме кривой переходного процесса при минимуме интегральной квадратичной погрешности*, Автоматика и Телемеханика, **14**, *4*, 407—417 (1953).

6. R. Herschel, *Über die Grenzen des quadratischen Optimums*, Regelungstechnik, **5**, *12*, 469—472 (1957).

7. А. И. Тупицын, *Интегральная оценка для выбора оптимальных параметров систем автоматического регулирования при заданном перерегулировании*. Автоматика и Телемеханика, **20**, *4*, 406—414 (1959).

8. G. Dunstan, R. C. Lathrop, *The Synthesis of „Optimum" Transient Response: Criteria and Standard Forms*, AIEE Transactions, **72**, II, 273—288, november, (1953).

9. J. H. Westcott, *The Minimum — Moment — of — Error — Squared — Criterion: A New Performance Criterion for Servo Mechanisms*, IEE Proceedings, **101**, II, *83*, 471—480 (1954).

10. H. H. Rosenbrock, *The Integral — of — Error — Squared — Criterion for Servo Mechanisms*, IEE Proceedings, **102**, B., *5*, 602—607 (1955).

11. M. Cehan-Racoviță, *Determinarea variațională a proceselor optimale definite de unele criterii integrale de calitate a sistemelor automate* (sub tipar).

12. И. Г. Фихтенгольц, *Курс дифференциального и интегрального исчисления*. II, III, Огиз, Москва — Ленинград, 1949.

13. R. Courant, D. Hilbert, *Methoden der mathematischen Physik*, I, ed. 2, Springer, Berlin, 1931.

14. J. Dörr, *Vereinfachte Berechnung der quadratischen Regelfläche*, Regelungstechnik, **5**, *4*, 114—118 (1957).

# CONTRIBUȚII LA REALIZAREA SCHEMELOR DE REGLARE ADAPTIVĂ DUPĂ MODEL ÎN ACȚIONĂRILE ELECTRICE *)

DE

I. D. LANDAU, AL. GROSSU și ȘT. GAVĂT

621.3.78

Se prezintă unele considerații privind introducerea reglării adaptive în acționările electrice, demonstrîndu-se posibilitatea realizării reglării adaptive după model. În continuare se prezintă sistemul de reglare adaptiv după model realizat, precum și rezultatele obținute în scheme de reglare a curentului și turației în care motoarele de c.c. și motoarele asincrone au fost simulate cu ajutorul amplificatoarelor operaționale.

## 1. INTRODUCERE

Lucrarea de față, cu un pronunțat caracter experimental, sintetizează o parte din rezultatele obținute la I.P.A. în cursul anului 1966 în cadrul unui studiu care a analizat oportunitatea introducerii reglării adaptive la acționările electrice precum și posibilitățile practice de realizare a acestor scheme.

Introducerea reglării adaptive la acționări electrice este legată de următoarele probleme :

— Variația parametrilor obiectului reglat în timpul funcționării (ex. : modificarea momentului de inerție, diminuarea fluxului).

— Dificultățile determinării exacte a constantelor de timp ale unor obiecte reglate, avînd funcții de transfer cu structură cunoscută.

— Reducerea timpului de ajustare a regulatoarelor.

În cadrul lucrării se prezintă pe scurt considerentele care au determinat alegerea soluției de reglare adaptivă după model în cazul acționărilor electrice, trecîndu-se, în continuare, la prezentarea schemei regulatorului cu factor de amplificare variabil, comandat prin semnal electric. În încheiere se prezintă rezultatele obținute cu acest regulator într-o schemă de reglare adaptivă după model, în care motorul de c. c. și motorul asincron au fost simulate cu ajutorul amplificatoarelor operaționale UNIDIN.

*) Lucrarea a fost prezentată la Sesiunea Științifică a Institutului de Energetică — 31 Martie 1967.

## 2. CONSIDERAŢII ASUPRA POSIBILITĂŢII REGLĂRII ADAPTIVE DUPĂ MODEL ÎN CAZUL ACŢIONĂRILOR ELECTRICE

În cazul acţionărilor electrice, obiectul reglat se caracterizează prin existenţa a una sau mai multe constante de timp mari compensabile şi a sumei de constante de timp mici parazite necompensabile.

Fie un obiect reglat cu funcţia de transfer de mai jos :

$$Y_{ob}(s) = \frac{K_{ob}}{(1 + Ts)\,(1 + T_\Sigma s)},$$

unde

$K_{ob}$ este factorul de amplificare al obiectului reglat,
$T$ — constanta de timp a obiectului,
$T_\Sigma$ — suma constantelor de timp parazite ($T_\Sigma \ll T$).

În cazul acordării regulatorului ce reglează mărimea de ieşire a obiectului după criteriul simetric (considerînd $T \gg 2T_\Sigma$), rezultă pentru aceasta următoarea funcţie de transfer :

$$Y_R(s) = \frac{1 + \tau s}{\tau_i s},$$

unde

$$\tau = 4T_\Sigma, \quad \tau_i = 2K_{ob} T_\Sigma \frac{\tau}{T},$$

deci

$$Y_R(s) = \frac{T}{K_{ob}} \cdot \frac{1 + 4T_\Sigma s}{8T_\Sigma^2 s}.$$

Cum în cazul instalaţiilor de acţionare electrică nu are loc o modificare a constantelor de timp parazite (ele reprezintă o invariantă a sistemului), rezultă că la variaţia simultană sau independentă a constantei de timp şi a factorului de amplificare al obiectului reglat, singura dezacordare a regulatorului faţă de o ajustare optimă e de natura unui factor de amplificare.

Funcţia de transfer a sistemul rezultat, în buclă închisă, este :

$$Y_0(s) = \frac{1 + 4T_\Sigma s}{1 + 4T_\Sigma s + 8T_\Sigma^2 s^2 + 8T_\Sigma^3 s^3}.$$

Pentru a evita în răspuns supraurmărirea caracteristică acordării după criteriul simetric, sistemul e precedat de un filtru cu funcţia de transfer

$$Y_f(s) = \frac{1}{1 + 4T_\Sigma s}.$$

Neglijînd termenii foarte mici în $s^2$ şi $s^3$ rezultă (cu aproximaţie) :

$$Y_0(s) = \frac{1}{1 + 4T_\Sigma s}.$$

În consecință, se poate afirma că schemele de reglare automată a acționărilor electrice au un răspuns optim echivalent cu răspunsul unui model cu funcția de transfer de tipul

$$Y_m(s) = \frac{1}{1 + 4T_\Sigma s}.$$

În cazul schemelor de reglare adaptivă după model, la aplicarea unui semnal de comandă, regulatorul fiind dezacordat de exemplu în sensul unui factor de amplificare mai mic decît cel optim, răspunsul sistemului e mai lent ca cel al modelului.

În acest caz, diferența dintre răspunsul modelului și al sistemului real — denumită eroare generalizată — comandă creșterea factorului de amplificare și deci creșterea vitezei de răspuns a sistemului.

Pentru ca desfășurarea fenomenelor să fie aceeași la aplicarea unor comenzi pozitive cît și negative, s-au luat măsuri constructive corespunzătoare.

Practic, pentru eliminarea erorii generalizate staționare, dar și din motive constructive, comanda factorului de amplificare o face nu eroarea generalizată ci integrala ei în timp. Se poate demonstra că în cazul acordării unui sistem după criteriul simetric (ca în cazul de față), relația

$$\int_0^\infty \varepsilon_g(t)\,dt = 0$$

este îndeplinită de la sine [5]. În cazul tratat de noi, schema tinde să anuleze integrala pe porțiuni a erorii generalizate prin modificarea factorului de amplificare și deci a erorii generalizate de la o porțiune la alta, aceste intervale de integrare fiind sensibil mai mici decît timpul de răspuns al modelului.

### 3. DESCRIEREA SCHEMEI REALIZATE

În figura 1 este reprezentată schema bloc simplificată a sistemului realizat.

Bucla adaptivă este desenată cu linie îngroșată pentru a se evidenția față de bucla clasică.

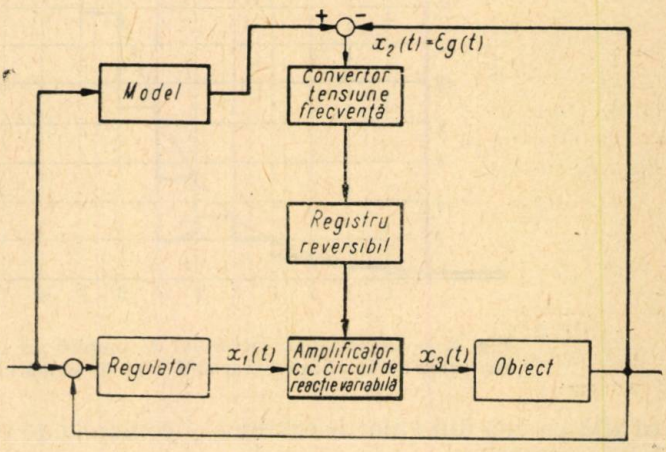



Fig. 1. — Schema bloc simplificată a sistemului de reglare adaptiv după model realizat.

În afara modelului și a comparatorului diferențial, bucla de adaptare cuprinde convertorul tensiune-frecvență, registrul reversibil de deplasare și amplificatorul de c.c. cu circuitul de reacție variabilă.

Eroarea generalizată de la ieşirea comparatorului diferenţial este convértită într-o frecvenţă variabilă ce comandă starea registrului reversibil. Din cele zece celule ale registrului realizat, una este în starea logică „1", celelalte sînt în starea logică „0".

Fiecare stare a registrului reversibil conduce, prin modificarea rezistenţei de reacţie, la alt factor de amplificare al ansamblului preamplificator — circuit de reacţie variabilă. În total sînt zece trepte de amplificare în gama $K=0{,}25-23$ (game de variaţie $\frac{K_{max}}{K_{min}} = 91$); treptele de amplificare la amplificatorul realizat formează o progresie geometrică cu raţia 1,65 :

$$K_v = a\, q^{n_i}$$

unde

$a = 0{,}25$,

$q = 1{,}65$,

$n_i =$ numărul de impulsuri la intrarea în registrul reversibil.

Expresia de mai sus este valabilă, din cauza numărului finit de stări al registrului, pentru cel mult nouă impulsuri (dacă factorul de amplificare

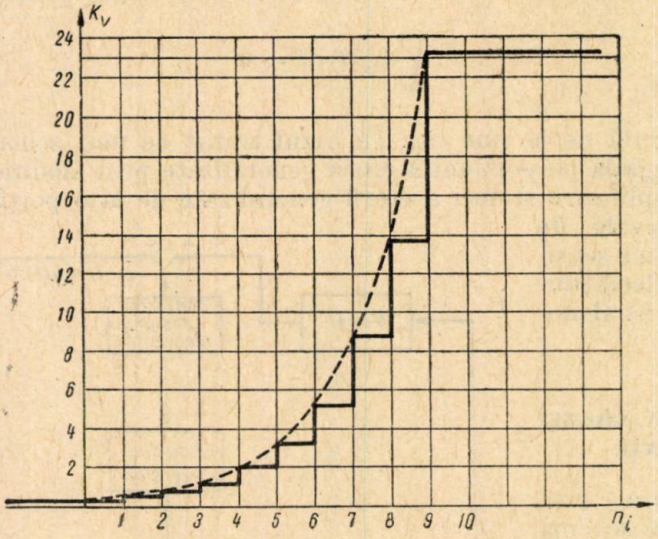



Fig. 2. — Dependenţa factorului de amplificare a regulatorului cu factor de amplificare variabil faţă de numărul de impulsuri.

se află pe una din valorile extreme şi comanda de variaţie s-a dat spre cealaltă extremă).

Grafic, această dependenţă e dată în fig. 2.

În domeniul timpului, ţinînd seama de notaţiile din figura 1, funcţionarea regulatorului cu factor de amplificare poate fi descrisă astfel :

— pentru $x_2(t) = 0 \quad x_3(t) = K_{vi}\ x_1(t)$,

unde $K_{vi}$ este una din cele zece trepte de amplificare;

— pentru $x_1(t) = \text{const.}$ $x_3(t) = x_1 \cdot K_{CTF} \int_0^t x_2(t)\, dt$,

unde $K_{CTF}$ este constanta de proporționalitate a convertorului tensiune-frecvență.

Trebuie menționat că în cazul de față, numărul de trepte și gama de variație a factorului de amplificare a fost considerată suficientă pentru aplicațiile practice din domeniul acționărilor electrice, dar nu există nici o piedică în restrîngerea sau lărgirea lor.

## 4. REZULTATE EXPERIMENTALE

În scopul verificării schemei la variații în limite largi ale parametrilor obiectului reglat, motorul de c.c. și — în anumite limite — motorul de c.a., încercările s-au făcut într-o primă etapă pe baza simulării obiectului cu ajutorul amplificatoarelor operaționale UNIDIN. Schema bloc transfigurată a obiectului reglat este dată în figura 3.

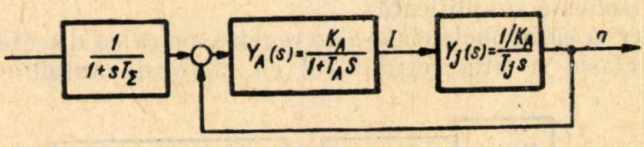



Fig. 3. — Schema bloc transfigurată a obiectului reglat (motor de c.c. sau motor asincron).

În această figură

$$Y_A(s) = \frac{K_A}{1 + T_A s} ; \; Y_j(s) = \frac{1/K_A}{T_j s} .$$

Folosind principiul reglării în cascadă pentru obiectul de mai sus, se reglează turația $n$ și curentul $I$ după schema din figura 4.

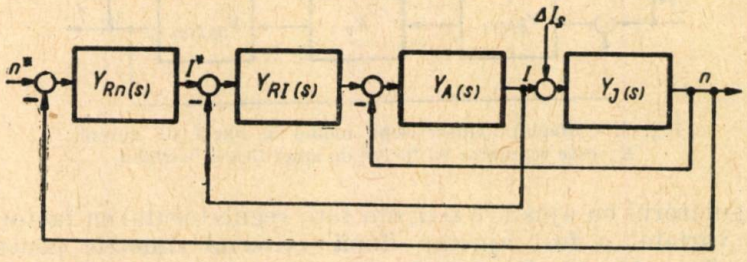



Fig. 4. — Schema de reglare în cascadă (clasică) a turației și curentului unui motor de c.c. sau asincron.

4.1. *Reglajul adaptiv după model în bucla de curent.* În bucla de curent obiectul reglat are următoarea funcție de transfer:

$$Y_{obI}(s) = \frac{Y_A(s)}{1 + Y_A(s)\, Y_j(s)} \cdot \frac{1}{1 + T_\Sigma s} ,$$

unde $T_\Sigma$ reprezintă suma constantelor de timp mici din bucla de curent. Sau, înlocuind $Y_A(s)$ și $Y_J(s)$ cu expersiile corespunzătoare :

$$Y_{obI}(s) = \frac{T_J K_A s}{1 + T_J s + T_A T_J s^2} \cdot \frac{1}{1 + T_\Sigma s}.$$

În cazul $T_J \gg T_\Sigma$, obiectul reglat poate fi considerat că are următoarea funcție de transfer.

$$Y_{ob} \cong \frac{K_A}{1 + T_A s} \cdot \frac{1}{1 + T_\Sigma s}$$

și situația se poate reduce la cazul studiat mai înainte.

S-a ales :

$T_A =$ 50 ms, 1000 ms (gamă de variație : 1 + 20
$K_A =$ 2,5, 50 atît pentru $K_A$ cît și pentru $T_A$),
$T_\Sigma =$ 7,5 ms.

Sistemul de reglare adaptiv în bucla de curent are configurația din figura 5 (schemă simplificată).

Se observă că în bucla clasică de reglare, pe calea directă, în afara regulatorului clasic se află regulatorul cu factor de amplificare variabil.

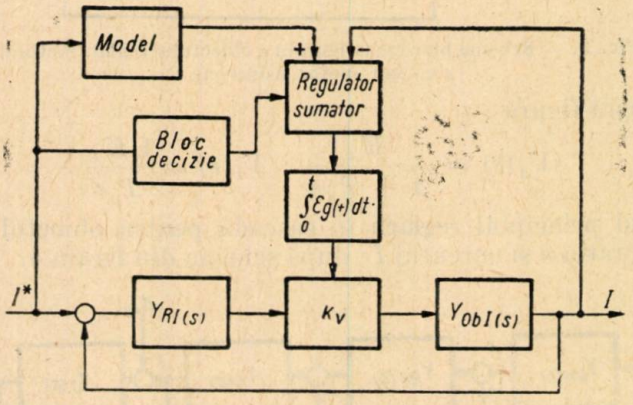



Fig. 5. — Reglaj adaptiv după model în buclă de curent ; $K_v$ este regulator cu factor de amplificare variabil.

Regulatorul cu ajustare fixă din fața regulatorului cu factor de amplificare variabil a fost ajustat după criteriul simetric pentru cazul $K_A = 50$, $T_A = 50$ ms, $K_V = 0{,}25$, deci :

$$Y_{RI}(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{\tau_i s}, \quad \text{cu } \tau_1 = 4T_\Sigma = 30 \text{ ms}, \quad \tau_i = 120 \text{ ms}.$$

În fața regulatorului s-a montat un filtru cu funcția de transfer $\frac{1}{1 + 0{,}02 s}$ pentru a compensa supraurmărirea mare caracteristică siste-

melor acordate după criteriul simetric. Acest filtru nu are constanta $4T_\Sigma$ deoarece nici obiectul reglat nu are un pol în origine, ci doar foarte apropiat de ea (valoarea filtrului nu este critică).

S-au înregistrat răspunsurile în următoarele situații:

$$K_A = 2{,}5, \qquad T_A = 50 \text{ ms},$$
$$K_A = 50\ , \qquad T_A = 50 \text{ ms},$$
$$K_A = 50\ , \qquad T_A = 1000 \text{ ms}.$$

Răspunsurile au fost comparate cu cele obținute de la același sistem în absența buclei adaptive și cu regulatorul cu ajustare fixă acordat astfel:

— după criteriul simetric pentru fiecare caz în parte;

— cu gamă largă de ajustare în așa fel ca sistemul să răspundă practic fără oscilații în toată gama de variație a lui $K_A$ și $T_A$.

În acest ultim caz:

$$\tau_1 = \frac{K_{A\,max}}{K_{A\,min}}\, 4T_\Sigma = 600 \text{ ms},$$

$$\tau_i = 800 \text{ ms}.$$

Regulatorul cu factor de amplificare valabil a fost fixat pe poziția corespunzătoare amplificării 0,25.

În tabela 1 [5] sînt date, comparativ, rezultatele obținute pentru fiecare caz în parte.

*Tabela 1*

**Timpul de stabilire (în ms) în bucla de curent la o comandă treaptă**

| Parametrii obiectului | Regulator gamă largă | Autoadaptiv Model: 30 ms | Autoadaptiv Model: 20 ms | Ajustare criteriul simetric (optim) | Observații |
|---|---|---|---|---|---|
| $K_A = 2{,}5$<br>$T_A = 50$ ms | 1530 | 49,5 | 49,5 | 49,5 | |
| $K_A = 50$<br>$T_A = 50$ ms | 24,7(143) | 55 | 52 | 40 | Răspunsul nu este aperiodic cu regulator de gamă largă |
| $K_A = 50$<br>$T_A = 1000$ ms | 184 | 55 | 44 | 60 | |

În cadrul experimentărilor efectuate, s-au folosit succesiv două modele, cu funcțiile de transfer

$$Y_{m1\,(s)} = \frac{1}{1 + 4T_\Sigma s} = \frac{1}{1 + 0{,}03\,s} \quad \text{și}$$

$$Y_{m2\,(s)} = \frac{1}{1 + 2{,}7\,T_\Sigma s} = \frac{1}{1 + 0{,}02\,s}\ .$$

Din compararea răspunsurilor rezultă :

— Schema de reglare adaptivă după model realizată asigură în bucla de curent un răspuns optim în sensul criteriului simetric la variaţii mari ale constantei de timp şi a factorului de amplificare.

— Precizia cunoaşterii constantelor de timp mici nu este critică.

4.2. *Reglajul adaptiv după model în bucla de turaţie.* În bucla de turaţie se presupune bucla de curent ajustată după criteriul modulului cu ajustare fixă (sau criteriul simetric cu filtru pe intrare).

Funcţia de transfer echivalentă a buclei de curent este

$$Y_I(s) = \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s} \text{ (în cazul criteriului modulului).}$$

Rezultă că obiectul reglat are funcţia de transfer

$$Y_{obn}(s) = \frac{1/K_A}{T_J s} \cdot \frac{1}{1 + (T''_\Sigma + 2T_\Sigma)s},$$

unde $T''_\Sigma$ este suma constantelor de timp parazite în bucla de turaţie.

Notînd $T''_\Sigma + 2T_\Sigma = T'_\Sigma$, rezultă :

$$Y_{obn}(s) = \frac{1/K_A}{T_J s} \cdot \frac{1}{1 + T'_\Sigma s}.$$

S-a ales :

$K_A = 2{,}5$,

$T_J = 160$ ms, 1600 ms (gama de variaţie : 1 — 10),

$T''_\Sigma = 10$ ms, $T'_\Sigma = 25$ ms.

Sistemul de reglare adaptiv în bucla de turaţie are configuraţia din figura 6.

Regulatorul cu ajustare fixă din faţa regulatorului cu factor de amplificare variabil are funcţia de transfer

$$Y_{Rn}(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{\tau_i s},$$

unde

$$\tau_1 = 4T'_\Sigma = 100 \text{ ms}, \quad \tau_i = 7 \text{ ms}.$$

Aceste valori corespund acordării după criteriul simetric pentru situaţia $T_J = 160$ ms şi $K_v = 1{,}86$.

Din nou s-au analizat comparativ răspunsurile sistemului la intrare în treaptă în trei cazuri :

— regulator autoadaptiv ;

— regulator acordat optim (criteriul simetric), pentru fiecare caz în parte;

— regulator cu gamă largă de ajustare.

În afară de răspunsul sistemului la mărimi de intrare în treaptă, s-a studiat și răspunsul sistemului la perturbații de sarcină (aplicate ca trepte) egale cu jumătate din curentul limită.

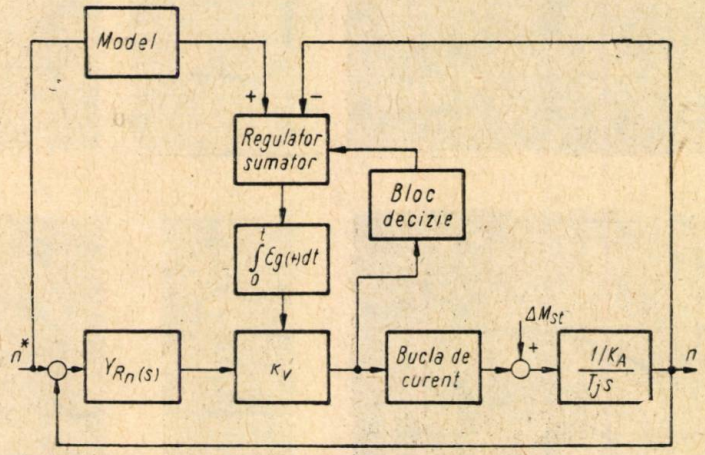



Fig. 6. — Reglaj adaptiv după model în buclă de turație.

Rezultatele privind răspunsurile sistemului la perturbații de sarcină sînt trecute în tabelele 2 și 3.

*Tabela 2*

**Abaterea tranzitorie maximă (V)**

| | Ajustare gamă largă | Autoadaptiv | Ajustare criteriul simetric |
|---|---|---|---|
| $T_J = 160$ ms | 0,184 | 0,200 | 0,154 |
| $T_J = 1600$ ms | 0,138 | 0,030 | 0,054 |

*Tabela 3*

**Timpul de eliminare a perturbației (ms)**

| | Ajustare gamă largă | Autoadaptiv | Ajustare criteriul simetric |
|---|---|---|---|
| $T_J = 160$ ms | 3300 | 600 | 500 |
| $T_J = 1600$ ms | 3200 | 400 | 500 |

În figura 7 sînt prezentate oscilogramele răspunsurilor sistemului pentru cazurile studiate.

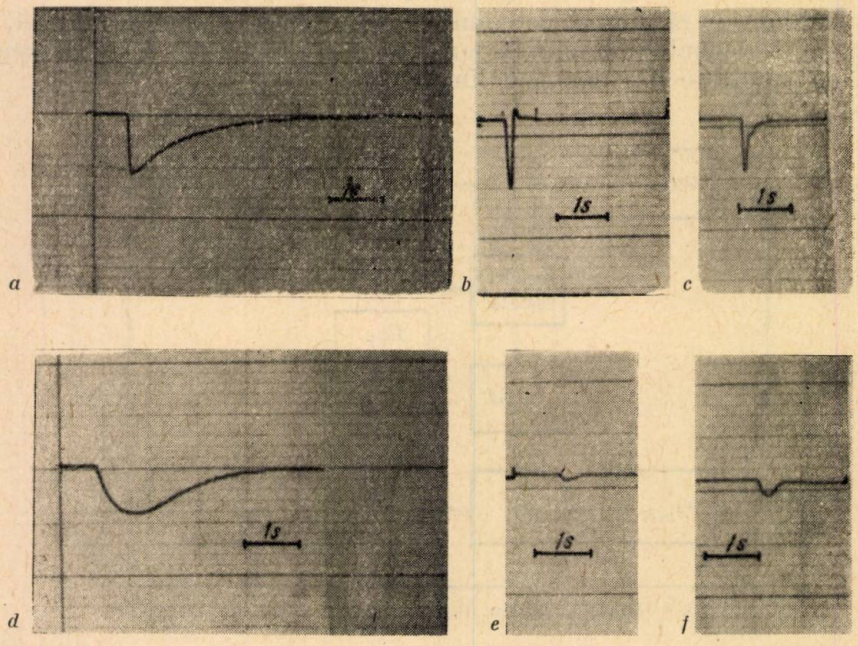



Fig. 7. — Perturbații de sarcină în bucla de viteză ($T\Sigma = 25$ ms).

Se observă că și în acest caz, cu schema realizată se asigură performanțe în regim tranzitoriu optime în sensul criteriului simetric la variații mari ale parametrilor obiectului reglat.

## 5. CONCLUZII

Studiile efectuate au arătat că există posibilitatea realizării schemelor de reglare adaptivă după model în acționări electrice, realizarea regulatorului cu factor de amplificare variabil în soluția preconizată neridicînd probleme speciale. Trebuie menționat că la realizarea regulatorului cu factor de amplificare variabil se folosesc o serie de blocuri și circuite asimilate în producție, care fac parte din sistemul de reglare UNIDIN.

Cercetările efectuate reprezintă o primă etapă, urmînd ca ele să fie continuate de autori pe două direcții :

— Analiza condițiilor de stabilitate și a procesului de urmărire, respectiv modul de ajustare a valorilor optime pentru regulatorul din bucla de reglare a factorului de amplificare pentru un domeniu de variație dat al parametrilor obiectului reglat.

— Experimentarea schemei de reglare adaptivă după model în cadrul unei acționări reglabile cu motor asincron cu rotorul în scurtcircuit, alimentat prin convertizor de frecvență cu tiristoare.

## BIBLIOGRAFIE

1. MISHKIN, BRAUN, *Adaptive Control Systems*, Mc. Graw Hill, New York, 1961.
2. T. HONOCKS, *Investigation into Model-reference Adaptive Control System*, PIEE, *II*, 1894 (1964).
3. J. MONGE, *Analyse automatique ae processus à l'aide d'un modèle*, Automatisme, *II*, 583—591 (1966).
4. I. PAPADACHE, G. WEINRICH, I. D. LANDAU, S. ANASTASIU ş.a., *Regulatoare electronice*. Edit. tehnică, Bucureşti, 1966.
5. . . . *Reglarea automată a vitezei motoarelor de c.a. şi motoarelor de c.c. cu ajutorul regulatoarelor autoadaptive*, Studiu tehnic, I.P.A., 1966.

# DETERMINAREA PE CALE GRAFICĂ A UNUI EXTREMUM AL UNEI FUNCȚII DE MATRICE ÎNTÎLNITE ÎN TEORIA REGLAJULUI AUTOMAT

DE

SORIN GHEȚARU

Se dă o soluție grafică problemei determinării celor mai largi condiții de stabilitate absolută, ce pot fi obținute cu ajutorul unei funcții Leapunov de tipul formă pătratică plus integrală.

În 1961 Solomon Lefschetz ridică problema determinării celor mai largi condiții de stabilitate absolută, ce pot fi obținute cu ajutorul unei funcții Leapunov de tipul formă pătratică plus integrală. În 1962 T. Morozan prezintă în [1] o soluție analitică a acestei probleme. Indicăm în cele ce urmează o variantă grafică a soluției problemei. Metoda este ușor utilizabilă și atunci cînd sistemul de reglaj automat analizat nu are o formă particulară. După cum era de așteptat, se utilizează direct metodele frecvențiale de investigație a stabilității absolute a sistemelor neliniare [2].

Fie sistemul neliniar de reglaj automat cu control indirect, descris de

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax + b \cdot \varphi(\sigma), \\ \dot{\xi} &= \varphi(\sigma), \\ \sigma &= c^* x - \gamma \xi, \end{aligned} \tag{1}$$

și reprezentat în figura 1.

În (1) $A$ este o $n$-matrice hurwitziană, $b$ și $c$ sînt $n$-vectori, cele $n$ componente ale lui $x$ sînt mărimi de stare ale sistemului (1), iar $\varphi(\sigma)$ este o funcție caracteristică a mecanismului de reglaj automat și anume o funcție admisibilă, satisfăcînd condițiile $\varphi(0) = 0, 0 < \sigma \cdot \varphi(\sigma) < h\sigma^2$.

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 223–226, București, 1968

Sistemul (1) poate fi transcris din variabilele $x$, $\xi$ în variabilele $x$, $\sigma$ obținînd astfel sistemul:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + b.\ \varphi(\sigma),$$

$$\dot{\sigma} = c^*Ax - \rho \cdot \varphi(\sigma), \tag{1'}$$

unde

$$\rho = \gamma - c^*b,$$

căruia îi corespunde schema bloc din figura 2.

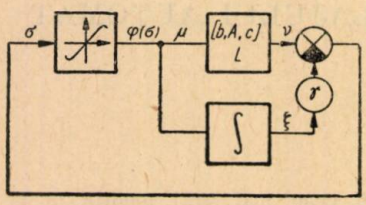



Fig. 1. — Schema bloc corespunzătoare sistemului (1).

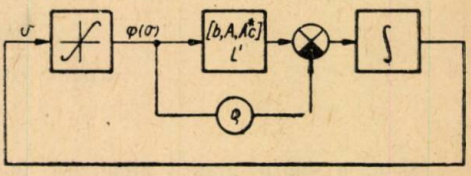



Fig. 2. — Schema bloc corespunzătoare sistemului (1').

În figura 1 am pus în evidență blocul liniar $L$ ale cărui mărimi de intrare, de stare și de ieșire sînt legate prin relațiile:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + b\mu, \tag{2}$$

$$\nu = c^*x,$$

și a cărui funcție de transfer este dată de ecuația

$$W(i\omega) = c^*(i\omega E - A)^{-1}b.$$

Se definește funcția de transfer modificată $W'(i\omega)$ prin: (2)

$$\begin{aligned} \text{Re } W'(i\omega) &= \text{Re } W(i\omega), \\ \text{Im } W'(i\omega) &= \omega \text{ Im } W(i\omega). \end{aligned} \tag{3}$$

Pentru verificarea stabilității absolute a sistemului analizat se alege o funcție Leapunov de forma

$$V(x, \sigma) = x^*Bx + \alpha(\sigma - c^*x)^2 + \int_0^\sigma \varphi(\nu)\ d\nu, \tag{4}$$

a cărei derivată, în virtutea sistemului (1'), este:

$$\dot{V}(x,) = x^*(A^*B + BA)x + 2(Bb +$$

$$+ \frac{1}{2}A^*c + \alpha\gamma c)^*x - \rho\varphi^2(\sigma) - 2\alpha\gamma\sigma \cdot \varphi(\sigma). \tag{5}$$

Cerînd ca $\dot{\tilde{V}}(x,\sigma)$ să fie negativ definită obţinem o inegalitate :

$$\rho > (Bb + \frac{1}{2}A^*c + \alpha\gamma c)^* C^{-1} (Bb + \frac{1}{2}A^*c + \alpha\gamma c), \tag{6}$$

care pentru fiecare $B$ ales determină un anumit domeniu de stabilitate în planul parametrilor sistemului (1').

Problema formulată de S. Lefschetz se rezolvă calculînd :

$$\rho_{\min} = \min_{\alpha, c} (Bb + \frac{1}{2}A^*c + \alpha\gamma c)^* C^{-1} (Bb + \frac{1}{2}A^*c + \alpha\gamma c), \tag{7}$$

unde am notat

$$-C = A^*B + BA.$$

Pentru aceasta apelăm la o inegalitate matriceală echivalentă cu (6) :

$$C - gg^* > 0, \tag{8}$$

unde :

$$-C = A^*B + BA,\ g = B\tilde{b} + \tilde{k},\ \sqrt{\rho}\cdot\tilde{b} = b,\ \sqrt{\rho}\cdot\tilde{k} = \frac{1}{2}A^*c + \alpha\gamma c.$$

Folosind [3] găsim o condiţie necesară şi suficientă care asigură verificarea inegalităţii (8) :

$$1 + 2\mathrm{Re}\ \tilde{k}\ (A - i\omega E)^{-1}\ \tilde{b} > 0 \qquad \text{(pentru toţi } \omega \text{ reali)}.$$

Aceasta poate fi adusă uşor la forma :

$$\rho > -c^*b + \frac{-\mathrm{Im}W'(i\omega)}{1 - 2\alpha\ \mathrm{Re}\ W'(i\omega)} \qquad \text{(pentru toţi } \omega \geqslant 0),$$

sau

$$\rho > -c^*b + \max_{\omega \geqslant 0} \frac{-\mathrm{Im}W'(i\omega)}{1 - 2\alpha\ \mathrm{Re}\ W'(i\omega)},$$

astfel că

$$\rho_{\min} = -c^*b + \min_{\alpha} \max_{\omega \geqslant 0} \frac{-\mathrm{Im}\ W'(i\omega)}{1 - 2\alpha\ \mathrm{Re}\ W'(i\omega)}.$$

Fie, acum, locul punctelor $(u(\omega), v(\omega))$ legate prin :

$$u(\omega) = -\mathrm{Re}\ W'(i\omega), \qquad v(\omega) = -\mathrm{Im}\ W'(i\omega),$$

sau hodograful funcţiei de transfer modificate a blocului $(L)$ pe care l-am reprezentat în figura 3. Construim dreapta $D_\alpha$ cu următoarele proprietăţi :

(i) $D_\alpha$ taie axa absciselor în punctul $(-1/2\alpha, 0)$,

(ii) $D_\alpha$ nu este paralelă cu axa ordonatelor şi taie această axă într-un punct de ordonată nenegativă,

(iii) dintre cele două semiplane în care dreapta $D_\alpha$ împarte planul $\{u, v\}$, semiplanul care nu cuprinde punctul (1, 0) nu conține nici un alt punct al hodografului $(u(\omega), v(\omega))$,

(iv) nu există nici o altă dreaptă care să satisfacă condițiile de mai sus și să taie pe axa ordonatelor un segment, măsurat de la origine, mai mic.

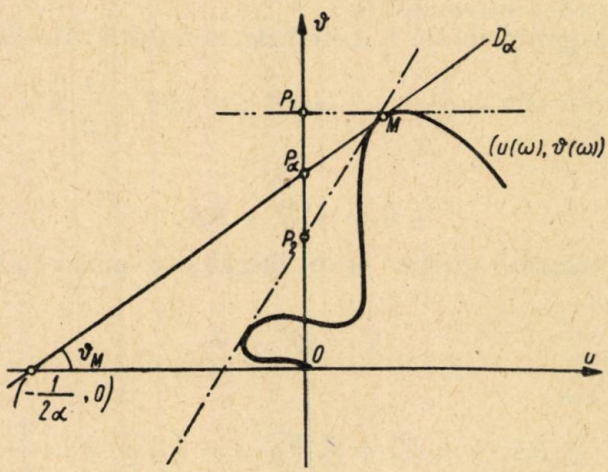



Fig. 3. — Hodograful funcției de transfer modificate :
— $c^*b+OP_1$ dă cea mai bună evaluare pentru $\rho_{min}$ dacă $\alpha=0$.
— $c^*b+OP_2$ dă cea mai bună evaluare pentru $\rho_{min}$ dacă folosim o funcție Leapunov de tipul (4).

Avem deci condițiile :

$$\max_{\omega \geqslant 0} \frac{-\operatorname{Im} W'(i\omega)}{1 - 2\alpha \operatorname{Re} W'(i\omega)} = \max_{\omega \geqslant 0} \frac{1}{2\alpha} \frac{v(\omega)}{\frac{1}{2\alpha} + u(\omega)} = \frac{1}{2\alpha} \operatorname{tg} \theta_M = OP_\alpha,$$

cu ajutorul cărora găsim :

$$\rho_{min} = -c^*b + \min_{\alpha \geqslant 0} OP_\alpha. \tag{9}$$

Problema se rezolvă căutînd $\alpha$ pentru care $OP_\alpha$ este minim.

*Observație.* Este ușor de observat că în cazul în care folosim în locul lui (4) o funcție Leapunov neîmbunătățită ($\alpha = 0$), căpătăm pentru $\rho_{min}$ o evaluare care poate fi mai slabă decît cea dată de (9). Reprezentarea hodografului funcției de transfer modificate pune imediat în evidență apariția acestei situații.

BIBLIOGRAFIE

1. T. Morozan, *Remarques sur une note de Yacubovich*, C. R. Acad. Sci. (Paris), *254*, 1127–1229 (1962).
2. V. M. Popov, *Noi criterii grafice pentru stabilitatea stării staționare a sistemelor autonome neliniare*, St. cerc. energ., X, *3* (1960).
3. В. А. Якубович, *Решение некоторых матричных неравенств*, Докл. АН СССР, **143**, *6* (1962).

# REFLECȚII PE MARGINEA COLOCVIULUI „COROZIUNEA ȘI TERMODINAMICA ELECTROCHIMICĂ" Istanbul, 12—16 sept. 1967

Lucrările colocviului „Coroziunea și termodinamica electrochimică" care s-a desfășurat în intervalul 12—16 sept. 1967 la Istanbul marchează, atît prin conținutul comunicărilor prezentate cît și prin discuțiile prilejuite, o etapă importantă în evoluția științei de graniță care este electrochimia.

Astfel, într-o serie de comunicări cu caracter general, referitoare la soluții, se extind actualele metode de analiză a echilibrelor electrochimice, metode bazate pe folosirea diagramelor de echilibru și la stări în afara echilibrului, stabilindu-se anticipat condițiile și sensul reacțiilor complexe chimice și electrochimice analizate.

O altă serie de comunicări aduc contribuții importante la analiza proceselor de electrod, a căror importanță practică în domeniul pilelor de combustie a fost evidențiată. Cauzele supratensiunii în electroliză, a polarizării electrozilor, a atacului metalelor, au fost analizate atît în lumina metodelor termodinamicii clasice cît și a celor bazate pe cinetica chimică și electrochimică.

Cu această ocazie a fost relevat faptul că, atît metodele termodinamicii clasice cît și acele ale cineticii chimice actuale nu explică fenomenul fundamental al f.e.m. de contact între metal și electrolit.

În sprijinul evidențierii acestei situații, s-a arătat că unii autori consideră și astăzi încă f.e.m. de contact localizată la contactul metal-metal și nu la contactul metal-electrolit. De asemenea, unele aspecte ale fenomenelor electrochimice conduc la existența entropiei negative, la existența păturii duble neneutre și altele.

Apare astfel evident că atît metodele pe care ni le pun la îndemînă termodinamica clasică cît și cinetica chimică și electrochimică nu sînt suficiente pentru a explica fără ambiguitate totalitatea fenomenelor electrochimice astăzi cunoscute.

Pentru a ieși din impas și a da un impuls nou electrochimiei s-au conturat din discuții trei căi și anume:

1) aplicarea metodelor elaborate recent în termodinamica fenomenelor ireversibile;

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 227—228, București, 1968

2) aplicarea mecanicii cuantice ca şi în cazul semiconductorilor, în special la procesele de electrod;

3) completarea metodelor cinetice prin luarea în consideraţie a electronilor solvataţi şi a schimbului de electroni între metal şi soluţie. Aceasta duce la introducerea unui termen de corecţie în formula fundamentală a lui Nernst, de la care se pleacă în actuala teorie.

Viitorul apropiat va arăta calea sau căile pe care le va urma electrochimia pentru a ieşi din actuala criză şi a da răspuns problemelor nevralgice care au provocat-o. Cu siguranţă că ea este datorită numeroaselor ipoteze, unele contradictorii, care au fost introduse succesiv pentru a da o explicaţie faptelor care s-au acumulat pe măsura dezvoltării cercetărilor în acest domeniu.

În încheiere trebuie să menţionez comunicările valoroase prezentate de delegaţia română şi care au fost bine primite şi amplu discutate de către participanţi.

Majoritatea comunicărilor şi discuţiilor vor fi publicate în Electrochimica Acta / Cambridge, Anglia.

*M. Marinescu*

# INFORMARE

V.D.I. — Verein Deutscher Ingenieure (Asociația Ing. Germani) — Fachgruppe Energietechnik — ne semnalează că prin grupa de specialitate din Düsseldorf este în măsură să difuzeze lucrările Conferinței internaționale de termodinamica apei și a aburului din cadrul Comitetului Internațional de formulări, cu sediul la New York.

Comunicările sînt publicate în limba engleză și se referă la un sistem de ecuații ale proprietăților aburului în vederea utilizării industriale în calculatoare electronice.

Formulările au fost aprobate de delegații Angliei, R.P. Polone, Republicii Federale a Germaniei, Japoniei, Statelor Unite și U.R.S.S. și sînt valabile pentru un domeniu de la 0 la 800°C, cu presiuni pînă la 1 000 bari. Lucrarea conține în afara formulărilor :

— un supliment cu ecuații pentru căldurile specifice izobare ale apei și aburului ;

— tabel de valori ale indicilor termodinamici calculați conform noilor ecuații (redactate de delegația americană) ;

— tabel de valori de verificare pe baza noilor ecuații pentru controlul exactității programării în calculatorul electronic.

Lucrările pot fi procurate contra cost (48.DM) de la :

V. D. I. — Fachgruppe Energietechnik,
4 Düsseldorf 1, Postfach 1139.

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 229, București, 1968

ALEXANDRU PAP 620.9

## VARIAȚIA CHELTUIELILOR DE PRODUCȚIE ÎN MODELUL MATEMATIC AL PLANULUI ANUAL DE APROVIZIONARE CU COMBUSTIBIL ȘI ENERGIE

În articol se propune o metodologie pentru cuprinderea variației cheltuielilor de producție ale purtătorilor de energie primară în funcție de nivelul producției, în modelul matematic al planului anual de aprovizionare cu combustibil și energie, folosindu-se în acest scop posibilitățile oferite de programarea liniară.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 3—12 București 1968*

D. GRECOV, E. DĂMĂCEANU-GUȚU și D. COSTEA 536.52:636.45

## DETERMINAREA VALORILOR INSTANTANEE ALE EMISIVITĂȚII ȘI TEMPERATURII ÎN FLĂCĂRI DIFUZIV TURBULENTE

Se prezintă rezultatele experimentale ale determinării temperaturii și coeficientului de emisie al flăcărilor difuziv turbulente prin metoda Kurlbaumm.

S-a studiat variația coeficientului $\varepsilon_\lambda$ cu lungimea de undă, cu diametrul ajutajului și cu viteza de ieșire a gazului prin ajutaj.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 13—21 București 1968*

C. HAIDUC 621.039:621.391

## METODĂ DE DETERMINARE A TIPULUI OPTIM DE CENTRALĂ NUCLEARĂ-ELECTRICĂ

În articol se prezintă sintetic rezultatele cercetărilor întreprinse de autor în cadrul Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România în perioada 1964—1966 privind elaborarea metodei de determinare a tipului optim de centrală nucleară-electrică și de analiză a competitivității centralelor nucleare-electrice cu centralele termo electrice, lucrare de o deosebită importanță științifică și practică. Metoda propusă ține seama de patru criterii principale : cheltuielile specifice de calcul, prețul de cost al energiei electrice, investițiile specifice în centrală și de utilizarea combustibilului nuclear. Se dau rezultatele aplicării metodei pentru 13 tipuri de CNE și 3 tipuri de CTE în condițiile țării noastre.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 23—36 București 1968*

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, VICTOR PIMSNER 536.7

## TRANSFORMĂRI ENERGETICE ÎN AMESTECURI DE GAZE DE ARDERE ȘI APĂ

În lucrare se prezintă o metodică de calcul a vitezei de curgere într-un proces adiabatic, în cazul în care în gazele de ardere disociate și aflate la temperatură ridicată se pulverizează apă în vederea scăderii temperaturii acestora. Calculul se conduce integrînd simultan ecuațiile (9), (14) și ținîndu-se seama de funcțiile cunoscute (10), (11) și (12). În continuare se soluționează problema în cazul în care se admite o lege simplă de vaporizare a lichidului. Se prezintă de asemenea metoda de calcul a căldurii de resociere (vezi relația 20).

*St. cerc. energ. electr. Tom 18, Nr. 1, p. 37—46 București 1968*

N. DĂNILĂ și A. LECA

621.311.22

## POSIBILITĂȚI DE ÎMBUNĂTĂȚIRE A TRANSFERULUI CĂLDURII ÎN CIRCUITUL REGENERATIV AL CENTRALELOR TERMOELECTRICE CU ABUR

În lucrare se expun problemele reducerii pierderilor de energie și exergie în circuitul regenerativ al centralelor termoelectrice cu abur, cu și fără supraîncălzire intermediară, prin utilizarea căldurii de supraîncălzire a aburului de priză și prin subrăcirea condensatului acestuia. Se analizează pierderile de exergie ale unui preîncălzitor izolat și ale întregului circuit regenerativ, în ipoteza prevederii unor suprafețe schimbătoare de căldură speciale. Concluziile teoretice sînt însoțite de calculele comparative ale unor cicluri termice pentru care se prezintă și bilanțurile exergetice.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 47—59 București 1968*

I. IORDACHE

662.611:662.95

## SCHIMBUL DE MASĂ ÎN CAZUL A DOUĂ JETURI TURBULENTE AXIAL SIMETRICE ÎN ECHICURENT MĂRGINITE DE PEREȚI

Modelul fizic adoptat a permis determinarea unui parametru adimensional $\theta_r$, care caracterizează procesul de amestecare a două jeturi turbulente axial simetrice în echicurent mărginite de pereți.

Încercările experimentale efectuate au pus în evidență influența parametrului $\theta_r$ asupra procesului de amestecare și au permis totodată stabilirea unei funcții de corelație între variația concentrației în lungul jeturilor cu viteză ambiantă variabilă, mărginite de pereți și respectiv a celor libere.

*St. cerc. energ. electr. Tom . 18, Nr. 1, p. 61—71 București 1968*

N. ANTONESCU și I. RĂDULESCU

662.612:662.69

## STABILITATEA SIMETRICĂ ȘI ASIMETRICĂ A FLĂCĂRILOR ÎN INCINTE

Cercetările experimentale arată că flacăra amorsată în incintă se păstrează stabilă pînă la o anumită limită, numită limita de stabilitate prin rupere, după care flacăra își mărește brusc distanța de acroșare, fiind practic expulzată.

În unele cazuri, flacăra este expulzată simultan din amîndouă suprafețele ei de aprindere, alteori este expulzată numai dintr-o singură suprafață de aprindere, realizîndu-se stabilizări simetrice și asimetrice față de incintă.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 73—83 București 1968*

G. DRĂGAN

537.523.3

## ASUPRA ECUAȚIEI INTEGRALE A DESCĂRCĂRII CORONA ÎN CAZUL UNUI CÎMP CILINDRIC COAXIAL

În lucrare se determină o ecuație integrală a descărcării corona pentru o formă oarecare a tensiunii, precum și pentru cazul tensiunii sinusoidale, considerînd mobilitatea ionilor ca fiind funcție de intensitatea locală a cîmpului electric. În cazul tensiunii sinusoidale se integrează ecuația integrală obținută : relațiile de calcul deduse pot fi utilizate pentru un calculator numeric.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 85—98 București 1968*

CEZAR FLUERAȘU

538.122.621.3.013

## LEVITAȚIA ELECTROMAGNETICĂ A UNEI BENZI PLANE CONDUCTOARE

În lucrare se studiază levitația electromagnetică a unei benzi plane conductoare, levitatorul fiind realizat din două conductoare rectilinii și paralele, parcurse de curenți alternativi egali și în opoziție de fază.

Calculele se fac în două moduri:

a) presupunînd lățimea benzii suficient de mare încît bara să poată fi asimilată unui ecran infinit;

b) presupunînd banda de lățime finită, însă perfect conductoare.

Se dau formule și curbe pentru calculul forței de levitație și al pierderilor.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 99—112 București 1968*

I. R. CIRIC

538.122:621.3.013

## ASUPRA LEVITAȚIEI ELECTROMAGNETICE A CONDUCTOARELOR CILINDRICE CIRCULARE DREPTE

În lucrare se obține soluția aproximativă în problema levitației electromagnetice a unui conductor cilindric circular drept, foarte lung, în formă de țeavă foarte subțire, în prezența unui sistem de două fire rectilinii, paralele cu conductorul cilindric și parcurse de curent alternativ. Se consideră numai cazul cînd sistemul celor două fire este situat în exteriorul conductorului cilindric.

De asemenea, se obține soluția exactă a aceleiași probleme, însă, pentru cazul cilindrului circular drept perfect conductor, pentru care se determină și frontierele zonei de stabilitate statică. Rezultatele obținute în acest din urmă caz se compară cu acelea obținute în cazul cilindrului circular drept plin de conductivitate finită [2].

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr, 1, p. 113—130 București 1968*

T. DORDEA

621.313

## ASUPRA CUPLULUI ELECTROMAGNETIC AL MAȘINILOR ELECTRICE

Se stabilește expresia inducției magnetice într-un punct al unui circuit feromagnetic cu o parte mobilă și una fixă, prin intermediul a șase coeficienți, în ipoteza că pierderile în fier sînt determinate de curenții electrici turbionari superficiali. Cu această expresie se calculează fluxurile unei mașini electrice.

Se înlocuiesc apoi curenții turbionari prin curenți stabiliți într-un sistem de înfășurări suplimentare, cu ajutorul cărora se calculează cuplul electromagnetic în cazul general, considerînd separat pierderile în fier, în stator și rotor.

În cazul particular al mașinilor de inducție și sincrone simetrice, în regim staționar sinusoidal, se obțin expresii pentru cuplu și parametrii, mai generale și mai exacte decît cele cunoscute.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 131—146 București 1968*

F. SPINEI

621.3.011.1

## CONTRIBUȚII PRIVIND STUDIUL CÎMPULUI ELECTROCINETIC ÎN MEDII NELINIARE

În lucrare se demonstrează teoremele de unicitate referitoare la:

— cîmpul electrocinetic staționar;

— circuitele electrice de curent continuu, în regim permanent;

— circuitele electrice filiforme în regim tranzitoriu în cazul mediilor, respectiv elementelor de circuit neliniare, ale căror caracteristici sînt monotone și fără histerezis.

Aceste teoreme, ca și consecințele lor, prezintă importanță pentru precizarea modului de punere a unor probleme privind electrotehnica neliniară, cît și pentru rezolvarea lor.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 147—160 București 1968*

V. D. SAVIUC

538.542:621.313.001

## CONTRIBUȚII LA STUDIUL EFECTULUI PELICULAR ÎN CONDUCTOARE FEROMAGNETICE CARE OCUPĂ UN SEMISPAȚIU LA CÎMPURI MAGNETICE MEDII DE SUPRAFAȚĂ

O metodă de calcul, fundamentală în lucrări anterioare, se extinde la studiul efectului pelicular în cîmpuri medii, la care variația permeabilității cu intensitatea cîmpului este importantă. Se studiază influența formei de variație a modulului și a argumentului permeabilității complexe, în ipoteze simplificatoare, asupra „rezistenței și reactanței interne" unui conductor convențional. Se compară cu date experimentale și cu rezultatele calculelor efectuate cu metoda diferențelor finite.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18 Nr. 1 p. 161—178 București 1968*

I. ADĂMUȚ

621.315.09:517.512.6

## CERCETĂRI PRIVIND VARIAȚIA TENSIUNII LA EXTREMITATEA RECEPTOR A UNEI LINII DE LUNGIME FINITĂ FĂRĂ PIERDERI, PE O CALE NOUĂ — MODELAREA ANALOGICĂ A FUNCȚIILOR LAGUERRE GENERALIZATE

Tensiunea la bornele unui receptor inductiv racordat la extremitatea unei linii lungi fără pierderi cu întoarcere prin sol de conductanță infinită, alimentată cu o tensiune constantă, este exprimată printr-o sumă de polinoame Laguerre generalizate.

În lucrare se prezintă analiza variației acestei tensiuni, aplicînd o metodă nouă — modelarea analogică a funcțiilor Laguerre generalizate.

Din diagramele obținute se analizează influența lungimii liniei $l$, a unei mărimi sintetice $\alpha$, — depinzînd de parametrii lineici $L$ și $C$, și de inductivitatea receptorului $L_0$ — și a numărului de unde parțiale duble $N$, considerate în calcul, determinîndu-se valoarea supratensiunii maxime de $\simeq 3\,u_0$.

În final se dă o interpretare fizică cazurilor limită $L_0 = 0$ și $L_0 = \infty$.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 179 București 1968*

MIRCEA CEHAN-RACOVIȚĂ

621.7.078

## UTILIZAREA METODEI LUI RITZ ÎN DETERMINAREA PROCESELOR DE REGLARE OPTIMALE

Caracterul adecvat al criteriilor de calitate poate fi elucidat în măsură importantă, determinînd procesul optimal (extremala) pe care îl definesc. Această problemă este studiată în lucrare, referitor la criteriile integrale pătratice ponderate. Determinarea extremalei are loc în condiții generale idealizate, constituind o reprezentare relativ fidelă a sistemelor reale. Procesele optimale teoretice deduse permit urmărirea calitativă și cantitativă a efectului funcției pondere $\varphi(t) = t^{2k}$.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 199 București 1968*

I. D. LANDAU, AL. GROSSU și ȘT. GAVĂT

621.3.78

## CONTRIBUȚII LA REALIZAREA SCHEMELOR DE REGLARE ADAPTIVĂ DUPĂ MODEL ÎN ACȚIONĂRILE ELECTRICE

Se prezintă unele considerații privind introducerea reglării adaptive în acționările electrice, demonstrîndu-se posibilitatea realizării reglării adaptive după model.

În continuare se prezintă sistemul de reglare adaptiv după model realizat, precum și rezultatele obținute în scheme de reglare a curentului și turației în care motoarele de c.c. și motoarele asincrone au fost simulate cu ajutorul amplificatoarelor operaționale.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 1, p. 211 București 1968*

AL. PAP 620.9

## LA VARIATION DES DÉPENSES DE PRODUCTION DANS LE MODÈLE MATHÉMATIQUE DU PLAN ANNUEL D'APPROVISIONNEMENT EN COMBUSTIBLE ET ÉNERGIE

Dans l'article on propose une méthodologie pour inclure la variation des dépenses de production des porteurs d'énergie primaire en fonction du niveau de production, dans le modèle mathématique du plan annuel d'approvisionnement en combustible et énergie, en utilisant dans ce but les possibilités offertes par la programmation linéaire.

*St. cerc energ. electr., 18, 1 1968*

D. GRECOV, E. GUȚU-DĂMĂCEANU, D. COSTEA 536.52 : 636.45

## BESTIMMUNG DER MOMENTANEN WERTE DER EMISSIVITÄT UND TEMPERATUR VON DIFFUSIV TURBULENTEN FLAMMEN

Die Arbeit befaßt sicht mit einer optischen Methode zur Bestimmung der momentanen Werte des Emissionskoeffizienten und der Temperatur der diffusiv turbulenten Flamme. Es werden die Emissionskoeffizienten der Flamme in Abhängigkeit von der Wellenlänge, der Eingangsgeschwindigkeit und dem Durchmesser der Gasdüse gezeigt.

*St. cerc. energ. electr., 18, 1 1968*

К. Хайдук 621.039 : 553.3

## МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ТИПА АТОМНОЙ ЭЛЕКТРОСТАНЦИИ И ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ УСЛОВИЙ СОЦИАЛИСТИЧЕСКОЙ РЕСПУБЛИКИ РУМЫНИИ

Представлены в сокращенном виде результаты исследования проведенных автором в Энергетическом Институте Академии СРР в период 1964—1966 гг. по разработке методики определения оптимального типа атомной электростанции и для сопоставления экономичности атомных и тепловых электростанций. Работа имеет очень важное научное и практическое значение. Предложенная методика учитывает четыре главных критерия: удельные расчетные затраты, стоимость электроэнергии, удельные капиталовложения и использование ядерного горючего. Методика учитывает большое число Параметров, которые определяют экономичность АЭС и ТЭС. вредставлены результаты использования методики для 13 типов АЭС и 3 типа ТЭС в условиях Румынии.

*St. cerc. energ. electr., 18, 1 1968.*

C. A. VASILESCU, V. PIMSNER 537.7

## TRANSFORMATIONS ÉNERGÉTIQUES DANS LES MÉLANGES DE GAZ PRODUITS DE COMBUSTION ET D'EAU

Dans ce travail on présente une méthodologie pour le calcul de la vitesse d'écoulement en considérant un processus adiabatique pendant lequel on pulvérise de l'eau dans un courant de gaz dissocié en vue d'en diminuer la température. Le calcul se conduit en intégrant simultanément les équations (9), (14) et en tenant compte des fonctions connues (10), (11) et (12).

Le problème est solutionné pour le cas où l'ont admet une loi simple de vaporisation du liquide. On présente aussi la méthode de calcul de la chaleur de réassociation, relation (20).

*St. cerc. energ. electr., 18, 1 1968*

N. DĂNILĂ, A. LECA

621.311.22

## MÖGLICHKEITEN DER VERBESSERUNG DES WÄRMEÜBERGANGES IM VORWÄRMEKREISLAUF DER DAMPFKRAFTWERKE

Der Aufsatz untersucht die Wege der Verbesserung des Wärmeüberganges im Vorwärmekreislauf der Dampfkraftwerke, mit und ohne Zwischenüberhitzung, durch Anwendung konstruktiver Maßnahmen (Enthitzer und Kondensatkühler). Es wird die exergetische Methode angewandt, mit welcher die Ergebnisse ausgewertet werden.



I. IORDACHE

662.612 : 622.69

## L'ÉCHANGE DE MASSE POUR LE CAS DE DEUX JETS TURBULENTS AXIALEMENT SYMÉTRIQUES EN ÉQUICOURANT BORNÉS PAR DES PAROIS

Le modèle physique adopté a permis de déterminer un paramètre $\theta_r$, qui caractérise le processus de mélange de deux jets turbulents axialement symétriques en équicourant bornés par des parois.

Les essais expérimentaux effectués ont montré l'influence du paramètre $\theta_r$ sur le processus de mélange et ont permis, en même temps, de déterminer une fonction de corrélation entre la variation de la concentration le long des jets de vitesse ambiante variable bornés par des parois et des jets libres.



N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU

662.612 : 622.69

## LA STABILITÉ SYMÉTRIQUE ET ASYMÉTRIQUE DES FLAMMES DANS LES FOYERS

Les études expérimentales ont démontré que la flamme se maintient stable dans une chambre de combustion jusqu'à une limite au-delà de laquelle sa distance d'accrochage croît brusquement.

Il y a un cas où l'extinction de la flamme se produit simultanément des deux côtés et d'autres cas où l'extinction se produit d'un seul côté, résultant ainsi des stabilisations symétriques et asymétriques par rapport à la chambre de combustion.



G. DRĂGAN

537.523.3

## SUR L'ÉQUATION INTÉGRALE DE LA DÉCHARGE DE COURONNE DANS LE CAS D'UN CHAMP CYLINDRIQUE COAXIAL

On détermine une équation intégrale de la décharge de couronne pour une forme quelconque de la tension et pour le cas de la tension sinusoïdale, considérant la mobilité des ions en fonction de l'intensité locale du champ électrique. Pour le cas de la tension sinusoïdale on fait l'intégration de l'équation intégrale obtenue : les relations de calcul déduites peuvent être utilisées pour un calcul numérique.

C. FLUERAȘU

538.122 : 621.3.033

## LA LÉVITATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE D'UNE BANDE CONDUCTRICE

On étudie la lévitation électromagnétique d'une bande conductrice de longueur infinie à l'aide de deux fils parallèles traversés par des courants alternatifs égaux et en antiphase.

Les calculs sont faits en deux situations :

a. La largeur de la bande est suffisamment grande pour que celle-i puisse être supposée infinie (§ 2.1)

b. La largeur de la bande est finie, mais sa conductivité est infinie (§ 2.2).

On donne des formules pour le calcul de la force de lévitation et des pertes (rel. 12, 16, 43).

*St. cerc. energ. electr., 18, 1 1968*

I. CIRIC

538.122 : 621.3.013

## SUR LA LÉVITATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE DES CONDUCTEURS CYLINDRIQUES

Dans cet article on obtient la solution approximative du problème de la lévitation électromagnétique d'un tuyau cylindrique mince et d'une très grande longueur, à l'aide de deux fils rectilignes, parallèles au conducteur et traversés par un courant alternatif. On détermine aussi la solution exacte du même problème dans le cas du conducteur de conductivité infinie. Dans ce cas, on détermine aussi le domaine de stabilité statique. On compare les résultats obtenus dans ce dernier cas avec ceux obtenus dans le cas du cylindre de conductivité finie [2].

*St. cerc. energ. electr., 18, 1 1968*

T. DORDEA

621.313

## CONSIDÉRATIONS CONCERNANT LE CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE DES MACHINES ÉLECTRIQUES

On établit l'expression de l'induction magnétique dans un point d'un circuit ferromagnétique dont une partie est mobile et l'autre fixe ; par l'intermédiaire de six coefficients, dans l'hypothèse que les pertes en fer sont déterminées par les courants électriques tourbillonnaires superficiels. On calcule à l'aide de cette expression les flux d'une machine électrique.

On remplace les courants turbillonnaires par les courants établis dans un système d'enroulements supplémentaires, à l'aide desquels on calcule le couple électromagnétique dans les cas général, en considérant séparément les pertes en fer, dans le stator et le rotor.

Dans le cas particulier des machines d'induction et synchrones symétriques, dans le régime stationnaire sinusoïdal, on obtient des expressions pour le couple et les paramètres, plus générales et plus exactes que d'autres expressions connues.

*St. cerc. energ. electr., 18, 1 1968*

I. SPINEI

621.3.0011.1

## CONTRIBUTION CONCERNANT L'ÉTUDE DU CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE STATIONNAIRE DANS LES MILIEUX NON LINÉAIRES ET LA THÉORIE DES CIRCUITS ÉLECTRIQUES NON LINÉAIRES

On démontre quelques théorèmes d'unicité concernant le champ électromagnétique stationnaire des circuits électriques de courant continu et les circuits électriques dans les régimes stationnaires. On analyse les cas linéaires ainsi que les cas non linéaires mais sans hystérésis.

*St. cerc. energ. electr., 18, 1 1968*

V. D. SAVIUC

538.542 : 621.313.001

## CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DE L'EFFET PELLICULAIRE DANS LES CONDUCTEURS FERROMAGNÉTIQUES QUI OCCUPENT UN DEMIESPACE POUR LES CHAMPS MAGNÉTIQUES MOYENS DE SURFACE

On généralise une méthode de calcul fondamental donnée dans les travaux antérieurs, pour l'étude de l'effet pelliculaire dans les champs moyens, où la variation de la perméabilité avec l'intensité du champ est importante.

On étudie l'influence de la forme de variation du module et de l'argument de la pérmeabilité complexe, dans les hypothèses simplificatrices, sur la ,,résistance et la réactance interne'' d'un conducteur conventionnel. On les compare avec les données expérimentales et avec les résultats des calculs effectués à l'aide de la méthode des différences finies.

*St. cerc. energ. electr., 18, 1 1968*

J. ADĂMUȚ

621.315 : 621.3.078

## RECHERCHES SUR LA VARIATION DE LA TENSION À L'EXTRÉMITÉ RÉCEPTEUR D'UNE LIGNE ÉLECTRIQUE DE LONGUEUR FINIE À L'AIDE D'UNE NOUVELLE MÉTHODE: LE MODELAGE ANALOGIQUE DES FONCTIONS LAGUERRE GÉNÉRALISÉES

On présente la variation de la tension en régime transitoire aux bornes d'un transformateur à vide couplé à l'extrémité d'une ligne éléctrique longue, pour les paramètres : longueur de la ligne, $l$, facteur de charge, $\alpha = Z_c/L_0$ défini par l'auteur et le nombre d'ondes partielles doubles $N$, retenues dans le calcul.

L'expression de la tension sous la forme d'une somme de fonctions Laguerre généralisées est modelée à l'aide d'un calculateur analogique. Quelques particularités de cette méthode sont exposées. Les zones pour $\alpha$ et $l$ où la tension est minimum sont indiquées. On présente aussi une interprétation physique ondulatoire pour les cas limite $L_0 = 0$ et $L_0 = \infty$.

*St. cerc. energ. electr., 18, 1 1968*

M. CEHAN-RAȚOVIȚĂ

621.3.078

## RITZ'S METHOD APPLIED TO THE DETERMINATION OF OPTIMAL CONTROL PROCESSES

The paper deals with the derivation of optimal control processes defined by some weighted integral performance criteria.

In order to obtain these extremal functions the Ritz's method is used taking into account Tupitzyn's physical realizability condition. The analysis of results leads to some practical conclusions concerning the appropriate application of discussed criteria.

*St. cerc. energ electr., 18, 1 1968*

I. D. LANDAU, AL. GROSSU, ST. GAVĂT

621.3.078

## CONTRIBUTION À LA RÉALISATION DES COMMANDES ADAPTATIVES À L'AIDE D'UN MODÈLE DANS LES ASSERVISSEMENTS À MOTEURS ÉLÉCTRIQUES

On présente des considérations sur l'introduction de la commande adaptative dans les asservissements à moteurs éléctriques. On justifie la possibilité de la réalisation en ce cas d'une commande adaptative a l'aide d'un modèle.

On décrit le système de commande adaptative à l'aide d'un modèle destiné à cette fin et on présente les résultats expérimentaux obtenus.

*St. cerc. energ. electr., 18, 1 1968*

## RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile: discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne de pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare pe calc în tuş, însoţite de cîte două copii şi de o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, şase rînduri; un rezumat de circa 2 000 semne.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională.

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie: Bucureşti. Şos. Vitan, nr. 236, raionul Tudor Vladimirescu.

1968 AUG 16

## LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

V. MANEA, **Cîteva probleme ale teoriei plăcilor plane elastice**, 1966, 255 p., 8,75 lei.

T. OROVEANU, **Scurgerea fluidelor multifazice prin medii poroase**, 1966, 599 p., 41 lei.

GH. CARTIANU, **Modulația de frecvență**, 1966, 693 p., 44 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, **Teoria lubrificației în regim turbulent**, 1965, 343 p., 29 lei.

V. PIMSNER, C. A. VASILESCU și GH. RĂDULESCU, **Energetica turbomotoarelor cu ardere internă**, 1964, 756 p., 45 lei.

C. C. TEODORESCU, **Teoria șinei fără joante supuse la variații de temperatură**, 1965, 260 p., 3 pl., 19,50 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, PERICLE SVORONOS și VICTOR PIMSNER, **Exploatarea rațională a gazelor naturale**, 1963, 367 p. + 7 pl., 26,40 lei.

V. M. POPOV, **Hiperstabilitatea sistemelor automate**, 1966, 304 p., 16 lei.

S. HÎNCU, **Modelarea hidraulică în curenți de aer sub presiune**, 1967, 246 p., 11 lei.

AL. NICA, **Sisteme de lubrificație**, 1967, 262 p., 14,50 lei.

GH. VASILCA, OLGA BIȚĂ, **Procese de lubrificație, frecare și uzură la suprafețele metalice**, 1967, 416 p., 29 lei.

H. PASCAL, **Curgerea nestaționară a gazelor prin conducte magistrale**, 1967, 273 p., 16 lei.

I. P. „Informația" – c. 6203

43821

Lei 18.—

F 1736

REFERÁLVA

# STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

2

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 2, p. 231–518, Bucureşti 1968

## COMITETUL DE REDACȚIE


Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Prof. C. APETREI;
Dr. ing. CS. NAGY;
Dr. ing. V. PIMSNER;
Dr. ing. C. A. VASILESCU;
Dr. ing. ECATERINA ARIE — *secretar de redacție.*



Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 72 de lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236

F 1736


# STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
# ENERGETICĂ
ŞI
# ELECTROTEHNICĂ

Tomul 18, Nr. 2 — 1968


## SUMAR


Pag.

Economie energetică

N. LICIU, Optimizări în energetică prin utilizarea dualităţii în problemele extremale . . . . . 233

ŞT. KOVACS, Definirea unitară prin indicatori tehnici-economici curent utilizaţi a caracterului energointensiv al unor consumatori . . . . . 247

V. NITU, H. ALBERT, M. BRĂDESCU, Metoda generală de studii a siguranţei funcţionării complexelor energetice . . . . . 259

A. SOCI, Influenţa instalaţiilor de automatizare asupra siguranţei de funcţionare a elementelor sistemelor electroenergetice . . . . . 283

E. CONSTANTINESCU, Durata şi frecvenţa întreruperilor în instalaţiile electrice de înaltă tensiune . . . . . 295

Termoenergetică şi termotehnică

N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU, Stabilitatea flăcărilor turbionare în incinte răcite . . . . . 303

L. TEODORESCU, Influenţa geometriei secţiunii de curgere la acul pulverizatorului asupra stabilităţii proceselor de lucru la injector. . . . . 313

V. RADCENCO, Criterii noi de apreciere a efectului frigorific al maşinilor detentoare. . . . . 325

I. CARABOGDAN, Corelaţia dintre viteza de ardere a particulei de combustibil solid şi viteza relativă mediu-particulă . . . . . 343

Electroenergetică şi electrotehnică

A. ŢUGULEA, I. R. CIRIC, Cîmpul electromagnetic al unor spire parcurse de curent alternativ în prezenţa unor coji sferice conductoare . . . . . 355

C. BĂLĂ, AL. FETIŢA, Pierderile suplimentare în înfăşurările combinate tip indus de curent continuu . . . . . 381

M. BERCOVICI, A. ARIE, Aplicarea unor operatori de ortogonalitate pentru determinarea defectelor nete nesimetrice, multiple în reţelele electrice . . 403

C. FLUERAŞU, Parametrii tranzitorii ai unei bobine circulare cu secţiunea mică, paralelă cu suprafaţa unui semispaţiu conductor . . . . . 423


St. cerc. energ. electr. Tom. 18 Nr. 2, p. 231–518 Bucureşti 1968

Pag.

L. BOMPA, Cîmpul magnetic al unui dispozitiv feromagnetic cu armătură şi periodicitate axială . . . . . 443
M. MARINESCU, ŞT. DOBOŞ, Electrozi pentru pile de combustie cu combustibil dizolvat . . . . . 461
I. PONNER, Calculul negativării automate prin curenţi de grilă în cazul unei rezistenţe de grilă cu un coeficient de temperatură de valoare ridicată . 475
M. VARTOLOMEI, Studiul ansamblului proces-calculator de comandă prin modelare pe un calculator numeric universal . . . . . 481

## Note

V. V. GHIA, N. LEMNEANU, Cercetări privind arderea picăturilor de reziduu fenolic . . . . . 491

## Din viaţa ştiinţifică

CS. NAGY, V. CARACUDOVICI, A V-a Conferinţă de Energetică Industrială Praga, 3—9 septembrie 1967 . . . . . 499
* * * Manifestări stiinţifice organizate în anul 1967 . . . . . 501
* * * Cu privire la Conferinţa republicană de motoare cu ardere internă . . 502
* * * Lucrările prezentate în cadrul Conferinţei de motoare cu ardere internă 505
* * * Asupra lucrărilor simpozionului de „Analiza şi sinteza reţelelor electrice”. . 509
* * * Titlurile comunicărilor prezentate în cadrul simpozionului „Analiza şi sinteza reţelelor electrice” . . . . . 511

# OPTIMIZĂRI ÎN ENERGETICĂ PRIN UTILIZAREA DUALITĂȚII ÎN PROBLEMELE EXTREMALE

DE

N. LICIU

620.9 : 662.6.004.14 : 338.061 : 519

În articol se propune extinderea studiului dualității în problemele de căutare a unui extremum condiționat, insistîndu-se asupra multiplelor utilizări în energetică a indicatorilor denumiți „evaluări marginale". Se exemplifică prin determinarea evaluărilor marginale din optimizarea planului anual de aprovizionare cu combustibil și energie.

Problemele din tehnică sau economie, care au drept scop obținerea unor soluții optime dintr-unul sau mai multe puncte de vedere, se formalizează ca probleme extremale. Dintre acestea, o mare extindere au luat-o problemele de programare matematică, în rîndul cărora cele de programare liniară dețin întîietatea din punctul de vedere al simplității tratării și aplicabilității lor.

## 1. DUALITATEA ÎN MODELELE PROGRAMĂRII LINIARE

Pentru tratarea subiectului propus este necesar a prezenta mai întîi unele aspecte referitoare la principiul dualității în programarea liniară, introdus de către John von Neumann în 1947.

Problema generală a programării liniare se scrie sub forma [1].

Să se determine valorile lui $x_j \geqslant 0$ care să minimizeze (maximizeze) forma liniară $z$:

$$z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n,$$

St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 2, p. 233—245, 1968

sub restricțiile

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}\,x_n \geqslant b_1, \\ &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}\,x_n \geqslant b_2, \\ &\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \vdots \\ &a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}\,x_n \geqslant b_m. \end{aligned} \tag{1}$$

Teoria matematică arată că în programarea liniară oricărei probleme inițiale i se poate asocia o a doua problemă, numită duală. În raport cu duala, problema inițială poartă denumirea de problemă primală. Problema duală a primalei de mai sus se exprimă astfel:

Să se determine valorile lui $y_i \geqslant 0$, care să maximizeze (minimizeze) forma liniară $v$:

$$v = b_1y_1 + b_2y_2 + \ldots + b_m\,y_m,$$

sub restricțiile

$$\begin{aligned} &a_{11}y_1 + a_{21}y_2 + \ldots + a_{m1}\,y_m \leqslant c_1, \\ &a_{12}y_1 + a_{22}y_2 + \ldots + a_{m2}\,y_m \leqslant c_2, \\ &\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\quad \vdots \\ &a_{1n}\,y_1 + a_{2n}\,y_2 + \ldots + a_{mn}\,y_m \leqslant c_n. \end{aligned} \tag{2}$$

Se remarcă că dacă se construiește duala problemei duale se regăsește problema primală.

Au fost stabilite matematic o serie de proprietăți importante în legătură cu ansamblul problemelor primală, respectiv duală, dintre care amintim:

1.1. Teorema fundamentală a dualității potrivit căreia dacă problema primală este rezolvabilă atunci și duala sa este rezolvabilă, fiind îndeplinită egalitatea:

$$\min \sum_{j=1}^{n} c_j\,x_j = \max \sum_{i=1}^{m} b_i\,y_i = A.$$

1.2. Teorema Dantzig Orden conform căreia dacă în planul optimal $\hat{x}$ al problemei (1) $\hat{x_j} > 0$, atunci inegalitatea $j$ a problemei duale (pentru $y = \hat{y}$) se îndeplinește ca egalitate:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}\,\hat{y}_i = c_j \quad \text{iar cînd} \quad \sum_{i=1}^{m} a_{ij}\,\hat{y}_i < c_j \quad \text{rezultă} \quad \hat{x}_j = 0.$$

Reciproca teoremei este, de asemenea, adevărată.

1.3. Literatura matematică a evidențiat și o interpretare geometrică a dualității în programarea matematică [1].

1.4. Dacă se notează prin vectorul $\hat{y}$, soluția optimă a problemei (2), este clar că, în condiții determinate, la creșteri mici $\Delta b_i$ ale coordo-

natelor vectorului $b = (b_1, \ldots, b_m)$ maximumul funcției $v' = \sum_{i=1}^{m} (b_i + \Delta b_i) y_i$ va fi atins, de asemenea, în punctul $\hat{y}$. Mulțimea vectorilor $\Delta b = (\Delta b_1, \ldots, \Delta b_m)$ care posedă această proprietate o notăm prin $M^*$. Pentru $\Delta b \in M^*$, optimumul funcției obiectiv al problemei primale, la creșteri mici $\Delta b_i$, este egal cu $\sum_{i=1}^{m} (b_i + \Delta b_i) \hat{y}_i = A + \sum_{i=1}^{m} \Delta b_i \hat{y}_i$ și se realizează într-un punct $\bar{x} = \hat{x} + \Delta x$. În particular, dacă $\Delta b = (0, \ldots, \Delta b_i = 1{,}0, \ldots, 0)$, atunci optimumul funcției $v$ va fi egal cu $A + \hat{y}_i$, adică creșterea lui $b_i$ cu o unitate determină adăugarea la optimum a valorii $\hat{y}_i$.

Se poate afla, de asemenea, mărimea maximă (minimă) cu care se poate modifica componenta $b_k$ pentru ca variabilele duale, corespunzătoare planului optimal cu mărimile $b_k$ modificate, să rămînă aceleași.

Trebuie să remarcăm ca foarte important și faptul că prin rezolvarea problemelor de programare liniară cu algoritmele devenite clasice (simplex, simplex revizuit, simplex modificat etc.), se obține concomitent cu soluția optimă a problemei primale și soluția optimă a problemei duale sub forma ultimului rînd al tabelului simplex optim al primalei.

Există, de asemenea, posibilitatea determinării soluției optime a problemei duale concomitent cu soluționarea problemei primale prin programare în blocuri (pe baza principiului de descompunere Dantzig—Wolfe).

În acest caz, variabilele duale se obțin pe ultima linie a tabelului optim corespunzător rezolvării fiecărui bloc în dreptul coloanelor respective și, la fel, pentru fîșia comună [2].

1.5. Valorile $\hat{y}_i$ din soluția dualei pot fi considerate ca niște indicatori ai influenței modificării cantitative a disponibilului de resurse (de orice fel) și a altor mărimi ce reprezintă strangulări ale funcționării sistemului analizat, asupra valorii funcției obiectiv a problemei.

În problemele de natură economică, acești indicatori au fost denumiți în diverse moduri de către diferiți autori.

Cele mai uzuale expresii sînt: prețuri umbră [4], [3], evaluări obiectiv determinate [5], evaluări reflectate [6], costuri marginale [7], prețuri duale [8], cheltuieli de încheiere [9] etc.

L. V. Kantorovici [5] consideră justificată folosirea pentru aceste mărimi a denumirii de evaluări și nu „valori" sau „prețuri", deoarece în majoritatea problemelor concrete, evaluările stabilite au un caracter oarecum limitat, local, nefiind determinate de totalitatea interacțiunilor din cadrul economiei naționale, ci numai de acele conexiuni existente în complexul economic examinat. Evident că la examinarea economiei naționale în ansamblu n-ar mai fi necesară introducerea unei astfel de denumiri speciale.

În cele ce urmează vom folosi pentru acești indicatori denumirea de evaluări marginale. Ni se pare mai sugestivă această denumire întru-

cît pe de o parte se subliniază astfel caracterul marginal al evaluărilor, iar pe de altă parte acestea nefiind în general determinate dintr-un model în care să intervină totalitatea condiţiilor care le influenţează nu s-ar justifica denumirea de preţuri.

## 2. EXTINDEREA DUALITĂŢII ÎN STUDIUL UNOR ALTE PROBLEME DE EXTREMUM CONDIŢIONAT

Studii matematice ulterioare au arătat că utilizarea conceptului de dualitate trebuie extinsă.

Astfel noţiunea de dualitate a fost introdusă în problemele programării parametrice [10], dinamice [11], stohastice [10], în numere întregi [12], [8], neliniare [3], [13].

Literatura matematică a pus în evidenţă caracterul dual al programării dinamice şi al calculului variaţiilor [11].

Este cunoscută de asemenea legătura existentă între programarea liniară şi teoria jocurilor matriciale. Această legătură permite a reduce orice problemă de jocuri tip „duel", la o problemă de programare liniară şi a o rezolva ca atare. Reciproc, orice problemă de programare liniară poate fi formulată şi rezolvată în termenii teoriei jocurilor.

A fost pusă în evidenţă, de asemenea, o corespondenţă biunivocă între programarea liniară şi teoria grafelor.

Considerăm că şi în unele probleme ale teoriei grafelor este necesară introducerea noţiunii de dualitate.

Remarcînd întrepătrunderile unor domenii ca programarea matematică, calculul variaţional, teoria jocurilor şi teoria grafelor, autorului i se pare justificat a încerca să introducă conceptul dualităţii în orice problemă de căutare a unui extremum condiţionat, indiferent de forma în care se tratează aceasta, introducerea noţiunii avînd, cel puţin, o valoare euristică.

Importanţa teoretică a existenţei dualităţii şi în alte probleme de căutare a unui extremum condiţionat este dublată de o importanţă practică în sensul că, chiar dacă problema extremală respectivă nu se va transpune ca model de programare liniară, ci sub o altă formă, ea va putea genera un sistem de variabile duale (evaluări marginale) care pot avea o deosebită utilitate în analiza generală a problemei propuse.

Această remarcă este pe deplin valabilă şi pentru problemele de optimizare în domeniul energeticii, cercetări în această direcţie fiind în curs.

## 3. PRINCIPALELE CARACTERISTICI ALE EVALUĂRILOR MARGINALE

Din modul de prezentare matematic al evaluărilor marginale a rezultat clar faptul că ele sînt determinate de situaţia concretă examinată, depinzînd de toate condiţiile problemei, în sensul că modificarea oricărei restricţii conduce la modificarea evaluărilor marginale. (Evident că aceasta nu se va întîmpla dacă modificările se produc la fluxurile exogene din inegalităţi, care sînt verificate de către soluţia optimă tot ca inegalităţi, iar modificările nu depăşesc variabilele de distanţă respective).

În cadrul unei probleme de planificare a producției la scară națională, raportul dintre evaluările marginale în cazul a două categorii de activități reprezintă echivalentul real, pe baza căruia o activitate poate fi înlocuită cu alta în cadrul planului optim, ceea ce corespunde și raportului dintre cheltuielile necesare pentru realizarea celor două activități în situația respectivă (dacă aceste cheltuieli sînt calculate în mod corect). Această caracteristică a evaluărilor marginale este deosebit de utilă în planificare ea permițînd a se cunoaște modificările posibile ale planului. Desigur, o asemenea modificare nu trebuie să afecteze substanțial evaluările marginale pentru a fi justificată folosirea lor pentru analiza în continuare a noului plan.

Acest lucru nu este atît de dificil, cum s-ar părea la prima vedere, deoarece o proprietate importantă a evaluărilor marginale este stabilitatea, înțelegînd prin aceasta însușirea lor de a se afla în raporturi constante sau foarte puțin modificate în cazul unor schimbări mici ale condițiilor problemei.

## 4. CĂILE DE OBȚINERE A EVALUĂRILOR MARGINALE

Din cele prezentate anterior a rezultat că nu se pot obține evaluările marginale, cu un grad ridicat de precizie, decît simultan cu elaborarea planului optim de perspectivă al complexului economic examinat, pe baza unei metodologii corespunzătoare și, de aceea, în perioada imediat următoare nu trebuie să contăm pe utilizarea lor.

Totuși, dată fiind importanța acestora, se cuvine a fi cercetate căile practice de obținere aproximativă a acestora.

O primă cale constă în utilizarea unui model simplificat al economiei naționale (în care scop s-ar putea folosi și datele analizei balanțelor input-output), cu ajutorul căreia să se deducă evaluările marginale ale principalelor resurse materiale și mijloace de producție.

De asemenea, obținerea orientativă a evaluărilor marginale poate fi rezultatul analizei nemijlocite a soluțiilor aplicate în mod sistematic în planul curent.

O altă cale, care oferă o soluție cu o aproximație satisfăcătoare în aproape toate cazurile, se bazează pe constatarea că unele inegalități pentru valorile posibile ale evaluărilor marginale pot fi obținute dintr-un studiu competent al planurilor utilizate.

Limitele destul de precise între care sînt situate evaluările marginale pot fi obținute prin precizarea succesivă a limitelor aproximative adoptate inițial. Astfel, metoda limitelor bilaterale poate fi utilizată pentru rezolvarea teoretic completă a problemelor planificării optime. În afară de aceasta, metoda menționată poate fi aplicată în combinație cu altele, de pildă, fără a duce precizarea limitelor superioare și inferioare pînă la coincidență deplină, ci doar apropiindu-le într-o măsură suficientă, se poate trece la metoda numită de către școala sovietică „a corectării multiplicatorilor" [2], adoptînd ca sistem inițial de multiplicatori valorile medii ale limitelor aflate pentru evaluările marginale.

În sfîrșit, metoda evaluărilor bilateral limitate permite să se obțină limitele pentru evaluările marginale, chiar și în cazul în care unele date

inițiale nu sînt pe deplin cunoscute, ci sînt indicate doar limitele între care ele sînt situate (prin utilizarea programării parametrice).

## 5. UTILIZĂRI ALE EVALUĂRILOR MARGINALE

În domeniul energetic optimizările au ca scop, fie ameliorarea caracteristicilor tehnice și economice ale lanțurilor energetice, acționînd asupra elementelor acestora, fie determinarea evoluției optimale a bazei energetice naționale, privită în ansamblu.

Obiectivul final al optimizării evoluției bazei energetice naționale este obținerea planului cel mai judicios de dezvoltare a acesteia. Urmărirea acestui scop conduce atît la soluționarea problemei, cît și la posibilitatea elaborării unui sistem de indicatori (evaluările marginale), care reflectă în mod obiectiv corelația dintre valorile ce intervin în modelul evoluției bazei energetice naționale [1]).

Stabilitatea evaluărilor marginale permite precizarea ulterioară, prin utilizarea analizei marginale, a planului optimal obținut prin considerarea în cadrul modelului matematic al evoluției bazei energetice naționale numai a grupelor caracteristice mari de activități.

De asemenea, stabilitatea evaluărilor marginale face posibilă (cu ajutorul acestora) realizarea practică a reoptimizărilor (determinarea noului plan optimal în cazul în care, în cursul îndeplinirii planului optimal inițial, s-au modificat puțin condițiile inițiale) [13].

Deoarece orice optimizare economică se realizează pe baza unui criteriu care se referă la un sistem de prețuri, determinarea unui sistem de prețuri care să reflecte interesele economiei naționale condiționează obținerea unor rezultate juste în urma optimizărilor.

De aceea se apreciază că este de cea mai mare importanță apropierea de evaluările marginale a prețurilor utilizate în calculele economice și de planificare, acesta considerîndu-se domeniul în care se va dovedi cea mai rațională utilizare a evaluărilor marginale [5].

Prețurile formate pe această cale conțin rentă diferențială, includerea acesteia în evaluarea producției asigurînd rentabilitatea tuturor întreprinderilor care produc rațional și făcînd ca resursele naturale mai favorabile, dar insuficiente cantitativ, să fie utilizate mai eficient.

Indicatorul rentabilitatea întreprinderilor, calculat pe baza evaluărilor marginale, va reflecta astfel interesele economiei naționale și va fi capabil a înlocui multitudinea indicatorilor parțiali, facilitînd posibilitățile de apreciere a eficienței activității unei întreprinderi energetice.

Deosebit de importantă este utilizarea evaluărilor marginale ca indicator pentru aprecierea raționalității uneia sau alteia dintre mai multe soluții ale diferitelor probleme parțiale (determinarea metodei optime de organizare a unei producții, alegerea între doi purtători de energie pentru un anumit proces tehnologic, compararea schemelor de alimentare cu energie a consumatorilor, compararea variantelor de construcție a unor obiective energetice mici etc.).

---

[1]) N. Liciu, Probleme metodologice ale optimizării evoluției bazei energetice naționale, Inst. de energetică, memoriu 1967.

Dificultatea principială în aprecierea raţionalităţii soluţiei pentru o problemă parţială constă nu atît în găsirea optimului parţial pentru problema respectivă, cît în asigurarea concordanţei acestuia cu optimumul global pentru întreaga economie naţională. Acest lucru este posibil numai în cazul în care există indicatori care permit să se ţină cont de influenţa economică a soluţiei problemei parţiale asupra economiei naţionale în ansamblu. Aceşti indicatori sînt tocmai evaluările marginale.

Trebuie remarcat că specialiştii sovietici care au desfăşurat ample cercetări în această direcţie, au utilizat pînă de puţin timp indicatorii corespunzători „combustibilului de încheiere" [1]) şi „obiectivului de încheiere" (cu cheltuielile pentru acestea, comparîndu-se indicatorii tehnico-economici ai schemelor, instalaţiilor sau proceselor tehnologice examinate).

După cum reiese din formularea noţiunii de „combustibil de încheiere", pentru definirea concretă a acestuia este necesar a se cunoaşte rezultatele calculului optimizării bazei energetice, întrucît fără a cunoaşte succesiunea optimă a începerii utilizării în cadrul bazei energetice a diferitelor zăcăminte este imposibil a se stabili care anume combustibil se foloseşte în ultimă instanţă în planul optim.

După cum era de aşteptat, calculele experimentale efectuate în U.R.S.S. au arătat că, pentru cazuri mai complicate, prin intermediul cheltuielilor pentru extracţia şi transportul combustibilului de încheiere nu se poate aprecia în întregime influenţa pe care o are rezolvarea problemelor energetice parţiale, asupra cheltuielilor pe întreaga bază energetică. Calculele au permis să se stabilească că în cazul rezolvării optime a modelului matematic al bazei energetice pot fi determinate evaluările marginale (economiştii — energeticieni sovietici le numesc „cheltuieli de încheiere" [9]), pentru fiecare fel de combustibil.

În urma analizei calculelor experimentale specialiştii sovietici au tras concluzia, la care se ajunsese şi teoretic, că evaluările marginale („cheltuielile de încheiere") au un caracter mai stabil decît felul combustibilului de încheiere şi mărimea consumului acestuia şi că, la modificarea în limitele erorii a datelor iniţiale pentru condiţiile de dezvoltare a bazei energetice, evaluările marginale variază în limite mai restrînse.

Pentru a clarifica modul de utilizare a evaluărilor marginale în probleme cu specific dinamic este necesar să extindem consideraţiile făcute.

Astfel, dacă se scrie problema optimizării evoluţiei întregii economii naţionale (care ar trebui să fie reprezentată de un model dinamic în dezvoltare continuă) sub forma unei succesiuni de modele statice, atunci, evaluările marginale vor avea valori diferite corespunzătoare aceleiaşi

[1]) Pentru calcule de perspectivă, prin combustibil de încheiere [9] pentru o regiune oarecare se înţelege acel combustibil, pe care, la o structură complexă a extracţiei şi consumului este, din punct de vedere economic, indicat a-l extrage suplimentar la o creştere oarecare a necesarului de combustibil în regiunea examinată, şi invers, la extracţia căruia urmează a se renunţa la realizarea cantităţii, rezultînd din scăderea acestui necesar. În condiţiile creşterii neîntrerupte a consumului de energie, combustibilul de încheiere este cel mai scump dintre combustibilii deja extraşi şi marchează la extracţie combustibilul care asigură satisfacerea „la ultima tonă" a necesarului planificat al regiunii examinate. La creşterea necesarului în combustibil (peste cel planificat) comb. de încheiere va fi cel mai ieftin dintre comb. neindicaţi anterior pentru utilizare.

restricții din ani diferiți. Ordonîndu-le după anul respectiv, vom putea obține pentru o aceeași condiție (de exemplu, nedepășirea unei resurse) o dinamică a evaluărilor marginale. Pentru ca aceasta să fie utilizabilă este necesar ca evaluările să fie recalculate în raport cu un singur interval de timp sau să fie date sub forma unor evaluări relative pentru fiecare perioadă, cu indicarea coeficienților de transformare în raport cu o perioadă dată.

Ca un interesant caz particular remarcăm faptul că raportarea cheltuielilor ce se efectuează în momente diferite la un echivalent unic, efectuată cu ajutorul unui sistem dinamic de evaluări, permite a se determina pentru fiecare perioadă $i$ factorul de actualizare $S_t$.

Dacă $S_t$ ia valorile $S_1, S_2, \ldots, S_t$, factorul de actualizare $S_T$ pentru întreaga perioadă $T$ se determină cu expresia

$$S_T = \prod_{t=1}^{T} S_t.$$

Pentru simplificare se consideră că $S_1 = S_2 = \ldots = S_t$ și atunci

$$S_T = S^T.$$

Deducerea factorului de actualizare $S_i$ din corelația cu evaluările marginale ale elementelor cuprinse în planul optim de perspectivă a întregii economii naționale, așa cum se indică mai sus, ar conduce la obținuerea unui factor de actualizare unic pentru toate ramurile economiei naționale, determinat în mod obiectiv.

Dinamica evaluărilor marginale este deosebit de utilă în studiile de eficiență a investițiilor și de aceea va trebuie să se afle la îndemîna organizațiilor de proiectare pentru rezolvarea unor astfel de probleme parțiale [1]). Pe această linie, în U.R.S.S., sistemul de evaluări marginale pentru unele regiuni economice a și fost pus la dispoziția institutelor de proiectare. Astfel, Institutul de energetică Krjijanovski a utilizat deja asemenea evaluări pentru regiunea europeană a R.S.F.S.R. și perioada 1975—1980 [14].

Întrevedem ca fiind de mare perspectivă utilizarea evaluărilor marginale în cadrul teoriei separabilității modelelor matematice, în sensul asigurării concordanței soluțiilor optime ale modelelor separate cu soluția optimă a întregului ansamblu de modele, problemă cheie a teoriei optimizării sistemelor complexe (ca, de exemplu, baza energetică națională).

În această direcție specialiștii francezi au elaborat „metoda modelelor extinse" (la méthode des modèles élargis) pentru care s-a demonstrat matematic [15] că soluția optimă a „problemei reduse" face parte din soluția optimă a „problemei extinse".

Pe aceeași linie, energeticienii sovietici au pus la punct o metodă de înlocuire a modelului matematic unic al evoluției bazei energetice cu un sistem de modele reciproc coordonate, care permit obținerea solu-

[1]) Pentru ilustrarea modului de utilizare a evaluărilor marginale în problemele parțiale a se vedea în [5] un exemplu de determinare cu ajutorul evaluărilor marginale a variantei optime dintre două posibilități de construcție a unei centrale termoelectrice de importanță regională.

ţiilor optime în procesul recalculării succesive a întregului sistem de modele şi, se cuvine să arătăm că, deşi convergenţa metodei sovietice nu a fost demonstrată teoretic, în practică, procesul iterativ a fost puternic convergent [16].

Trebuie relevat că în ambele metode legătura dintre problema redusă şi problema principală se face prin intermediul unor evaluări marginale.

Ca alte utilizări menţionăm că evaluările marginale sînt deja folosite la stabilirea unor tarife pentru energia electrică [18] şi la determinarea puterii optime a grupurilor energetice [18].

În ţara noastră a fost propusă utilizarea evaluărilor marginale pentru studiul competitivităţii centralelor electrice în cadrul structurii globale a sistemelor energetice şi, de asemenea, pentru stabilirea cotei parte, optimă pe economia naţională, pe care trebuie să o suporte fiecare beneficiar al unei folosinţe secundare, din cuantumul total al cheltuielilor pentru o amenajare complexă a apelor [1].

## EVALUĂRILE MARGINALE DETERMINATE DIN OPTIMIZAREA PLANULUI ANUAL DE APROVIZIONARE CU COMBUSTIBIL ŞI ENERGIE[2] [17]

Să analizăm acum interpretarea economică a variabilelor duale într-o problemă concretă de optimizare a bazei energetice şi anume vom examina dualitatea în modelul matematic liniar pentru optimizarea planului anual de aprovizionare cu combustibil şi energie a ţării.

Modelul matematic întocmit pentru rezolvarea acestei probleme a fost conceput pe baza clasificării consumatorilor de energie în trei categorii :

I — tracţiunea feroviară cu aburi,
II — consumatori industriali şi casnici,
III — sistemul electroenergetic şi termoenergetic.

Modelul matematic întocmit a conţinut condiţia de acoperire a necesarului de energie utilă de toate formele pentru toţi consumatorii, pentru perioada de un an, tradusă prin $p \times r$ egalităţi de forma :

$$\sum_{f=1}^{s} \sum_{g=1}^{t} \sum_{h=1}^{u} x_{defgh} = W_{de} \qquad (1)$$

în care s-a notat cu :

$W_{de}$ — consumul util de energie de o anumită formă, într-un anumit centru de consum ;

$x_{defgh}$ — cantitatea de energie utilă debitată de un lanţ energetic dat, pentru acoperirea consumului de energie ;

---

[1]) M. Petcu „Investigarea marginală a competitivităţii centralelor electrice în cadrul structurii globale a sistemelor energetice", Institutul de energetică, memoriu 1965. M. Petcu „Schematizarea conexiunilor tehnologice ale centralelor hidroelectrice în cadrul amenajării complexe a apelor", Institutul de energetică, memoriu 1967.

[2]) Lucrarea „Optimizarea planului anual de aprovizionare cu combustibil şi energie pe anul 1966" a fost efectuată în cadrul C.S.P. sub conducerea Acad. M. Bercovici şi ing. P. Buzoianu de către un colectiv din care a făcut parte şi autorul prezentului articol.

$d, e, f, g, h$ — indicii care se referă la formele de energie utilă, la centrele de consum, la structurile lanțurilor energetice, la formele de energie primară, la sursele de energie primară ;

$p$ — numărul de forme de energie utilă ;

$r$ — numărul de centre de consum ;

$s$ — numărul de structuri de lanț pentru $d$ și $g$ dați ;

$t$ — numărul de forme de energie primară ;

$u$ — numărul surselor de energie primară.

Condițiile de nedepășire a resurselor au fost exprimate în model prin $t \times u$ inegalități de forma :

$$\sum_{d=1}^{p} \sum_{e=1}^{r} \sum_{f=1}^{s} b_{defgh}\, x_{defgh} \leqslant R_{gh}, \tag{2}$$

unde s-au folosit notațiile :

$R_{gh}$ — resurse de energie de o anumită formă dintr-un anumit centru de obținere a energiei primare (sursă de energie), pentru intervalul de timp considerat ;

$b$ — cantitatea de energie primară necesară pentru producerea unității de energie utilă.

La relațiile (1) și (2) s-au adăugat altele, traducînd condițiile suplimentare impuse de anumite instalații, relații determinate din analiza regimului concret de funcționare a acestora.

Astfel s-a introdus în model condiția suplimentară impusă de funcționarea locomotivelor cu abur și anume ca pe unitatea de greutate de combustibil ars în focar să se obțină cel puțin o cantitate de căldură absorbită de cazan pentru ca locomotiva să poată dezvolta performanțele pentru care a fost construită :

$$\frac{\sum_{f=1}^{s} \sum_{g=1}^{t} \sum_{h=1}^{u} x_{klfgh}}{\sum_{f=1}^{s} \sum_{g=1}^{t} \sum_{h=1}^{u} \frac{b_{klfgh} \cdot x_{klfgh}}{P_{gh}}} \geqslant P_{kl}, \tag{3}$$

notațiile reprezentînd :

$k, l$ — indici care se referă la formele de energie utilă și respectiv la punctele de alimentare cu combustibil a locomotivelor ;

$P_{gh}$ — puterea calorifică inferioară a combustibilului transportat ;

$P_{kl}$ — cantitatea de căldură ce trebuie transmisă cazanului tipului de locomotivă care este alimentat de punctul l.

Pentru sistemul electroenergetic, presupus drept consumator unic, în afara relațiilor (1) și (2) s-au mai scris $0 \times m$ inegalități de forma :

$$\sum_{f_\alpha=1}^{\beta} \gamma_{f_\alpha}^{\tau}\, x_{f_\alpha}^{\tau} \leqslant P_\alpha\, \lambda^{\tau}, \tag{4}$$

exprimînd limitarea cantității de energie electrică produsă de către o centrală ($\alpha$) într-o anumită subperioadă (de obicei trimestru, $\tau$) a anului, în care :

$\gamma$ este raportul între energia electrică produsă și energia electrică emisă ;
$x$ — energia electrică emisă în sistemul electroenergetic ;
$P$ — puterea disponibilă a centralei ;
$\lambda$ — intervalul de timp cuprins de o subperioadă ;
$f_\alpha$ — indice care se referă la lanțul energetic prin care se produce energia electrică în centrala electrică $\alpha$ ;
$\beta$ — numărul de lanțuri energetice prin care se poate realiza producerea energiei electrice în centralele electrice considerate ;
$\tau$ — indice care se referă la subperioade ;
$\theta$ — numărul de subperioade ;
$\alpha$ — indice care se referă la centralele electrice ;
$m$ — numărul de centrale electrice interconectate.

În model au fost introduse și $m$ condiții de forma :

$$\sum_{f_\alpha=1}^{\beta} \sum_{\tau=1}^{\theta} \gamma_{f_\alpha}^{\tau} x_{f_\alpha}^{\tau} \leqslant P_\alpha T_\alpha, \tag{5}$$

exprimînd limitarea cantității de energie produsă de o anumită centrală în cursul unui an, unde $T_\alpha$ este durata maximă de utilizare a puterii disponibile (durata calendaristică minus durata reviziilor și a reparațiilor planificate).

De asemenea modelul a conținut relațiile traducînd condițiile ca toate centralele electrice interconectate să debiteze în sistemul electroenergetic în fiecare subperioadă, energia lor ($W^\tau$) :

$$\sum_{f_\alpha=1}^{\beta} \sum_{\alpha=1}^{m} x_{f_\alpha}^{\tau} = W^\tau. \tag{6}$$

Criteriul de optimizare ales pentru această problemă a fost criteriul cheltuielilor anuale minime, adică

$$\sum_{d=1}^{p} \sum_{e=1}^{r} \sum_{f=1}^{s} \sum_{g=1}^{t} \sum_{h=1}^{u} c_{defgh} \cdot x_{defgh} = \text{minim}, \tag{7}$$

unde $c$ reprezintă cheltuielile specifice aferente lanțurilor energetice, iar indicii au semnificațiile din relațiile (1) și (2).

Pentru rezolvarea modelului matematic respectiv, avînd 313 restricții și 1 003 variabile, s-a utilizat algoritmul Dantzig—Wolfe, procesul iterativ fiind condus după un alt criteriu decît acel al scăderii maxime a valorii funcției obiectiv la fiecare ciclu de iterații și ca urmare a convergenței slabe a procesului, acesta a fost întrerupt fără a exista siguranța că soluția obținută face parte din zona de egală economicitate a soluțiilor.

Cercetările desfășurate de către autor au permis a se trage concluzia că prin utilizarea dualității, în această problemă, se pot obține rezultate deosebit de importante.

Astfel, dacă se dualizează modelul matematic descris mai sus, în care necunoscutele au reprezentat niveluri de activităţi — se obţine modelul matematic dual — în care necunoscutele sînt evaluările marginale.

Grupul de $p \times r$ relaţii (1) din problema primală corespunde în problema dual unui grup de $p \times r$ variabile. Aceste variabile reprezintă evaluările marginale ale Gcal-lor utile de o anumită formă, într-un anumit centru de consum.

Celor $t \times u$ relaţii (2) din primală le corespunde în dual un grup de $t \times u$ variabile care sînt evaluările marginale ale Gcal-lor conţinute în resurse de energie de o anumită formă dintr-un anumit centru de obţinere a energiei primare, pentru intervalul de timp considerat.

Pentru relaţiile (3) în număr de $k \times l$ corespunde în problema dual $k \times l$ evaluări marginale ale Gcal-lor de o anumită formă, ce trebuie transmisă cazanului locomotivei alimentată de la punctul 1.

Grupului de $\theta \times m$ inegalităţi (4) îi corespunde în dual un grup de $\theta \times m$ variabile reprezentînd evaluările marginale ale kWh produs de către centrala electrică $\alpha$ într-o anumită subperioadă de timp $\tau$ a anului.

De asemenea, corespunzător celor $m$ inegalităţi (5) ale primalei în dual avem $m$ evaluări marginale ale kWh produs de către centrala electrică $\alpha$ în tot cursul anului.

În sfîrşit, cele $\theta$ relaţii (6) sînt corespondente în problema dual cu $\theta$ variabile ce semnifică evaluările marginale ale kWh livrat în sistemul electroenergetic pentru fiecare subperioadă $\tau$.

Modelul matematic dual descris are 1 003 restricţii şi 313 variabile.

Odată cu determinarea planului optim de aprovizionare cu combustibil şi energie a ţării, obţinerea valorilor numerice ale evaluărilor marginale ni se pare foarte necesară pentru analiza economică a planului respectiv, permiţînd utilizările descrise în paragraful 5 ; în plus, evaluările marginale ale consumatorilor de energie şi combustibili servind la tabilirea influenţei amplasării acestora asupra balanţei energetice.

## 7. CONCLUZII

Literatura economică-matematică a pus în lumină o multitudine de cupluri de probleme duale, analiza fiecărui astfel de cuplu permiţînd o soluţie de ansamblu mai bună (valoarea euristică a dualităţii).

Autorul consideră necesară o analiză detaliată din acest punct de vedere a oricărei probleme de extremum condiţionat, ţinînd seamă de realizările obţinute ca rezultat al introducerii conceptului de dualitate, cît şi de posibilităţile care au fost indicate, de extinderea studiului dualităţii.

Sistemul de indicatori denumit sistemul evaluărilor marginale se poate obţine simultan cu determinarea planului optim al evoluţiei bazei energetice naţionale, stabilitatea evaluărilor permiţînd a se utiliza analiza marginală pentru precizarea ulterioară a planului optim determinat prin considerarea numai a grupelor caracteristice mari de activităţi.

Cu ajutorul sistemului evaluărilor marginale se poate face alegerea soluţiilor optime pentru diverse probleme energetice a căror influenţă

asupra bazei energetice este redusă. De asemenea, evaluările marginale pot şi trebuie să fie utilizate la formarea planificată a preţurilor şi stabilirea tarifelor pentru energia livrată, la reoptimizările necesare în cazul schimbării unora dintre condiţiile iniţiale, la deducerea factorului de actualizare, la utilizarea teoriei separabilităţii modelelor matematice etc.

Studiul dualităţii deschide largi perspective în rezolvarea unor importante probleme ce se pun în optimizările energetice.

## BIBLIOGRAFIE


1. G. B. Dantzig — *Applications et prolongements de la programmation linéaire*, Dunod, 1966.
2. Е. Г. Гольштейн, Д. Б. Юдин, *Новые направления в линейном программировании*, Издательство Советское Радио, 1966.
3. Charles Carr, Charles Howe, *Quantitative Decision Procedures in Management and Economics (Deterministic Theory and Applications)*, Ed. Mc Graw Hill, New York, 1964.
4. Gy. Simon, Gy. Kondor, Gazdasagi hatekomysag, arnyekarak. Közdasagi es Jogi Könyvkiado, Budapest, 1965.
5. L. V. Kantorovici, *Calculul economic al folosirii optime a resurselor*, Editura ştiinţifică, 1966.
6. T. Schatteles, *Modelul în ştiinţele economice*, Ed. politică, 1967.
7. A. Kaufmann, *Metode şi modele ale cercetării operaţionale*, vol. I, Ed. ştiinţifică, 1967.
8. R. Alcaly, A. Klevorick, *A note on the dual prices of integer programs*, Econometrica, **34**, *1* (1966).
9. Б. П. Андреев, А. А. Макаров, *Методика определения затрат в замыкающее топливо и результаты исследования их устойчивости*, raport la Conferinţa unională în problemele balanţei de combustibil şi energie, Moscova, 1966.
10. Van Moeseke P., G. Tintner, *Base Duality Theorem for stochastic and Parametric Linear Programming*, Unternehmensforschung, vol. 8, 1964.
11. R. Bellman, S. Dreyfus, *Programarea dinamică aplicată*, Ed. tehnică, Bucureşti, 1967
12. R. Gomory, W. Baumol, *Integer Programming and Pricing*, Econometrica, **28**, *3* (1960)
13. Gh. Mihoc, I. Nădejde, *Programarea matematică. Programarea parametrică şi neliniară*, Ed. ştiinţifică, 1966.
14. М. А. Рубин, *Комплексные исследования основных направлений развития топливной и энергетической отраслей оптимизацией топливно-энергетического баланса*, Электрические станции, год **38**, *3* (1967).
15. F. Bessiere, E. Sauter, *Optimisation et environnement économique. La Méthode des modèles élargis*, Revue française de recherche opérationelle, *40*, *3*/X (1966).
16. Ю. А. Кузнецов, А. А. Макаров, Л. А. Мелентьев, *Система математических моделей для оптимизации перспективных энергетических балансов*, Теплоэнергетика, *2* (1966).
17. P. Buzoianu, M. Bercovici, *Optimizarea planului anual de optimizare cu combustibil şi energie*, Probleme economice, **XX**, *9* (1967).
18. P. Ailleret, *L'évolution des moyens de production de l'énergie électrique*, Bulletin de la S.R.B.E., *82* année, *3* (1966).

# DEFINIREA UNITARĂ PRIN INDICATORI TEHNICI-ECONOMICI CURENT UTILIZAȚI A CARACTERULUI ENERGOINTENSIV AL UNOR CONSUMATORI

DE

ȘT. KOVACS

620.9

Pornind de la expresiile cele mai generale ale indicatorilor energetici și energo-economici, se analizează critic indicatorii utilizați în mod curent pentru definirea energointensivității și se propune utilizarea unui indicator — înzestrarea energetică a forței de muncă — care satisface cele mai multe cerințe. În încheiere se arată legătura indicatorului astfel definit cu indicatorii utilizați în mod curent.

În literatura energetică, în cea care se referă la problemele de economie energetică și de energetică industrială, o noțiune utilizată frecvent în ultima perioadă, pentru a evidenția anumite caracteristici ale consumatorilor, este cea de „energointensivitate".

Conținutul acestei noțiuni este însă diferit de la un autor la altul, cu toate că se urmărește de a defini consumatori de purtători de energie de o anumită categorie și deseori pornind de la indicatori deosebiți pentru definirea noțiunii de energointensivitate se ajunge la indicarea acelorași categorii de consumatori. Astfel, în literatura sovietică [1] și germană [2] se definește energointensivitatea unui consumator prin ponderea cheltuielilor pentru purtătorii de energie în cheltuielile de producție. Și la noi această noțiune a fost interpretată la început în acest sens [3], [4]. Alți autori în literatura sovietică [5], [6], germană [7], [8], franceză [9], cehă [10] sau maghiară [11] definesc noțiunea prin mărimea indicatorului de consum specific de purtători de energie, ca raportul între cantitățile de purtători de energie în unități fizice sau echivalente, exprimînd un consum complex și produsul sau prestația corespunzătoare exprimată în unități fizice sau valorice. Majoritatea autorilor sînt de părere că sfera noțiunii ar trebui să cuprindă și faptul că este vorba de un mare consumator de purtători de energie — ca valoare absolută, concluzie la care s-a ajuns

St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 2, p. 247—257, 1968

şi la noi într-o anumită etapă [12]. Această utilizare confuză a noţiunii de energointensivitate nu permite caracterizarea univocă a unui anumit consumator, respectiv diferitele interpretări care s-au dat noţiuni de energointensivitate, exprimînd-o prin indicatorii raportaţi amintiţi mai sus nu permit întotdeauna definirea acestui caracter la diferite nivele de consum, proces — întreprindere — subramură, ramură, sector şi în sfîrşit economie.

În cele ce urmează se vor analiza consecinţele ce rezultă din diferitele definiţii ale noţiunii de energointensivitate şi se va fundamenta un indicator care să fie cel mai adecuat pentru a defini caracterul de energointensivitate.

## ASPECTE CU CARACTER ENERGETIC

Fiind vorba de un consumator de purtători de energie, primul aspect de natură calitativă pentru caracterizarea sa este felul purtătorilor de energie utilizaţi — în acest sens deosebindu-se după unii autori [1],[6], [11], consumatori ce sînt „electro", „combustibili" sau „căldură", intensivi, adică caracterul de energointensivitate este accentuat pentru purtătorul sau grupul de purtători respectivi.

În cele ce urmează, pentru problema ce se tratează, nu se vor urmări diferenţiat aceste aspecte şi se va considera că se consumă un singur fel de purtător de energie (exprimată în unităţi echivalente) de către consumatorul care urmează a fi studiat, iar în cazul în care se consumă mai multe categorii de purtători de energie se defineşte un consum complex de energie în unităţile echivalente considerate.

Un al doilea aspect de natură cantitativă se referă la caracterizarea consumatorului prin mărimea consumului de purtători de energie, considerînd consumul unui singur purtător, sau a consumului de mai mulţi purtători exprimat sub formă de consum complex, în comparaţie cu alţi consumatori.

Un al treilea aspect de natură complexă cantitativă şi calitativă este caracterizarea consumatorului prin intermediul unui indicator energetic raportat, care este în general utilizat pentru definirea energointensivităţii, ce se compară cu un şir de indicatori similari, definiţi pentru alţi consumatori, cu scopul de a se stabili energointensivitatea consumatorului de studiat în cadrul mulţimii de consumatori caracterizaţi în mod asemănător.

Un caz particular al acestui aspect este compararea indicatorului energetic al consumatorului cu indicatorul similar definit la nivelul imediat superior.

Considerînd în sectorul „$i$", ramura „$j$", consumatorul „$k$" caracterizat de un consum echivalent de purtători de energie „$E_{ijk}$" şi de un indicator raportat $E_{ijk}/U_{ijk}$, unde mărimea $U_{ijk}$ la care se face raportarea consumului de purtători de energie este de natură tehnică sau economică (volumul sau valoarea producţiei, numărul de muncitori sau timpul de muncă), se pune problema caracterizării consumatorului respectiv.

În cazul în care se compară doi consumatori, primul avînd caracteristicile de mai sus, iar al doilea consumul echivalent $E_{ijl}$, respectiv indicatorul raportat $E_{ijl}/U_{ijl}$, pot exista următoarele situații:

$$A_1 \quad E_{ijk} > E_{ijl}, \qquad A_2 \quad E_{ijk} < E_{ijl}, \tag{1. a, b}$$

$$B_1 \quad \frac{E_{ijk}}{U_{ijk}} > \frac{E_{ijl}}{U_{ijl}}, \qquad B_2 \quad \frac{E_{ijk}}{U_{ijk}} < \frac{E_{ijl}}{U_{ijl}}. \tag{2. a, b}$$

Este evident că nu e suficientă o noțiune pentru caracterizarea univocă a consumatorului, ci avem nevoie de două noțiuni: una pentru a desemna situațiile de tip $A_1$ $A_2$, pe care o vom numi „*mărimea consumatorului*", consumatorul „$k$" fiind considerat „mare consumator" în raport cu consumatorul „$l$" în cazul $A_1$, iar a doua pentru a desemna situațiile de tip $B_1$ $B_2$, pe care o vom numi „*energointensivitatea consumatorului*", consumatorul „$k$" fiind considerat energointensiv în raport cu consumatorul „$l$" în cazul $B_1$.

De aici rezultă faptul că noțiunile de „mare consumator" și cea de „consumator energointensiv" pot caracteriza același consumator numai cînd există îndeplinite și perechile de condiții:

$$E_{ijk} > E_{ijl}, \qquad U_{ijk} \leqslant U_{ijl} \cdot \frac{E_{ijk}}{E_{ijl}}, \tag{3. a, b}$$

$$u_{ijk} > u_{ijl}, \qquad U_{ijk} \geqslant U_{ijl} \cdot \frac{u_{ijl}}{u_{ijk}}; \tag{4 a, b}$$

unde s-a notat

$$u_{ijk} = \frac{E_{ijk}}{U_{ijk}}, \qquad u_{ijl} = \frac{E_{ijl}}{U_{ijl}}, \tag{5. a, b}$$

adică în cazul cel mai general aceste două noțiuni nu pot fi considerate sinonime.

Revenind la definirea noțiunii de energointensiv conform relației (1.b), aceasta se mai poate scrie sub forma:

$$\frac{E_{ijk}}{E_{ijl}} > \frac{U_{ijk}}{U_{ijl}}. \tag{6}$$

În cele de mai sus s-au comparat doi consumatori de aceeași natură și s-a arătat cum se definește caracterul de „mărimea consumatorului" și de „energointensivitatea" lui. Ca rezultat al comparației se poate preciza următoarele:

— consumatorul „$k$" este mai „mare consumator", respectiv,

— consumatorul „$k$" este mai „energointensiv" decît consumatorul „$l$".

Dacă însă consumatorul cu care se face comparația este reprezentat de domeniul imediat superior, întreprindere pentru proces, ramură pentru întreprindere, sector pentru ramură, atunci aceste caracteristici se definesc

pentru consumatorul „$k$" în mărimi comparabile față de restul consumatorilor din domeniul respectiv și anume :

— caracterul „mărimea consumatorului", definit prin indicatorul de pondere [13]

$$a_{ijk} = \frac{E_{ijk}}{E_{ij}}, \tag{7}$$

adică prin ponderea consumului de purtători de energie a consumatorului „$k$" în consumul total din domeniul imediat superior ;

— caracterul „energointensivitatea" consumatorului rezultat prin compararea indicatorului rapotat pentru consumatorul „$k$" cu indicatorul corespunzător al domeniului imediat superior,

$$u_{ijk} \geqslant u_{ij}, \tag{8}$$

sau exprimat în mărimi relative

$$\frac{u_{ijk}}{u_{ij}} = u^*_{ijk} \geqslant 1, \tag{9}$$

sau revenind la expresia (6)

$$\frac{E_{ijk}}{E_{ij}} \geqslant \frac{U_{ijk}}{U_{ij}}, \qquad a_{ijk} \geqslant U^*_{ijk}. \tag{10. a, b}$$

Adică, se pot considera consumatori energointensivi acei consumatori ce au indicatorul raportat, exprimat în unități relative, mai mare decît unitatea, respectiv consumatori ce au indicatorul de pondere mai mare decît mărimea relativă de natură tehnică sau energetică la care s-a făcut raportarea.

În mod absolut similar se definește în literatură caracterul de „capital intensiv" sau „muncă intensiv", adică faptul că pentru un anumit proces, întreprindere, ramură sau sector se utilizează relativ mai multe investiții sau forțe de muncă decît în procesul, ramura sau sectorul cu care se face comparația [1].

Compararea cantitativă a consumului de purtători de energie, respectiv a indicatorilor energetici raportați pentru a defini cele două caracteristici ale consumatorului, în felul arătat mai sus, duce la rezultate semnificative numai în cazul în care se compară procese ce consumă același fel de purtători de energie sau diferiți purtători de energie, însă cu aceeași structură.

În cazul în care se compară procese ce consumă purtători de energie diferiți sau cu o structură mult diferită, indicatorii trebuie altfel definiți.

Pentru a ține cont de calitatea diferită a purtătorilor de energie consumați și de felul diferit de solicitare din punct de vedere energetic a resurselor de energie primară, se face o recalculare a consumului la aceste resurse. Felul acesta de a privi problema a fost pus în literatura de specialitate din țară [14], [12] și din străinătate [10], [7], [15].

Fără a intra în amănunte, recalcularea consumatorilor se face cu una din expresiile :

$$\overline{E}_{ijk} = E_{ijk} \sum_{n} \alpha_n \cdot b_{nijk} = E_{ijk} \cdot \omega_{ijk}, \tag{11}$$

$$\alpha_n = \prod_{i} \frac{1}{\eta_{ni}}, \quad b_{nijk} = \frac{E_{nijk}}{E_{ijk}}, \tag{12. a,b}$$

$$A_{ijk} = E_{ijk} \sum_{n} \beta_n \cdot b_{nijk} = E_{ijk} \cdot \xi_{ijk}, \tag{13}$$

$$\beta_n = 1 + \sum_{i} e_{if}, \tag{14}$$

unde indicele $n$ se referă la un anumit purtător de energie și în care :

$\eta_{ni}$ este randamentul lanțului energetic la treapta de ordinul $i$ ;

$b_{nijk}$ — indicatorul de structură al consumului de purtători de energie [13] ;

$e_{if}$ — un consum complex propriu, specific la treapta de ordinul $i$ al lanțului raportat la treapta finală ;

$\overline{E}_{ijk}$ — consumul de purtători recalculat la treapta energiei primare ;

$A_{ijk}$ — consumul total de purtători la treapta energiei primare, inclusiv consumul propriu al instalațiilor lanțului energetic din alți purtători de energie ;

$\omega_{ijk}$, $\xi_{ijk}$ — coeficienții de recalculare, specifici unui consumator și care permit recalcularea directă a indicatorilor.

## ASPECTE CU CARACTER ENERGO-ECONOMIC

În cazul în care nu se urmăresc numai aspectele de ordin energetic, ci se pune problema caracterizării complexe energo-economice a consumatorului, aspectele și indicatorii stabiliți mai sus nu sînt satisfăcătoare și trebuie apelat la indicatori energo-economici complecși, cum ar fi cheltuielile totale corespunzătoare consumului de purtători de energie, investițiile totale aferente alimentării cu purtători de energie de toate formele a consumatorului, cheltuielile de calcul corespunzătoare ; acestea vor fi indicatori ce vor defini „mărimea consumatorului".

În forma lor cea mai generală aceste mărimi se pot scrie astfel :

$$B_{ijk} = \mu_{ijk} \; E_{ijk}, \tag{15}$$

unde $\mu_{ijk}$ este o mărime specifică energo-economică ; costul mediu al unității de purtător de energie, investiția specifică medie pentru energie etc., și indicatorii raportați vor fi de altă natură, raportarea mărimilor de natură energo-economică făcîndu-se în general la mărimi de natură economică, valoarea producției sau prestației aferente consumatorului, investiția totală corespunzătoare respectiv cheltuielile de calcul aferente, în forma lor cea mai generală aceste mărimi se pot scrie sub forma

$$Z_{ijk} = \lambda_{ijk} \cdot U_{ijk}, \tag{16}$$

unde $\lambda_{ijk}$ este o mărime specifică de natură economică, cum ar fi prețul de cost, investiția specifică, cheltuielile de calcul specifice.

În forma lui cea mai generală indicatorul raportat va fi:

$$s_{ijk} = \frac{B_{ijk}}{Z_{ijk}} = \frac{\mu_{ijk} \cdot E_{ijk}}{\lambda_{ijk} \cdot U_{ijk}} = \frac{\mu_{ijk}}{\lambda_{ijk}} \cdot u_{ijk}, \qquad (17, \text{a, b, c})$$

sau în unități relative,

$$s^*_{ijk} = \frac{s_{ijk}}{s_{ij}} = \frac{\mu^*_{ijk}}{\lambda^*_{ijk}} \cdot u^*_{ijk}. \qquad (18 \text{ a, b})$$

Pornind de la expresia (15), definind „mărimea consumatorului'' similar cu expresia (7), se ajunge la expresia

$$\frac{B_{ijk}}{B_{ij}} = \frac{\mu_{ijk} \cdot E_{ijk}}{\mu_{ij} \cdot E_{ij}} = \mu^*_{ijk} \cdot a_{ijk}, \qquad (19. \text{ a, b})$$

iar dacă definim similar cu expresia (9) „energointensivitatea'', pornind de la (18. a, b), vom avea

$$s^*_{ijk} \geqslant 1 \qquad (20. \text{ a, b})$$

$$\mu^*_{ijk} \cdot a_{ijk} \geqslant \lambda^*_{ijk} \cdot U^*_{ijk}. \qquad (21)$$

Comparînd perechile de expresii (7) cu (19 b) și (10 b) cu (21), se observă că expresiile sînt de o formă similară, dar că numai în condiții particulare caracterizează consumatorul în același fel, adică

$$a_{ijk} = \mu_{ijk} \cdot a_{ijk} \text{ numai dacă } \mu_{ijk} = 1,$$

$$s^*_{ijk} = u^*_{ijk} \qquad \text{numai dacă } \mu^*_{ijk} = \lambda^*_{ijk}.$$

Acest lucru are loc numai în cazul în care se consumă același purtător de energie la nivelul consumatorului și la nivelul imediat superior, sau există aceeași structură a consumului, adică $\mu^*_{ijk} = 1$. Chiar și în situația aceasta nu întotdeauna e satisfăcută relația $\mu^*_{ijk} = \lambda^*_{ijk}$, adică condiția pentru ca indicatorii de energointensivitate să fie aceiași.

## NIVELELE ECONOMIEI NAȚIONALE LA CARE TREBUIE CARACTERIZAȚI CONSUMATORII DE ENERGIE

Analiza consumului de purtători de energie interesează desigur în primul rînd la nivelul procesului sau prestației, cînd este vorba de caracterizat un anumit consumator în raport cu altul.

Dar, deseori interesează și caracterizarea anumitor întreprinderi în cadrul ramurii, cînd este vorba de a se compara situația unor întreprinderi cu profil similar ca structură a producției. În mod deosebit, pentru problemele privind întocmirea bilanțului energetic general la nivelul economiei, în problemele de prognoză a necesarului de energie și cele privind bilanțul energetic de perspectivă interesează caracterizarea prin indicatori energetici și energo-economici a subramurilor, ramurilor și sectoarelor economiei,

privite ca fiind consumatori individuali. Caracterizarea consumatorilor la aceste nivele prezintă importanţă şi în sine, pentru a avea la dispoziţie un instrument de urmărire a felului cum se gospodăreşte energia.

Pentru caracterizarea consumatorilor din punctul de vedere al celor două aspecte urmărite : „mărimea consumatorului" şi „energointensivitatea" lui, se ridică două probleme :

a) Din expresiile generale de definire a celor două caracteristici (7), (10), (19 b) şi (21) rezultă că :

— pentru „mărimea consumatorului" trebuie aduse precizări în ceea ce priveşte natura mărimii energo-economice $\mu_{ijk}$ în cazul că se urmăreşte o caracterizare de această natură, în caz contrar numai indicatorul de pondere permite caracterizarea completă din acest punct de vedere a consumatorului ;

— pentru „energointensivitatea" consumatorului rezultă că trebuie precizate mărimile de natură tehnică sau economică $U_{iik}$, respectiv $\lambda^*_{ijk}$, putîndu-se defini în atîtea feluri cîţi indicatori raportaţi se folosesc în mod curent, adică consumul specific de purtător de energie raportat la procesul sau prestaţia aferentă consumatorului, exprimată în unităţi fizice sau valorice, înzestrarea energetică a forţei de muncă (indicatori energetici), şi respectiv ponderea cheltuielilor pentru energie în preţul de cost al producţiei sau prestaţiei, ponderea investiţiilor sau a cheltuielilor de calcul pentru energie în totalul investiţiilor sau cheltuielilor de calcul (indicatori energo-economici) de aici rezultînd şi multitudinea de definiţii utilizate în prezent, după cum s-a arătat în introducere.

b) Pentru a putea face caracterizarea consumatorilor la toate nivelele, trebuie să existe posibilitatea de a defini indicatorii amintiţi, cu care se urmăreşte a se face caracterizarea la nivelele corespunzătoare, lucru care — la prima vedere — pare, cel puţin din punct de vedere teoretic realizabil.

Avîndu-se însă în vedere anumite particularităţi ale definirii indicatorilor, a posibilităţilor practice de a dispune de date primare pentru elaborarea lor şi de faptul că unii sînt urmăriţi în statisticile curente de natură economică sau energetică, cît şi a cerinţei că indicatorii respectivi să poată fi comparaţi cu date din alte ţări sau din literatură, din numărul mare de indicatori definiţi principial, numai cîţiva se iau în considerare.

## INDICATORII PENTRU CARACTERIZAREA „MĂRIMII" ŞI „ENERGOINTENSIVITĂŢII" CONSUMATORULUI

Fără a intra în amănuntele analizei, pentru definirea „mărimii" consumatorului, se iau în considerare indicatorii de pondere, eventual recalculaţi la treapta energiei primare, iar pentru definirea „energointensivităţii" indicatorii :

— de consum specific raportat la cheltuielile producţiei sau prestaţiei

$$f_{ijk} = \frac{E_{ijk}}{P_{ijk}}, \tag{22}$$

— înzestrarea energetică a forței de muncă

$$h_{ijk} = \frac{E_{ijk}}{M_{ijk}}, \tag{23}$$

— ponderea cheltuielilor pentru energie în cheltuielile de producție

$$c_{ijk} = \frac{C_{ijk}}{P_{ijk}} \tag{24}$$

unde

$P_{ijk}$ reprezintă cheltuielile producției sau prestației consumatorului;

$M_{ijk}$ — numărul de salariați antrenați în activitatea de producție sau prestație;

$C_{ijk}$ — cheltuielile pentru purtători de energie la consumator.

Astfel, „mărimea consumatorului" $k$ este perfect determinată dacă se ordonează șirul de indicatori de pondere ai tuturor consumatorilor din domeniul respectiv:

$$a_{ij1},\ a_{ij2},\ a_{ij3},\ \ldots,\ a_{ijk},\ \ldots,\ a_{ijv},$$

$$a^1_{ijr}\ a^2_{ijp}\ \ldots\ a^s_{ijk}\ \ldots\ a^v_{ijn},$$

unde $s = 1, \ldots, v$ indică locul indicatorului în șirul de valori ordonate Astfel se poate spune, după locul ce îl ocupă în șirul de valori ordonate dacă consumatorul $k$ este sau nu un „mare consumator".

În ceea ce privește caracterizarea „energointensivității" cei trei indicatori, dintre care trebuie făcută alegerea, sînt reductibili unul la celălalt, între ei existînd relațiile:

$$c_{ijk} = \sigma_{ijk} \cdot f_{ijk}, \tag{25}$$

$$h_{ijk} = f_{ijk} \cdot t_{ijk}, \tag{26}$$

unde

$$\sigma_{ijk} = \sum_n \sigma_n \cdot b_{nijk} \tag{27}$$

este costul mediu al unității echivalente de purtători de energie, $\sigma_n$ fiind costul unității de purtător de energie de tipul „$n$" și în care

$$t_{ijk} = \frac{P_{ijk}}{M_{ijk}} \tag{28}$$

este productivitatea muncii exprimată în unități valorice.

Relații absolute similare se pot scrie și în unități relative.

Din relațiile respective nu rezultă nici un avantaj pentru un indicator sau altul, în toate cazurile fiind necesară cunoașterea mărimilor „$t$" și „$\sigma$", — prima o mărime economică importantă urmărită de toate statisticile, iar a doua o mărime energetică caracteristică unei anumite structuri a consumului și reflectînd o anumită politică de prețuri, pentru a putea determina ceilalți indicatori.

În această situație, datorită avantajelor ce le oferă (cel mai mportant fiind cel al comparabilității pe plan internațional) și a faptului că este urmărit de statistici, se propune pentru caracterizarea „energointensivității" indicatorul relativ al înzestrării energetice

$$h^*_{ijk} = \frac{h_{ijk}}{h_{ijk}} = \frac{a_{ijk}}{M^*_{ijk}} \geqslant 1, \qquad (29.\ a,\ b)$$

$$a_{ijk} \geqslant M^*_{ijk}. \qquad (30)$$

Se consideră consumator energointensiv consumatorul ce are indicatorul relativ de înzestrare energetică supraunitar (29 a, b) sau, ceea ce este același lucru, consumatorul ce are indicatorul de pondere al consumului de purtători de energie mai mare decît ponderea relativă a forțelor de muncă aferentă.

Acest fel de a defini „energointensivitatea" consumatorului permite urmărirea aspectelor energetice ale procesului general de introducere a progresului tehnic la consumatorii, care se manifestă prin mărimea productivității forței de muncă datorită mecanizării și automatizării proceselor și prestațiilor.

În tabela 1 se arată evoluția în timp a acestui indicator pentru o serie de ramuri industriale, în comparație cu alți indicatori.

*Tabela 1*

**Indicatori enrgetici și energo-economici caracteristici unor ramuri industriale energointensive și mari consumatoare de energie în condițiile din Republica Socialistă România**

| Indicatorul | Anul | Ramura industrială | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *A* | *B* | *C* | *D* | *E* | *F* | *G* |
| $a_{ij}$ % | 1963 | 14,87 | 11,47 | 4,45 | 19,64 | 12,37 | 5,86 | 0,68 |
| | 1964 | 13,80 | 10,53 | 4,07 | 23,34 | 11,27 | 5,20 | 0,65 |
| | 1965 | 12,40 | 10,18 | 5,03 | 26,43 | 10,46 | 5,61 | 0,53 |
| | 1966 | 11,72 | 6,42 | 9,28 | 28,48 | 10,02 | 5,77 | 0,42 |
| $c^*_{ij}$ | 1963 | 1,10 | 1,69 | 0,85 | 1,73 | 3,36 | 1,52 | 2,40 |
| | 1964 | 1,21 | 1,49 | 0,81 | 1,90 | 3,13 | 1,47 | 2,26 |
| | 1965 | 1,16 | 1,40 | 0,92 | 2,05 | 2,96 | 1,67 | 2,12 |
| | 1966 | 1,16 | 1,39 | 1,26 | 2,01 | 2,95 | 1,79 | 2,09 |
| $f^*_{ij}$ | 1963 | 1,81 | 1,91 | 2,02 | 2,31 | 3,53 | 4,88 | 1,03 |
| | 1964 | 1,84 | 1,82 | 1,77 | 2,51 | 3,13 | 4,33 | 0,93 |
| | 1965 | 1,77 | 1,82 | 2,40 | 2,64 | 2,91 | 4,68 | 0,88 |
| | 1966 | 1,77 | 1,16 | 4,03 | 2,62 | 2,86 | 4,14 | 0,84 |
| $h^*_{ij}$ | 1963 | 2,52 | 2,61 | 1,39 | 4,27 | 2,03 | 4,51 | 0,45 |
| | 1964 | 2,38 | 2,45 | 1,27 | 4,67 | 1,88 | 4,00 | 0,44 |
| | 1965 | 2,18 | 2,42 | 1,57 | 5,08 | 1,87 | 3,74 | 0,38 |
| | 1966 | 2,02 | 1,84 | 2,73 | 5,09 | 1,93 | 3,85 | 0,33 |

*A* – Combustibil
*B* – Metalurgie feroasă
*C* – Metalurgie neferoasă
*D* – Chimie
*E* – Materiale de construcții
*F* – Celuloză și hîrtie
*G* – Sticlă, porțelan, faianță

Observații: Indicatorii $a$, $f^*$, $h^*$ se referă numai la energie electrică, indicatorul $c^*$ la toate formele de energie.

*Tabela 2*

**Indicatori caracteristici ansamblului de ramuri industriale analizate [1])**

| Mărimea \ Anul | 1963 | 1964 | 1965 | 1966 |
|---|---|---|---|---|
| Ponderea relativă a consumului de energie electrică [%] | 68,66 | 68,21 | 70,11 | 71,69 |
| Ponderea relativă a producţiei industriale [%] | 29,60 | 29,50 | 29,50 | 33,60 |
| Ponderea relativă a înzestrării cu forţă de muncă [%] | 25,51 | 25,60 | 25,70 | 27,10 |

[1]) Exclusiv ramura *G* — Sticlă, porţelan şi faianţă.

În tabela 2 se arată ponderea cu care intervin ramurile industriale analizate în consumul de energie, producţia şi necesarul de forţe de muncă al sectorului industrial.

Caracterizînd în felul arătat consumatorii de purtători de energie la orice nivel al economiei naţionale, se va putea face o ierarhizare a lor, care, din punctul de vedere al bunei gospodăriri a energiei, prezintă importanţă, se vor putea urmări în mod deosebit sectoarele, ramurile, întreprinderile, procesele şi prestaţiile ce sînt „mari consumatori" şi „energointensivi".

## BIBLIOGRAFIE


1. С. Д. Фельд, *Единый энергетический баланс народного хозяйства*, Издательства „Экономика," Москва 1964.
2. S. Gehrrecke *Anteile der Energieträgerkosten am Preis industrieller Produkte*, Praktische Energiekunde, **XII**, 6 (1964).
3. A. Dumitrescu, M. Elefterescu, St. Kovacs, *Echivalenţa şi eficacitatea economică a proceselor energointensive*, Energetica, **VII**, 5 (1959).
4. A. Dumitrescu, M. Elefterescu, St. Kovacs, *Aspecte energoeconomice ale competiţiei dintre furnalul înalt şi furnalul electric*, Metalurgia şi construcţia de maşini, **XII**, 6 (1960).
5. Н. Т. Полещук, *Энерговооруженность и производительность труда*, Издательства „Энергия," Москва 1966.
6. Н. И. Бессонова, *Показатели динамики энергопотребления промышленности, Технико-экономические расчеты в энергетике*, Издательства „Наука" Москва 1965.
7. H. J. Hildebrand, *Wirtschaftliche Energieversorgung — VEB*, Deutscher Verlag für Grundstoff industrie, Leipzig, 1965.
8. — *Kennziffern der Elektroenergiewirtschaft* — Vereinigte Staaten von Amerika — Zentralinstitut für Information und Dokumentation Akademie Verlag, Berlin 1965.
9. J. Szczemowski, *Observation sur l'évolution de la consumation énergetique dans les usines siderurgiques*, Conference mondiale de l'énergie. Sesion partielle en Suisse Lausanne, IV A—1, Rapport 17, 1967.

10. R. Frieberger, B. Vesely, *Verminderung der Energieverluste in einigen Industriezweigen*, Weltkraftkonferenz Teiltagung Schweiz, Lausanne IV A-4, Bericht 51, 1964.
11. F. Csagloy, *Az energiahordozok helyettesitheföségének problemaya és az energiastrukture valtozasa*, Energia es Atomtehnika **XIX**, *2* (1966).
12. St. Kovacs, *Interşanjabilitatea purtătorilor de energie în procese energointensive*, Memoriu parţial 1965, Biblioteca Inst. de energetică al Academiei Republicii Socialiste România.
13. St. Kovacs, *Energetische Kennziffern zur Charakterisierung der Struktur der allgemeinen Energiebilanz*, Revue roumain des sciences téchniques Série Élétrotéchnique et Énergetiques **XII**, 1 (1967).
14. T. Miclescu, Al. Pap, I. Miculescu, S. Iordache, *Aspecte ale întocmirii modelului matematic al bilanţului energetic general*, St. cerc. energ. electroteh. **XIV**, *3* (1964)
15. S. Sagoroff, *Theorie der volkswirtschaftlichen Energiebilanzen*, Phisica-Verlag-Würzburg 1961.

# METODA GENERALĂ DE STUDII A SIGURANȚEI FUNCȚIONĂRII COMPLEXELOR ENERGETICE

DE

V. NITU, H. ALBERT și M. BRĂDESCU

621:311.019.3 ; 621:311.004.6; 519.2

Siguranța în funcționare a complexelor energetice este studiată ca o funcție de probabilitate avînd ca variabile timpul și comportarea posibilă a sistemului. Modelul matematic utilizat pentru descrierea funcționării în timp a complexelor energetice îl constituie procesele stochastice de tip Markov.
Folosind teoria lanțurilor Markov staționare, sînt determinați indicatori numerici de siguranță care permit o apreciere obiectivă a siguranței prezentată de diversele complexe precum și determinarea eficienței economice a fiecărei soluții analizate. În articol sînt date numeroase exemple de calcul a indicatorilor numerici pentru diferite scheme energetice.

## INTRODUCERE

Problema siguranței în funcționare a instalațiilor energetice a devenit în prezent o problemă majoră a energeticii, datorită dezvoltării intense a consumului de energie în general și în industrie în particular, precum și a consecințelor economice pe care le implică la scara întregii economii naționale.

În forma ei cea mai generală, definiția siguranței este probabilitatea ca într-un interval de timp considerat să fie îndeplinite condițiile de funcționare impuse sistemului sau elementului respectiv. Prin urmare siguranța apare ca o funcție de probabilitate, avînd ca variabile timpul și comportarea posibilă a sistemului. Evenimentul la care se referă această probabilitate constituie „starea de succes" a complexului studiat; siguranța în funcționare este probabilitatea stării de succes a acestuia.

Practica sistemelor energetice arată că indicatorul care conduce la alegerea unei soluții sau a alteia poate fi foarte diferit.

Analizînd un număr mare de cazuri s-a ajuns la concluzia că în funcție de procesul de producție ce trebuie asigurat și de implicațiile economice la nerespectarea continuității în furnizarea (producerea) energiei electrice, trebuie ales criteriul de siguranță pe baza căruia se vor efectua calculele.

În directă legătură cu scopul propus, corespunzînd diferitelor aspecte ale siguranţei sistemului, apar ca necesari diferiţi indicatori de siguranţă. Astfel sînt :

a) probabiliatea funcţionării neîntrerupte într-un interval $(0, t)$;
b) durata medie de funcţionare neîntreruptă $M(T_f)$;
c) durata medie a unei perioade de defect $M(T_d)$;
d) probabilitatea stării de succes la un moment oarecare $t$;
e) numărul mediu al defectărilor într-un interval $(0, t) - M\ [N(t)]$;
f) durata totală medie de succes $M[\alpha(t)]$ şi de defect $M[\beta(t)]$ într-un interval $(0, t)$;

g) probabilitatea funcţionării neîntrerupte — $S(x, t)$ — într-un interval $(t, t+x)$;

h) probabilitatea ca un complex să funcţioneze la un moment $t$ sau, dacă nu, să fie reparat la un moment anterior lui $(t+x)$, denumită curent siguranţa serviciului $\Omega(x, t)$.

Indicatorii menţionaţi permit compararea din punct de vedere tehnic a diferitelor variante analizate. Întrucît reflectă durata sau frecvenţa de întrerupere, indicatorii $e$ şi $f$ permit şi o evaluare bănească a siguranţei.

Indicatorul $g$ poate constitui un criteriu pentru înlocuirea echipamentelor datorită uzurii.

## METODA DE INVESTIGAŢIE

Metoda de investigaţie, abordată pentru studiul siguranţei conexiunilor electrice şi termice, este adecvată studiului siguranţei oricărui sistem alcătuit din elemente eterogene şi a cărui funcţionare de ansamblu este condiţionată diferit de natura, poziţia şi modul de funcţionare al fiecărui element în cadrul ansamblului.

O schemă energetică este alcătuită din componente dispuse într-o anumită configuraţie, care favorizează producerea sau transportul energiei electrice de la sursă la consumator. Diferitele combinaţii posibile de componente defecte şi în funcţiune definesc stările prin care poate evolua sistemul în decursul timpului. Unele din aceste stări conduc la nesatisfacerea condiţiilor de alimentare cerute de consumatori, altele nu. Primele definesc starea de defect, iar celelalte starea de succes a schemei.

Modelul matematic adecuat pentru descrierea funcţionării în timp a complexelor energetice îl constituie procesele stohastice de tip Markov [1], [2].

În decursul timpului, complexul trece de la o stare la alta, pe măsură ce unele componente ale sale se defectează (ies din funcţiune), iar altele sînt reparate (reintră în funcţiune). Aşa dar, defectarea şi repararea diferitelor componente sînt evenimente care marchează trecerea sistemului de la o stare la alta.

În regim normal de funcţionare, ieişrea sau reintrarea în funcţiune a unui element al schemei sînt considerate ca evenimente care nu depind de momentele în care se vor produce, ci numai de durata intervalului în care se vor realiza. Sîntem astfel conduşi la lanţuri Markov staţionare.

Între vectorul stochastic $P(t)$ al probabilităților absolute ale procesului și matricea stohastică $\|p_{ij}(t)\|$ a probabilităților de tranziție ale procesului, subzistă ecuația diferențială :

$$P'(t) = P(t)\,\|p'_{ij}(0)\|, \tag{1.1}$$

care definește în mod univoc vectorul stochastic $P(t)$, dacă se cunoaște starea inițială a sistemului, concretizată în vectorul stohastic $P(0)$.

Defectarea unui element dintr-o schemă oarecare este un eveniment a cărui probabilitate de realizare într-un interval de timp elementar $\Delta t$ este $\lambda\,\Delta t$ unde parametrul $\lambda$ poartă numele de intensitate de defectare.

De asemenea, repararea unui element dintr-o schemă oarecare este un eveniment a cărui probabilitate de realizare într-un interval de timp elementar $\Delta t$ este $\mu\,\Delta t$, unde parametrul $\mu$ este denumit intensitate de reparare.

Probabilitatea producerii evenimentelor simultane într-un interval de timp elementar $\Delta t$ este considerată $0\ (\Delta t)$.

În cazul unui singur element, lanțul Markov corespunzător are numai două stări :

starea 0 — starea de funcționare a elementului ;
starea 1 — starea de avarie a elementului sau de defect.

Probabilitățile de tranziție vor avea următoarele expresii :

$$p_{01}(\Delta t) = \lambda\,\Delta t,\ p_{00}(\Delta t) = 1 - \lambda\,\Delta t,$$

$$p_{10}(\Delta t) = \mu\,\Delta t,\ p_{11}(\Delta t) = 1 - \mu\,\Delta t.$$

Ecuația (1.1) se explicitează, în acest caz, după cum urmează:

$$P'_0(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t);\ P_0(0) = 1;$$

$$P'_1(t) = \lambda P_0(t) - \mu P_1(t);\ P_1(0) = 0.$$

Rezultă :

$$P_0(t) = \frac{\mu + \lambda e^{-(\lambda+\mu)t}}{\lambda + \mu},$$

$$P_1(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}\left[1 - e^{-(\lambda+\mu)t}\right].$$

Dacă se consideră numai evoluția procesului din starea 0 în starea 1, matricea probabilităților de tranziție va avea expresiile :

$$p_{01}(\Delta t) = \lambda\,\Delta\ t,\ p_{00}(\Delta t) = 1 - \lambda\,\Delta t,$$

$$p_{10}(\Delta t) = 0,\ p_{11}(\Delta t) = 1,$$

și conduce la următorul sistem de ecuații :

$$P'_0(t) = -\lambda P_0(t),\ P_0(0) = 1,$$

$$P'_1(t) = \lambda P_0(t),\ P_1(0) = 0,$$

care defineşte funcţia de distribuţie a perioadelor de funcţionare $\{T_f\}$ ale elementului considerat. Într-adevăr :

$$P\{T_f \geqslant t\} = P_0(t) = e^{-\lambda t}.$$

În mod analog, dacă se consideră numai evoluţia procesului din starea 1 în starea 0, se va putea obţine funcţia de distribuţie a perioadelor de defect $\{T_d\}$ ale elementului respectiv.

Matricea probabilităţilor de tranziţie se scrie :

$$p_{01}(\Delta t) = 0, \quad p_{00}(\Delta t) = 1,$$
$$p_{10}(\Delta t) = \mu \Delta t, \; p_{11}(\Delta t) = 1 - \mu \Delta t.$$

şi conduce la următorul sistem de ecuaţii :

$$P_0'(t) = \quad \mu P_1(t), \; P_0(0) = 0,$$
$$P_1'(t) = -\mu P_1(t), \; P_1(0) = 1,$$

care defineşte funcţia de distribuţie a perioadelor de defectare $\{T_d\}$ ale elementului considerat. Într-adevăr :

$$P\{T_d > t\} = P_1(t) = e^{-\mu t}.$$

În cazul unui sistem de $n$ elemente conectate în serie, lanţul Markov corespunzător are următoarele stări :
starea 0 — starea de funcţionare a tuturor elementelor sistemului ;
starea $i$ — starea de avarie a elementului de ordin $i$ $(i = 1, 2, \ldots n)$.

Probabilităţile de tranziţie asociate procesului au expresiile :

$$p_{0i}(\Delta t) = \lambda_i \Delta t, \; p_{00}(\Delta t) = 1 - \lambda_0 \Delta t, \; \lambda_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$$

$$p_{i0}(\Delta t) = \mu_i \Delta t, \; p_{ij}(\Delta t) = \delta_{ij}(1 - \mu_i \Delta t), \; (1 \leqslant i, \; j \leqslant n).$$

Probabilităţile absolute ale procesului sînt definite de următorul sistem de ecuaţii diferenţiale :

$$P_0'(t) = -\lambda_0 P_0(t) + \sum_{i=1}^{n} \mu_i P_i(t), \; P_0(0) = 1,$$

$$P_i'(t) = \lambda_i P_0(t) - \mu_i P_i(t), \; P_i(0) = 0, \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Dacă se consideră numai evoluţia procesului din starea 0 în stările $i$ matricea probabilităţilor de tranziţie va avea expresiile :

$$p_{0i}(\Delta t) = \lambda_i \Delta t, \; p_{00} = 1 - \lambda_0 \Delta t, \; \lambda_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i,$$

$$p_{ij}(\Delta t) = \delta_{ij}, \; (1 \leqslant i, \; j \leqslant n)$$

şi conduce la sistemul de ecuaţii

$$P_0'(t) = -\lambda_0 P_0(t), \; P_0(0) = 1,$$
$$P_i'(t) = \quad \lambda_i P_0(t), \; P_i(0) = 0,$$

care defineşte funcţia de distribuţie a perioadelor de funcţionare ale sistemului considerat

$$P\{T_f \leqslant t\} = P_0(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t}.$$

Dacă se consideră numai evoluţia sistemului din stările $i$, în starea 0, matricea probabilităţilor de tranziţie se scrie :

$$p_{0i}(\Delta t) = 0, \quad p_{00}(\Delta t) = 1,$$

$$p_{i0}(\Delta t) = \mu_i \Delta t, \quad p_{ij}(\Delta t) = (1 - \mu_i \Delta t)\delta_{ij}, \qquad (1 \leqslant i, \ j \leqslant n)$$

şi conduce la sistemul de ecuaţii

$$P_0'(t) = \sum_{i=1}^{n} \mu_i P_i(t), \quad P_0(0) = 0,$$

$$P_i'(t) = -\mu_i P_i(t), \quad P_i(0) = \frac{\lambda_i}{\lambda_0}, \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

care defineşte funcţia de distribuţie a perioadelor de defect ale sistemului considerat

$$P\{T_d \leqslant t\} = P_0(t) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i}{\lambda_0}(1 - e^{-\mu_i t}).$$

În cazul unui sistem de $n$ elemente identice (alese astfel numai pentru comoditatea scrierii ecuaţiilor), care funcţionează în paralel, lanţul Markov asociat procesului are următoarele stări :
starea $i$ — starea de funcţionare a $(n - i)$ din elementele sistemului şi de defect a celorlalte $(i = 0, 1, \ldots, n)$.

Probabilităţile de tranziţie corespunzătoare au expresiile :

$$p_{i,i+1}(\Delta t) = (n - i)\lambda \Delta t, \quad p_{i,i-1}(\Delta t) = i\mu t, \quad p_{i,i}(\Delta t) = 1 - \lambda_i \Delta t,$$

$$\lambda_i = (n - i)\lambda + i\mu, \quad (i = 0, 1, \ldots, n),$$

(restul probabilităţilor de tranziţie sînt nule).

Probabilităţile absolute ale procesului sînt definite de următorul sistem de ecuaţii diferenţiale :

$$\begin{aligned}
&P_0'(t) = -\lambda_0 P_0(t) + \mu P_1(t), && P_0(0) = 1,\\
&\vdots && \vdots\\
&P_i'(t) = (n - i + 1)\lambda P_{i-1}(t) - \lambda_i P_i(t) + (i + 1)\mu P_{i+1}(t), && P_i(0) = 0,\\
&\vdots && \vdots\\
&P_n'(t) = \lambda P_{n-1}(t) - \lambda_n P_n(t), && P_n(0) = 0,
\end{aligned}$$

ale cărui soluţii sînt

$$P_i(t) = C_n^i \left[\frac{\lambda}{\lambda + \mu}(1 - e^{-(\lambda+\mu)t})\right]^i \cdot \left[\frac{\mu + e^{-(\lambda+\mu)t}}{\lambda + \mu}\right]^{n-i}, \quad (i = 0, 1, \ldots, n).$$

Dacă se consideră numai evoluţia procesului din starea 0 în starea 1, matricea probabilităţilor de tranziţie va avea expresiile :

$$p_{01}(\Delta t) = n\lambda\Delta t, \quad p_{00}(\Delta t) = 1 - n\lambda\Delta t,$$
$$p_{10}(\Delta t) = 0, \quad p_{11}(\Delta t) = 1,$$
$$p_{ij}(\Delta t) = 0, \quad (i, j = 2, \ldots, n)$$

şi conduce la sistemul de ecuaţii

$$P_0'(t) = -n\lambda P_0(t) \quad P_0(0) = 1,$$
$$P_1'(t) = n\lambda P_0(t) \quad P_1(0) = 0,$$
$$P_i'(t) = 0, \quad P_i(0) = 0, \ (i = 2, \ldots, n),$$

care defineşte funcţia de distribuţie a perioadelor de funcţionare ale sistemului considerat.

$$P\{T_f \leqslant t\} = P_0(t) = 1 - e^{-n\lambda t}.$$

Dacă se consideră numai evoluţia sistemului în cadrul stărilor $1 U 2 U \ldots Un$ şi tranziţia $1 \to 0$, matricea probabilităţilor de tranziţie se scrie :

$$p_{0i}(\Delta t) = 0, \ p_{00}(\Delta t) = 1$$
$$p_{i,i+1}(\Delta t) = (n - i)\lambda\Delta t, \ p_{i,i-1}(\Delta t) = i\mu t, \ p_{i,i}(\Delta t) = 1 - \lambda_i\Delta t,$$
$$\lambda_i = (n - i)\lambda + i\mu, \ (i = 1, \ldots, n)$$

(restul probabilităţilor de tranziţie sînt nule) şi conduce la sistemul de ecuaţii

$$P_0'(t) = \mu P_1(t), \quad P_0(0) = 0,$$
$$P_1'(t) = -\lambda_1 P_1(t) + 2\mu P_2(t), \quad P_1(0) = 1,$$
$$\vdots$$
$$P_i'(t) = (n - i + 1)\lambda P_{i-1}(t) - \lambda_i P_i(t) + (i+1)\mu P_{i+1}(t), \quad P_i(0) = 0,$$
$$\vdots$$
$$P_n'(t) = \lambda P_{n-1}(t) - \lambda_n P_n(t), \quad P_n(0) = 0,$$

care defineşte funcţia de distribuţie a perioadelor de defect ale sistemului considerat

$$P\{T_d \leqslant t\} = P_0(t).$$

## INFORMAŢIA NECESARĂ METODEI

Studiul siguranţei conexiunilor electrice sau termice prin metoda de investigaţie prezentată anterior se întemeiază pe cunoaşterea funcţiilor de distribuţie

$$F(t) = P\{T_f \leqslant t\} = 1 - e^{-\lambda t},$$

$$G(t) = P\{T_d \leqslant t\} = 1 - e^{-\mu t},$$

ale perioadelor de funcționare și de defect, aferente fiecărui element al schemei.

Estimarea parametrilor $\lambda$ și $\mu$, care definesc distribuțiile respective, se face pe baza datelor statistice, în conformitate cu teoria estimației din statistica matematică. Astfel, metoda verosimilității maxime ne conduce la concluzia că valorile cele mai verosimile ale lui $\frac{1}{\lambda}$ și $\frac{1}{\mu}$ sînt egale, respectiv, cu mediile de selecție:

$$\hat{T}_f = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} T_f^j$$

$$\hat{T}_d = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} T_d^j$$

$\{T_f^j\}$ și $\{T_d^j\}$ reprezintă un șir alternant de perioade de funcționare și defect, corespunzătoare elementului respectiv (fig. 1):

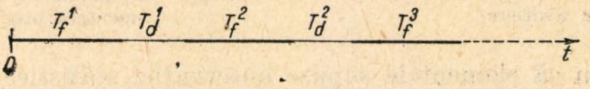



Fig.1. — Referitor la estimarea parametrilor $\lambda$ și $\mu$.

În practică, sînt supuse observației statistice concomitent mai multe elemente identice din punct de vedere constructiv:

Dacă:

$n$ este numărul elementelor observate,

$t_i$ — momentul ieșirii din funcțiune a elementului $i$,

$t_n$ — durata timpului de observație,

atunci estimatorul $\hat{T}_f$ al lui $M(T_f) = \frac{1}{\lambda}$ are expresia

$$\hat{T}_f = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n}.$$

Adesea, observația este întreruptă înainte de căderea tuturor elementelor. În acest caz, dacă:

$n$ este numărul elementelor observate,

$t_i$ — momentul ieșirii din funcțiune a elementului $i$,

$t$ — momentul întreruperii observației,

$p$ — numărul elementelor care s-au defectat pînă la momentul $t$,

atunci estimatorul $\hat{T}_f$ se exprimă prin

$$\hat{T}_f = \frac{\sum_{i=1}^{p} t_i + (n-p)t}{p}.$$

Este interesant să precizăm comportarea reală a intensităţii de defectare $\lambda$. Acest parametru variază în timp după o curbă tipică a cărei alură este redată în figura 2.

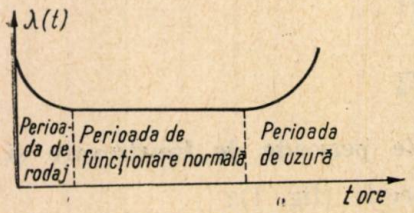



Fig. 2. — Variaţia în timp a intensităţii de avariere.

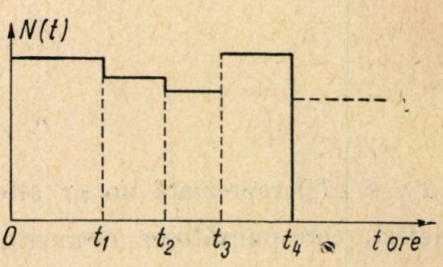



Fig. 3. — Diagramă de funcţionare a elementelor observate.

Subliniem că elementele supuse observaţiei statistice trebuie să se afle în perioada de funcţionare normală (în care $\lambda$ păstrează o valoare constantă).

Este util ca datele statistice să fie reprezentate în funcţie de timp, ca în diagrama din figura 3.

Din acest grafic se pot calcula estimatorii $\hat{T}_f$, $\hat{T}_d$ aferenţi unui tip de elemente, conform următoarelor formule:

$$\hat{T}_f = \frac{\sum_{i=1}^{n} N(t_{i-1}) \times (t_i - t_{i-1})}{p},$$

$$\hat{T}_d = \frac{\sum_{i=1}^{n} [N(t_0) - N(t_{i-1})](t_i - t_{i-1})}{p} = \frac{N(t_0)\, t_n}{p} - \hat{T}_f,$$

în care

$N(t)$ este numărul elementelor în funcţiune la momentul $t$,

$t_i$ — momentele în care se produc salturile funcţiei $N(t)$,

$p$ — numărul defectelor survenite în perioada considerată.

În concluzie, informaţia necesară aplicării acestei metode de investigaţie este furnizată de istoriogramele diferitelor elemente (întrerupător, separator, bară, cazan, turbină, generator etc.) care intră în componenţa schemelor analizate.

## POSIBILITĂȚILE METODEI

Metoda de investigație prezentată pentru studiul siguranței conexiunilor electrice și termice poate contribui la stabilirea unor criterii de decizie, în ceea ce privește dezvoltarea unui sistem energetic. Ea permite efectuarea de studii parametrice, care să indice linii directoare de dezvoltare a instalațiilor.

Astfel, se poate stabili cu precizie, prin indicatori numerici, influența adoptării unui anumit aparataj asupra siguranței în funcționare, influența adoptării unei anumite scheme în condițiile unui aparataj dat, efectul elementelor de rezervă etc.

În tabelele 2 și 3 sînt date exemple de aplicare a metodei în studiul conexiunilor întîlnite în centrale termoelectrice și stații electrice.

Referindu-ne la exemplul 6 din tabela 1 formula

$$\lim_{t\to\infty}\frac{M[\alpha(t)]}{t}=\left[1+\frac{\lambda_c}{\mu_c}+\frac{\lambda_t}{\mu_t}+\frac{\lambda_g}{\mu_g}\right]^{-1}$$

exprimă dependența procentului mediu al timpului de funcționare a blocului de parametri $\lambda$ și $\mu$ aferenți cazanului, turbinei și generatorului, parametri care caracterizează din punct de vedere al funcționării tipul de aparataj întrebuințat.

Exemplele 4 și 5 din tabela 2 permit compararea celor două scheme din punct de vedere al duratei totale medii de funcționare neîntreruptă într-un interval $(0, t)$. Se constată că:

$$\left[n\left(\frac{\lambda_i}{\mu_i}+\frac{\lambda_s}{\mu_s}\right)+1\right]^{-1}<\left[n\left(\frac{\lambda_i}{\mu_i}+\frac{\lambda_s}{\mu_s}\right)+\frac{\lambda_b}{\mu_b}+1\right]^{-1},$$

ceea ce dovedește că timpul mediu de funcționare într-un interval $(0, t)$ este mai mare pentru schema cu două sisteme de bare colectoare, decît pentru schema cu un singur sistem de bare.

Considerînd ecuația

$$n\left(\frac{\lambda_i}{\mu_i}+\frac{\lambda_s}{\mu_s}\right)+\frac{\lambda_b}{\mu_b}=x\left(\frac{\lambda_i}{\mu_i}+\frac{\lambda_s}{\mu_s}\right),$$

deducem relația

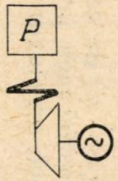
$$x-n=\frac{\lambda_b}{\mu_b}\left(\frac{\lambda_i}{\mu_i}+\frac{\lambda_s}{\mu_s}\right)^{-1},$$

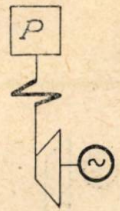
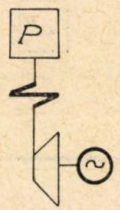
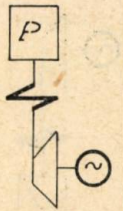
ceea ce permite să se determine numărul $[x-n]$ de celule care pot fi adăugate schemei cu două sisteme de bare, astfel încît procentul de timp de funcționare să fie același cu al schemei cu un singur sistem de bare.

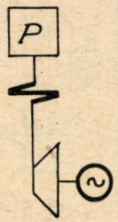
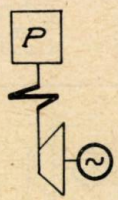
Considerînd ecuația

$$\left[n\left(\frac{\lambda_i}{\mu_i}+\frac{\lambda_s}{\mu_s}\right)+\frac{\lambda_b}{\mu_b}+1\right]^{-1}t'=\left[n\left(\frac{\lambda_i}{\mu_i}+\frac{\lambda_s}{\mu_s}\right)+1\right]^{-1}t,\ (t'>t),$$

TABELA NR. 1.

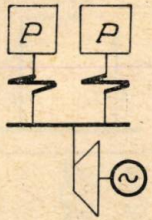
| NR CRT. | SCHEMA ANALIZATĂ | INDICATOR URMĂRIT | STĂRI ASOCIATE | $P'(t) = P(t) \parallel P'_{ij}(0) \parallel$ | REZULTAT OBȚINUT |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 |  | Probabilitatea funcționării neîntrerupte $(0,t)$ | 0 - Funcționarea blocului<br>1 - Avarie a cazanului<br>2 - Avarie a turbinei<br>3 - Avarie a generatorului<br>Succes : 0 | $\begin{vmatrix} P'_0 & P'_1 & P'_2 & P'_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} P_0 & P_1 & P_2 & P_3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -\lambda_0 & \lambda_c & \lambda_t & \lambda_g \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$<br>$\lambda_0 = \lambda_c + \lambda_t + \lambda_g$,<br>$P_0(0)=1;\ P_1(0)=0;\ P_2(0)=0;\ P_3(0)=0$ | $P_0(t) = e^{-\lambda_0 t}$<br>$t = 1000$ ore<br>$P_0(t) \cong 0{,}525$ |
| 2 | | Durata medie de funcționare neîntreruptă | 0 - Funcționarea blocului<br>1 - Avarie a cazanului<br>2 - Avarie a turbinei<br>3 - Avarie a generatorului<br>Succes :0 | $\begin{vmatrix} P'_0 & P'_1 & P'_2 & P'_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} P_0 & P_1 & P_2 & P_3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -\lambda_0 & \lambda_c & \lambda_t & \lambda_g \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$<br>$\lambda_0 = \lambda_c + \lambda_t + \lambda_g$;<br>$P_0(0)=1;\ P_1(0)=0;\ P_2(0)=0;\ P_3(0)=0$ | $M(T_f) = \int_0^\infty P_0\,dt$<br>$M(T_f) = \frac{1}{\lambda_0}$<br>$M(T_f) \cong 1550$ ore |
| 3 | | Durata medie a unei perioade de defect | 0 - Funcționarea blocului<br>1 - Avarie a cazanului<br>2 - Avarie a turbinei<br>3 - Avarie a generatorului<br>Starea de defect 1U2U3 | $\begin{vmatrix} P'_0 & P'_1 & P'_2 & P'_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} P_0 & P_1 & P_2 & P_3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_c & -\mu_c & 0 & 0 \\ \mu_t & 0 & -\mu_t & 0 \\ \mu_g & 0 & 0 & -\mu_g \end{vmatrix}$<br>$\lambda_0 = \lambda_c + \lambda_t + \lambda_g$<br>$P_0(0) = 0$ $\quad P_2(0) = \frac{\lambda_t}{\lambda_0}$<br>$P_1(0) = \frac{\lambda_c}{\lambda_0}$ $\quad P_3(0) = \frac{\lambda_g}{\lambda_0}$ | $M(T_d) = \int_0^\infty (P_1 + P_2 + P_3)\,dt$<br>$M(T_d) = \frac{\lambda_c}{\lambda_0}\cdot\frac{1}{\mu_c} + \frac{\lambda_t}{\lambda_0}\cdot\frac{1}{\mu_t} + \frac{\lambda_g}{\lambda_0}\cdot\frac{1}{\mu_g}$<br>$M(T_d) \cong 53$ ore |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 |  | Probabilitatea stării de succes la un moment oarecare $t$. | 0 - Funcționarea blocului<br>1 - Avarie a cazonului<br>2 - Avarie a turbinei<br>3 - Avarie a generatorului<br>Succes : 0 | $\begin{vmatrix} P_0' & P_1' & P_2' & P_3' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} P_0 & P_1 & P_2 & P_3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -\lambda_0 & \lambda_c & \lambda_t & \lambda_g \\ \mu_c & -\mu_c & 0 & 0 \\ \mu_t & 0 & -\mu_t & 0 \\ \mu_g & 0 & 0 & -\mu_g \end{vmatrix}$<br>$\lambda_0 = \lambda_c + \lambda_t + \lambda_g$<br>$P_0(0)=1,\ P_1(0)=0,\ P_2(0)=0;$<br>$P_3(0)=0$ | $\lim_{t\to\infty} P_0(t) = \left(1+\frac{\lambda_c}{\mu_c}+\frac{\lambda_t}{\mu_t}+\frac{\lambda_g}{\mu_g}\right)^{-1}$<br>$\lim_{t\to\infty} P_3(t) = 0,957$ |
| 5 |  | Numărul mediu al defectelor într-un interval $(0,t)$ | | | Pentru $t\to\infty$<br>$M(N)=\frac{1}{M(Tf)+M(Td)}$<br>$M(N)=\frac{\lambda_c+\lambda_t+\lambda_g}{1+\frac{\lambda_c}{\mu_c}+\frac{\lambda_t}{\mu_t}+\frac{\lambda_g}{\mu_g}}\cdot t$<br>pentru $t=10$ ani<br>$M(N)\simeq 54,5$ |
| 6 |  | Durata totală medie de funcționare într-un interval $(0,t)$ | 0 - Funcționarea blocului<br>1 - Avarie a cazonului<br>2 - Avarie a turbinei<br>3 - Avarie a generatorului<br>Succes : 0 | $\begin{vmatrix} P_0' & P_1' & P_2' & P_3' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} P_0 & P_1 & P_2 & P_3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -\lambda_0 & \lambda_c & \lambda_t & \lambda_g \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$<br>$\lambda_0 = \lambda_c + \lambda_t + \lambda_g;$<br>$P_0(0)=1;\ P_1(0)=0;\ P_2(0)=0$<br>$P_3(0)=0$ | $M[x(t)] = \int_0^t P_0(x)\,dx$<br>$= \xi(0,t)$<br>Pentru $t\to\infty$<br>$M[x(t)] = \frac{t}{1+\frac{\lambda_c}{\mu_c}+\frac{\lambda_t}{\mu_t}+\frac{\lambda_g}{\mu_g}}$<br>$t = 10$ ani<br>$M[x(t)] \simeq 8470$ ore |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 |  | Probabilitatea funcționării neîntrerupte într-un interval $(t, t+x)$ | 0 - Funcționarea blocului<br>1 - Avarie a cazanului<br>2 - Avarie a turbinei<br>3 - Avarie a generatorului<br>Succes : 0 | $\begin{bmatrix} P_0' & P_1' & P_2' & P_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_0 & P_1 & P_2 & P_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\lambda_0 & \lambda_c & \lambda_t & \lambda_g \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$<br>$\lambda_0 = \lambda_c + \lambda_t + \lambda_g$;<br>$P_0(0) = 1$; $P_1(0) = 0$;<br>$P_2(0) = 0$; $P_3(0) = 0$ | Pentru $t \to \infty$<br>$S(x) = \left[1 + \frac{\lambda_c}{\mu_c} + \frac{\lambda_t}{\mu_t} + \frac{\lambda_g}{\mu_g}\right]^{-1} \cdot$<br>$\cdot e^{-(\lambda_c + \lambda_t + \lambda_g)x}$<br>Pentru $x = 720$ ore<br>$S(x) \cong 0{,}61$ |
| 8 |  | Siguranța serviciului | 0 - Funcționarea blocului<br>1 - Avarie a cazanului<br>2 - Avarie a turbinei<br>3 - Avarie a generatorului<br>Starea de defect 1U2U3 | $\begin{bmatrix} P_0' & P_1' & P_2' & P_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_0 & P_1 & P_2 & P_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_c & -\mu_c & 0 & 0 \\ \mu_t & 0 & -\mu_t & 0 \\ \mu_g & 0 & 0 & -\mu_g \end{bmatrix}$<br>$\lambda_0 = \lambda_c + \lambda_t + \lambda_g$<br>$P_0(0) = 0$; $P_1(0) = \frac{\lambda_c}{\lambda_0}$;<br>$P_2(0) = \frac{\lambda_t}{\lambda_0}$; $P_3(0) = \frac{\lambda_g}{\lambda_0}$ | Pentr $t \to \infty$<br>$G(u) = 1 - \left[\frac{\lambda_c}{\lambda_0} e^{-\mu_c u} + \frac{\lambda_t}{\lambda_0} e^{-\mu_t u} + \frac{\lambda_g}{\lambda_0} e^{-\mu_g u}\right]$<br>$\Omega(x) = 1 - \frac{\frac{\lambda_c}{\mu_c} e^{-\mu_c x} + \frac{\lambda_t}{\mu_t} e^{-\mu_t x} + \frac{\lambda_g}{\mu_g} e^{-\mu_g x}}{1 + \frac{\lambda_c}{\mu_c} + \frac{\lambda_t}{\mu_t} + \frac{\lambda_g}{\mu_g}}$ ptr. $x = 60$ ore $= 0{,}988$ |

Q

**9**




Durata medie de funcționare neîntreruptă cu o putere P (MW)

0 - funcționarea cu ambele cazane
1 - Funcționarea cu un cazan
2 - Întreruperea funcționării blocului

Succes OU1

| $P_0'$ | $P_1'$ | $P_2'$ | = | $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|

$\lambda_0 = 2\lambda_c + \lambda_t + \lambda_g$

$\lambda_1 = \mu_c + \lambda_c + \lambda_t + \lambda_g$

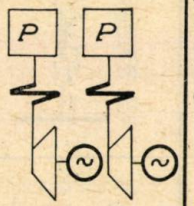
$P_0(0) = 1;\ P_1(0) = 0;\ P_2(0) = 0$

| | | |
|---|---|---|
| $-\lambda_0$ | $2\lambda_c$ | $\lambda_t + \lambda_g$ |
| $\mu_c$ | $-\lambda_1$ | $\lambda_c + \lambda_t + \lambda_g$ |
| 0 | 0 | 0 |

$$M(T_f) = \frac{\lambda_1 + 2\lambda_c}{\lambda_0 \lambda_1 + 2\lambda_c \mu_c}$$

$M(T_f) \cong 7100$ ore

**10**




Probabilitatea de funcționare cu o putere cel puțin egală cu P(MW) la un moment oarecare t

0 - Funcționarea ambelor blocuri
1 - Avarie a unui cazan
2 - Avarie a unei turbine
3 - Avarie a unui generator
4 - Avarie a două cazane
5 - Avarie a unui cazan și a turbinei.
6 - Avarie a unui cazan și un generator.
7 - Avarie a două turbine
8 - Avarie a unei turbine și un generator
9 - Avarie a două generatoare

Succes OU1U2U3

$\lambda_0 = 2(\lambda_c + \lambda_t + \lambda_g)$

$\lambda_1 = \mu_c + \lambda_c + \lambda_t + \lambda_g$

$\lambda_2 = \mu_t + \lambda_c + \lambda_t + \lambda_g$

$\lambda_3 = \mu_g + \lambda_c + \lambda_t + \lambda_g$

$P_0(0) = 1$

$P_i(0) = 0$

$i = 1, \ldots 9$

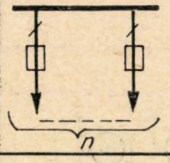
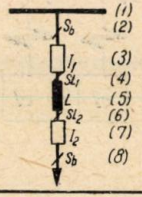
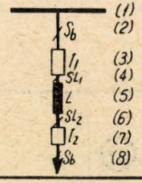
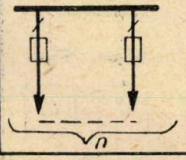
| $P_0'$ | $P_1'$ | $P_2'$ | $P_3'$ | $P_4'$ | $P_5'$ | $P_6'$ | $P_7'$ | $P_8'$ | $P_9'$ | · | $P_0$ | $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ | $P_4$ | $P_5$ | $P_6$ | $P_7$ | $P_8$ | $P_9$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

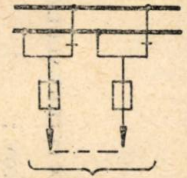
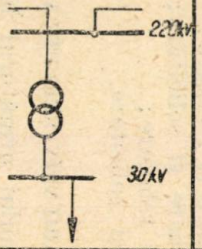
| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-\lambda_0$ | $2\lambda_c$ | $2\lambda_t$ | $2\lambda_g$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $\mu_c$ | $-\lambda_1$ | 0 | 0 | $\lambda_c$ | $\lambda_t$ | $\lambda_g$ | 0 | 0 | 0 |
| $\mu_t$ | 0 | $-\lambda_2$ | 0 | 0 | $\lambda_c$ | 0 | $\lambda_t$ | $\lambda_g$ | 0 |
| $\mu_g$ | 0 | 0 | $-\lambda_3$ | 0 | 0 | $\lambda_c$ | 0 | $\lambda_t$ | $\lambda_g$ |
| 0 | $2\mu_c$ | 0 | 0 | $-2\mu_c$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | $\mu_t$ | $\mu_c$ | 0 | 0 | $-(\mu_t + \mu_c)$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | $\mu_g$ | 0 | $\mu_c$ | 0 | 0 | $-(\mu_g + \mu_c)$ | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | $2\mu_t$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $-2\mu_t$ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | $\mu_g$ | $\mu_t$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $-(\mu_g + \mu_t)$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | $2\mu_g$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-2\mu_g$ |

$$\lim_{t \to \infty} \left[ P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) \right] = 0{,}9988$$

Q

TABELA NR. 2.

| NR. CRT. | SCHEMA ANALIZATĂ | INDICATOR URMĂRIT | STĂRI ASOCIATE | $P'(t) = P(t) \| p_{ij}(o) \|$ | REZULTAT OBȚINUT |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 |  | Probabilitatea funcționării neîntreruptе $(0,t)$ | 0 – Funcționează toate celulele<br>1 – Nu funcționează o celulă<br>2 – Nu funcționează toate celulele<br>Succes: 0 | $\begin{vmatrix} P'_0 & P'_1 & P'_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} P_0 & P_1 & P_2 \end{vmatrix}$<br>$\lambda_0 = \lambda_b + n(\lambda_i + \lambda_s)$<br>$P_0(0)=1,\ P_1(0)=0;\ P_2(0)=0$<br>$\begin{vmatrix} -\lambda_0 & n\lambda_i & \lambda_b+n\lambda_s \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ | $P_0(t)=e^{-\lambda_0 t}$<br>$n=5$<br>$t=30$ zile<br>$P_0(t)=0{,}6$ |
| 2 |  | Durata medie de funcționare neîntreruptă | 0 – Funcționează toate elementele schemei<br>1 – Avarie a sistemului de bare (1)<br>2 – Avarie a unui întrerupător [(3) sau (7)]<br>3 – Avarie a unui separator [2,4,6,8]<br>4 – Avarie a liniei (5)<br>Succes: 0 | $\begin{vmatrix} P'_0 & P'_1 & P'_2 & P'_3 & P'_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} P_0 & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \end{vmatrix} \cdot$<br>$\lambda_0 = \lambda_b + 2\lambda_i + 4\lambda_s + \lambda_l$<br>$P'_0(0)=1,\ P'_1(0)=0;\ P'_2(0)=0;$<br>$P'_3(0)=0$<br>$\begin{vmatrix} -\lambda_0 & \lambda_b & 2\lambda_i & 4\lambda_s & \lambda_l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ | $M(T_f) = \frac{1}{\lambda_0}$<br>$M(T_f) = 4{,}8710^{6}$ s |
| 3 |  | Durata medie a unei perioade de defect | 0 – Funcționează toate elementele schemei<br>1 – Avarie a sistemului de bare (1)<br>2 – Avarie a unui întrerupător [(3) sau (7)]<br>3 – Avarie a unui separator [2,4,6,8]<br>4 – Avarie a liniei (5)<br>Stare de defect 1U2U3U4 | $\begin{vmatrix} P'_0 & P'_1 & P'_2 & P'_3 & P'_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} P_0 & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \end{vmatrix} \cdot$<br>$\lambda_0 = \lambda_b + 2\lambda_i + 4\lambda_s + \lambda_l$<br>$P_0(0)=0;\ P_2(0)=\frac{2\lambda_i}{\lambda_0};$<br>$P_1(0)=\frac{\lambda_b}{\lambda_0},\ P_3(0)=\frac{4\lambda_s}{\lambda_0};\ P_4(0)=\frac{\lambda_l}{\lambda_0}$<br>$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0_s & 0 \\ \mu_b & -\mu_b & 0 & 0 & 0 \\ \mu_i & 0 & -\mu_i & 0 & 0 \\ \mu_s & 0 & 0 & -\mu_s & 0 \\ \mu_l & 0 & 0 & 0 & -\mu_l \end{vmatrix}$ | $M(Ta) = \frac{\lambda_b}{\lambda_0}\cdot\frac{1}{\mu_b} + 2\frac{\lambda_i}{\lambda_0}\cdot\frac{1}{\mu_i} + \frac{4\lambda_s}{\lambda_0}\cdot\frac{1}{\mu_s} + \frac{\lambda_l}{\lambda_0}\cdot\frac{1}{\mu_l}$<br>$M(Ta) \approx 34.500$ s |
| 4 |  | Durata totală medie de funcționare într-un interval $(0,t)$ | 0 – Funcționează toate celulele<br>1 – Avarie a unui întrerupător<br>2 – Avarie a unui separator<br>3 – Avarie a sistemului de bare<br>Succes: 0<br>Defect 1U2U3 | $\begin{vmatrix} P'_0 & P'_1 & P'_2 & P'_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} P_0 & P_1 & P_2 & P_3 \end{vmatrix} \cdot$<br>$\lambda_0 = \lambda_b + n(\lambda_i + \lambda_s)$<br>$P_0(0)=1;\ P_1(0)=0;\ P_2(0)=0;\ P_3(0)=0$<br>$\begin{vmatrix} -\lambda_0 & n\lambda_i & \lambda_b & n\lambda_s \\ \mu_i & -\mu_i & 0 & 0 \\ \mu_b & 0 & -\mu_b & 0 \\ \mu_s & 0 & 0 & -\mu_s \end{vmatrix}$ | $\lim_{t\to\infty} \frac{M[\alpha(t)]}{t} =$<br>$= \left[n\left(\frac{\lambda_i}{\mu_i} + \frac{\lambda_s}{\mu_s}\right) + \frac{\lambda_b}{\mu_b} + 1\right]^{-1}$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 |  n (toate celulele racordate pe un acelasi sistem de bare. Al doilea in rezerva) | Durata totala medie de functionare intr-un interval (0,t) | 0- Functioneaza toate celulele<br>1- Avarie a unui intrerupator<br>2- Avarie a unui separator<br>Succes : 0<br>Defect : 1U2 | $P_0' \mid P_1' \mid P_2' = P_0 \mid P_1 \mid P_2 \cdot$ <br> $\lambda_0 = n(\lambda_i + \lambda_s)$ <br> $P_0(0)=1;\ P_1(0)=0;\ P_2(0)=0$ | $\begin{array}{\|c\|c\|c\|} \hline -\lambda_0 & n\lambda_i & n\lambda_s \\ \hline \mu_i & -\mu_i & 0 \\ \hline \mu_s & 0 & -\mu_s \\ \hline \end{array}$ | $\lim_{t\to\infty} \frac{M[\alpha(t)]}{t} =$ <br> $= \left[n\left(\frac{\lambda_i}{\mu_i}+\frac{\lambda_s}{\mu_s}\right)+1\right]^{-1}$ |
| 6 |   | Durata totala medie de defectare a unui transf. intr-un interval (0,t) | 0 - Functionarea transformatorului<br>1 - Avarierea transformatorului<br>Stare de defect : 1 | $P_0' \mid P_1' = P_0 \mid P_1$ <br> $P_0(0)=1;\ P_1(0)=0$ | $\begin{array}{\|c\|c\|} \hline -\lambda_t & \mu_t \\ \hline \lambda_t & -\mu_t \\ \hline \end{array}$ | $M[\beta(t)] = \frac{\lambda}{\lambda+\mu}t -$ <br> $\frac{\lambda}{(\lambda+\mu)^2}\left[1-e^{-(\lambda+\mu)t}\right]$ <br> $t = 10$ ani <br> $M[\beta(t)] = 695$ ore |
| | | | | | | |

Q

deducem

$$\frac{t'-t}{t}=\frac{\lambda_b}{\mu_b}\left[n\left(\frac{\lambda_i}{\mu_i}+\frac{\lambda_s}{\mu_s}\right)+1\right]^{-1},$$

ceea ce ne permite să se determine creşterea procentuală a duratei $t$, astfel ca $M[\alpha(t')]$, asociat schemei cu două sisteme de bare, să fie egal cu $M[\alpha(t)]$, asociat schemei cu un singur sistem de bare (cînd numărul $n$ al celulelor rămîne acelaşi în ambele scheme).

Pentru a pune mai bine în evidenţă posibilităţile metodei se expune un exemplu complex, prin care se urmăreşte stabilirea efectului unei centrale locale ca rezervă pentru alimentarea staţiei electrice a unui consumator important.

Se consideră că alimentarea staţiei electrice a unui consumator important se realizează printr-o linie care aduce putere din sistem şi printr-o centrală locală care debitează putere în staţia respectivă. Se presupune că atît linia, cît şi centrala locală, sînt capabile fiecare să asigure întreaga putere cerută de consumator.

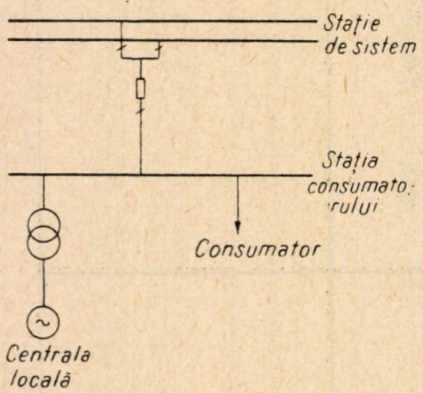



Fig. 4. — Referitor la studiul efectului unei centrale locale.

Pentru a evidenţia numai efectul centralei locale asupra siguranţei alimentării staţiei, vom analiza siguranţa funcţionării ansamblului alcătuit din centrala respectivă şi linia care aduce din sistem puterea necesară în staţie. Această linie este legată la capătul celălalt la un sistem de bare pe care îl vom considera sigur (fig. 4).

Linia poate fi în funcţiune (starea de funcţionare) sau indisponibilă (starea de defect).

Problema constă în determinarea siguranţei unui complex de elemente (prin care se realizează alimentarea staţiei consumatorului din sistem), în funcţionarea căruia distingem perioade de relaxare (perioadele în care centrala locală se află în funcţiune) şi perioade de solicitare (perioadele în care centrala locală nu funcţionează).

Schematic, stările în care evoluează complexul considerat pot fi rezumate după cum urmează :

— starea de funcţionare şi relaxare ;
— starea de funcţionare şi solicitare ;
— starea de refuz şi relaxare ;
— starea de refuz şi solicitare.

## PROBABILITATEA ALIMENTĂRII NEÎNTRERUPTE A STAŢIEI ÎN INTERVALUL $(0,t)$

Se asociază fenomenului următorul lanţ Markov :

starea 0 — starea de funcţionare a tuturor elementelor schemei considerate ;

starea 1 — starea de avarie a cazanului;
starea 2 — starea de avarie a turbinei;
starea 3 — starea de avarie a generatorului;
starea 4 — starea de avarie a transformatorului;
starea 5 — starea de avarie a întrerupătorului celulei liniei, la barele sistemului;
starea 6 — starea de avarie a unui separator al celulei liniei, la barele sistemului;
starea 7 — starea de avarie a liniei respective;
starea 8 — starea de avarie care nu mai permite alimentarea barelor consumatorului.

Starea de succes : $\overset{7}{\underset{j=0}{U}} j$

$p_{01} = \lambda_c \Delta t$, $p_{02} = \lambda_t \Delta t$, $p_{03} = \lambda_g \Delta t$, $p_{04} = \lambda_a \Delta t$, $p_{05} = \lambda_i \Delta t$, $p_{06} = 3\lambda_s \Delta t$

$p_{07} = \lambda_l \Delta t$, $p_{00} = 1 - \lambda_0 \Delta t$, $\lambda_0 = (\lambda_c + \lambda_t + \lambda_g + \lambda_a) + (\lambda_i + 3\lambda_s + \lambda_l)$

$p_{10} = \mu_c \Delta t$, $p_{18} = (\lambda_i + 3\lambda_s + \lambda_l)\Delta t$, $p_{11} = 1 - \lambda_1 \Delta t$, $\lambda_1 = \mu_c + (\lambda_i + 3\lambda_s + \lambda_l)$,

$p_{20} = \mu_t \Delta t$, $p_{28} = p_{18}$, $p_{22} = 1 - \lambda_2 \Delta t$, $\lambda_2 = \mu_t + (\lambda_1 + 3\lambda_s + \lambda_l)$

$p_{30} = \mu_g \Delta t$, $p_{38} = p_{18}$, $p_{33} = 1 - \lambda_3 \Delta t$, $\lambda_3 = \mu_g + (\lambda_i + 3\lambda_s + \lambda_l)$,

$p_{40} = \mu_a \Delta t$, $p_{48} = p_{18}$, $p_{44} = 1 - \lambda_4 \Delta t$, $\lambda_4 = \mu_a + (\lambda_i + 3\lambda_s + \lambda_l)$,

$p_{50} = \mu_i \Delta t$, $p_{58} = (\lambda_c + \lambda_t + \lambda_g + \lambda_a)\Delta t$, $p_{55} = 1 - \lambda_5 \Delta t$, $\lambda_5 = \mu_1 + (\lambda_c + \lambda_t + \lambda_g + \lambda_a)$,

$p_{60} = \mu_s \Delta t$, $p_{68} = p_{58}$, $p_{66} = 1 - \lambda_6 t$, $\lambda_6 = \mu_s + (\lambda_c + \lambda_t + \lambda_g + \lambda_a)$,

$p_{70} = \mu_l \Delta t$, $p_{78} = p_{58}$, $p_{77} = 1 - \lambda_7 \Delta t$, $\lambda_7 = \mu_l + (\lambda_c + \lambda_t + \lambda_g + \lambda_a)$,

$$P_0'(t) = -\lambda_0 P_0(t) + \mu_c P_1(t) + \mu_t P_2(t) + \mu_g P_3(t) + \mu_a P_4(t) + \mu_i P_5(t) + \mu_s P_6(t) + \mu_l P_7(t), \qquad P_0(0) = 1,$$

$$P_1'(t) = \lambda_c P_0(t) - \lambda_1 P_1(t), \qquad P_1(0) = 0,$$

$$P_2'(t) = \lambda_t P_0(t) - \lambda_2 P_2(t), \qquad P_2(0) = 0,$$

$$P_3'(t) = \lambda_g P_0(t) - \lambda_3 P_3(t), \qquad P_3(0) = 0,$$

$$P_4'(t) = \lambda_a P_0(t) - \lambda_4 P_4(t), \qquad P_4(0) = 0,$$

$$P_5'(t) = \lambda_i P_0(t) - \lambda_5 P_5(t), \qquad P_5(0) = 0,$$

$$P_6'(t) = 3\lambda_s P_0(t) - \lambda_6 P_6(t), \qquad P_6(0) = 0,$$

$$P_7'(t) = \lambda_l P_0(t) - \lambda_7 P_7(t), \qquad P_7(0) = 0.$$

Probabilitatea alimentării stației în intervalul $(0, t)$ este

$$P(t) = \sum_{j=0}^{7} P_j(t).$$

Probabilitatea alimentării staţiei numai prin linie, în intervalul $(0, t)$ este

$$e^{-(\lambda_i + 3\lambda_s + \lambda_l)t}.$$

De remarcat că:

starea 0 reprezintă starea de funcţionare şi relaxare a complexului considerat

starea $1 \cup 2 \cup 3 \cup 4$ reprezintă starea de funcţionare şi solicitare a complexului considerat,

starea $5 \cup 6 \cup 7$ reprezintă starea de defect şi relaxare a complexului considerat,

starea 8 reprezintă starea de defect şi solicitare a complexului considerat

**Probabilitatea alimentării staţiei la momentul t**

Însemnînd:

$P(t)$ — probabilitatea alimentării staţiei la momentul $t$;

$P_A(t)$ — probabilitatea stării de succes a centralei locale la momentul $t$;

$\overline{P}_0(t)$ — probabilitatea stării de succes a complexului de elemente care realizează alimentarea staţiei, din sistem, la momentul $t$;

$\overline{P}_1(t)$ — probabilitatea stării de defect a complexului de elemente care realizează alimentarea staţiei din sistem la momentul $t$;

se demonstrează că subzistă relaţia

$$P(t) = \overline{P}_0(t) + \overline{P}_1(t) \cdot P_A(t) \tag{1}$$

Pentru determinarea probabilităţilor $\overline{P}_0(t)$ şi $\overline{P}_1(t)$, considerăm următorul lanţ Markov:

starea 0 — starea de funcţionare a tuturor elementelor schemei considerate;

starea 1 — starea de avarie a întrerupătorului celulei liniei, la barele sistemului;

starea 2 — starea de avarie a unui separator al celulei liniei, la barele sistemului;

starea 3 — starea de avarie a liniei respective;

starea de succes: 0

starea de refuz: $1 \cup 2 \cup 3$

$p_{01} = \lambda_i \Delta t$, $p_{02} = 3\lambda_s \Delta t$, $p_{03} = \lambda_l \Delta t$, $p_{00} = 1 - \lambda_0 \Delta t$, $\lambda_0 = \lambda_i + 3\lambda_s + \lambda_l$,

$p_{10} = \mu_i \Delta t$, $p_{11} = 1 - \mu_i \Delta t$,

$p_{20} = \mu_s \Delta t$, $p_{22} = 1 - \mu_s \Delta t$,

$p_{30} = \mu_l \Delta t$, $p_{33} = 1 - \mu_l \Delta t$.

Probabilitățile absolute ale procesului sînt definite de sistemul de ecuații diferențiale :

$$P_0'(t) = -\lambda_0 P_0(t) + \mu_i P_1(t) + \mu_s P_2(t) + \mu_l P_3(t), \quad P_0(0) = 1,$$
$$P_1'(t) = \lambda_i P_0(t) - \mu_i P_1(t), \quad P_1(0) = 0,$$
$$P_2'(t) = 3\lambda_s P_0(t) - \mu_s P_2(t), \quad P_2(0) = 0,$$
$$P_3'(t) = \lambda_l P_0(t) - \mu_l P_3(t), \quad P_3(0) = 0.$$

Urmează

$$\overline{P}_0(t) = P_0(t).$$
$$\overline{P}_1(t) = P_1(t) + P_2(t) + P_3(t).$$

Pentru determinarea probabilității $P_A(t)$, considerăm următorul lanț Markov :

starea 0 — starea de funcționare a tuturor elementelor schemei considerate ;
starea 1 — starea de avarie a cazanului ;
starea 2 — starea de avarie a turbinei ;
starea 3 — starea de avarie a generatorului ;
starea 4 — starea de avarie a transformatorului ;

starea de succes : 0

$$p_{01} = \lambda_c \Delta t, \; p_{02} = \lambda_t \Delta t, \; p_{03} = \lambda_g \Delta t, \; p_{04} = \lambda_a \Delta t, \; p_{00} = 1 - \lambda_0 \Delta t$$
$$\lambda_0 = \lambda_c + \lambda_t + \lambda_g + \lambda_a,$$
$$p_{10} = \mu_c \Delta t, \; p_{11} = 1 - \mu_c \Delta t,$$
$$p_{20} = \mu_t \Delta t, \; p_{22} = 1 - \mu_t \Delta t,$$
$$p_{30} = \mu_g \Delta t, \; p_{33} = 1 - \mu_g \Delta t.$$
$$p_{40} = \mu_a \Delta t, \; p_{44} = 1 - \mu_a \Delta t.$$

Probabilitățile absolute ale procesului sînt definite de sistemul de ecuații diferențiale :

$$P_0'(t) = -\lambda_0 P_0(t) + \mu_c P_1(t) + \mu_t P_2(t) + \mu_g P_3(t) + \mu_a P_4(t),$$
$$P_1'(t) = \lambda_c P_0(t) - \mu_c P_1(t),$$
$$P_2'(t) = \lambda_t P_0(t) - \mu_t P_2(t),$$
$$P_3'(t) = \lambda_g P_0(t) - \mu_g P_3(t),$$
$$P_4'(t) = \lambda_a P_0(t) - \mu_a P_4(t).$$

Urmează

$$P_A(t) = P_0(t).$$

Din relația (1) se deduce :

$$\lim_{t\to\infty} P(t) = \lim_{t\to\infty} \overline{P}_0(t) + \lim_{t\to\infty} \overline{P}_1(t) \cdot \lim_{t\to\infty} P_A(t). \qquad (2)$$

Utilizînd transformata Carson-Laplace, rezultă :

$$\lim_{s\to 0} \mathfrak{L}P(t) = \lim_{s\to 0} \mathfrak{L}\overline{P}_0(t) + \lim_{s\to 0} \mathfrak{L}\overline{P}_1(t) \cdot \lim_{s\to 0} \mathfrak{L}P_A(t), \tag{3}$$

$$\lim_{s\to 0} \mathfrak{L}P_A(t) = \left[1 + \frac{\lambda_c}{\mu_c} + \frac{\lambda_t}{\mu_t} + \frac{\lambda_g}{\mu_g} + \frac{\lambda_a}{\mu_a}\right]^{-1},$$

$$\lim_{s\to 0} \mathfrak{L}\overline{P}_0(t) = \left[1 + \frac{\lambda_i}{\mu_i} + \frac{3\lambda_s}{\mu_s} + \frac{\lambda_l}{\mu_l}\right]^{-1}$$

$$\lim_{s\to 0} \mathfrak{L}\overline{P}_1(t) = \lim_{s\to 0} \mathfrak{L}\overline{P}_0(t)\left[\frac{\lambda_i}{\mu_i} + \frac{3\lambda_s}{\mu_s} + \frac{\lambda_l}{\mu_l}\right]$$

Folosind date statistice, înscrise în anexă, se obţine :

$$\lim_{t\to\infty} P(t) = 0{,}99984$$

Probabilitatea alimentării staţiei, numai prin linie, este :

$$\lim_{t\to\infty} \overline{P}_0(t) = \left[1 + \frac{\lambda_i}{\mu_i} + \frac{3\lambda_s}{\mu_s} + \frac{\lambda_l}{\mu_l}\right]^{-1} = 0{,}99506.$$

**Numărul mediu al întreruperilor alimentării staţiei în intervalul $(0, t)$**

Însemnînd :

$N(t)$ — numărul întreruperilor alimentării staţiei, în intervalul $(0, t)$ ;
$P_A(t)$ — probabilitatea stării de succes a centralei locale, la momentul $t$ ;
$P_B(t)$ — probabilitatea stării de refuz a centralei locale, la momentul $t$ ;
$\overline{P}_0(t)$ — probabilitatea stării de succes a complexului de elemente care realizează alimentarea staţiei din sistem la momentul $t$ ;
$\overline{P}_1(t)$ — probabilitatea stării de refuz a complexului de elemente care realizează alimentarea staţiei din sistem la momentul $t$ ;

se demonstrează că subzistă relaţia :

$$M\,[N(t)] = (\lambda_c + \lambda_t + \lambda_g + \lambda_a)\int_0^t \overline{P}_1(x)\, P_A(x)\, \mathrm{d}x + (\lambda_i +$$

$$+ 3\lambda_s + \lambda_l)\int_0^t \overline{P}_0(x)\, P_B(x)\, \mathrm{d}x, \tag{4}$$

din care se deduce

$$\lim_{t\to\infty} \frac{M[N(t)]}{t} = (\lambda_c + \lambda_t + \lambda_g + \lambda_a) \lim_{t\to\infty} \overline{P}_1(t) \lim_{t\to\infty} P_A(t) +$$

$$+ (\lambda_i + 3\lambda_s + \lambda_l) \lim_{t\to\infty} \overline{P}_0(t) \lim_{t\to\infty} P_B(t). \tag{5}$$

Utilizînd transformata Carson-Laplace, rezultă :

$$\lim_{s\to 0} \mathfrak{L}\frac{M[N(t)]}{t} = (\lambda_c + \lambda_t + \lambda_g + \lambda_a) \lim_{s\to 0} \mathfrak{L}\,\overline{P}_1(t) \lim_{s\to 0} \mathfrak{L}P_A(t) + \\ + (\lambda_i + 3\lambda_s + \lambda_l) \lim_{s\to 0} \mathfrak{L}\overline{P}_0(t)\, \mathfrak{L} \lim_{s\to 0} P_B(t). \tag{6}$$

Folosind date statistice, înscrise în anexă, se obține

$$\lim_{t\to\infty} \frac{M[N(t)]}{t} = 0{,}02672237 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{h}^{-1}.$$

Numărul mediu al întreruperilor alimentării stației numai prin linie, în unitatea de timp, este :

$$\lim_{t\to\infty} \frac{M[n(t)]}{t} = (\lambda_i + 3\lambda_s + \lambda_l) \lim_{t\to\infty} \overline{r}_0(t) = 0{,}580 \cdot 67721 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{h}^{-1}.$$

În cazul în care valoarea daunelor provocate consumatorului prin întreruperea alimentării stației este proporțională cu numărul acestor întreruperi

$$\left[\lim_{t\to\infty} \frac{M[n(t)]}{t} - \lim_{t\to\infty} \frac{M[N(t)]}{t}\right] t \cdot D$$

unde $D$ reprezintă valoarea daunelor aferente unei întreruperi (exprimă valoarea cu care se diminuează daunele provocate într-un interval de durată $t$, ca efect al funcționării centralei locale).

Pentru $t = 10^5$ h, rezultă :

$$M[N(t)] = 2{,}67, \quad M[n(t)] = 58{,}07$$

și se realizează o diminuare a daunelor cu $55{,}4 \cdot D$ lei.

Se obține astfel, prin intermediul acestui indicator al siguranței, un important element de decizie privind oportunitatea instalării unei centrale locale.

**Durata medie de alimentare continuă a stației**

Deoarece subzistă relațiile :

$$\lim_{t\to\infty} P(t) = \frac{M(T_t)}{M(T_f) + M(T_d)}, \\ \lim_{t\to\infty} \frac{M[N(t)]}{t} = \frac{1}{M(T_f) + M(T_d)}, \tag{7}$$

se deduce

$$M(T_f) = \frac{\lim\limits_{t\to\infty} P(t)}{\lim\limits_{t\to\infty} \frac{M[N(t)]}{t}}. \tag{8}$$

Folosind date statistice, înscrise în anexă, se obține

$$M(T_f) \simeq 37.420 \text{ h}.$$

Durata medie de alimentare continuă a stației, numai prin linie, este :

$$(\lambda_i + 3\lambda_s + \lambda_l)^{-1} \simeq 1710 \text{ h}.$$

**Durata medie a unei întreruperi a alimentării stației**

Din relațiile (7) și (8) se deduce :

$$M(T_d) = \frac{1 - \lim\limits_{t\to\infty} P(t)}{\lim\limits_{t\to\infty} \frac{M[N(t)]}{t}} \tag{9}$$

Folosind date statistice, înscrise în anexă, se obține :

$$M(T_d) \simeq 6 \text{ h}.$$

Durata medie a unei întreruperi a alimentării stației numai prin linie este

$$\left(\frac{\lambda_i}{\mu_i} + \frac{3\lambda_s}{\mu_s} + \frac{\lambda_l}{\mu_l}\right)(\lambda_i + 3\lambda_s + \lambda_l)^{-1} \simeq 8{,}5 \text{ h}.$$

**Duarata medie de alimentare a stației, în intervalul (0, $t$)**

Însemnînd :

$\alpha(t)$ — durata alimentării stației în intervalul $(0, t)$ ;
$P(t)$ — probabilitatea alimentării stației, la momentul $t$ ;

subzistă relația

$$M[\alpha(t)] = \int_0^t P(x)\, dx, \tag{10}$$

din care se deduce

$$\lim_{t\to\infty} \frac{M[\alpha(t)]}{t} = \lim_{t\to\infty} P(t). \tag{11}$$

Utilizînd date statistice, înscrise în anexă, se obține :

pentru $t = 10^5$h, $M[\alpha(t)] \simeq 99\,984$ $h$.

Durata medie de alimentare a stației numai prin linie, în același interval de timp, este

$$10^5\text{h} \cdot \lim_{t\to\infty} \overline{P}_0(t) \approx 99.506 \text{ h}.$$

**Durata medie de întrerupere a alimentării stației, în intervalul (0, $t$)**

$\beta(t)$ — durata întreruperilor alimentării stației în intervalul $(0, t)$ ;
$P(t)$ — probabilitatea alimentării stației la momentul $t$ ;

subzistă relația

$$M[\beta(t)] = \int_0^t [1 - P(x)]\,dx, \tag{12}$$

din care se deduce

$$\lim_{t\to\infty} \frac{M[\beta(t)]}{t} = 1 - \lim_{t\to\infty} P(t). \tag{13}$$

Folosind date statistice, înscrise în anexă, se obține :

pentru $t = 10^5$ h, $M[\beta(t)] \simeq 16$ h.

Durata medie de întrerupere a alimentării stației numai prin linie în același interval de timp, este

$$10^5\text{h} \cdot \lim_{t\to\infty} P_1(t) \simeq 496 \text{ h}.$$

În cazul în care valoarea daunelor provocate consumatorului prin întreruperea alimentării stației este proporțională cu duratele acestor întreruperi

$$[\lim_{t\to\infty} P_1(t) + \lim_{t\to\infty} \overline{P}(t) - 1]\, t \cdot D,$$

unde $D$ reprezintă valoarea daunelor în unitatea de timp, aceasta exprimă valoarea cu care se diminuează daunele provocate într-un interval de durată $t$, ca efect al funcționării centralei locale.

În intervalul de timp considerat se realizează o diminuare a daunelor cu $480 \cdot D$ lei

Se obține de asemenea, și prin intermediul acestui indicator al siguranței, un important element de decizie privind oportunitatea instalării unei centrale locale.

★

În cele de mai sus s-a urmărit expunerea și aplicarea unei noi metode de determinare a siguranței funcționării unui complex energetic pentru cazuri cît mai variate.

Din examinarea celor prezentate rezultă că :

— metoda permite analiza comparativă a mai multor variante după orice criteriu de siguranţă ales ;

— metoda necesită o informaţie simplu de obţinut din date curente de exploatare ;

— metoda permite efectuarea de studii parametrice deosebit de utile mai ales pentru alegerea aparatajului ;

— calculul de siguranţă, după orice criteriu, se încheie cu obţinerea unui indicator numeric, uşor convertibil în bani şi prin aceasta uşor de introdus în sinteza tehnică-economică a oricărui studiu de dezvoltare a instalaţiilor energetice.

## *ANEXA*

Valorile parametrilor $\lambda$ şi $\mu$ folosite în exemplele de calcul.

$\lambda_i = 2{,}7 \times 10^{-8}\ s^{-1}$,
$\mu_i = 1510 \times 10^{-8}\ s^{-1}$,
$\lambda_s = 1{,}17 \times 10^{-8}\ s^{-1}$,
$\mu_s = 5280 \times 10^{-8}\ s^{-1}$,
$\lambda_b = 0{,}337 \times 10^{-8}\ s^{-1}$,
$\mu_b = 3333 \times 10^{-8}\ s^{-1}$,
$\lambda_a = 0{,}318 \times 10^{-8}\ s^{-1}$,
$\mu_a = 38{,}6 \times 10^{-8}\ s^{-1}$,

$\lambda_l = 10 \times 10^{-8}\ s^{-1}$,
$\mu_l = 4\,000 \times 10^{-8}\ s^{-1}$,
$\lambda_e = 0{,}541 \times 10^{-3}\ h^{-1}$,
$\mu_c = 20{,}83 \times 10^{-3}\ h^{-1}$,
$\lambda_t = 0{,}0773 \times 10^{-3}\ h^{-1}$,
$\mu_t = 14{,}49 \times 10^{-3}\ h^{-1}$,
$\lambda_g = 0{,}0257 \times 10^{-3}\ h^{-1}$,
$\mu_g = 9{,}009 \times 10^{-3}\ h^{-1}$.

## BIBLIOGRAFIE

1. J. L. Doob, *Stohastic processes*, New York, John Willey, 1953.
2. Gh. Ciucu, *Teoria probabilităţilor*, Ed. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1963.
3. C. F. de Sieno, L. L. Stine, *A probability method for determining the reliability of electric power systems*, IEEE Trans., Power Apparatus and Systems *2*, p. 174—181 (1964).
4. V. I. Nitu, H. Albert, M. Brădescu, *O nouă metodă de calcul a siguranţei funcţionării schemelor staţiilor electrice folosind calculul probabilităţilor*, Energetica, **XIII**, *12*, p. 573—584 (1965).
5. H. Albert, M. Brădescu, *Nouă metodă pentru evaluarea siguranţei de funcţionare a sistemului energetic, folosind calculul probabilităţilor*, Certificat de inovator nr. 351, Republica Socialistă România.

# INFLUENȚA INSTALAȚIILOR DE AUTOMATIZARE ASUPRA SIGURANȚEI DE FUNCȚIONARE A ELEMENTELOR SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

DE

ANTOANETA SOCI

621.311.019.3 : 621.004.6 : 621.52.

Se prezintă aspecte metodice ale determinării creșterii siguranței de funcționare a unor elemente ale sistemelor electro-energetice ca urmare a automatizării lor, pe baza analizei unor cazuri semnificative. Se deduc efectele asupra siguranței ale protecției prin relee (rezultate dintr-un model probabilistic), ale anclanșării automate a rezervei la consumator și reanclanșării automate rapide a unei linii electrice rezultate din modelări prin procese Markov.

Între căile de mărire a siguranței de funcționare a sistemelor electroenergetice, pe un loc important se situează introducerea și perfecționarea instalațiilor de automatizare din sistem. Deși cunoscută din punct de vedere calitativ, influența instalațiilor de automatizare asupra siguranței în funcționare nu a fost, pînă acum, evaluată cantitativ, scop care se urmărește în lucrarea de față.

Atît instalațiile protecției prin relee, cît și celelalte instalații de automatizare din sistem, contribuie prin acțiunile lor, direct sau indirect, la asigurarea continuității alimentării cu energie electrică la consumator și la menținerea parametrilor de funcționare la nivele cerute. Instalațiile de automatizare în circuit deschis sînt mai semnificative din punctul de vedere al menținerii continuității în alimentarea cu energie electrică a consumatorilor. Instalațiile de automatizare complexă și cele în circuit închis nu au fost analizate, deoarece ele sînt destinate în principal menținerii parametrilor reglați, iar influența lor asupra siguranței de funcționare — în sensul continuității alimentării consumatorilor — este de importanță secundară în comparație cu prima categorie de instalații.

În analiza siguranței elementelor sistemului electroenergetic în prezența instalațiilor de automatizare, s-a studiat modul cum influențează

aceste instalaţii siguranţa elementului de sistem asupra căruia îşi exercită acţiunea, considerîndu-se elementul de sistem şi instalaţia respectivă de automatizare ca un ansamblu funcţional.

Dat fiind faptul că influenţa instalaţiilor de automatizare asupra siguranţei de funcţionare a sistemului depinde în foarte mare măsură de configuraţia dată a sistemului şi de conlucrarea diverselor elemente de automatizare, studiul a fost executat numai pe unele cazuri semnificative, urmărind să indice metodologia de abordare a determinării creşterii siguranţei de funcţionare ca urmare a automatizării. Cazurile studiate sînt următoarele comenzi automate :

— protecţie prin relee ;
— anclanşarea automată a alimentării de rezervă AAR ;
— reanclanşarea automată rapidă a liniilor RAR.

Deoarece problema se pune într-un mod deosebit pentru fiecare gen de instalaţie de automatizare, ele se vor trata separat.

## 1. PROTECŢIA PRIN RELEE

Protecţia prin relee are menirea să asigure, în mod automat, deconectarea de la orice sursă de alimentare a unui element al sistemului în cazul ivirii unei avarii sau regim nenormal de funcţionare, periculos pentru elementul respectiv sau pentru sistem [1]. Avînd în vedere scopul urmărit prin acţiunea protecţiei prin relee, trebuie făcută distincţia între două grupe de consumatori ai sistemului :

— consumatori aflaţi în porţiunea defectă, deconectată prin acţionarea protecţiei ;
— consumatori aflaţi în restul sistemului, care rămîn alimentaţi după acţiunea protecţiei.

Acţiunea protecţiei prin relee este pasivă faţă de porţiunea de reţea deconectată şi activă faţă de restul sistemului, căruia îi asigură continuitatea alimentării.

Pentru ilustrarea modului de punere a problemei influenţei protecţiei prin relee asupra siguranţei alimentării consumatorilor, s-a întocmit un model probabilistic, care ţine seama de probabilităţile de defectare ale protecţiei prin relee, pentru un caz tipic, al alimentării a $n$ linii dintr-o staţie cu sistem simplu de bare, staţia fiind alimentată din sistem printr-o singură linie. Acest caz este reprezentat în figura 1.

Celor două tipuri de cerinţe, faţă de instalaţia de protecţie prin relee, a selectivităţii şi a acţionării fără refuz [2], [3], le corespund două genuri diferite de defectări ale instalaţiei :

— defectări care conduc la pierderea selectivităţii acţiunii protecţiei prin relee, cu probabilitatea $q_N$ ;
— defectări care conduc la refuzul instalaţiei de a lucra, cu probabilitatea $q_R$.

Din cauza caracterului lor diferit, probabilităţile de defectare amintite nu se pot însuma, cel puţin din următoarele două motive :

— la creşterea probabilităţii refuzului, probabilitatea neselectivităţii scade şi invers ;

— defectele refuz și neselectivitate conduc la consecințe economice diferite.

Mai trebuie amintit un alt element caracteristic protecției prin relee : dependența de condiții exterioare a acțiunii neselective și a refuzului.

Pentru ca refuzul să aibă loc, este necesar ca, pînă la repararea sau înlocuirea elementului deteriorat, să se creeze condițiile în care dispozitivul dat să trebuiască să acționeze, adică să aibă loc o avariere a elementului sistemului electric protejat de dispozitivul dat.

Probabilitatea refuzului este legată de coincidența a două evenimente, de obicei reciproc independente : defectarea dispozitivului de protecție și avarierea elementului sistemului protejat.

Defectări ale dispozitivelor de protecție prin relee care duc la acțiune neselectivă imediată, fără îndeplinirea unor condiții suplimentare, sînt

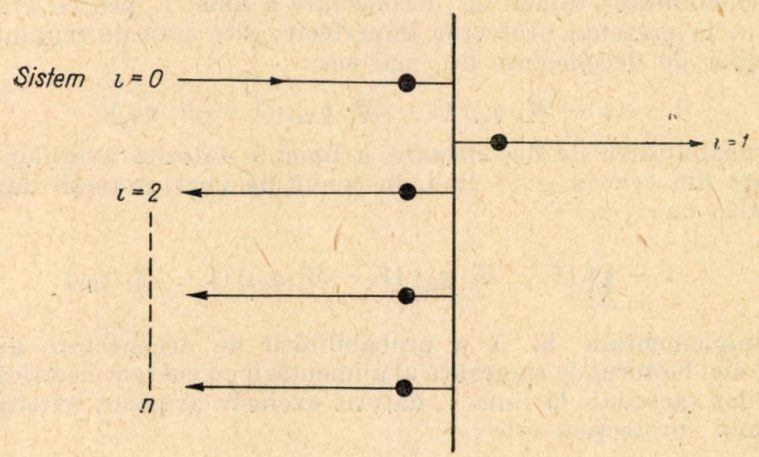



Fig. 1. — Alimentarea a $n$ linii de la un sistem simplu de bare.

foarte rar posibile. În rest și probabilitatea acțiunii neselective, ca și a refuzului, depinde nu numai de probabilitatea defectării elementelor corespunzătoare ale dispozitivelor de protecție, ci și de condiții suplimentare exterioare.

Pentru cazul reprezentat în figura 1 :

$M_i$ $(i = 1, \ldots, n)$ sînt posibilitățile de defectare ale diferitelor linii $i$ ;

$$M_i = 1 - \Pi\,(1 - m_{ij}) \tag{1.1}$$

$m_{ij}$ este probabilitatea apariției unui defect în orice element de ordin $j$ (considerat în ansamblu cu rezerva sa, dacă e cazul), din porțiunea $i$ de rețea, care formează o unitate în ceea ce privește protecția[1] ;

[1]) Se consideră că o porțiune formează o unitate în ceea ce privește protecția, dacă defectarea oricărui element din acea porțiune atrage după sine deconectarea întregii porțiuni.

$q_{Ri}$, $q_{Ni}$ — sînt probabilităţile de refuz, respectiv neselectivitate ale protecţiilor liniilor respective;

$q_{R0}$, $q_{N0}$ — sînt probabilităţile corespunzătoare protecţiei liniei de legătură cu sistemul, liniei de alimentare.

Linia 1, faţă de defecţiunile ce se ivesc pe linia 1, are probabilitatea de deconectare $M_1$. Datorită imperfecţiunii protecţiilor celorlalte linii $i$, ($i = 2, 3, \ldots, n$), la apariţia unor avarii pe linia $i$, pot apare următoarele situaţii care afectează alimentarea liniei 1:

— protecţia liniei $i$ refuză să lucreze (eveniment cu probabilitatea $M_i\, q_{Ri}$);

— protecţia liniei 1 declanşează neselectiv (eveniment cu probabilitatea $M_i\, q_{N1}$);

— protecţia liniei 0 declanşează neselectiv (eveniment cu probabilitatea $M_i\, q_{N0}$).

Probabilitatea totală de deconectare a liniei 1, pentru avarii ivite pe linia $i$, în prezenţa protecţiei imperfecte, este dată de reuniunea probabilităţilor de deconectare de mai sus:

$$1 - (1 - M_i \cdot q_{Ri})\,(1 - M_i \cdot q_{N1})\,(1 - M_i \cdot q_{N0}). \tag{1.2}$$

Probabilitatea de deconectare a liniei 1 datorită avariilor apărute pe oricare din cele $(n - 1)$ linii, în condiţiile unei protecţii imperfecte, este egală cu:

$$1 - \prod_{i=2}^{n} (1 - M_i \cdot q_{Ri})\,(1 - M_i \cdot q_{N1})\,(1 - M_i \cdot q_{N0}). \tag{1.3}$$

Complementara la 1 a probabilităţii de deconectare din (1.3), denumit aici factorul de siguranţă al alimentării cu energie electrică a consumatorilor racordaţi la linia 1, datorit exclusiv avariilor externe şi imperfecţiunii protecţiei, este:

$$S_{1E} = \prod_{i=2}^{n} (1 - M_i \cdot q_{Ri})\,(1 - M_i \cdot q_{N1})\,(1 - M_i \cdot q_{N0}). \tag{1.4}$$

Factorul de siguranţă total $S_1$ al alimentării consumatorilor racordaţi la linia 1 datorit oricăror avarii ivite pe liniile ce pleacă de pe bara staţiei considerate şi datorită imperfecţiunii protecţiilor lor este:

$$S_1 = (1 - M_1) \prod_{i=2}^{n} (1 - M_i \cdot q_{Ri})\,(1 - M_i \cdot q_{N1})\,(1 - M_i \cdot q_{N0}). \tag{1.5}$$

Pentru a determina siguranţa alimentării consumatorilor racordaţi la linia 1, mai trebuie cunoscut factorul de siguranţă al alimentării de la sistem, prin linia 0, ($S_0$). Pentru sisteme arborescente, acest factor se poate calcula în mod similar, considerînd de această dată staţia întreagă drept consumator, ş.a.m.d.

Raţionamente similare se pot face şi pentru cazuri mai complexe, ca: alimentări de la mai multe linii, mai multe sisteme de bare, alimentări din două sensuri şi altele. Aceste raţionamente nu aduc însă nimic principial nou faţă de cazul studiat, ci numai precizări asupra expresiei concrete a factorului de siguranţă corespunzător configuraţiei date a reţelei.

Pentru o mai bună organizare a luării în considerație a evenimentelor statistice ce participă la exprimarea siguranței s-ar putea folosi modelul matematic Markov [4] pentru studiul siguranței, elementelor protejate prin protecția cu relee; în acest caz s-ar ajunge la sisteme mari de ecuații diferențiale lineare de ordinul întîi, a căror rezolvare însă nu prezintă dificultăți deosebite, folosind tehnica calculatoarelor electronice.

## 2. ANCLANȘAREA AUTOMATĂ A REZERVEI

Pentru determinarea siguranței și a sporului de siguranță oferit de introducerea instalațiilor AAR și RAR, ținînd seama și de imperfecțiunea instalației automate, s-a folosit modelarea fenomenului prin procese Markov. Dat fiind că numărul de elemente participante sînt reduse, este la îndemînă scrierea ecuațiilor Markov, care, însoțite de diagrama de tranziție, oferă o urmărire facilă a fenomenelor ce au loc.

La folosirea modelării prin procese Markov este deosebit de importantă distingerea corectă a stărilor de echilibru ale sistemului studiat,

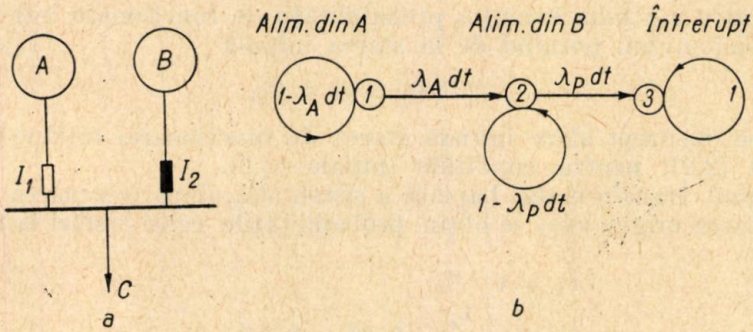



Fig. 2. — Schema AAR și diagrama sa de tranziție.

cunoscînd că adesea tranziția în cadrul unei diagrame secvențiale Markov nu trebuie să urmărească toate etapele de succesiune a stărilor în cazul sistemului real.

Indicatorul de siguranță căutat este probabilitatea funcționării continue.

În cazul schemei echipate cu instalație AAR, reprezentate în figura 2, în care s-a presupus că cea de a doua sursă de alimentare de rezervă $B$ a consumatorului este independentă de prima și totdeauna disponibilă (nu s-a analizat cazul în care și sursa $B$ este afectată de o indisponibilitate, care s-ar putea manifesta chiar concomitent cu dispariția primei surse), stările de echilibru distincte ale consumatorului $C$ sînt:

1) alimentare de la sursa $A$,
2) alimentare de la sursa $B$,
3) nealimentare.

Corespunzător s-a întocmit diagrama de tranziție, reprezentată în figura 2, în care s-au înscris și probabilitățile de tranziție corespunzătoare pentru trecerea de la momentul $t$ la momentul $t+dt$, în care s-au notat:

$\lambda_A$ — frecvența de avariere a alimentării $A$ (egală cu inversul duratei medii de funcționare a alimentării $A$);
$\lambda_p$ — frecvența de avariere a protecției.

Pe baza diagramei de tranziție se pot scrie matricea de tranziție $M$ și matricea dinamică $D$, precum și ecuația diferențială matricială

$$\|P'(t)\| = \|P(t)\| \|D\|, \tag{2.1}$$

care echivalează cu un sistem de trei ecuații diferențiale de ordinul 1, puse sub formă canonică :

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} P_1(t) &= -\lambda_A P_1(t). \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} P_2(t) &= \lambda_A P_1(t) - \lambda_p P_2(t) \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} P_3(t) &= \lambda_p P_2(t) \end{aligned}\right\}. \tag{2.2}$$

Pentru a studia evoluția probabilității de funcționare într-una din stări a sistemului, pornind de la starea inițială

$$\|P(0)\| = \|1 \ 0 \ 0\|, \tag{2.3}$$

(adică se ia drept stare inițială starea de funcționare) trebuie integrat sistemul (2.2), pentru condițiile inițiale (2.3).

Luînd transformata Laplace a sistemului, după efectuarea calculelor și aflarea originalelor se obțin probabilitățile celor 3 stări la momentul $t$ :

$$\begin{aligned} P_1 &= \mathrm{e}^{-\lambda_A t}, \\ P_2 &= \frac{\lambda_A}{\lambda_A - \lambda_p} [\mathrm{e}^{-\lambda_p t} - \mathrm{e}^{-\lambda_A t}], \\ P_3 &= 1 - \frac{\lambda_A \mathrm{e}^{-\lambda_p t} - \lambda_p \mathrm{e}^{-\lambda_A t}}{\lambda_A - \lambda_p}. \end{aligned} \tag{2.4}$$

Siguranța alimentării la momentul $t$ cu energie prin instalația AAR a consumatorilor, care nu sînt deranjați în funcționare în timpul de tranziție $t_{AAR}$, va fi, corespunzător reuniunii evenimentelor $1 \cup 2$ :

$$S_{AAR} = P_1 + P_2 = \frac{\lambda_A \mathrm{e}^{-\lambda_p t} - \lambda_p \mathrm{e}^{-\lambda_A t}}{\lambda_A - \lambda_p}. \tag{2.5}$$

Cîștigul de siguranță în funcționare (continuitate în alimentare), obținut prin funcționarea sistemului AAR, este

$$\Delta S_{AAR} = S_{AAR} - S_{F_{AAR}} = P_2 = \frac{\lambda_A}{\lambda_A - \lambda_p} [\mathrm{e}^{-\lambda_p t} - \mathrm{e}^{-\lambda_A t}], \tag{2.6}$$

în care

$$S_{F_{AAR}} = P_1 \tag{2.7}$$

este siguranța alimentării consumatorilor în cazul lipsei instalației AAR.

### 3. REANCLANȘAREA AUTOMATĂ RAPIDĂ A LINIILOR

Pentru cazul schemei RAR cu un singur ciclu, luînd în considerare și nesiguranța sistemului de automatizare, s-a analizat indicatorul probabilității funcționării continue, folosind modelarea prin procese Markov.

Se disting următoarele stări de echilibru ale alimentării consumatorilor :

1) funcționarea normală,
2) funcționare după reanclanșare,
3) întrerupere.

În figura 3 este reprezentată diagrama secvențială de tranziție a procesului Markov, între situațiile la momentul $t$ și $t + dt$. Pe aceeași

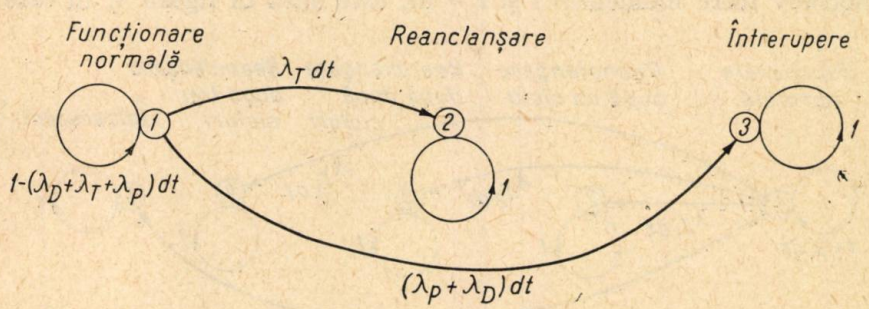



Fig. 3. — Diagrama de tranziție a procesului Markov pentru schema RAR.

diagramă s-au înscris și probabilitățile de tranziție între stările de echilibru.

S-au notat :

$\lambda_D$ — frecvența de avariere a liniei prin defecte persistente ;

$\lambda_T$ — frecvența de avariere a liniei prin defecte pasagere (eliminabile prin ciclul RAR simplu).

Procedînd similar ca în § 2, s-au obținut, pentru condițiile inițiale,

$$\|P(0)\| = \|1\ 0\ 0\|, \tag{3.1}$$

probabilitățile la momentul $t$ :

$$P_1 = e^{(-\lambda_T+\lambda_D+\lambda_P)t},$$

$$P_2 = \frac{\lambda_T}{\lambda_T + \lambda_D + \lambda_p}\left[1 - e^{-(\lambda_T+\lambda_D+\lambda_p)\,t}\right], \tag{3.2}$$

$$P_3 = \frac{\lambda_D + \lambda_p}{\lambda_T + \lambda_D + \lambda_p}\left[1 - e^{-(\lambda_T+\lambda_D+\lambda_p)t}\right]$$

și probabilitatea funcționării la momentul $t$ a consumatorilor care nu sînt deranjați în funcționare de timpul de tranziție $t_{RAR}$ :

$$S_{RAR} = P_1 + P_2 = \frac{\lambda_T + (\lambda_D + \lambda_p)e^{-(\lambda_T+\lambda_D+\lambda_p)t}}{\lambda_T + \lambda_D + \lambda_p}. \tag{3.3}$$

Ştiind că acelaşi indicator de siguranţă, în cazul alimentării consumatorilor prin schema neprevăzută cu instalaţie RAR, este

$$S_{F_{RAR}} = e^{-(\lambda_T+\lambda_D+\lambda_p)t}, \tag{3.4}$$

cîştigul de siguranţă în funcţionare (continuitate în alimentare) obţinut prin funcţionarea sistemului RAR, este :

$$\Delta S_{RAR} = S_{RAR} - S_{F_{RAR}} = \frac{1}{\lambda_T + \lambda_D + \lambda_p} \{\lambda_T + e^{-(\lambda_T+\lambda_D)t} [(\lambda_D + \lambda_p) e^{-\lambda_p t} - (\lambda_T + \lambda_D + \lambda_p)]\} \tag{3.5}$$

Pentru cazul RAR cu trei cicluri, diagrama de tranziţie a procesului Markov între momentul $t$ şi $t + dt$, este dată în figura 4, în care :

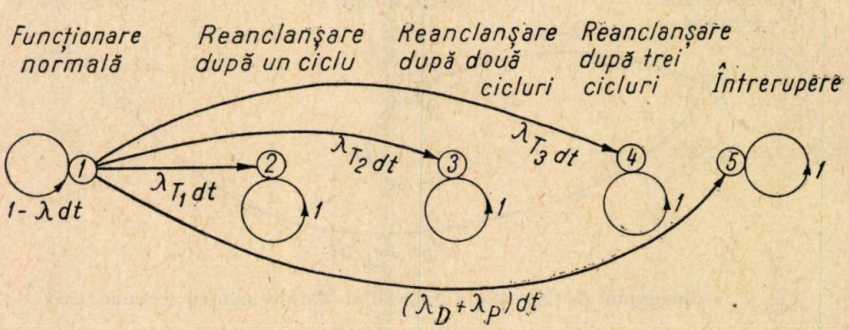



Fig. 4. — Diagrama de tranziţie a procesului Markov la instalaţia RAR completă.

$\lambda_{T_1}$, $\lambda_{T_2}$, $\lambda_{T_3}$, sînt frecvenţele de avariere ale liniei prin defecte eliminabile prin 1, 2, respectiv 3 cicluri de reanclanşare :

$$\lambda = \lambda_{T_1} + \lambda_{T_2} + \lambda_{T_3} + \lambda_D + \lambda_P. \tag{3.6}$$

Se disting următoarele stări de echilibru :
1) funcţionarea normală ;
2) funcţionare după primul ciclu ;
3) funcţionare după al doilea ciclu ;
4) funcţionare după al treilea ciclu ;
5) întrerupere.
Pentru condiţiile iniţiale

$$\|P(0)\| = \|1\ 0\ 0\ 0\ 0\|, \tag{3.7}$$

se obţin probabilităţile, la momentul $t$:

$$P_1 = e^{-\lambda t},$$

$$P_2 = \frac{\lambda_{T_1}}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}),$$

$$P_3 = \frac{\lambda_{T_2}}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}), \tag{3.8}$$

$$P_4 = \frac{\lambda_{T_2}}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}),$$

$$P_5 = \frac{\lambda_D + \lambda_p}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}).$$

Întrucît duratele întreruperilor la cicluri multiple RAR cresc succesiv, trebuie distinse siguranțe pentru mai multe categorii de consumatori.

Siguranța alimentării consumatorilor care nu sînt deranjați de durata maximă (a ultimului ciclu), de întrerupere datorită RAR, $S_3$ va fi dată de reuniunea evenimentelor $1\ U\ 2\ U\ 3\ U\ 4$:

$$S_3 = 1 - P_5 = 1 - \frac{\lambda_D + \lambda_p}{\lambda}(1 - e^{-\lambda}). \tag{3.9}$$

Siguranța alimentării consumatorilor, care pot admite numai întreruperi de o durată cel mult egală cu durata ciclului secund al RAR, va fi dată de reuniunea evenimentelor $1\ U\ 2\ U\ 3$:

$$S_2 = \frac{\lambda_{T_1} + \lambda_{T_2}}{\lambda} + \left(1 - \frac{\lambda_{T1} + \lambda_{T2}}{\lambda}\right)e^{-\lambda t}. \tag{3.10}$$

Siguranța alimentării consumatorilor care pot admite numai întreruperi de o durată cel mult egală cu durata ciclului prim al RAR, $S_1$ va fi dată de reuniunea evenimentelor $1\ U\ 2 = S_1$:

$$S_1 = \frac{\lambda_{T_1}}{\lambda} + \left(1 - \frac{\lambda_{T_1}}{\lambda}\right)e^{-\lambda t}. \tag{3.11}$$

Știind că siguranța $S_F$ a alimentării consumatorilor neprevăzuți cu schemă RAR este

$$S_F = e^{-(\lambda - \lambda_p)t}, \tag{3.12}$$

se deduc următoarele cîștiguri de siguranță în funcționare, obținute prin funcționarea sistemului RAR cu 1, 2, respectiv 3 cicluri:

$$\Delta S_1 = S_1 - S_F = (1 - e^{-\lambda t})\left(1 - \frac{\lambda_D + \lambda_P}{\lambda}\right),$$

$$\Delta S_2 = S_2 - S_F = (1 - e^{-\lambda t})\ \frac{\lambda_{T_1} + \lambda_{T_2}}{\lambda}. \tag{3.13}$$

$$\Delta S_3 = S_3 - S_F = (1 - e^{-\lambda t})\frac{\lambda_{T_1}}{\lambda},$$

## 4. APLICAȚII NUMERICE

Pentru ilustrarea relațiilor stabilite în §§ 2 și 3, s-au calculat variațiile în timp ale probabilității funcționării continue a elementelor de sistem electroenergetic prevăzute cu scheme AAR, respectiv RAR cu un ciclu.

Frecvențele de avariere s-au ales pe baza prelucrării datelor din literatură [5], [6], [1], [7], [8], [9], astfel:

$$\lambda_A = 6{,}75 \quad \frac{1}{\text{an}}, \qquad \lambda_D = 1 \quad \frac{1}{\text{an}},$$

$$\lambda_P = 1 \quad \frac{1}{\text{an}}, \qquad \lambda_T = 5{,}75 \quad \frac{1}{\text{an}}.$$

Variația în timp a probabilității funcționării continue a unui element de sistem prevăzut cu schemă AAR, calculată conform relație

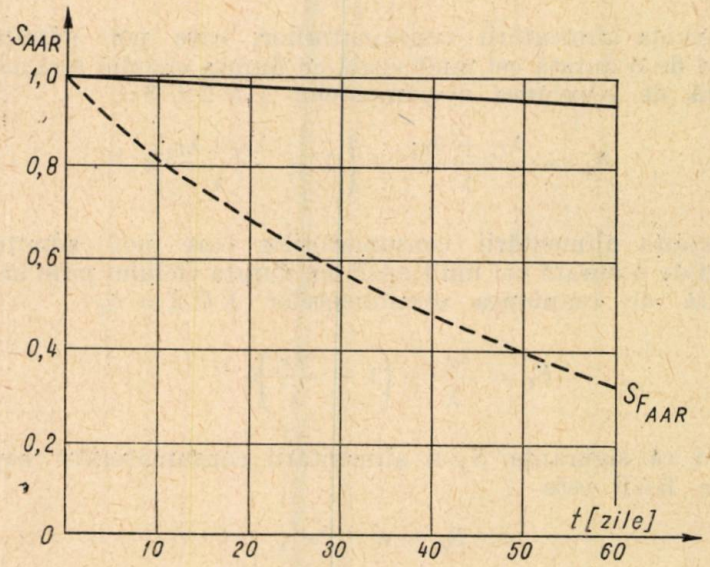



Fig. 5. — Variația în timp a $S_{AAR}$ și $S_{FAAR}$.

(2.5), $S_{AAR}$, s-a reprezentat grafic în figura 5, în care mai figurează pentru comparație și variația probabilității funcționării continue a aceluiași element neprevăzut cu schemă AAR, $S_{FAAR}$ (relația 2.7).

Dacă frecvența de avariere a protecției $\lambda_p$ ar fi zero (protecție perfectă), $S_{AAR}$ ar deveni 1 și independentă de timp. Acest lucru este explicabil, deoarece s-a presupus că cea de a doua sursă (de alimentare de rezervă) este independentă de prima și totdeauna disponibilă. Nu s-a analizat cazul în care și ea este afectată de o indisponibilitate.

Variația de timp a probabilității funcționării continuie a unei linii prevăzute cu schemă RAR, calculată conform relației (3.3), $S_{RAR}$, s-a

reprezentat grafic în figura 6, în care mai figurează pentru comparație și variația probabilității funcționării continue a aceluiași element neprevăzut cu schemă RAR, $S_{FRAR}$ (relația 3.4).

Pentru a ilustra importanța pe care o are frecvența de avariere a protecției $\lambda_p$ asupra probabilității funcționării sigure a elementului

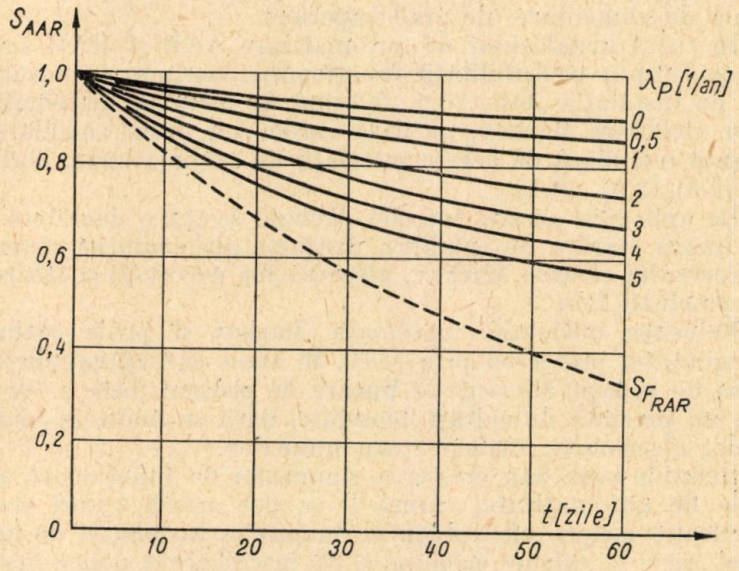



Fig. 6. — Variația în timp a $S_{RAR}$ și $S_{FRAR}$, pentru diferite valori ale $\lambda_p$.

protejat, s-au efectuat calcule cu relația (3.3) pentru mai multe valori ale lui $\lambda_p$. Este reprezentat în fig. 6 și cazul protecției perfecte, cu $\lambda_p = 0$.

Probabilitatea funcționării continue este cu atît mai mare, cu cît frecvența de avariere a protecției este mai mică; un $\lambda_p$ mic se poate realiza printr-o investiție mai mare în instalația de protecție, investiție al cărei efect asupra siguranței elementului protejat este posibil a fi imediat apreciat prin curbele reprezentate în figura 6.

Probabilitatea funcționării continue a unui element poate fi menținută mereu la valori înalte prin reluarea parcurgerii de la început (de la 1) a curbei $S_{RAR}$ sau $S_{AAR}$, lucru realizabil prin îndesirea reviziilor la instalațiile RAR și AAR, fapt ce atrage după sine mărirea corespunzătoare a cheltuielilor de întreținere.

## 5. CONCLUZII

— S-au indicat metode pentru abordarea calculului siguranței de funcționare a elementelor sistemelor electroenergetice în prezența instalațiilor de automatizare, care s-au aplicat la cîteva cazuri concrete, mai reprezentative, de comenzi automate, obținîndu-se relațiile (2.5), (3.3), (3.9), (3.10), (3.11).

— La studiul influenței instalațiilor de automatizare asupra siguranței elementelor sistemelor trebuie să se ia în considerare și imperfecțiunile acestor instalații, adică posibilitățile lor de defectare.

— În cazul instalaţiilor de protecţie prin relee, trebuie să se ţină seama în mod distinct de cele două moduri diferite de defectare a instalaţiei de protecţie : refuz sau neselectivitate, consecinţele acestora fiind total diferite. Astfel, în cazul exemplului din figura 1, siguranţa alimentării unei linii este influenţată numai de refuzul protecţiilor liniilor de plecare de acelaşi grad şi de neselectivitatea protecţiei proprii şi a celei de pe linia de alimentare (de grad superior).

— În cazul instalaţiilor de automatizare AAR şi RAR s-a studiat variaţia de timp a probabilităţii funcţionării continue a consumatorilor deserviţi de instalaţia respectivă, folosind în modelul matematic teoria proceselor aleatoare Markov, pe baza cărora s-a putut calcula creşterea de siguranţă introdusă de aceste instalaţii de automatizare, obţinîndu-se relaţiile (2.6), (3.5), (3.13).

— La aplicarea acestei metode, trebuie avută o deosebită grijă în privinţa fixării stărilor de echilibru distincte ale evoluţiei sistemului în cadrul procesului aleator Markov, alegerea lor necorespunzătoare putînd duce la concluzii false.

— Folosirea modelului matematic Markov se poate extinde şi la studiul siguranţei protecţiei prin relee, în acest caz ajungîndu-se la sisteme mari de ecuaţii diferenţiale lineare de ordinul întîi, a căror rezolvare însă nu prezintă dificultăţi deosebite, dacă se foloseşte tehnica calculatoarelor electronice analogice sau numerice.

— Relaţiile care dau creşterea siguranţei de funcţionare adusă de instalaţiile de automatizare, cărora li se pot asocia valori economice, dau o indicaţie asupra eficacităţii economice a instalaţiei de automatizare şi pot servi la calcule economice de justificare a noilor instalări de echipamente de protecţie.

## BIBLIOGRAFIE


1. C. Penescu, *Automatica şi telemecanica sistemelor energetice*, Vol. II. Ed. Academiei R.P.R., Bucureşti, 1960.
2. В. Л. Фабрикант, *О применении теории надежности к оценке устройств релейной защиты*, Электричество, 9 p. 35—40 (1965).
3. Н. М. Зуль, Ф. А. Кулиев, О надежности работы устройств релейной автоматики электрических сетей, Электричество, *9*, p. 40—44 (1965).
4. J. G. Kemeny, A. Schleifer, J. L. Snell, G. L. Thompson, *Les mathématiques modernes dans la pratique des affaires*, Dunod, Paris, 1964.
5. * * * *Ergebnis der neun VDEW, Störungs und Schadensstatistik für die Hochspannungsnetze der Bundesrepublik und von West* Berlin im Jahr 1959, Elektrizitätswirtschaft, **63** H. *24*, (1964), 875—883.
6. E. Lăzărescu, *Comportarea la supertensiuni atmosferice a liniilor care pleacă dintr-o staţie A*, Energetica, **XIII**, *6*, (1965), *285—261.*
7. D. Mark, *Unele aspecte ale protecţiei împotriva supratensiunilor atmosferice a liniilor de foarte înaltă tensiune*, Energetica, **XI**, *7*, p. 320 (1963).
8. * * * *Projet d'un cahier de charges pour étude de planification. EDF, Direction des Études et Recherches*, Service „Études de Réseaux et Calcul Automatique", HR 6437/1/ T.00— J A/MA, 21 iunie 1965.
9. * * * *Preliminary ideas for applying Monte Carlo techniques to power system risk assessment*, Central Electricity Generating Board, Planning Department, 1965

# DURATA ŞI FRECVENŢA ÎNTRERUPERILOR ÎN INSTALAŢIILE ELECTRICE DE ÎNALTĂ TENSIUNE

DE

EMIL CONSTANTINESCU

621.311.1.004.64

În cadrul lucrării se studiază două tipuri de scheme de comutaţie, cu o singură cale de alimentare şi cu două căi independente, formate fiecare din mai multe elemente simple legate în serie. Aceste scheme sînt cel mai des folosite pentru alimentarea consumatorilor din reţelele de înaltă tensiune, sau constituie părţile componente ale schemelor mai complexe.

Pornind de la frecvenţele şi duratele probabile ale avariilor şi reviziilor elementelor componente, prin folosirea metodelor statistice şi probabilistice se calculează următoarele mărimi caracterizînd schemele în ansamblu :

— Durata probabilă anuală a întreruperilor în cazul avariilor simple, a avariilor simultane, a reviziilor planificate şi a avariilor suprapuse pe revizii.

— Frecvenţa probabilă anuală a întreruperilor în cazul avariilor simple, a avariilor simultane, a reviziilor şi a avariilor suprapuse pe revizii.

Aceste mărimi sînt necesare pentru determinarea diferiţilor indici folosiţi la definirea gradului de siguranţă în alimentare oferit de o anumită instalaţie, sau pentru optimizarea structurii instalaţiilor de înaltă tensiune în funcţie de pagubele produse în urma întreruperilor.

## 1. CONSIDERENTE GENERALE

În timpul exploatării instalaţiilor de înaltă tensiune, care intră în alcătuirea centralelor şi reţelelor electrice, se produc dîn cînd în cînd întreruperi ale funcţionării, prin scoaterea totală sau parţială de sub tensiune a instalaţiilor respective, ca urmare a avariilor sau reviziilor planificate care intervin. În numeroase cazuri aceste întreruperi influenţează asupra sistemului electroenergetic din care face parte instalaţia, respectiv asupra consumatorilor alimentaţi, fie datorită faptului că nu sînt prevăzute căi de alimentare de rezervă, fie în urma unor avarii multiple sau avarii suprapuse pe revizii. Avînd în vedere importanţa mereu crescîndă a acestor întreruperi în funcţionarea sistemelor electroenerge-

St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 2, p. 295—301, 1963

tice moderne, pagubele din ce în ce mai mari care apar la consumatori, mai ales la cei industriali, prin întreruperea totală sau parţială a alimentării cu energie electrică, în ultimii ani a început să se dea o deosebită atenţie noţiunii de siguranţă în funcţionare a instalaţiilor de înaltă tensiune [1]—[3]. Astfel, de exemplu, pentru determinarea soluţiilor optime privind structura reţelelor ce alimentează anumiţi consumatori sau schemele de comutaţie adoptate în centralele electrice şi staţiile de transformare, se au în vedere în primul rînd indicii caracteristici : frecvenţa întreruperilor, durata anuală a acestor întreruperi, probabilitatea ca instalaţia respectivă să funcţioneze anumite intervale de timp fără defecte. De asemenea au fost introduse şi metode mai complexe, cu caracter atît tehnic cît şi economic, în care la determinarea soluţiei optime se iau în considerare şi pagubele care apar la consumatori, evaluate pe baza energiei electrice probabilă a nu fi livrată anual în urma întreruperilor.

În cadrul acestei lucrări va fi dezvoltată o metodă, care, prin folosirea procedeelor proprii statisticii matematice şi calculului probabilităţilor, permite să se determine durata probabilă şi frecvenţa probabilă anuală a întreruperilor datorate avariilor şi reviziilor, indici de cea mai mare importanţă şi fără care nu se pot aborda aspectele tehnice şi economice ale noţiunii de siguranţă în funcţionare. Întrucît orice instalaţie de înaltă tensiune este formată dintr-o serie de elemente componente simple (maşini, aparate, conductoare, izolatoare etc.), conectate în diferite feluri, în serie sau în paralel, fiecare astfel de element va fi caracterizat prin următorii parametri :

$m \left(\frac{\text{avarii}}{\text{an. bucată}}\right)$ reprezentînd numărul probabil de avarii care apar anual şi care rezultă din prelucrarea datelor furnizate de statisticile de avarii ;

$d \left(\frac{\text{ore}}{\text{avarie}}\right)$ reprezentînd durata întreruperii elementului respectiv în urma avarierii lui, durată care poate fi evaluată pe baza statisticilor de exploatare, în funcţie de timpul necesar reparării sau înlocuirii în instalaţie a elementului defect, sau în funcţie de manevrele necesare izolării defectului şi repunerii în funcţiune ;

$s \left(\frac{\text{revizii}}{\text{an. bucată}}\right)$ şi $r \left(\frac{\text{ore}}{\text{revizie}}\right)$ reprezentînd frecvenţa anuală şi durata reviziei elementului respectiv, date cunoscute de obicei din experienţa şi prescripţiile de exploatare.

## 2. DURATA PROBABILĂ ANUALĂ A AVARIILOR

În cazul unei căi de alimentare unice, formată din $n$ elemente legate în serie, (fig. 1—I), întreruperea oricărui element conduce la întreruperea alimentării. În aceste condiţii, neglijînd avariile suprapuse care sînt

foarte rare în raport cu cele simple, cu notațiile menționate în capitolul precedent, durata probabilă anuală a întreruperii căii de alimentare este dată de expresia

$$d_1 = \sum_{i=1}^{n} m_i d_i . \qquad (1)$$

Dacă însă un consumator este alimentat pe două căi independente $a$ și $b$, fiecare formată din cîte $n_a$, $n_b$ elemente legate în serie (fig. 1—II), întreruperea ambelor căi, deci întreruperea alimentării, se va produce în cazul unei avarii simultane, a cîte unui element din fiecare cale. Pentru început se consideră că într-un anumit an se defectează ambele elemente $a_i$ și $b_j$, la care duratele întreruperii sînt respectiv $d_{a_i}$ și $d_{b_j}$. Reprezentînd grafic pe o axă aceste durate (fig. 2), adoptînd ca variabilă $x$ momentul începerii avariei elementului $a_i$ și făcînd ipoteza $d_{a_i} \leqslant d_{b_j}$, pentru durata probabilă a întreruperii simultane a elementelor $a_i$ și $b_j$ în anul respectiv rezultă :

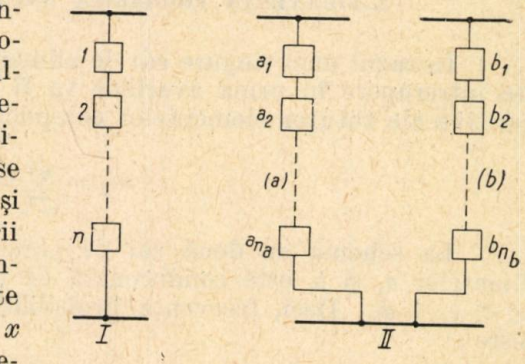



Fig. 1. — Schemele de comutație analizate

$$d_{0ij} = d'_{0ij} + d''_{0ij} + d'''_{0ij},$$

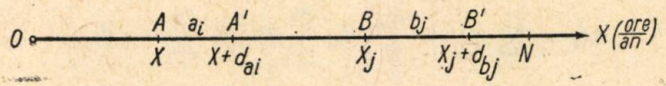



Fig. 2. — Suprapunerea avariilor

$$d'_{0ij} = \int_{x_j - d_{a_i}}^{x_j} (x + d_{a_i} - x_j) \frac{dx}{N} = \frac{d_{a_i}^2}{2N},$$

$$d''_{0ij} = \int_{x_j}^{x_j + d_{b_j} - d_{a_i}} d_{a_i} \frac{dx}{N} = \frac{d_{a_i}(d_{b_j} - d_{a_i})}{N},$$

$$d'''_{0ij} = \int_{x_j + d_{b_j} - d_{a_i}}^{x_j + d_{b_j}} (x_j + d_{b_j} - x) \frac{dx}{N} = \frac{d_{a_i}^2}{2N},$$

$$d_{0ij} = \frac{d_{a_i} d_{b_j}}{N}, \quad \text{unde } N = 8760 \frac{\text{ore}}{\text{an}}.$$

Avînd în vedere că frecvențele probabile anuale de apariție a celor două evenimente sînt $m_{a_i}$ și $m_{b_j}$, durata probabilă anuală a suprapunerii avariei lor va fi :

$$d_{ij} = m_{a_i} m_{b_j} \cdot d_{0ij} = \frac{m_{a_i} d_{a_i} m_{b_j} d_{b_j}}{N}.$$

Durata probabilă anuală de întrerupere a ambelor căi de alimentare este deci :

$$d_{II} = \sum_{i=1}^{n_a} \sum_{j=1}^{n_b} d_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^{n_a} m_{a_i} d_{a_i} \times \sum_{j=1}^{n_b} m_{b_j} d_{b_j}}{N} . \tag{2}$$

### 3. FRECVENȚA PROBABILĂ ANUALĂ A AVARIILOR

În cazul unei singure căi de alimentare, frecvența probabilă anuală de întrerupere în urma avariilor va fi egală cu suma frecvențelor respective ale tuturor elementelor componente :

$$m_I = \sum_{i=1}^{n} m_i . \tag{3}$$

La schema cu două căi de alimentare suprapunerea avariei elementelor $a_i$ și $b_j$ este condiționată de relațiile (fig. 2) : $x_j - x < d_{a_i}$ și $x < x_j + d_{b_j}$. Deci, frecvența probabilă anuală a acestei simultaneități este :

$$m_{ij} = m_{a_i} m_{b_j} \frac{d_{a_i} + d_{b_j}}{N} .$$

Frecvența probabilă anuală a suprapunerii avariei elementului $a_i$ pe avaria oricărui element al căii de alimentare $b$ va fi :

$$m_i = \sum_{j=1}^{n_b} m_{ij} = \frac{m_{a_i}}{N} \left[ d_{a_i} \sum_{j=1}^{n_b} m_{b_j} + \sum_{j=1}^{n_b} m_{b_j} d_{b_j} \right] .$$

În aceste condiții frecvența probabilă anuală de suprapunere a avariei oricărui element $a_i$ pe avaria oricărui element $b_j$, deci frecvența probabilă anuală de întrerupere simultană a ambelor căi de alimentare $a$ și $b$ în urma suprapunerii a două avarii independente, este dată de expresia :

$$m_{II} = \sum_{i=1}^{n_a} m_i = \frac{1}{N} \left[ \sum_{i=1}^{n_a} m_{a_i} d_{a_i} \times \sum_{j=1}^{n_b} m_{b_j} + \sum_{i=1}^{n_a} m_{a_i} \times \sum_{j=1}^{n_b} m_{b_j} d_{b_j} \right] . \tag{4}$$

### 4. DURATA PROBABILĂ ANUALĂ A AVARIILOR SUPRAPUSE PE REVIZII

În cazul unei singure căi de alimentare (fig. 1—I) nu este necesar să se considere suprapunerea avariilor pe revizii, întrucît chiar în timpul reviziilor planificate alimentarea este întreruptă, durata probabilă anuală a acestora fiind

$$r_I = \sum_{i=1}^{n} s_i r_i . \tag{5}$$

La schema cu două căi de alimentare (fig. 1—II) trebuie să se aibă însă în vedere că suprapunerea avariei elementului $a_i$ pe revizia elementului $b_j$ are loc numai dacă avaria se produce după momentul scoaterii în revizie a elementului $b_j$, deoarece în caz contrar revizia va fi amînată pînă la lichidarea avariei. Ținînd seama de aceasta și de

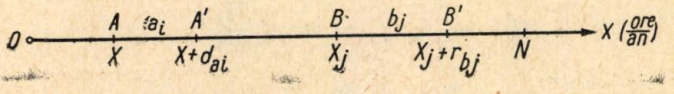



Fig. 3. — Suprapunerea avariilor pe revizii planificate

notațiile adoptate în reprezentarea grafică din figura 3, rezultă pentru durata probabilă a suprapunerii avariei elementului $a_i$ pe revizia elementului $b_j$, în anul în care apar ambele aceste evenimente :

Dacă $d_{ai} < r_{bj}$,

$$r'_{0ij} = \int_{x_j}^{x_j+r_{bj}-d_{ai}} d_{ai}\frac{dx}{N} + \int_{x_j+r_{bj}-d_{ai}}^{x_j+r_{bj}} (x_j + r_{bj} - x)\frac{dx}{N} =$$

$$= \frac{d_{ai}(2\,r_{bj} - d_{ai})}{2\,N},$$

iar dacă $d_{ai} \geqslant r_{bj}$,

$$r''_{0ij} = \int_{x_j}^{x_j+r_{bj}} (x_j + r_{bj} - x)\frac{dx}{N} = \frac{r_{bj}^2}{2N}.$$

Aceste rezultate conduc la existența a trei cazuri diferite :

*CAZUL I.*

$$d_{ai} < r_{bj},$$

$$(i = 1 \ldots n_a\,;\; j = 1 \ldots n_b).$$

Durata probabilă anuală a suprapunerii avariei elementului $a_i$ pe revizia elementului $b_j$ este :

$$r_{ij}^{I} = m_{ai}s_{bj}r'_{0ij} = m_{ai}s_{bj}\frac{d_{ai}(2\,r_{bj} - d_{ai})}{2\,N},$$

iar durata probabilă anuală a suprapunerii avariei elementului $a_i$ pe revizia tuturor elementelor $b$ :

$$r_i^I = \sum_{j=1}^{n_b} r_{ij}^I = \frac{m_{ai}d_{ai}}{N}\sum_{j=1}^{n_b} s_{bj}r_{bj} - \frac{m_{ai}d_{ai}^2}{2\,N}\sum_{j=1}^{n_b} s_{bj}.$$

Durata probabilă anuală a suprapunerii avariei tuturor elementelor $a$ pe revizia tuturor elementelor $b$, adică a întreruperii simultane a celor două căi de alimentare va fi :

$$r_{II}^I = \sum_{i=1}^{n_a} r_i^I = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n_a} m_{ai}d_{ai} \times \sum_{j=1}^{n_b} s_{bj}r_{bj} - \frac{1}{2N}\sum_{i=1}^{n_a} m_{ai}d_{ai}^2 \times \sum_{j=1}^{n_b} s_{bj} \qquad (6)$$

*CAZUL II.*

$$d_{a_i} \geqslant r_{b_j}$$

$$(i = 1 \ldots n_a; \quad j = 1 \ldots n_b).$$

Procedînd ca şi în cazul precedent se obţine analog :

$$r_{ij}^{II} = m_{a_i} s_{b_j} r_{0ij}'' = m_{a_i} s_{b_j} \frac{r_{b_j}^2}{2N},$$

$$r_i^{II} = \sum_{j=1}^{n_b} r_{ij}^{II} = \frac{m_{a_i}}{2N} \sum_{j=1}^{n_b} s_{b_j} r_{b_j}^2, \tag{7}$$

$$r_{II}^{II} = \sum_{i=1}^{n_a} r_i^{II} = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{n_a} m_{a_i} \times \sum_{j=1}^{n_b} s_{b_j} r_{b_j}^2.$$

*CAZUL III.*

Dacă valorile parametrilor $d_a$ şi $r_b$ nu corespund condiţiilor cazurilor I şi II, adică dacă unele din duratele $d_a$ sînt mai mari şi altele mai mici decît o parte din duratele $r_b$, pentru rezolvarea problemei este necesar să se ordoneze, de exemplu în ordine crescătoare, separat duratele $d_a$ şi $r_b$. În acest fel pentru fiecare element $a_i$ se poate determina un $j = n_{bi}$, avînd ca valori posibile $0 \leqslant n_{bi} \leqslant n_b$, astfel încît să fie satisfăcute condiţiile :

$$d_{a_i} < r_{b_j} \text{ pentru } j > n_{bi} \text{ şi}$$

$$d_{a_i} \geqslant r_{b_j} \text{ pentru } j \leqslant n_{bi}.$$

Pe această cale cazul III se reduce la cazurile I şi II, obţinîndu-se :

$$r_{ij}^{III} = (m_{a_i} s_{b_j} r_{0ij}')_{j > n_{bi}} + (m_{a_i} s_{b_j} r_{0ij}'')_{j \leqslant n_{bi}},$$

$$r_i^{III} = \frac{m_{a_i} d_{a_i}}{N} \sum_{j=n_{bi}+1}^{n_b} s_{b_j} r_{b_j} - \frac{m_{a_i} d_{a_i}^2}{2N} \sum_{j=n_{bi}+1}^{n_b} s_{b_j} + \frac{m_{a_i}}{2N} \sum_{j=1}^{n_{bi}} s_{b_j} r_{b_j}^2,$$

$$r_{II}^{III} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n_a} \left[ m_{a_i} d_{a_i} \sum_{j=n_{bi}+1}^{n_b} s_{b_j} r_{b_j} \right] - \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{n_a} \left[ m_{a_i} d_{a_i}^2 \sum_{j=n_{bi}+1}^{n_b} s_{b_j} \right] + \tag{8}$$

$$+ \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{n_a} \left[ m_{a_i} \sum_{j=1}^{n_{bi}} s_{b_j} r_{b_j}^2 \right].$$

În acelaşi fel trebuie, bine înţeles, să se calculeze şi durata probabilă anuală a avariilor căii de alimentare $b$ suprapuse pe reviziile planificate ale căii $a$.

### 5. FRECVENŢA PROBABILĂ A AVARIILOR SUPRAPUSE PE REVIZII

La schema cu o singură cale de alimentare nu este necesar să se considere suprapunerea avariilor pe revizii. Orice revizie conduce la întreruperi, a căror frecvenţă probabilă anuală este

$$s_I = \sum_{i=1}^{n} s_i. \tag{9}$$

La schema cu două căi de alimentare întreruperea totală poate să apară atunci cînd începutul avariei unui element $a_i$ are loc în timpul operației de revizie planificată a elementelor $b_j$. Deci frecvența probabilă anuală a avariilor unui element $a_i$, suprapuse pe reviziile elementelor $b_j$ este dată de relația :

$$s_i = \frac{m_{a_i}}{N} \sum_{j=1}^{n_b} s_{b_j} r_{b_j},$$

iar frecvența anuală a avariilor căii $a$ suprapuse pe reviziile planificate ale căii $b$ va fi

$$s_{II} = \sum_{i=1}^{n_a} s_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n_a} m_{a_i} \times \sum_{j=1}^{n_b} s_{b_j} r_{b_j}. \tag{10}$$

Bineînțeles, în mod analog trebuie să se calculeze și frecvența probabilă anuală a avariilor căii de alimentare $b$ suprapuse pe reviziile căii de alimentare $a$.

## 6. CONCLUZII

În cadrul lucrării, prin utilizarea procedeelor proprii statistici matematice și calculului probabilităților, au fost stabilite relațiile necesare pentru determinarea următoarelor mărimi :

— durata probabilă anuală $d_I$ a întreruperilor în cazul avariilor simple, a avariilor simultane ($d_{II}$), a reviziilor planificate ($r_I$) și a avariilor suprapuse pe revizii planificate ($r_{II}^{I}$, $r_{II}^{II}$, $r_{II}^{III}$);

— frecvența probabilă anuală $m_I$ a întreruperilor în cazul avariilor simple, a avariilor simultane ($m_{II}$), a reviziilor planificate ($s_I$) și a avariilor suprapuse pe revizii planificate ($s_{II}$).

Toți acești parametri au fost stabiliți pentru schemele de comutație cele mai des utilizate în instalațiile de înaltă tensiune : alimentarea pe o singură cale și alimentarea pe două căi independente, venind fie de la aceeași sursă, fie de la surse separate. Elementele astfel obținute pot fi folosite pentru determinarea diferiților indici utilizați la definirea gradului de siguranță în alimentare oferit de o anumită instalație, sau pentru calculul energiei electrice probabilă a nu fi livrată consumatorilor în urma întreruperilor, mărime necesară pentru optimizarea structurii unei instalații de înaltă tensiune.

## BIBLIOGRAFIE

1. E. Constantinescu, *Dimensionarea instalațiilor electroenergetice cu ajutorul metodelor statistice și probabilistice*, Autoreferat la teza de doctorat, Institutul Politehnic „Gh. Gh. Dej", București, 1967.
2. L. I. Dvoskin, *Shemî i konstrukții raspredelitelnîh ustroistv*, Energhia, Moscova, 1967.
3. V. I. Nitu, E. Constantinescu, *Analiza structurii sistemelor electroenergetice pe baze statistice și probabilistice în vederea realizării gradului de siguranță necesar pentru regimurile de funcționare*, Simpozionul „Analiza și sinteza rețelelor electrice", București, 1967.

# STABILITATEA FLĂCĂRILOR TURBIONARE ÎN INCINTE RĂCITE

DE

N. ANTONESCU şi I. RĂDULESCU

533.536.4

În arderea turbionară apar două fronturi independente de flacără, care se racordează în partea superioară unul central şi unul periferic. Condiţiile de aprindere exprimate prin fluxurile liniare de energie de aprindere şi distanţele de acroşare sînt specifice fiecărui front şi pot fi calculate după metodica arătată. În ceea ce priveşte ruperea flăcării, ea apare întotdeauna ca rezultat al scăderii temperaturii în zona de recirculaţie sub temperatura limită de aprindere a amestecului combustibil.

Formele de front de flacără prezentate, tipice arderii turbionare, confirmă ipotezele admise cu privire la modelul fizic şi teoria stabilizării. În ansamblu, curbele generale de stabilitate $w - \varphi$ pot fi aplicate în calculul instalaţiilor tehnice de ardere.

Instalaţiile cu arzătoare cu flăcări turbionare capătă din ce în ce mai multe aplicaţii în tehnica realizării focarelor datorită faptului că la aceste arzătoare se obţin pe de o parte o intensificare bună a arderii, pe de altă parte o stabilizare bună a flăcării.

În ceea ce priveşte intensificarea arderii, datorită faptului că amestecul combustibil se face în condiţii foarte bune şi datorită faptului că o turbulenţă mare ia naştere la ieşirea din arzător, ca urmare a energiei iniţiale mari a jetului, se obţin viteze mari de ardere care determină încărcări termice mari ale focarului. În afară de aceasta se obţin flăcări scurte şi puternic evazate ceea ce constituie un avantaj din punctul de vedere al utilizării spaţiului de ardere.

În ceea ce priveşte stabilitatea arderii, este de remarcat particularitatea în ceea ce priveşte forma flăcării, formă care este determinată de existenţa a două tipuri de stabilizări : o stabilizare periferică şi una centrală.

Într-adevăr, în centrul curgerilor suficient de puternic turbionate şi cu atît mai mult cu cît unghiul de turbionare este mai mare, apare

o zonă de recirculație puternică, simetrică pe axul jetului, care aduce gaze de ardere fierbinți din zona produselor de ardere spre zona jetului de amestec combustibil. Această zonă de recirculație poate să se întindă pînă la gura de ieșire a arzătorului sau pînă la o distanță inițială caracterizată prin egalitatea presiunii statice în jet cu presiunea mediului din focar.

La periferia jetului incident, ca urmare a existenței unui spațiu care nu poate să fie scăldat de jetul expandat, apare o zonă de recirculație periferică. Circulația în această zonă este asigurată, ca și în cazul jeturilor liniare [1], [2], prin schimbul de impuls între jetul activ și jetul de recirculație directă.

Gazele care alimentează curentul recirculat invers sînt gaze fierbinți provenite din frontul de flacără stabilizat după zona de acroșare,

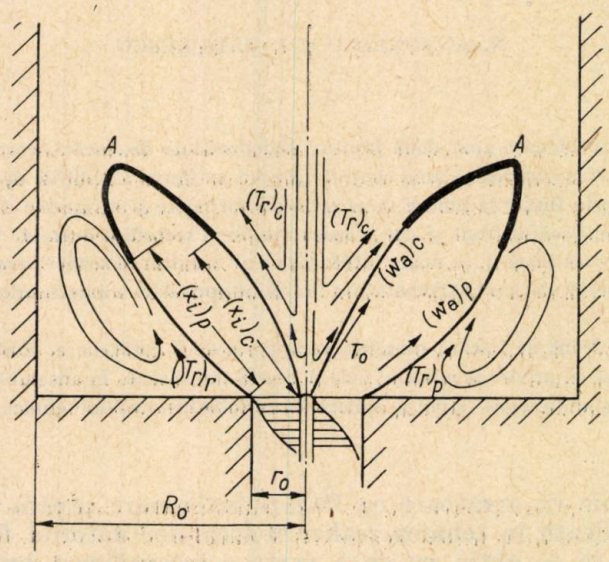



Fig. 1. — Modelul stabilizării flăcării turbionare.

astfel că prin curentul de recirculație directă se poate furniza la periferia jetului proaspăt de amestec combustibil fluxul de energie necesar aprinderii.

Datorită existenței celor două zone de stabilizare, care furnizează fluxuri de energie de aprindere, apare un front de flacără compus din două suprafețe : o suprafață centrală (front de flacără tip V) și o suprafață periferică (front de flacără de tip Λ). Terminarea suprafeței de ardere se face în locul de joncțiune a celor două suprafețe de ardere.

În figura 1 este prezentat modelul stabilizării flacării turbionare.

Asupra acestui model trebuie făcute cîteva considerente importante, care permit în continuare urmărirea fenomenelor. În primul rînd, stabilizarea periferică și cea centrală sînt independente una de alta, fiecare avînd caracteristicile ei proprii : astfel, viteza $w_a$ a jetului incident în planul secțiunii longitudinale este diferită la periferie și în centru, temperatura gazelor recirculate $T_r$ este de asemenea diferită la periferie

față de cea centrală, condițiile de transmitere a fluxului de energie de aprindere sînt diferite și, ca rezultat, distanțele de acroșare $x_i$ vor fi diferite pe ramura frontului de flacără periferic față de ramura frontului de flacără central. A doua observație este că linia de joncțiune a celor două fronturi de flacără (punctele $A$ în secțiune) este totdeauna linia extremă ca distanță axială (vîrful frontului), ca urmare a faptului că vitezele în cîmp sînt totdeauna mult mai mari decît vitezele de ardere, în consecință flacăra nu se poate întoarce în sens contrar curgerii.

Ca urmare a celor două observații apar două concluzii importante și anume :

a) În raport cu suprafața de acroșare a fiecărei ramuri, frontul de flacără respectiv poate să aibă diferite înclinări, după dimensiunea relativă a celor două distanțe de acroșare, periferică și centrală.

b) Condițiile de rupere a flăcării pot apare independent pe una sau pe cealaltă din ramurile frontului de flacără sau, într-un caz particular, simultan pe ambele fronturi, fiecare din suprafețele de acroșare fiind independente în ceea ce privește alimentarea cu fluxul de energie necesar aprinderii.

Rezultă că dacă flacăra se va rupe central frontul de flacără periferic poate exista în continuare, închizînd el singur zona de ardere pe toată secțiunea focarului cu o suprafață de tip $\wedge$. De asemenea ruperea frontului periferic, în alte cazuri, poate conduce la închiderea zonei de ardere numai cu frontul central, apărînd astfel o suprafață de ardere de tip V, pe toată secțiunea focarului.

Pentru urmărirea fenomenului de rupere a flăcării este necesar să fie făcute cîteva precizări privind stabilitatea procesului de aprindere.

Aprinderea are loc într-un volum $V$ determinat de suprafața de acroșare, egală cu lungimea de contur $l$ înmulțită cu distanța de acroșare $x_i$ și o grosime $b$ a stratului de aprindere. Fluxul de căldură degajat de acest volum va fi :

$$\frac{dQ^*}{d\tau} = V \cdot P \cdot \frac{dC}{d\tau}, \tag{1}$$

unde $P$ este efectul termic al arderii unității de volum și $c$ concentrația combustibilului. După cum se știe $\frac{dC}{d\tau}$ este viteza de reacție.

Explicitînd factorii din relația (1), ținînd seama de legea lui Arrhenius și notînd fluxul de căldură $\frac{dQ^*}{d\tau} \equiv Q$, rezultă :

$$Q = \varkappa_i \cdot l \cdot b \cdot P \cdot c_0 c_f \cdot \rho^2 \cdot A \ \exp\left(-\frac{E}{RT_f}\right). \tag{2}$$

După cum se vede, reacția în volumul de aprindere are loc la temperatura de aprindere $T_f$.

Semnificația notațiilor este :

$\rho$ — densitatea amestecului combustibil,

$c_0$, $c_f$ — concentraţiile relative de oxigen şi combustibil în zona de aprindere,

$A \cdot e^{-\frac{E}{RT_f}}$ — constanta vitezei de reacţie $K\,(s^{-1})$.

Fluxul de căldură $Q_p$ pierdut de volumul de aprindere spre amestecul combustibil, ţinînd seama că pe suprafaţa de contact are loc un schimb de masă şi căldură turbulent, va fi :

$$Q_p = \varkappa_i \cdot l \cdot \rho \cdot c_p (T_f - T_0) \cdot f\,(w_{a0},\ \theta), \tag{3}$$

unde

$(T_f - T_0)$ este diferenţa de temperaturi între temperatura volumului de aprindere $T_f$ şi a amestecului proaspăt $T_0$;

$c_p$ — căldura specifică a amestecului combustibil,

$f\,(w_{a0},\ \theta)$ — funcţia de transfer termic din suprafaţa cu temperatura de aprindere spre jetul de amestec combustibil. S-a notat că această funcţie depinde de condiţiile iniţiale ale jetului incident : viteza de înaintare iniţială $w_{a0}$ şi unghiul de turbionare $\theta$.

Din ecuaţiile (2) şi (3), ţinînd seama că relaţia de stabilitate a aprinderii este $Q = Q_p$, rezultă grosimea stratului de aprindere :

$$b = \frac{c_p (T_f - T_0) \cdot f(w_{a0},\ \theta)}{P \cdot C_0 \cdot C_f \cdot \rho \cdot A \cdot \exp.\left(-\frac{E}{RT_f}\right)}. \tag{4}$$

Notînd :

$$c_p (T_f - T_0) = \Delta W$$

o caracteristică a încălzirii amestecului combustibil şi

$$P \cdot \rho C_0 \cdot C_f \cdot A \cdot \exp\left(-\frac{E}{RT_f}\right) = W_a$$

intensitatea fluxului termic specific ($W/m^3$), o constantă a procesului de reacţie, rezultă

$$b = \frac{\Delta W \cdot f(w_{a0}, \theta)}{W_a}.$$

Fluxul de energie de aprindere $Q_e$, reprezentînd aportul exterior de energie necesar încălzirii de la $T_0$ la $T_f$ a unei vene cu grosimea $b$, lungimea de contur $l$ şi viteza de înaintare $w_a$ va fi :

$$Q_e = w_a \cdot l \cdot b\ (T_f - T_0) \cdot c_p \cdot \rho \tag{6}$$

şi explicitînd grosimea $b$ :

$$Q_e = w_a \cdot l \cdot \frac{\Delta W^2 \cdot f(w_{a0},\ \theta)}{W_a}. \tag{7}$$

Notînd în continuare fluxul liniar de energie de aprindere $Q_l = \frac{Q_c}{l}$, se obţine :

$$Q_l = w_a \cdot f(w_a, \theta) \cdot \frac{\Delta W^2}{W_a} \tag{8}$$

care este fluxul liniar de energie necesar stabilizării frontului de flacără.

Dacă $Q_c$ este primit de la gazele recirculate din zona de recirculaţie pe o distanţă de parcurs $x_i$ (lungime de acroşare), pe unitatea de lungime de contur, atunci :

$$Q_l = \varkappa_i (T_r - T_f) \cdot f(w_a, \theta, w_r), \tag{9}$$

unde

$T_r$ este temperatura gazelor recirculate şi

$f(w_a, \theta\, w_r)$ — funcţia de transfer termic de la gazele recirculate la suprafaţa cu temperatura de aprindere, care depinde de viteza de înaintare $w_a$, de unghiul de turbionare $\theta$ şi de viteza relativă $w_r$ între gazele recirculate şi jetul principal.

Din egalitatea relaţiilor (8) şi (9) se determină distanţa de acroşare :

$$x_i = \frac{1}{T_r - T_f} \cdot w_a \cdot \frac{f(w_{a0}, \theta)}{f(w_a, \theta, w_r)} \cdot \frac{\Delta W^2}{W_a}. \tag{10}$$

Din relaţia (10) rezultă două aspecte importante : În primul rînd că este indicat ca pe baza unor cercetări experimentale să se determine raportul funcţiilor de transfer termic pentru diferite condiţii, eventual utilizîndu-se mărimi derivate din variabilele de bază :

$$F\left(I_0, M_0, \frac{d}{D}\right) = \frac{f \cdot (w_{a0}, \theta)}{f(w_a, \theta, w_r)}.$$

unde

$I_0$ este impulsul jetului la intrare,

$M_0$ — momentul iniţial al cantităţii de mişcare şi

$\frac{d}{D}$ — caracteristica geometrică a sistemului de ardere.

În al doilea rînd că ruperea flăcării ($x_i = \infty$) se produce cînd temperatura gazelor recirculate scade pînă la temperatura de aprindere a amestecului combustibil ($T_r = T_f$ respectiv $\frac{T_r}{T_f} = 1$), element ce poate fi uşor urmărit experimental.

Experimentările făcute asupra arderii turbionare, într-o incintă ca cea prezentată în figura 1, unde sursa de turbionare a fost un corp elicoidal cu unghiul periferic $\theta$ reglabil, au dus la rezultatele ce vor fi prezentate în continuare.

Variaţia temperaturii relative $\frac{T_r}{T_f}$ în cîmpul de temperaturi din incinta de ardere variază după curbele din figura 2 pentru cîteva cazuri tipice de rupere a flăcării, periferic sau central, în regimurile specificate pe diagrame.

Se remarcă faptul că din situaţia de stabilitate pe ambele ramuri ale frontului de flacără, prin scăderea dozajului la aceeaşi viteză iniţială

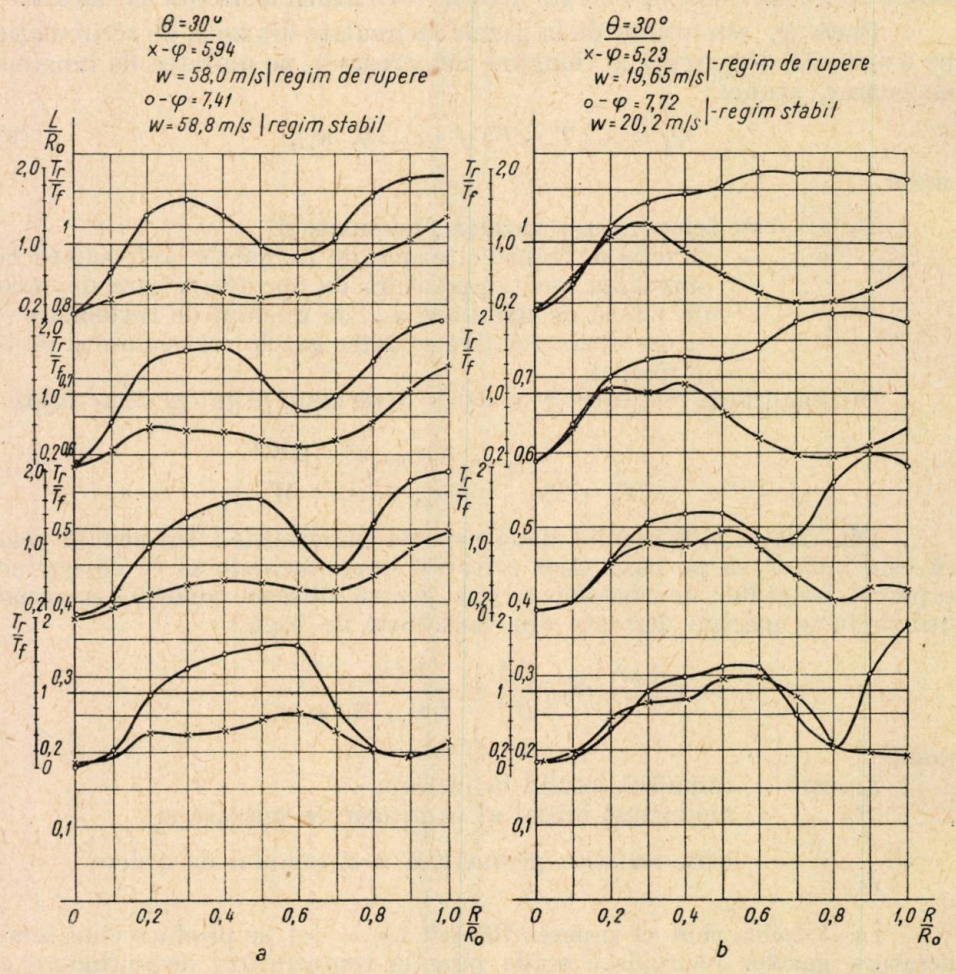



Fig. 2. — Cîmpul de temperaturi în incinta de ardere la regim stabil şi la regim de rupere; a) rupere periferică, b) rupere centrală.

$w_{a0}$ a amestecului combustibil, se obţine la unele regimuri (fig. 2*a*) o scădere a temperaturii gazelor recirculate periferic pînă la o temperatură relativă $\frac{T_r}{T_f} = 1$, ceea ce duce la ruperea periferică a frontului de flacără, stabilitatea arderii menţinîndu-se însă în continuare în zona

centrală. La alte regimuri, (fig. 2*b*) limita de temperatură relativă $\frac{T_r}{T_f} = 1$ este atinsă la început în zona centrală, unde se produce ruperea de flacără, zona periferică rămînînd în continuare stabilă. Aceasta este o primă confirmare a modelului de stabilizare admis.

Toate rezultatele experimentale privind regimurile de rupere sînt prezentate în figura 3, unde se dă secțiunea prezentînd liniile frontului de flacără în interiorul incintei de ardere.

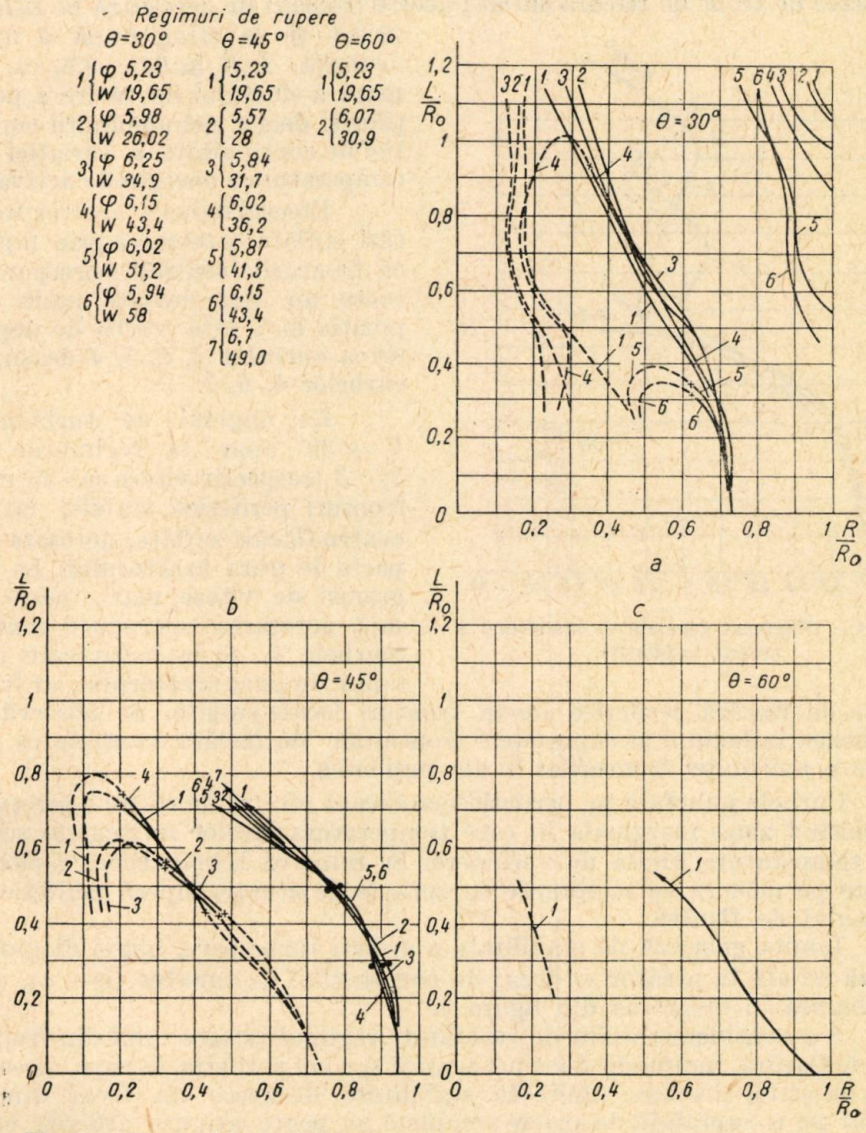



Fig. 3. — Frontul de flacără în incintă la regimul de rupere pentru diferite unghiuri de turbionare :
a) θ = 30°, b) θ = 45°, c) θ = 60°.

În această figură se pot face cîteva observaţii interesante privind procesul de rupere a flăcării turbionate.

La unghiuri de turbionare mari ($\theta = 60°$; $45°$) şi la viteze ridicate ($\theta = 45°$, $w \geqslant 40$ m/s) ruperea se face marginal, în timp ce frontul de flacără se menţine stabil în zona centrală, (curba *1* la $\theta = 60°$, curbele *5*, *6*, *7* la $\theta = 45°$), acroşat chiar la ieşire din turbionator. Odată cu scăderea vitezei iniţiale a amestecului combustibil la $\theta = 45°$ (curbele *1*, *2*, *3*, *4*) apar şi porţiuni de front de flacără periferic, avînd însă un caracter de front de flacără suflat; aceste fronturi de acroşează la $L/R \cong$ $\cong 0{,}4$ şi se sting după o mică distanţă, $L/R \cong 0{,}5-0{,}8$, ca urmare a efectului de răcire a pereţilor şi deci a neîndeplinirii condiţiei de continuitate a variaţiei cu temperatura a energiei de activare.

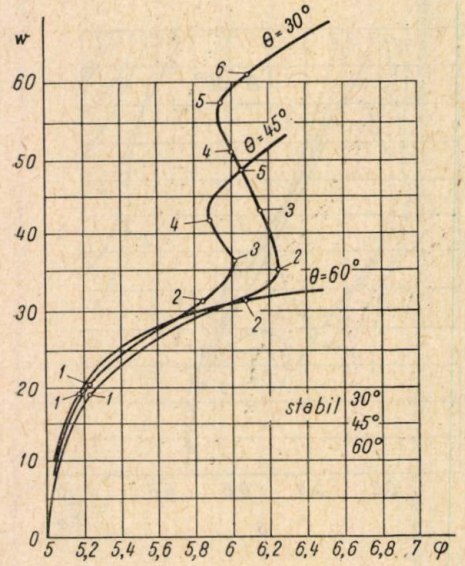



Fig. 4 — Diagrama generală de stabilitate a arderii turbionare.

Efectul redus a acestor fronturi suflate se remarcă prin faptul că fronturile centrale corespunzătoare nu sînt deviate mult din poziţia lor; este vorba de deplasarea curbelor *1*, *2*, *3*, *4* deasupra curbelor *5*, *6*, *7*.

La unghiul de turbionare $\theta = 30°$ apar la regimurile *1*, *2*, *3* (respectiv viteze sub 35 m/s) fronturi periferice stabile, iar în centru flăcări suflate, acroşate departe de gura arzătorului. La regimuri de viteze mari, peste 35 m/s, acroşarea se produce central (curbele *5*, *6*) la o oarecare distanţă de gura arzătorului, iar fronturile de flacără periferice devin fronturi locale suflate. Se observă de asemenea inflexiuni la suprafeţele fronturilor de flacără centrale ca urmare a existenţei fronturilor locale periferice.

Curbele punctate pe periferie marchează efectul de răcire a pereţilor, delimitînd zona marginală în care temperatura gazelor recirculate scade sub temperatura limită de aprindere. Se remarcă lăţirea zonei răcite la perete pe măsură ce regimurile se apropie de situaţia ruperii periferice a frontului de flacără.

Limita generală de stabilitate a arderii turbionare, într-o diagramă viteză axială în arzător — dozaj de combustibil în amestec ($w - \varphi$), este prezentată în diagrama din figura 4.

S-a considerat limită de stabilitate regimul la care unul din fronturile de flacără, indiferent dacă cel central sau cel periferic, se rupe. Aceasta este de altfel şi tehnic limita de stabilitate deoarece un focar dimensionat pe o suprafaţă de ardere completă nu poate asigura arderea pe o singură ramură de front de flacără, unde lungimea flăcării este aproximativ dublă.

Deoarece acroşările centrale sînt mai stabile la viteze mari decît cele periferice există două ramuri ale curbei limită de stabilitate, una la viteze mari (cu rupere periferică), cealaltă la viteze mici (cu rupere centrală).

Racordarea între cele două ramuri de curbe corespunde unor regimuri în care acroşarea, respectiv ruperea, se produce simultan central şi periferic, desigur cu o anumită preponderenţă pentru una sau alta. Din punctul acesta de vedere, compararea punctelor din figura 4 cu curbele corespunzătoare ca numerotare a fronturilor de flacără din figura 3 este suficient de edificatoare.

În concluzie, în arderea turbionară apar două fronturi independente de flacără, care se racordează în partea superioară; unul central şi unul periferic. Condiţiile de aprindere, exprimate prin fluxurile liniare de energie de aprindere şi distanţe de acroşare, sînt specifice fiecărui front şi pot fi calculate după metodica arătată. În ceea ce priveşte ruperea flăcării ea apare întotdeauna ca rezultat al scăderii temperaturii în zona de recirculaţie sub temperatura limită de aprindere a amestecului combustibil.

Formele de front de flacără prezentate, tipice arderii turbionare, confirmă ipotezele admise cu privire la modelul fizic şi teoria stabilizării. În ansamblu, curbele generale de stabilitate $w - \varphi$ pot fi aplicate în calculul instalaţiilor tehnice de ardere.

## BIBLIOGRAFIE

1. N. Antonescu, I. Rădulescu, Procese staţionare de aprindere şi stabilizare a arderii amestecurilor de combustibil omogene turbionare în incinte semi închise. Memoriu I. E. 1967.
2. — Distanţa de acroşare a frontului de flacără la stabilizarea pe gi. SC EE—XV—1965 nr. 1.

# INFLUENŢA GEOMETRIEI SECŢIUNII DE CURGERE LA ACUL PULVERIZATORULUI ASUPRA STABILITĂŢII PROCESELOR DE LUCRU LA INJECTOR

DE

L. TEODORESCU

Pornindu-se de la analiza proceselor la pulverizatorul injectorului, ţinînd seama de caracteristicile elastice ale combustibilului şi ale ansamblului ac-resort, se pune în evidenţă faptul că stabilitatea proceselor este condiţionată în intervalul unei injecţii de geometria secţiunii libere de curgere existentă în zona controlată de ştiftul pulverizatorului.

Studiul teoretic permite să se pună în evidenţă influenţa exercitată de jocul din zona cilindrică a ştiftului, unghiul conului de aşezare, unghiul conului de racordare, lungimea porţiunii cilindrice şi conul unghiului final al ştiftului asupra stabilităţii proceselor la pulverizator.

Modelarea proceselor pe un calculator de tip analogic permite să se evidenţieze influenţa exercitată de aceiaşi factori asupra variaţiei presiunii de injecţie, cursei acului, debitului de combustibil la pulverizator, secţiunii de curgere şi vitezei de ridicare a acului.

Sînt puse în evidenţă aspecte noi privind stabilitatea procesului la injector.

1. Evoluţia proceselor de lucru la pulverizatorul injectorului este rezultatul interacţiunii reciproce dintre mişcarea acului şi schimbul de substanţă, condiţionate la rîndul lor prin intermediul variaţiei de presiune, factor dependent de legea de ridicare a camei. Datorită inerţiei elementelor în mişcare precum şi caracteristicilor elastice ale ansamblului, în timpul regimurilor tranzitorii, se produc variaţii ale energiilor acumulate, variaţii care au ca efect introducerea unei componente de „regim liber" în forma de variaţie a mărimii de ieşire, pe lîngă componenta de „regim forţat" datorată legii de ridicare a camei. Datorită acestor aspecte variaţia mărimii de ieşire (legea de injecţie la pulverizator) nu poate urmări instantaneu forma de variaţie a mărimii de intrare (legea de ridicare a camei). În funcţie de valoarea factorului caracteristic de amortizare al sistemului [1], acesta se poate comporta în timpul regimului tranzitoriu în mod diferit : supraamortizat, subamortizat, sau critic amortizat.

St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 2, p. 313—324, 1968

În acest sens, analiza stabilității proceselor de lucru la pulverizatorul injectorului, pe baza elementelor matematice care reflectă aceste procese fizice, a condițiilor inițiale și a parametrilor proprii sistemului, oferă posibilitatea evidențierii rolului pe care îl pot juca diverși factori asupra acestor procese.

În obținerea ecuației caracteristice a stabilității proceselor de lucru la pulverizator, s-au luat în considerare condițiile reale de mișcare a acului pulverizatorului, schimbul de substanță care are loc, precum și forma cea mai generală pe care o poate avea în timpul unei injecții, secțiunea de curgere la pulverizator; pentru diferite intervale, curbele de variație a secțiunii de curgere la pulverizator, au fost apreciate prin variații liniare.

2. Mișcarea acului a fost considerată ca fiind dependentă de presiunea la ac ($p_d$), de caracteristicile acului ($m_d$ și $F_z$), de pretensionarea inițială a resortului ($P_d$), de caracteristica elastică a acestuia ($K$), de amortizarea acului ($\delta\dot{y}$) în corpul injectorului (presupusă proporțională cu viteza de ridicare a acului) și de frecarea existentă între ac și corp ($R$).

Descrierea acestei mișcări a fost făcută cu relația

$$m_d\ddot{y} + \delta\dot{y} + Ky + P_d - F_z p \pm R = 0, \tag{1}$$

în care s-a notat cu $y$ cursa de ridicare a acului.

Presupunînd o undă perturbatoare la ac $(p_0 + p_1)$, care determină o modificare a cursei acului față de starea de regim $(y_0 + y_1)$ și a vitezei de curgere $(w_0 + w_1)$, condiția ca ansamblul ac-resort să fie stabil [2] rezultă după prelucrări sub forma:

$$m_d\ddot{y}_1 + \delta\dot{y}_1 + K y_1 - F_z p_1 = 0. \tag{2}$$

Pornindu-se de la ecuația continuității [3] se stabilește pentru schimbul de substanță relația

$$F_d \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{p_d - p_z} = WF_l - \frac{V_d}{E}\dot{p} - F_z\dot{y}, \tag{3}$$

în care $F_d$ corespunde secțiunii efective de curgere la acul pulverizatorului. La pulverizatoarele cu știft această zonă este în permanență controlată de știftul pulverizatorului. Pentru forma generală de știft (fig. 1) legea de variație teoretică a secțiunii $F_d = f(y)$ este redată în figura 2, figură în care s-au aproximat prin drepte intervale de curbă cu pantă apropiată.

Înlocuind expresia secțiunilor de curgere sub forma $F_d = a + by$, considerînd și efectul undei perturbatoare asupra curgerii combustibilului, condiția de regim stabil de curgere se obține sub forma:

$$\frac{W_0 F_l}{2\Delta p_0} p_1 + \frac{b W_0 F_l}{a + by_0} y_1 = W_1 F_l - \frac{V_d}{E}\dot{p}_1 - F_z\dot{y}_1, \tag{4}$$

în care s-a notat cu $F_l$ secțiunea de conductă, $V_d$ volumul de la pulverizator; în dezvoltarea radicalilor s-au neglijat termenii ce conțin produsul $p_1 \cdot y_1$.

Substituind în (4) expresia variației vitezei ($w_I$) în funcție de unda de presiune perturbatoare ($p_I$), se poate elimina $p_I$ și respectiv $\dot{p}_I$, folosind și ecuația (2).

Se obține în acest fel o ecuație de forma :

$$\frac{m_d V_d}{E}\ddot{y}_I + \left[\frac{V_d}{E}\delta + m_d\left(\frac{W_0F_l}{2\Delta p_0} + \frac{F_l}{\sqrt{\rho E}}\right)\right]\ddot{y}_I + \left[\frac{V_d}{E}k + F_z^2 + \right.$$
$$\left. + \delta\left(\frac{W_0F_l}{2\Delta p_0} + \frac{F_l}{\sqrt{\rho E}}\right)\right]\dot{y}_I + \left[K\left(\frac{W_0F_l}{2\Delta p_0} + \frac{F_l}{\sqrt{\rho E}}\right) + \frac{bW_0F_zF_l}{a+by_0}\right]y_I = 0. \quad (5)$$

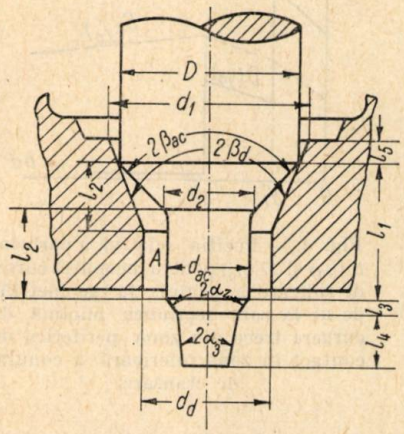



Fig. 1. — Forma generală a acului de pulverizator cu știft.

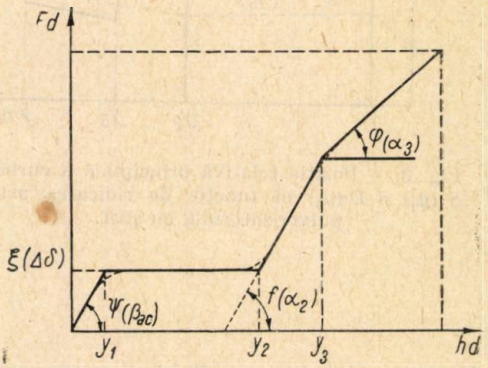



Fig. 2. — Variația secțiunii $F_d$ cu cursa de ridicare a acului.

Aplicînd criteriile de stabilitate Routh-Hurwitz rezultă

$$m_d\delta A_{(y_0)}^2 + \left(\frac{V_d}{E}\delta^2 + m_dF_z^2\right)A_{y_0} + \left(\frac{V_d}{E}k + F_z^2\right)\delta\frac{V_d}{E} \geqslant \frac{b\sqrt{F_z}\cdot m_dV_d\sqrt{2k(y_0+y_2)}}{E\sqrt{\rho}} \quad (6)$$

în care s-a notat

$$A_{(y_0)} = \frac{(a+by_0)\sqrt{F_z}}{\sqrt{2\rho K(y_0+y_2)}} + \frac{F_l}{\sqrt{\rho E}},$$

iar $y_2$ reprezintă cursa echivalentă a resortului pentru obținerea forței de pretensionare.

Relația (6) permite să se pună în evidență rolul pe care îl joacă în diferite etape ale injecției secțiunea de curgere la pulverizator, oferind totodată și posibilitatea analizei stabilității proceselor de lucru la pulverizator prin prisma influenței exercitate de alți factori.

Dacă se notează suma termenilor din stînga inegalității (6) cu $S(y_0)$ și termenul din dreapta cu $D(y_0)$, poziția relativă principială a variației acestor mărimi, o dată cu ridicarea acului este de forma celei din figura 3.

Se constată că parametrii geometrici ai secțiunii de trecere exercită în mod diferențiat influențe asupra acestor curbe, în sensul că, unii pot condiționa numai pe un anumit interval de ridicare a acului, un regim stabil (sau instabil) de funcționare.

Pe intervalul de ridicare a acului $0 < y < y_1$ (fig. 3) condiția de stabilitate este determinant influențată de unghiurile $2\beta_{ac}$ și $2\beta_d$ (fig. 1) precum și de valoarea diametrului $D$ de contact între ac și sediu. Pentru

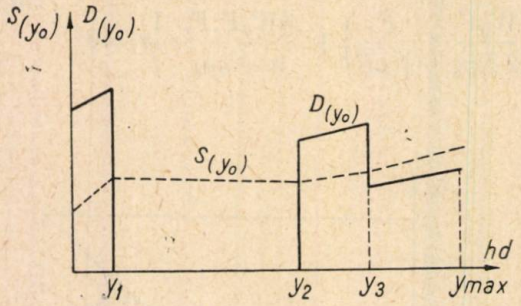



Fig. 3. — Poziția relativă principială a curbelor $S(y_0)$ și $D(y_0)$ în funcție de ridicarea acului pulverizatorului cu știft.

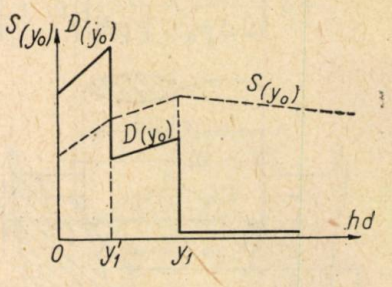



Fig. 4. — Poziția relativă a curbelor $S(y_0)$ și $D(y_0)$ pentru începutul cursei de ridicare a acului, la geometriile de ac la care secțiunea minimă de curgere trece din zona periferică de contact în zona inferioară a conului de etanșare.

diverse variante analizate, se constată că, în cazul asigurării etanșării acului pe conul duzei, pe conturul periferic al conului de unghi $2\beta_{ac}$ (cazul cel mai frecvent întîlnit la pulverizatoare) valorile $S(y_0)$ și $D(y_0)$ pun în evidență un regim instabil de funcționare; numai existența unui factor de amortizare ($\delta$) exagerat de mare ca valoare ar putea asigura o funcționare stabilă în acest interval. Trebuie subliniat faptul că deși acest interval de lucru cuprinde o mică parte din durata totală a injecției, funcționarea în acest regim afectează începutul și sfîrșitul injecției, elemente cu o influență remarcabilă asupra proceselor de lucru din motor. Scurtarea duratei de lucru în acest domeniu de funcționare se poate realiza numai în cazul în care se poate asigura o diferență minimă posibilă între unghiurile $2\beta_{ac}$ și $2\beta_d$, astfel încît intervalul în care secțiunea minimă de curgere se află controlată de zona de contact să fie cît mai mică.

Pentru geometriile de ac la care secțiunea minimă de curgere trece din zona periferică de contact în zona inferioară a conului de etanșare, iar apoi în porțiunea cilindrică a știftului, poziția relativă a curbelor $S(y_0)$ și $D(y_0)$ în intervalul $0 < h_d < y_1$ (fig. 3) se modifică, putîndu-se astfel reduce domeniul de funcționare instabilă la intervalul $0 < h_d < y'$ (fig. 4).

Un interes deosebit îl poate prezenta cazul în care $S(y_0)$ și $D(y_0)$ au valori apropiate, condiționînd astfel un regim de lucru la limita de stabilitate, regim care poate asigura o durată minimă de răspuns, respectiv o urmărire mai apropiată a legii de ridicare a acului după legea comandată prin intermediul variației de presiune din conductă.

Pe intervalul de cursă $y_1 < h_d < y_2$, poziția relativă a celor două curbe $S(y_0)$ și $D(y_0)$ este influențată de valoarea jocului existent între porțiunea cilindrică și diametrul orificiului duzei. Micșorarea jocului pe acest interval atrage după sine o micșorare a valorilor secțiunii de curgere și pe intervalele următoare, fapt care determină o reducere a valorilor termenilor sumei $S(y_0)$ (fig. 5).

Asigurarea unui regim de funcționare critic amortizat, practic este

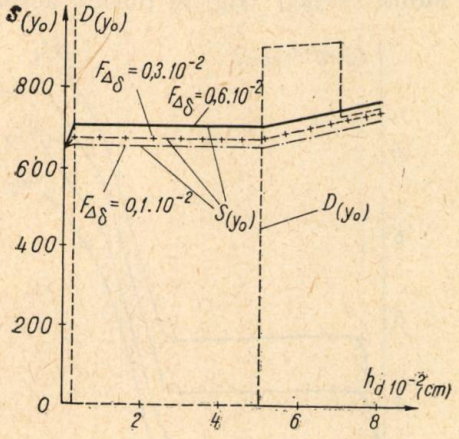



Fig. 5. — Poziția relativă a curbelor $S(y_0)$ și $D(y_0)$ pentru trei variante ale jocului $\Delta\delta$ în zona cilindrică.

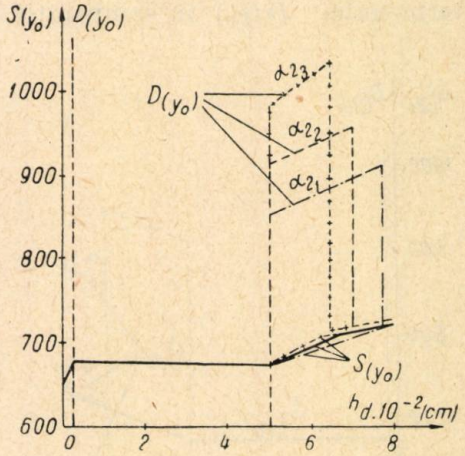



Fig. 6. — Poziția relativă a curbelor $S(y_0)$ și $D(y_0)$ pentru trei valori ale unghiului $2\alpha_2$.

imposibilă pe această porțiune; numai confecționarea știftului cu o formă conică poate condiționa apropierea celor două curbe. Important de subliniat este faptul că micșorarea sau mărirea jocului în zona cilindrică poate oferi posibilitatea asigurării unui regim diferit de stabilitate pe următoarele intervale de cursă ale acului. Acest lucru apare interesant pentru sarcinile mijlocii și mari ale motorului, sarcini la care cursa acului atinge valori plasate în acest domeniu. Trebuie luată în considerare și modificarea limitei $y_1$ (fig. 4) o dată cu modificarea jocului în zona cilindrică a știftului, modificare care poate să devină dominantă.

Pe intervalul de cursă $y_2 < h_d < y_3$ (fig. 3) secțiunea minimă de curgere este condiționată de valoare unghiului de racordare $2\alpha_2$ (fig. 1).

Creșterea unghiului $2\alpha_2$ atrage după sine o modificare a variației secțiunii $F_d = f(h_d)$ pe intervalul $y_2 < h_d < y_3$ (fig. 2), fără să afecteze însă valoare secțiunii maxime de curgere, decît în cazul în care limita valorii $y_3$ (fig. 3) depășește cursa maximă de ridicare a acului.

Se constată că o dată cu creșterea unghiului $2\alpha_2$ (fig. 6) valoarea termenului $D(y_0)$ este mult mai puternic influențată decît suma $S(y_0)$. La construcțiile actuale de știfturi, trecerea de la zona cilindrică la conul final al știftului condiționează în marea majoritate a cazurilor un regim instabil de funcționare. Mărirea unghiului $2\alpha_2$ scurtează sensibil acest domeniu pe de o parte, crescînd însă gradul de instabilitate. Asigurarea unui regim de funcționare la limita de stabilitate, nu poate fi făcută decît

pentru valori foarte ridicate ale coeficientului $\delta$; acest fapt ar atrage însă o scoatere rapidă din uz a acului, datorită cocsării sale rapide.

Pe intervalul $y_3 < y < y_{max}$, secțiunea minimă de curgere la pulverizator este condiționată de valoarea unghiului $2\alpha_3$ a conului final al știftului. Creșterea acestui unghi determină o creștere a valorii maxime a secțiunii de curgere, în ipoteza că se menține constantă geometria restului parametrilor.

Creșterea unghiului $2\alpha_3$ condiționează o modificare mult mai mare a termenului $D(y_0)$ în comparație cu suma $S(y_0)$ (fig. 7) putînd astfel

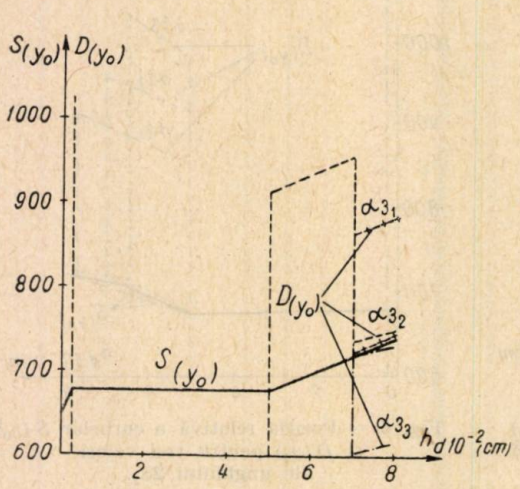



Fig. 7. — Poziția relativă a curbelor $S(y_0)$ și $D(y_0)$ pentru trei valori ale unghiului conului final al știftului. $2\alpha_3$.

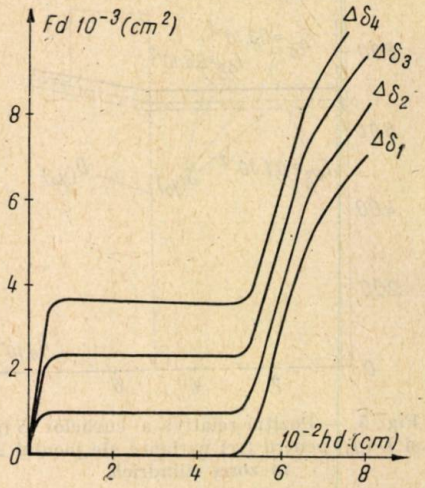



Fig. 8. — Curbele de variație ale secțiunii de curgere ($F_d$) în funcție de cursa de ridicare a acului pentru patru jocuri ($\Delta\delta$) în zona cilindrică a știftului.

oferi asigurarea unor domenii diferite de stabilitate pe intervalul de cursă $y_3 < y < y_{max}$, acțiunea acestui factor fiind determinantă numai în această zonă. De remarcat faptul că aceste curse de ridicare sînt posibile numai la sarcinile mari ale motorului.

Se constată că influența unghiului $2\alpha_3$ se manifestă exclusiv în ultima zonă a cursei acului, în ceea ce privește stabilitatea procesului, trebuie remarcat însă faptul că modificarea valorilor unghiului $2\alpha_3$, pe lîngă influența exercitată asupra stabilității procesului poate juca unul din rolurile cele mai influente asupra formei și structurii jetului elemente care pot la rîndul lor să condiționeze direct performanțele motorului.

3. Problema punerii în evidență a măsurii în care modificarea stabilității procesului pe un anumit interval al cursei de ridicare a acului poate afecta întreaga desfășurare a injecției combustibilului a fost soluționată cu ajutorul modelării analogice a proceselor din echipamentul de injecție [4].

Într-o primă etapă s-a considerat o lege de introducere a combustibilului la injector, identică în toate variantele studiate, de formă sinusoidală, și s-a urmărit modul în care elementele caracteristice ale secțiunii de

curgere, influențează asupra proceselor la injector, izolîndu-se în această situație ansamblul care modelează procesul de la injector de restul schemei.

În a doua etapă s-a modelat ansamblul proceselor din echipamentul de injecție [4] și s-a urmărit influența exercitată de aceiași factori. Din ansamblul lucrărilor efectuate se vor prezenta cele mai semnificative rezultate.

Pentru patru variante ale secțiunii de curgere, considerate în calcul, variante obținute avînd ca factor determinant diferit, jocul $\Delta\delta$ în zona cilindrică a știftului (fig. 8) se prezintă variația unor parametri carac-

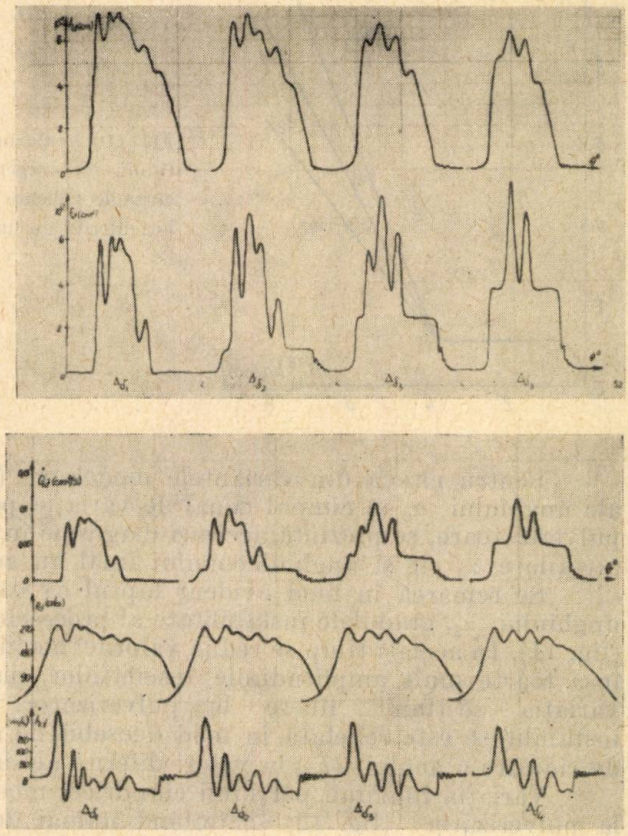


Fig. 9. — Variația cursei de ridicare a acului ($h_d$), a secțiunii de curgere ($F_d$), a debitului la pulverizator ($\dot{Q}_d$), a presiunii în pulverizator ($p_d$) și a vitezei de ridicare a acului ($\dot{h}_d$) la diferite valori crescătoare ale jocului ($\Delta\delta$) în zona cilindrică.

teristici ai procesului de la injector, și anume : variația cursei de ridicare a acului ($h_d$), variația secțiunii efective de curgere la pulverizator ($F_d$), variația debitului de combustibil injectat ($\dot{Q}_d$), variația de presiune din camera pulverizatorului ($p_d$) , precum și variația vitezei de ridicare a acului pulverizatorului ($h_d$) (fig. 9).

Creșterea jocului $\Delta\delta$ în zona cilindrică reduce sensibil valoarea maximă a cursei de ridicare a acului pulverizatorului, condiționează în mare măsură o atenuare a oscilațiilor acestuia, ca urmare a influenței indirecte asupra stabilității procesului, reduce în mod sensibil durata ridicării acului peste anumite valori ale jocului $\Delta\delta$, putînd condiționa în acest fel o valoare maximă a duratei injecției pentru o aceiași sarcină.

De asemenea, valorile maxime ale secţiunii de curgere cresc sensibil cu jocul $\Delta\delta$, fapt care antrenează o scădere a valorilor maxime ale presiunii la pulverizator. Se remarcă în special creşterea cantităţilor de combustibil injectate la începutul şi sfîrşitul injecţiei, fapt care va putea afecta sensibil forma curbei de ardere. Este deci evident faptul că influenţele contradictorii ale creşterii jocului $\Delta\delta$ în zona cilindrică, pot condiţiona o funcţionare optimă numai pentru un anumit domeniu restrîns de valori.

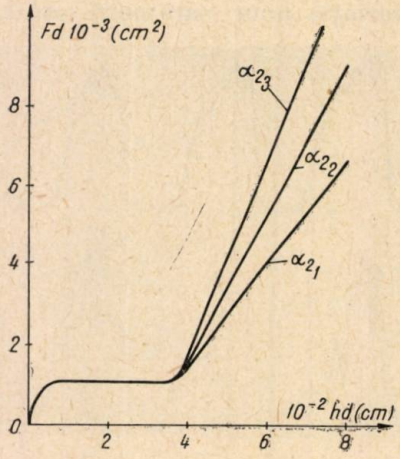



Fig. 10. — Curbele de variaţie ale secţiunii de curgere ($F_d$) în funcţie de cursa de ridicare a acului, pentru 3 valori diferite ale unghiului de racordare $\alpha_2$.

Pentru cîteva din variantele modelate (fig. 10) cu valori diferite ale unghiului $\alpha_2$ în cîmpul uzual de variaţie pentru tipurile existente de pulverizatoare, se prezintă aceleaşi diagrame în ipoteza că atît unghiul de racordare $\alpha_2$ cît şi unghiul conului final au aceleaşi valori.

Se remarcă în mod evident faptul că o dată cu creşterea valorilor unghiului $\alpha_2$, gradul de instabilitate al proceselor de la pulverizator creşte (fig. 11). În acelaşi timp se reduc valorile medii ale cursei acului, crescînd însă foarte mult amplitudinile oscilaţiilor, mai ales în ceea ce priveşte variaţia secţiunii libere la pulverizator. Creşterea gradului de instabilitate este reliefată în mod deosebit de alura de variaţie a vitezei de ridicare a acului ($h_d$) la valori diferite ale unghiului $\alpha_2$.

Variaţia lungimii porţiunii cilindrice, modifică secţiunea de curgere la pulverizator (fig. 12) schimbînd numai domeniile, nu şi caracterul instabil al proceselor de la pulverizator (fig. 13).

O dată cu scurtarea lungimii $l_2$, cursa maximă ($h_{d\,max}$) scade.

Gradul de stabilitate al procesului la pulverizator nu se modifică practic de loc, cînd lungimea $l_2$ scade sub anumite valori. Valoarea secţiunii de curgere ($F_d$) creşte cînd această lungime scade, fără să se modifice practic forma de variaţie.

Variaţia lungimii $l_2$ poate deci condiţiona o extindere a domeniilor de influenţă în care fie porţiunea cilindrică, fie zona racordată cu unghiul $\alpha_2$, exercită un rol preponderent asupra proceselor la injector.

Variaţia unghiului conului final al ştiftului ($\alpha_3$), determină influenţa cea mai importantă, atît asupra formei de variaţie a secţiunii de curgere (fig. 15) cît şi asupra proceselor de la pulverizator. Astfel o dată cu reduce-

rea unghiului $\alpha_3$, cursa de ridicare a acului marchează o extindere a valorilor maxime (fig. 15) precum şi o atenuare evidentă a oscilaţiilor, ca urmare a intrării într-un regim stabil de funcţionare.

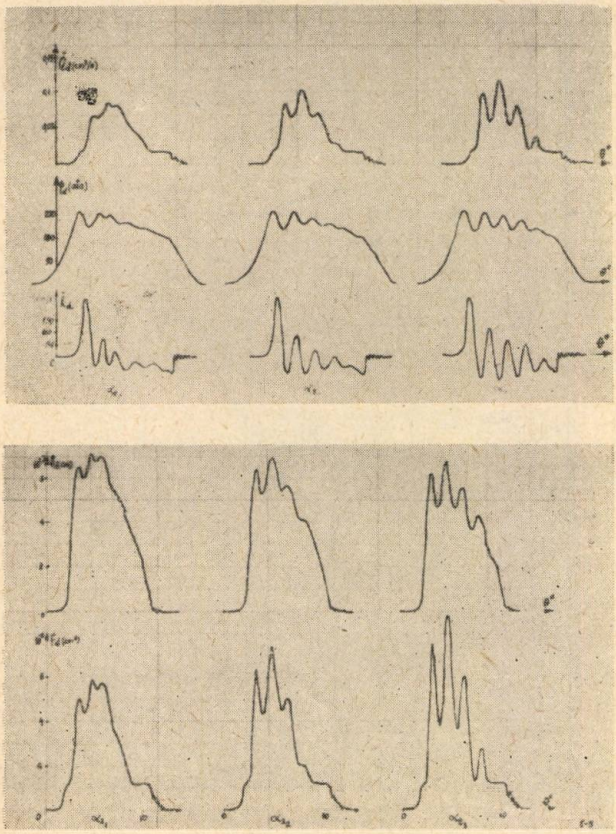


Fig. 11. — Variaţia cursei de ridicare a acului ($h_d$), a secţiunii de curgere ($F_d$), a debitului la pulverizator ($\dot{Q}_d$), a presiunii la pulverizator ($p_d$) şi a vitezei de ridicare a acului ($\dot{h}_d$) la diferite valori ale unghiului de racordare $\alpha_2$.

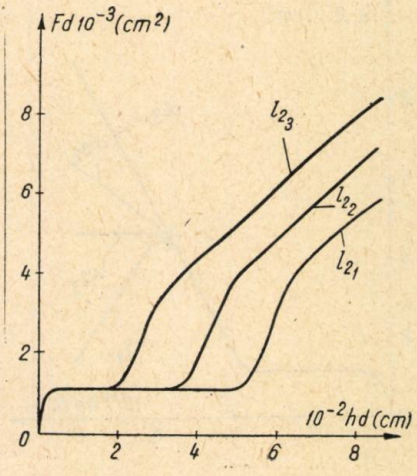



Fig. 12. — Curbele de variaţii ale secţiunii de curgere în funcţie de cursa de ridicare a acului, pentru trei valori diferite ale lungimii porţiunii cilindrice.

Secțiunea de curgere schimbă caracterul de stabilitate cu cursa de ridicare a acului, trecînd de la regim puternic oscilant, pentru valori mari ale lui $\alpha_3$, prin regim la limita de stabilitate, spre regim stabil (în special

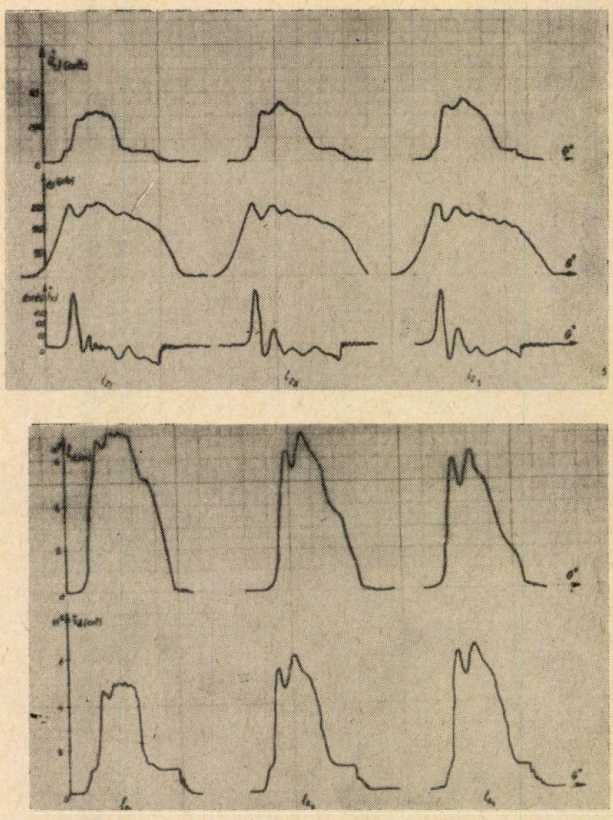


Fig. 13. — Variația cursei de ridicare a acului ($h_d$), a secțiunii de curgere ($F_d$), a debitului la pulverizator ($\dot{Q}_d$) și a vitezei de ridicare a acului ($\dot{h}_d$) la diferite valori ale lungimii porțiunii cilindrice ($l_2$).

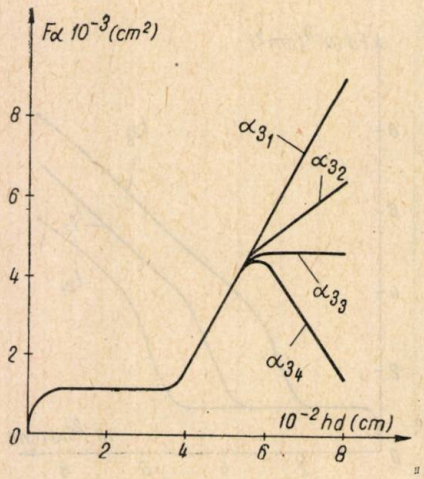



Fig. 14. — Curbele de variație ale secțiunii de curgere în funcție de cursa de ridicare a acului, pentru trei valori diferite ale conului final al știftului ($\alpha_3$).

pentru valori negative ale lui $\alpha_3$). Valorile maxime ale secțiunii sînt caracteristice mijlocului injecției pentru valorile mari ale lui $\alpha_3$ și extremelor injecției pentru valori negative ale lui $\alpha_3$.

Foate interesantă apare și forma de variație a presiunii, care la valori negative ale lui $\alpha_3$ marchează creșteri evidente ale valorii maxime; este de așteptat ca această influență să se răsfrîngă asupra caracteristicilor de pulverizare a combustibilului și respectiv asupra performanțelor motorului.

5. *Concluzii.* Analiza stabilității proceselor de lucru la pulveriza-

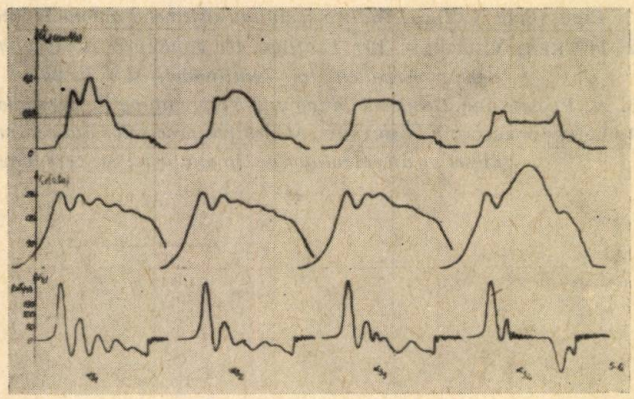
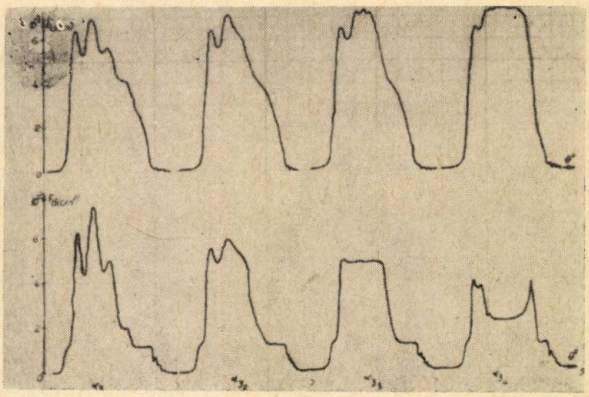


Fig. 15. — Variația cursei de ridicare a acului ($h_d$), a secțiunii de curgere ($F_d$), a debitului la pulverizator ($\dot{Q}_d$), a presiunii în pulverizator ($p_d$) și a vitezei de ridicare a acului ($\dot{h}_d$) pentru diferite valori ale unghiului conului final al știftului pulverizatorului ($\alpha_3$).



torul cu știft pune în evidență faptul că în cursul unei singure injecții procesul la injector se desfășoară în domenii diferite de stabilitate, acestea fiind condiționate de geometria secțiunii de curgere.

Analiza teoretică pune în evidență faptul că începutul și sfîrșitul injecției la toate pulverizatoarele cu ac etanșate pe sediul duzei, pe conturul periferic al acului, sînt caracterizate printr-un grad foarte ridicat de instabilitate. Acest lucru poate explica pe de o parte atît vibrațiile acului în această zonă cît și existența unui grad ridicat al neomogenității structuri i jetului sesizată în literatura de specialitate.

Analiza influenţei exercitată de jocul în zona cilindrică, unghiul de racordare, lungimea porţiunii cilindrice şi unghiul conului final al acului, pun în evidenţă domeniile în care fiecare dintre factorii menţionaţi, constituie parametrii determinanţi ai stabilităţii procesului la injector, precum şi sensul de influenţă al fiecăruia.

## BIBLIOGRAFIE

1. Christofor Vazaca, *Analiza şi sinteza sistemelor automate lineare*, Ed. Academiei R.P.R., 1961
2. Höfken, Wilfried, *Der Einfluss der baulichen Auslegung von Einspritzventilen auf das Schnarrverhalten des Ventilnadel*, M.T.Z. **24**, *1* (1963).
3. A. Pischinger, *Gemischbildung und Verbrennung in Dieselmotor*, Wien-Springer Verlag, 1967.
4. L. Teodorescu, S. Gheţaru, *Modelarea proceselor din echipamentul de injecţie al motoarelor diesel pe un calculator de tip analogic*. St. cerc. energ. electroteh., *2* (1965).

# CRITERII NOI DE APRECIERE A EFECTULUI FRIGORIFIC AL MAŞINILOR DETENTOARE

DE

VSEVOLOD RADCENCO

621.57

În articol sînt analizate critic mărimile utilizate în teoria şi proiectarea detentoarelor cu piston şi turbodetentoarelor pentru aprecierea efectului frigorific al acestor maşini. A rezultat că randamentul adiabatic $\eta_{ad}$ şi entropic $\eta_{en}$ reflectă efectul frigorific al maşinilor detentoare într-un mod aproximativ, prin prisma efectului mecanic, fără a ţine seama de proprietăţile reale ale agenţilor de lucru. Pentru a elimina aceste dezavantaje, în lucrare sînt propuse criterii noi de apreciere a efectului frigorific şi anume randamentele frigorific $\eta_q$, entropic $\eta_s$ şi exergetic relativ $\eta_e$. Pe baza relaţiilor de legătură între $\eta_q$, $\eta_{ad}$ şi respectiv $\eta_s$, $\eta_{en}$ se ajunge la concluzia că influenţa proprietăţilor reale ale agentului destins se amplifică pe măsură ce scade gradul de perfecţiune gazo-termodinamică al maşinii detentoare şi nivelul de temperatură al gazului admis. Spre deosebire de $\eta_q$ şi $\eta_s$, care ţin seama numai de latura cantitativă a efectului frigorific obţinut, randamentul $\eta_e$ ia în considerare şi aspectul calitativ al frigului. În acest mod devine posibilă compararea raţională a performanţelor maşinilor detentoare care lucrează la nivele diferite de temperatură.

Ca maşini care echipează instalaţiile de frig înaintat, detentoarele cu piston şi turbodetentoarele au rolul de a realiza un efect frigorific de scădere a temperaturii gazului prin destinderea adiabatică a acestuia, însoţită de evacuarea în exterior a energiei sub formă de lucru mecanic.

Apariţia detentoarelor în urma altor maşini termice şi frigorifice a fost însoţită nu numai de împrumutarea trăsăturilor constructive şi funcţionale ale acestor maşini, ci şi a unor noţiuni proprii, printre care se numără în primul rînd cea de randament [3], [6].

Pentru aprecierea efectului frigorific al maşinilor detentoare, în teoria şi proiectarea acestor maşini este utilizat randamentul adiabatic $\eta_{ad}$[5], [7] tehnic sau convenţional [1]. Acest randament, care compară căderea reală de entalpie specifică $\Delta i$ a gazului care a evoluat într-un detentor cu piston sau turbodetentor cu cea care s-ar fi putut obţine prin

destinderea izentropică în același interval de presiuni $\Delta i_{ad}$, este definit în același mod ca și randamentul intern sau relativ al turbinelor cu abur :

$$\eta_{ad} = \frac{\Delta i}{\Delta i_{ad}}. \tag{1}$$

Pentru a stabili în ce măsură randamentul adiabatic corespunde rolului detentoarelor ca mașini frigorifice, se presupune inițial că schimbul

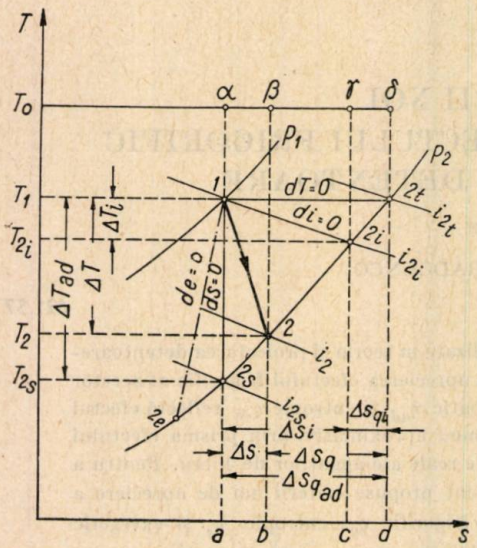



Fig. 1. — Reprezentarea convențională în diagrama $T - s$ a procesului de destindere în mașina detentoare în raport cu procesele izentropic, izentalpic, termic și izoexergetic

de căldură dintre detentor și mediul exterior este nul ($\delta Q = 0$). În această situație $\Delta i$ reprezintă lucrul mecanic tehnic pus în libertate de către gazul care a evoluat în mașina detentoare. Deoarece compară lucrul mecanic real efectuat de agent cu cel maxim corespunzător destinderii izentropice, rezultă că randamentul adiabatic pune pe primul plan efectul mecanic al mașinilor detentoare. Trebuie subliniat însă că, deși produc energie mecanică la fel ca și mașinile termice, efectul principal al detentoarelor este cel frigorific, lucrul mecanic produs la arbore având o importanță secundară. Din acest punct de vedere, randamentul adiabatic nu reflectă decît într-un mod aproximativ rolul detentoarelor ca mașini frigorifice. Pentru a scoate în evidență și mai mult acest aspect al randamentului adiabatic se consideră un gaz, caracterizat prin presiunea $p_1$ și temperatura $T_1$; starea acestui gaz *1* este precizată în diagrama $T-s$ arătată în figura 1. Presupunînd că starea inițială se află în domeniul efectului diferențial pozitiv de laminare ($\alpha_i > 0$), prin punctul *1* se trasează procesul ireversibil $1-2$ de destindere a gazului într-un detentor, precum și izentropa $1-2_s$, izentalpa $1-2_i$ și izoterma $1-2_t$. Prin punctele finale care se află pe aceeași izobară $p_2$, se figurează și curbele de entalpie constantă corespunzătoare.

Ținînd seama de definiția randamentului adiabatic se observă că :

$$\Delta i = i_1 - i_2, \tag{2}$$

$$\Delta i_{ad} = i_1 - i_{2s}, \tag{3}$$

astfel încît expresia (1) poate fi scrisă și sub forma :

$$\eta_{ad} = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_{2s}}. \tag{4}$$

Din expresia (4) rezultă că, pe măsură ce entalpia specifică finală $i_2$ crește odată cu înrăutățirea gradului de perfecțiune gazo-termodinamică a proceselor care au loc în mașina detentoare, randamentul adiabatic înregistrează o scădere. La limită, cînd punctul 2 devine identic cu $2_i$, detentorul se transformă într-un organ de laminare adiabatică, iar $\eta_{ad} = 0$. Se observă că, deși laminarea adiabatică este însoțită de scăderea temperaturii gazului real în domeniul efectului Joule-Thomson pozitiv, totuși randamentul adiabatic nu permite luarea în considerare a acestui efect frigorific care stă la baza ciclurilor frigorifice de lichefiere a gazelor prin laminare. Acest rezultat este o consecință a faptului că $\eta_{ad}$ reflectă efectul frigorific al mașinilor detentoare într-un mod aproximativ, prin prisma efectului mecanic, fără a ține seama de proprietățile reale ale agentului de lucru destins. Din punctul de vedere al acestui randament, un detentor cu piston joacă, în ipoteza $\delta Q = 0$, rolul unui motor pneumatic.

Semnificația randamentului adiabatic devine mai complicată atunci cînd intervine schimbul de căldură între detentor și mediul ambiant. În condițiile unui flux de căldură primit de mașina detentoare din exterior, temperatura gazului evacuat crește, randamentul adiabatic înregistrînd o scădere ca urmare a reducerii căderii de entalpie a gazului. Din bilanțul energetic al detentorului se constată că valoarea lui $\Delta i$ este inferioară efectului mecanic produs cu valoarea cantității de căldură primite de gaz din exterior. Rezultă deci că, în condițiile schimbului de căldură cu exteriorul, $\eta_{ad}$ nu mai reflectă corect nici efectul mecanic al mașinilor detentoare.

Pentru a elimina dezavantajele randamentului adiabatic se propune ca randamentul mașinilor detentoare să fie definit pe baza noțiunii de putere frigorifică specifică a gazului, precizată ca fiind cantitatea de căldură preluată de unitatea de cantitate de gaz într-un proces izobar de încălzire, de la temperatura de evacuare pînă la cea de admisie în detentor. Trebuie subliniat că acest mod de definire a puterii frigorifice specifice este diferit de cel prezentat în studiile teoretice ale detentoarelor [5], care identifică această noțiune cu căderea de entalpie specifică.

Ca și în cazul randamentului adiabatic, pentru aprecierea efectului frigorific al unui detentor se alege drept proces de referință destinderea izentropică a agentului în același interval de presiuni, ceea ce conferă randamentului mașinilor detentoare un caracter relativ. Ținînd seama că noul randament pune pe primul plan efectul frigorific al detentoarelor el poate fi denumit randament frigorific relativ.

## RANDAMENTUL FRIGORIFIC RELATIV

Ca definiție, randamentul frigorific relativ $\eta_q$ reprezintă raportul între puterea frigorifică specifică reală a gazului, $q$ și cea corespunzătoare destinderii izentropice a gazului în același interval de presiuni $q_{ad}$ :

$$\eta_q = \frac{q}{q_{ad}}. \tag{5}$$

Se observă că

$$q = i_{2_t} - i_2 = aria\ b22_t d \tag{6}$$

$$q_{ad} = i_{2_t} - i_{2_s} = aria\ a\ 2_s 2_t d, \tag{7}$$

astfel încît

$$\eta_q = \frac{i_{2_t} - i_2}{i_{2_t} - i_{2_s}}. \tag{8}$$

Pierderea de putere frigorifică specifică datorită ireversibilităţii proceselor de lucru din detentor şi a schimbului de căldură cu exteriorul este dată de :

$$\Delta q = q_{ad} - q = i_2 - i_{2_s} = aria\ a\ 2_s 2b. \tag{9}$$

Ţinînd seama de relaţia (9), expresia (5) devine :

$$\eta_q = 1 - \frac{\Delta q}{q_{ad}}. \tag{10}$$

Între randamentele $\eta_q$ şi $\eta_{ad}$ se poate stabili o relaţie de legătură prin intermediul noţiunii de efect izotermic de laminare precizat cu ajutorul expresiei

$$\Delta i_T = i_{2_t} - i_{2_i} = q_{ad} - \Delta i_{ad} = aria\ c2_i 2_t d. \tag{11}$$

Se observă că $\Delta i_T$ reprezintă chiar puterea frigorifică specifică a procesului de laminare adiabatică astfel că :

$$q = \Delta i + \Delta i_T. \tag{12}$$

În aceste condiţii expresia (5) a lui $\eta_q$ devine :

$$\eta_q = \frac{\Delta i + \Delta i_T}{q_{ad}}. \tag{13}$$

Introducînd noţiunea de randament frigorific relativ al procesului de laminare adiabatică definit de :

$$\eta_{q_i} = \frac{\Delta i_T}{q_{ad}} = 1 - \frac{\Delta i_{ad}}{q_{ad}} \tag{14}$$

se obţine relaţia de legătură între $\eta_q$ şi $\eta_{ad}$ :

$$\eta_q = (1 - \eta_{q_i})\eta_{ad} + \eta_{q_i}. \tag{15}$$

În cazul gazelor ideale ($\alpha_i = 0$) efectul izotermic de laminare se anulează astfel că $\eta_q = 0$, iar $\eta_{q_{id}} = \eta_{ad}$. Rezultă deci că, excluzînd efectul frigorific al laminării, randamentul adiabatic este în fond un randament frigorific ideal, care poate fi definit şi cu ajutorul expresiei :

$$\eta_{ad} = \eta_{q_{id}} = \frac{q_{id}}{q_{ad_{id}}}, \tag{16}$$

în care

$$q_{ia} = q - \Delta i_T = \Delta i = i_{2_i} - i_2 = aria\ b22_i c; \tag{17}$$

$$q_{ad_{id}} = q_{ad} - \Delta i_T = \Delta i_{ad} = i_{2_i} - i_{2_s} = aria\ a\ 2_s 2_i c \tag{18}$$

reprezintă puterile frigorifice specifice care s-ar obține numai ca urmare a efectuării de lucru mecanic exterior, situație care corespunde gazelor ideale. În consecință, expresia (15) poate fi scrisă și sub forma :

$$\eta_q = \eta_{q_{id}} + \Delta\eta_q \tag{19}$$

în care

$$\Delta\eta_q = (1 - \eta_{q_{id}})\ \eta_{q_i} \tag{20}$$

reprezintă corecția care ține seama de proprietățile reale ale gazului destins ; ea poate fi pozitivă sau negativă, după cum $\alpha_i > 0$ sau $\alpha_i < 0$. Aceasta înseamnă că $\Delta\eta_q$ ia în considerare, în cazul $\alpha_i > 0$, efectul frigorific suplimentar obținut ca urmare a efectuării unui lucru mecanic intern de învingere a forțelor de coeziune intermoleculară.

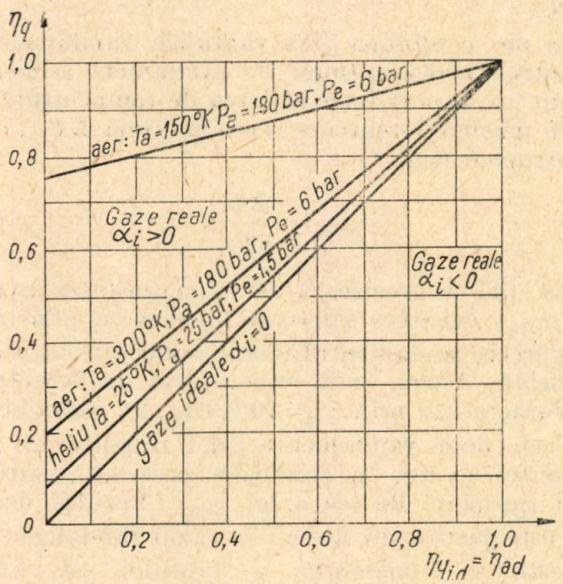



Fig. 2. — Influența efectului Joule-Thomson asupra randamentului frigorific relativ $\eta_q$.

În condițiile $p_1$, $T_1$ și $p_2$ date, dependența $\eta_q = f(\eta_{ad})$ definită de expresia (15) are un caracter liniar. Influența lui $\eta_{q_i}$ asupra lui $\eta_q$ la diferite valori ale lui $\eta_{q_{id}} = \eta_{ad}$, pentru aer destins într-un detentor cu piston de înaltă presiune de la presiunea de admisie $p_a = 180$ bar și temperatura de admisie $T_a = 300°K$, pînă la presiunea de evacuare $p_e = 6$ bar, este arătată în figura 2. Se observă că pentru $\eta_{ad} = 0$, $\eta_q = \eta_{qi} = 0{,}183$, diferența între $\eta_q$ și $\eta_{ad}$ micșorîndu-se pe măsură ce $\eta_{ad}$ crește, astfel că la limită, pentru $\eta_{ad} = 1$, rezultă și $\eta_q = 1$. Pentru gazele

ideale $\eta_{a_i} = 0$, iar $\eta_{a_{id}} = \eta_{ad}$, obţinîndu-se o dreaptă care trece prin origine. Deasupra dreptei $\eta_{a_{id}} = \eta_{ad}$, $\alpha_i > 0$, iar $\eta_a > \eta_{ad}$, iar sub dreaptă $\alpha_i < 0$, astfel că $\eta_a < \eta_{ad}$, tangenta unghiului de înclinare a dreptei $\eta_a = f(\eta_{ad})$ fiind dată de :

$$\operatorname{tg} \beta_a = 1 - \eta_{a_i}. \tag{21}$$

În ceea ce priveşte randamentul frigorific al procesului de laminare adiabatică $\eta_{a_i}$, definit de expresia (14), valorile acestuia cresc pe măsură ce temperatura iniţială $T_a$ scade. Astfel, dacă $T_a$ scade de la 300°K pînă la 150°K (fig. 2) $\eta_{a_i}$ înregistrează o creştere de la 18,3% pînă la $\sim 75\%$, ceea ce demonstrează că în apropierea regiunii vaporilor saturaţi efectul frigorific al laminării adiabatice este comparabil cu cel care caracterizează o maşină detentoare. În acest mod se justifică o dată în plus înlocuirea detentorului cu un ventil de laminare, aşa cum se procedează de altfel în cazul instalaţiilor frigorifice cu comprimare de vapori.

În cazul heliului, ale cărui proprietăţi sînt mai apropiate de cele ale gazelor ideale, valorile lui $\eta_{a_i}$ sînt mai reduse ; astfel, dacă se laminează heliu de la $p_a = 25$ bar şi $T_a = 25$°K pînă la $p_e = 1{,}5$ bar (fig. 2) se obţine $\eta_{a_i} \approx 7\%$.

Încercările de a elimina dezavantajele randamentului adiabatic au condus la introducerea noţiunii de randament adiabatic de temperatură [4] definit ca raport între căderea de temperatură $\Delta T$ a gazului care a evoluat în maşina detentoare şi cea maximă $\Delta T_{ad}$, corespunzătoare destinderii izentropice (fig. 1) :

$$\eta_{ad_T} = \frac{\Delta T}{\Delta T_{ad}}. \tag{22}$$

În lucrarea [4] se precizează că în majoritatea cazurilor se poate considera $\eta_{ad} = \eta_{ad_T}$, deoarece diferenţa între ele se află în limitele erorii cu care se poate aprecia randamentul detentorului, afirmaţie care însă nu este pe deplin justificată. Astfel, dacă se consideră un detentor cu piston de înaltă presiune caracterizat prin $\eta_{ad} = 70\%$ (fig. 2), rezultă că $\eta_{ad_T} = 76{,}6\%$, diferenţa între cele două randamente fiind importantă. Spre deosebire de $\eta_{ad}$, randamentul $\eta_a$ are, în condiţiile precizate, valoarea de 74,7%, care este foarte apropiată de cea a lui $\eta_{ad_T}$. Rezultă deci că afirmaţia Epifanovei [4] este justificată numai în cazul randamentelor $\eta_a$ şi $\eta_{ad_T}$. Acest lucru este o consecinţă a faptului că expresia (22) a lui $\eta_{ad_T}$ nu este altceva decît un caz particular al expresiei (5) a lui $\eta_a$ care rezultă considerînd că valorile căldurilor specifice ale intervalelor $2 - 2_t$ şi $2_s - 2_t$ sînt egale, iar variaţia entalpiei poate fi calculată cu ajutorul expresiei $di = c_p\, dT$ a gazelor perfecte, adică :

$$q \approx c_p(T_{2_t} - T_2) = c_p \cdot \Delta T, \tag{23}$$

$$q_{ad} \approx c_p(T_{2_t} - T_{2_s}) = c_p \cdot \Delta T_{ad}. \tag{24}$$

În concluzie, randamentul frigorific relativ $\eta_a$ permite aprecierea corectă a efectului frigorific al detentoarelor cu considerarea proprietăţilor reale ale agentului de lucru. Din punctul de vedere al acestui randament,

ventilul de laminare reprezintă un caz limită al detentorului caracterizat prin anularea efectului mecanic. Spre deosebire de randamentul adiabatic care se anulează în acest caz, cel frigorific permite aprecierea efectului frigorific al laminării adiabatice.

O consecinţă importantă a relaţiei (15) de legătură între $\eta_q$ şi $\eta_{ad}$ constă în aceea că influenţa proprietăţilor reale ale gazului destins asupra efectului frigorific se atenuează pe măsură ce creşte gradul de perfecţiune gazo-termodinamică a proceselor de lucru din maşina detentoare şi se amplifică o dată cu scăderea temperaturii de admisie a gazului în detentor.

În cazul particular al gazelor ideale expresia (5) devine :

$$\eta_{q_{id}} = \eta_{ad} = \frac{1 - \frac{T_2}{T_1}}{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}}, \tag{25}$$

$\varkappa$ fiind exponentul adiabatic al gazului.

## RANDAMENTUL ENTROPIC RELATIV

Problema utilizării entropiei pentru aprecierea perfecţiunii gazo-termodinamice a maşinilor detentoare a fost ridicată de Ghilman [5], care a introdus noţiunea de randament entropic. Aşa cum a fost conceput, acest randament compară procesul real $1-2$ (fig. 1) cu cel mai dezavantajos proces de obţinere a frigului şi anume cu procesul $1-2_i$ de laminare adiabatică, fiind definit de expresia :

$$\eta_{en} = \frac{s_{2_i} - s_2}{s_{2_i} - s_1}. \tag{26}$$

Printre avantajele lui $\eta_{en}$ precizate de Ghilman se numără şi faptul că este eliminat efectul de laminare care nu poate fi atribuit detentorului. Într-adevăr, în cazul cînd punctul $2$ coincide cu $2_i$, $\eta_{en} = 0$. Se observă că randamentul entropic, la fel ca şi cel adiabatic, se anulează în cazul procesului de laminare, ceea ce înseamnă că $\eta_{en}$ pune pe primul plan efectul mecanic al detentoarelor, fără a ţine seama de proprietăţile reale ale agentului de lucru.

Pentru a lua în considerare şi efectul Joule-Thomson, se propune ca randamentul entropic să fie definit ca raport între creşterea entropiei specifice $\Delta s_q$ a gazului în procesul izobar de încălzire $2 - 2_t$ şi cea maximă $\Delta s_{q_{ad}}$ corespunzătoare procesului $2_s - 2_t$, adică :

$$\eta_s = \frac{\Delta s_q}{\Delta s_{q_{ad}}} = \frac{s_{2_t} - s_2}{s_{2_t} - s_{2_s}}. \tag{27}$$

care se va denumi randament entropic relativ, procesul de referinţă fiind, ca şi în cazul lui $\eta_q$, destinderea izentropică.

Creşterea de entropie ca urmare a ireversibilităţii proceselor de lucru şi a schimbului de căldură cu exteriorul este dată de :

$$\Delta s = \Delta s_{q_{ad}} - \Delta s_q, \tag{28}$$

astfel că expresia (27) devine

$$\eta_s = 1 - \frac{\Delta s}{\Delta s_{q_{ad}}} \tag{29}$$

Se introduce noţiunea de randament entropic relativ al procesului de laminare, definit de

$$\eta_{s_i} = \frac{\Delta s_{q_i}}{\Delta s_{q_{ad}}} \tag{30}$$

în care

$$\Delta s_{q_i} = s_{2_t} - s_{2_i} \tag{31}$$

reprezintă creşterea entropiei specifice a gazului corespunzătoare efectului izotermic de laminare.

Pe baza expresiilor (27) şi (30) se obţine relaţia de legătură între randamentele $\eta_s$ şi $\eta_{en}$ :

$$\eta_s = (1 - \eta_{s_i})\, \eta_{en} + \eta_{s_i}. \tag{32}$$

Ca şi în cazul lui $\eta_q$, pentru gazele ideale ($\alpha_i = 0$) rezultă că $\eta_{s_i} = 0$ şi $\eta_{s_{id}} = \eta_{en}$. Aceasta înseamnă că randamentul entropic propus de Ghilman, la fel ca şi $\eta_{ad}$, are semnificaţia $n$ unui randament ideal care exclude efectul frigorific obţinut pe seama lucrului mecanic intern. În consecinţă, relaţia (32) poate fi scrisă şi sub forma :

$$\eta_s = \eta_{s_{id}} + \Delta\eta_s, \tag{33}$$

în care

$$\Delta\eta_s = (1 - \eta_{s_{id}})\, \eta_{s_i} \tag{34}$$

reprezintă corecţia care ţine seama de proprietăţile reale ale agentului de lucru.

Dependenţa $\eta_s = f(\eta_{en})$ definită de relaţia (32) are un caracter liniar. Reprezentînd grafic această dependenţă în condiţiile precedente (fig. 2) se obţin dreptele arătate în figura 3, tangenta unghiului de înclinare fiind precizată de expresia :

$$\operatorname{tg} \beta_s = 1 - \eta_{s_i} \tag{35}$$

Se constată că în condiţii date ($p_1$, $T_1$ şi $p_2$ precizate) este respectată inegalitatea :

$$\eta_s < \eta_q \tag{36}$$

şi respectiv [5] $\eta_{en} < \eta_{ad}$.

Pentru a demonstra inegalitatea (36) se ține seama de expresiile temperaturilor absolute medii ale proceselor izobare de încălzire $2 - 2_t$ și $2_s - 2_t$:

$$\overline{T}_q = \frac{q}{\Delta s_q} \tag{37}$$

$$\overline{T}_{q_{ad}} = \frac{q_{ad}}{\Delta s_{q_{ad}}} \tag{38}$$

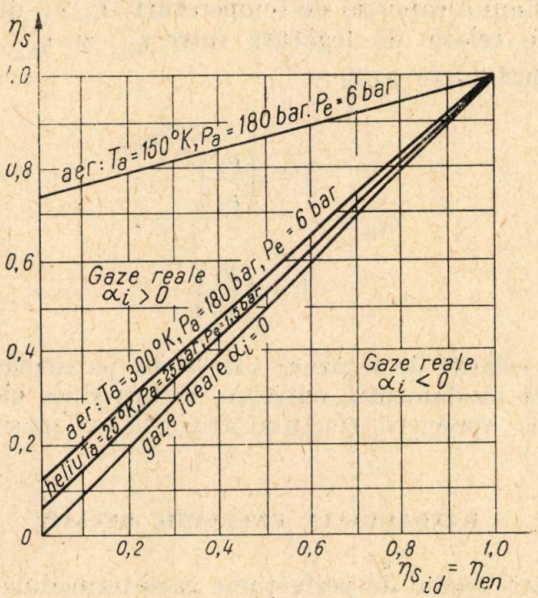



Fig. 3. — Influența efectului Joule-Thomson asupra randamentului entropic relativ $\eta_s$.

Pe baza expresiilor (5), (27), (37) și (38), în final se obține relația de legătură între randamentele $\eta_s$ și $\eta_q$:

$$\eta_q = \eta_s \frac{\overline{T}_q}{\overline{T}_{q_{ad}}} \tag{39}$$

Notînd cu

$$\overline{T}_q^* = \frac{\overline{T}_q}{\overline{T}_{q_{ad}}} \tag{40}$$

temperatura absolută medie relativă a puterii frigorifice specifice $q$ se obține:

$$\eta_q = \overline{T}_q^* \cdot \eta_s \tag{41}$$

și deoarece $\overline{T}_q > \overline{T}_{q_{ad}}$, rezultă că $\overline{T}_q^* > 1$, iar $\eta_s < \eta_q$.

În cazul particular al gazelor ideale expresia (27) devine :

$$\eta_{s_{id}} = \eta_{en} = \frac{\ln \frac{T_1}{T_2}}{\ln \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}}. \tag{42}$$

Dacă se elimină raportul de temperaturi $T_2/T_1$ din expresiile (25) şi (42) rezultă o relaţie de legătură între $\eta_{a_{id}}$ şi $\eta_{s_{id}}$ prin intermediul raportului de destindere $p_2/p_1$ :

$$\eta_{a_{id}} = \frac{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}\eta_{s_{id}}}}{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}}. \tag{43}$$

Existenţa relaţiei de legătură (41) şi în particular a relaţiei (43), demonstrează că randamentul entropic nu introduce elemente principial noi în problema aprecierii efectului frigorific al maşinilor detentoare.

## RANDAMENTUL EXERGETIC RELATIV

Deşi reflectă gradul de perfecţiune gazo-termodinamică a maşinilor detentoare, randamentele $\eta_q$, $\eta_s$ şi implicit $\eta_{ad}$ şi $\eta_{en}$ prezintă şi un dezavantaj determinat de faptul că ele ţin seama numai de latura cantitativă a efectului frigorific produs de aceste maşini. Astfel, din definiţia lui $\eta_q$ rezultă că acest randament compară puteri frigorifice de potenţiale $\overline{T}_q$ şi $\overline{T}_{q_{ad}}$ diferite. Aceasta înseamnă că $\eta_q$ nu ţine seama de calitatea frigului produs, aceeaşi cantitate de frig fiind cu atît mai preţioasă cu cît nivelul de temperatură care o caracterizează este mai coborît. Dezavantajul randamentelor $\eta_q$, $\eta_{ad}$, $\eta_s$ şi $\eta_{en}$ se manifestă mai pregnant atunci cînd se pune problema comparării maşinilor detentoare, caracterizate prin aceeaşi valoare a lui $\eta_q$, dar care lucrează la nivele diferite de temperatură, aşa cum este, de exemplu, cazul detentoarelor cu piston şi turbodetentoarelor. Deoarece apreciază numai latura cantitativă a frigului, este evident că în această situaţie $\eta_q$ nu poate face o distincţie între gradele de perfecţiune ale acestor maşini, deşi acestea sînt diferite.

Nivelul de temperatură al efectului frigorific produs de o maşină detentoare poate fi luat în considerare pe baza noţiunii de exergie a căldurii precizate de expresia :

$$\delta e_q = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \delta q, \tag{44}$$

în care

$\delta e_q$ reprezintă exergia cantității elementare de căldură $\delta q$;
$T$ — nivelul de temperatură a căldurii;
$T_0$ — temperatura mediului ambiant.

Notînd cu

$$\theta_e = 1 - \frac{T_0}{T} \tag{45}$$

temperatura exergetică [2] sau factorul exergetic de temperatură [8], rezultă că:

$$\delta e_q = \theta_e \cdot \delta q. \tag{46}$$

Pentru $T < T_0$, $\theta_e < 0$, astfel încît exergia căldurii reprezintă lucrul mecanic minim consumat de către agentul de lucru pentru ridicarea potențialului căldurii de la nivelul $T$ la $T_0$.

Utilizînd noțiunea de exergie a căldurii se propune ca randamentul exergetic al mașinilor detentoare să fie definit pe baza exergiei puterii frigorifice specifice a agentului. În consecință, randamentul exergetic relativ reprezintă raportul între exergia puterii frigorifice specifice $e_q$ și cea corespunzătoare destinderii izentropice $e_{q_{ad}}$, adică

$$\eta_e = \frac{e_q}{e_{q_{ad}}}. \tag{47}$$

Ținînd seama de expresia de definiție (44) a exergiei căldurii, rezultă că (fig. 1)

$$e_q = q - T_0 \cdot \Delta s_q = aria\ \beta\ 22_t\ \delta < 0, \tag{48}$$

$$e_{q_{ad}} = q_{ad} - T_0 \cdot \Delta s_{q_{ad}} = aria\ \alpha\ 2_s 2_t\ \delta < 0. \tag{49}$$

Pe de altă parte expresia (46) conduce la:

$$e_q = \bar{\theta}_{e_q} \cdot q, \tag{50}$$

$$e_{q_{ad}} = \bar{\theta}_{e_{q_{ad}}} \cdot q_{ad}, \tag{51}$$

unde $\bar{\theta}_{e_q}$ și $\bar{\theta}_{e_{q_{ad}}}$ reprezintă factorii exergetici medii de temperatură ai puterilor frigorifice $q$ și $q_{ad}$. Comparînd expresiile (48), (49) și respectiv (50), (51), rezultă:

$$\bar{\theta}_{e_q} = 1 - \frac{T_0}{\bar{T}_q} \tag{52}$$

$$\bar{\theta}_{e_{q_{ad}}} = 1 - \frac{T_0}{\bar{T}_{q_{ad}}} \tag{53}$$

Ținînd seama de relațiile (50) și (51), expresia (47) devine:

$$\eta_e = \frac{\bar{\theta}_{e_q}}{\bar{\theta}_{e_{q_{ad}}}} \eta_q. \tag{54}$$

Notînd cu :

$$\bar{\theta}^*_{e_q} = \frac{\bar{\theta}_{e_q}}{\bar{\theta}_{e_{q_{ad}}}} \tag{55}$$

factorul exergetic mediu relativ de temperatură al puterii frigorifice a agentului, se obţine :

$$\eta_e = \bar{\theta}^*_{e_q} \cdot \eta_q. \tag{56}$$

Deoarece $T_0 > \bar{T}_q > \bar{T}_{q_{ad}}$ rezultă că $|\bar{\theta}_{e_q}| < |\theta_{e_{q_{ad}}}|$ şi deci $\bar{\theta}^*_{e_q} < 1$, iar $\eta_e < \eta_q$. Dacă se înlocuieşte $\eta_q$ în funcţie de $\eta_s$, pe baza relaţiei (41) în expresia (56) rezultă :

$$\eta_e = \bar{T}^*_q \cdot \bar{\theta}^*_{e_q} \cdot \eta_s. \tag{57}$$

Se observă că

$$\bar{T}^*_q \cdot \bar{\theta}^*_{e_q} = \frac{\bar{T}_q - T_0}{\bar{T}_{q_{ad}} - T_0} < 1, \tag{58}$$

astfel că :

$$\eta_e < \eta_s < \eta_q. \tag{59}$$

Datorită ireversibilităţii proceselor de lucru şi a schimbului de căldură cu exteriorul se pierde o parte din exergia căldurii (fig. 1) :

$$\Delta e_q = e_{q_{ad}} - e_q = aria\ \alpha\ 2_s\ 2\ \beta, \tag{60}$$

iar expresia (47) devine :

$$\eta_e = 1 - \frac{\Delta e_q}{e_{q_{ad}}}. \tag{61}$$

La limită în cazul procesului de laminare, expresia (47) devine expresia randamentului exergetic relativ al acestui proces

$$\eta_{e_i} = \frac{e_{\Delta i_T}}{e_{q_{ad}}}, \tag{62}$$

unde (fig. 1) :

$$e_{\Delta i_T} = aria\ \gamma\ 2_i\ 2_l\ \delta \tag{63}$$

reprezintă exergia efectului izotermic de laminare.

Randamentul exergetic $\eta_e$ poate fi exprimat şi în funcţie de exergiile specifice ale agentului, utilizîndu-se în acest scop diagrama $e-i$ arătată în figura 4 şi ecuaţia fundamentală a exergiei scrisă sub forma [8] :

$$de = \delta e_q - \delta l_t - d\pi_i \tag{64}$$

în care

$de$ este variația infinit mică a exergiei specifice a agentului aflat în curgere continuă și staționară;

$\delta l_t$ — schimbul elementar de lucru mecanic tehnic specific cu exteriorul;

$d\pi_i$ — pierderile specifice elementare de exergie, ca urmare a ireversibilității interne a procesului.

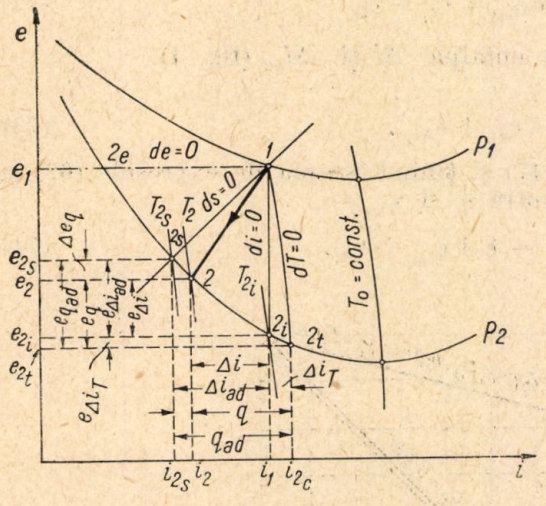



Fig. 4. — Reprezentarea convențională în diagrama $e-i$ a procesului de destindere în mașina detentoare în raport cu procesele, izentropic izentalpic, izotermic și izoexergetic.

Aplicînd ecuația (64) proceselor izobare $2-2_i$ și $2_s-2_t$ în condițiile $\delta l_t = 0$ și $d\pi_i = 0$, rezultă:

$$e_q = e_{2_t} - e_2, \tag{65}$$

$$e_{q_{ad}} = e_{2_t} - e_{2_s}, \tag{66}$$

astfel că expresia (47) devine

$$\eta_e = \frac{e_{2t} - e_2}{e_{2_t} - e_{2_s}}. \tag{67}$$

În acest mod, coeficientul $\psi_{ad}$, denumit ulterior randament exergetic adiabatic și propus de Brodianskii [2], capătă o semnificație bine definită, ca raport al exergiilor puterilor frigorifice specifice $q$ și $q_{ad}$.

În cazul laminării adiabatice se observă că

$$e_{\Delta i_T} = e_{2_t} - e_{2_i}, \tag{68}$$

astfel că expresia (62) devine:

$$\eta_{e_i} = \frac{e_{2_t} - e_{2_i}}{e_{2_t} - e_{2_s}}. \tag{69}$$

Ca şi în cazul randamentelor $\eta_q$ şi $\eta_s$ se poate introduce noţiunea de randament exergetic ideal definit de :

$$\eta_{e_{id}} = \frac{e_{q_{id}}}{e_{q_{ad_{id}}}}, \tag{70}$$

în care

$$e_{q_{id}} = e_{\Delta i} = e_{2_i} - e_2, \tag{71}$$

$$e_{q_{ad_{id}}} = e_{\Delta i_{ad}} = e_{2_i} - e_{2_s} \tag{72}$$

reprezintă exergiile căderilor de entalpie $\Delta i$ şi $\Delta i_{ad}$ (fig. 4).

În consecinţă rezultă că :

$$e_q = e_{\Delta i} + e_{\Delta i_T}. \tag{73}$$

Înlocuind $e_q$ în expresia (47) şi ţinînd seama de expresiile (62) şi (70) rezultă relaţia de legătură între $\eta_e$ şi $\eta_{e_{id}}$ :

$$\eta_e = (1 - \eta_{ei})\,\eta_{e_{id}} + \eta_{e_i}. \tag{74}$$

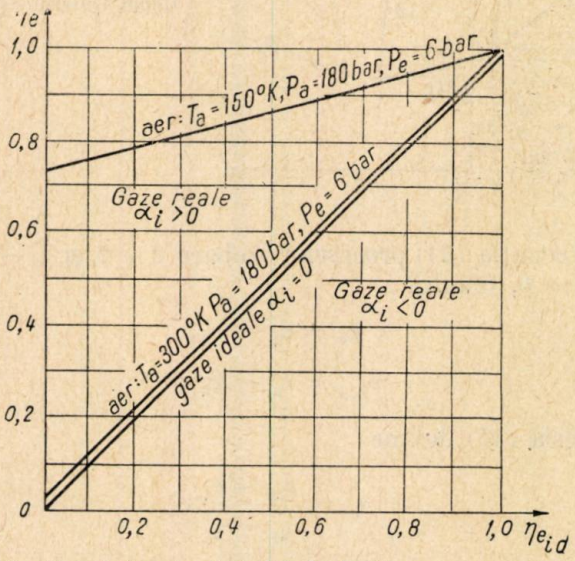



Fig. 5. — Influenţa efectului Joule-Thomson asupra randamentului exergetic relativ $\eta_e$.

Ultima expresie poate fi scrisă şi sub forma

$$\eta_e = \eta_{e_{id}} + \Delta\eta_e, \tag{75}$$

în care

$$\Delta\eta_e = (1 - \eta_{e_{id}})\eta_{e_i} \tag{76}$$

reprezintă corecţia care ţine seama de proprietăţile reale ale agentului de lucru.

Influența lui $\eta_{e_i}$ asupra lui $\eta_e$ pentru diferite valori ale lui $\eta_{e_{id}}$ este arătată în figura 5. Dependența $\eta_e = f(\eta_{e_{id}})$ are un caracter liniar, tangenta unghiului de înclinare a dreptei fiind dată de :

$$\operatorname{tg} \beta_e = 1 - \eta_{e_i} . \tag{77}$$

Amplificarea efectului diferențial de laminare $\alpha_i$ și scăderea temperaturii inițiale determină creșterea lui $\eta_{e_i}$. Astfel, dacă $T_a$ scade de la 300°K pînă la 150°K (în condițiile $p_a = 180$ bar și $p_e = 6$ bar) $\eta_{e_i}$ crește de la 1,5% pînă la 73%. Se observă că dacă la temperatura mediului ambiant calitatea frigului produs prin laminare este scăzută, diferența între $\eta_{a_i}$ și $\eta_{e_i}$ fiind apreciabilă, la temperaturi inițiale coborîte $\eta_{e_i}$ tinde către valoarea lui $\eta_{a_i}$, eficiența laminării fiind comparabilă cu cea a mașinilor detentoare.

În cazul particular al gazelor ideale expresia (47) devine :

$$\eta_{e_{id}} = \frac{1 - \frac{1}{\theta_1} \cdot \frac{\ln \frac{T_1}{T_2}}{1 - \frac{T_2}{T_1}}}{1 - \frac{1}{\theta_1} \cdot \frac{\ln \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}}{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}}} \cdot \frac{1 - \frac{T_2}{T_1}}{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}} , \tag{78}$$

în care

$$\theta_1 = \frac{T_1}{T_0} \tag{79}$$

precizează nivelul de temperatură al gazului admis în detentor.

Eliminarea raportului de temperaturi $T_2/T_1$ între relațiile (42) și (78) permite stabilirea unei relații de legătură între randamentele $\eta_{e_{id}}$ și $\eta_{s_{id}}$. Reprezentînd grafic funcțiile $\eta_{a_{id}} = f(\eta_{s_{id}})$ și $\eta_{e_{id}} = f(\eta_{s_{id}})$, pentru $p_1/p_2 = 30$ și $\varkappa = 1,4$ se obține diagrama arătată în figura 6. Se constată că în condițiile unui randament $\eta_{s_{id}}$ precizat pe măsură ce nivelul de temperatură al gazului admis în detentor scade randamentul exergetic înregistrează o creștere.

Utilitatea randamentului exergetic în studiile comparative ale performanțelor mașinilor detentoare rezultă și din următorul exemplu : dacă se compară [5] un detentor cu piston în care aerul este destins de la 145 bar și 293°K pînă la 6,1 bar și 147°K cu un turbodetentor care destinde aerul de la 5,2 bar și 118°K pînă la 1,25 bar și 84°K, rezultă valorile din tabela 1.

Se constată că din punctul de vedere al randamentelor $\eta_{ad}$, $\eta_{en}$, $\eta_q$, $\eta_s$ cele două maşini detentoare au grade de perfecţiune gazo-termodinamică apropiate. Spre deosebire de acestea, randamentul $\eta_e$ pune în

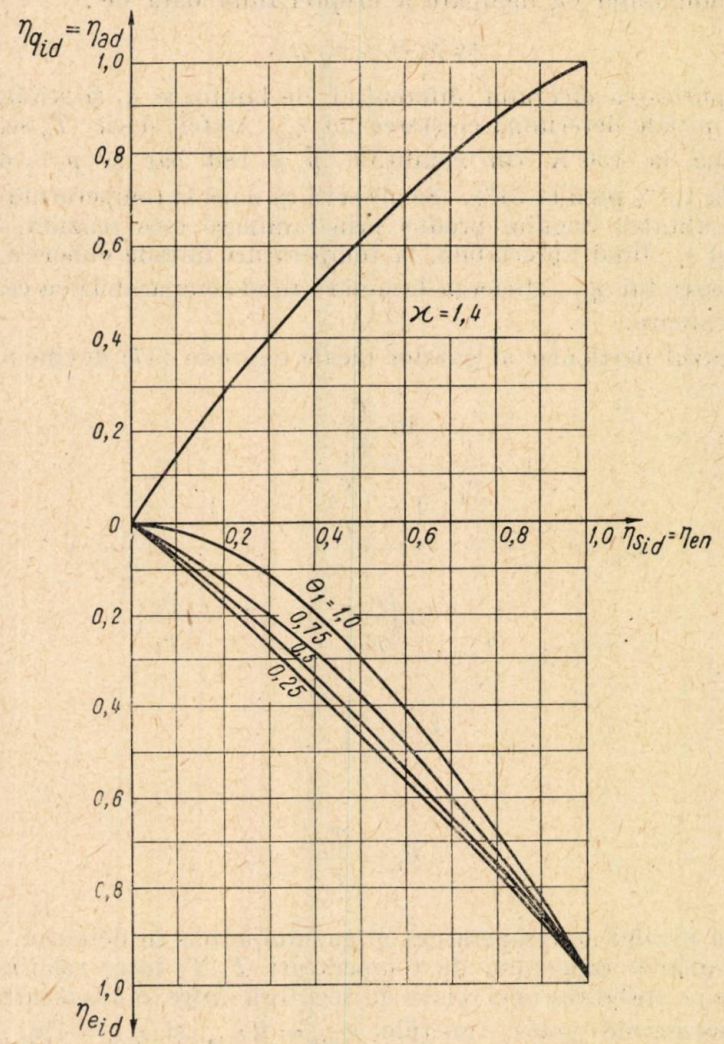



Fig. 6. — Reprezentarea grafică a funcţiilor $\eta_{q_{id}} = f(\eta_{s_{id}})$ şi $\eta_{e_{id}} = f(\eta_{s_{id}})$, pentru un raport de destindere $p_1/p_2 = 30$, în ipoteza gazului biatomic ideal ($\varkappa = 1,4$).

*Tabela 1*

| Randamentul, în % | $\eta_{ad} = \eta_{q_{id}}$ | $\eta_q$ | $\eta_{en} = \eta_{s_{id}}$ | $\eta_s$ | $\eta_e$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Detentorul cu piston | 77,8 | 81,2 | 69,1 | 72,2 | 56 |
| Turbodetentorul | 81 | 83,9 | 75,8 | 78,7 | 76,2 |

evidență faptul că turbodetentorul care lucrează la un nivel de temperatură mult mai coborît decît detentorul cu piston, este o mașină mai perfectă din punct de vedere gazo-termodinamic. De aici mai rezultă și că rezervele de perfecționare ale detentoarelor cu piston sînt sensibil mai mari decît ale turbodetentoarelor.

În concluzie, randamentul exergetic ține seama și de potențialul frigului produs, utilizarea lui fiind rațională mai ales în studiile comparative ale diferitelor tipuri de mașini detentoare. Alături de $\eta_e$, randamentul $\eta_q$ și într-o anumită măsură $\eta_s$, își păstrează importanța atunci cînd se apreciază numai latura cantitativă a frigului sau se compară detentoarele care lucrează la același nivel de temperatură.

## BIBLIOGRAFIE


1. A. M. Arharov, *Tehnika nizkih temperatur*, Izd. Energhia, Moskva-Leningrad, 1964.
2. V. M. Brodianskii, *Termodinamiceskii analiz nizkotemperaturnîh protessov*, Moskva, 1966.
3. F. X. Eder, *Der Wirkungsgrad von Helium Expansionsmaschinen*, „Kältetechnik", **11**, *8*, (1959), p. 254–257.
4. V. I. Epifanova, *Analiz gazovîh reghenerativnîh holodilnîh țiklov*, „Trudî VNIIKIMAS", *9*, (1965), p. 3–35.
5. I. I. Ghilman, *Otenka termodinamiceskoi effektivnosti porșnevîh detanderov*, „Trudî VNIIKIMAS", *8*, (1964), p. 141–162.
6. W. Meissner, *Der Gütegrad von Expansionsmaschinen für Heliumverflüssiger*, „Zeitschrift für angewandte Physik", **16**, *5*, (1963), p. 275–281.
7. W. A. Morain, J. M. Holmes, *An Analysis of the Performance of Large Reciprocating Expansion Engines with and of a computer and Laboratory Prototype*, „Advances in Cryogenic Engineering", *8*, (1963), p. 228–235.
8. Tr. Nicolescu, Al. Dănescu, Vs. Radcenco, *Considerații privind analiza exergetică a proceselor de schimb de căldură din instalațiile termice și frigorifice*, „Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 30, 1, (1968).

# CORELAŢIA DINTRE VITEZA DE ARDERE A PARTICULEI DE COMBUSTIBIL SOLID ŞI VITEZA RELATIVĂ MEDIU-PARTICULĂ [1)]

I. CARABOGDAN

662.65

Sînt prezentate cercetările efectuate asupra arderii individuale a particulelor cuprinse între 500 μ şi 3000 μ în condiţii în care temperatura incintei a variat între 700°C şi 900°C, viteza relativă mediu-particulă între 2 m/s şi 5 m/s şi temperatura aerului insuflat între 20°C şi 500°C, punîndu-se în evidenţă totodată şi influenţa naturii combustibilului.

## 1. GENERALITĂŢI

Plecînd de la ipoteza arderii difuzionale, cercetările anterioare [1], [2], [3], [4], întreprinse, în cadrul Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România au permis elucidarea modului de desfăşurare a procesului de ardere a particulei de combustibil solid, determinarea valorilor componentelor timpului de ardere pentru cele mai reprezentative tipuri de cărbuni din ţara noastră, precum şi stabilirea relaţiilor generale de calcul a vitezei de ardere, funcţie de caracteristicile combustibililor, de temperatura şi concentraţia de oxigen a mediului, în cazul în care viteza relativă mediu-particulă este nulă. Au fost puse astfel la îndemîna proiectanţilor o metodă şi coeficienţii de calcul necesari dimensionării optime a camerelor de ardere ale instalaţiilor energetice clasice, destinate folosirii combustibililor solizi în stare pulverizată.

Necesităţile intensificării procesului de ardere în instalaţiile energetice moderne de mare putere au impus studierea şi determinarea vitezei de ardere a particulei de combustibil solid, în cazul în care, datorită vitezelor mari, particula este spălată de fluxul de gaze.

Expresiile variate, date de diverşi cercetători pentru timpul de ardere al particulei de combustibil solid, constituie o familie strînsă de relaţii derivate, fie din teoria arderii difuzionale, fie din teoria transferului de căldură. În general, se poate afirma că, teoria actuală a arderii heterogene

[1)] La partea experimentală a colaborat şi ing. D. Manolescu.

St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 2, p. 343—353, 1968

a particulei de combustibil solid face încercarea descrierii cantitative a procesului, folosind legile cineticii chimice şi a schimbului de masă. Ea permite cunoaşterea direcţiei procesului, în funcţie de rapotul acestor factori şi pune în evidenţă acele mijloace, care nu au fost încă folosite, în tehnică, pentru ridicarea eficacităţii procesului de ardere. Folosirea teoriilor existente necesită, pe de o parte, medierea cîmpurilor complexe de viteze, concentraţii şi temperaturi, pierzînd prin aceasta structura volumetrică a procesului cu zonele lui caracteristice, iar pe de altă parte, cunoaşterea valorilor numerice ale coeficienţilor de schimb de căldură şi masă, care se pot obţine numai prin intermediul unor experimentări foarte precise.

Marea majoritate a cercetărilor efectuate asupra vitezei de ardere a particulelor de combustibil solid au fost făcute cu carbon pur, iar aplicarea acestor rezultate la particulele cărbunilor naturali întîmpină dificultăţi serioase, rezultatele obşinute fiind numai orientative. Înlăturarea dificultăţilor amintite, precum şi necesitatea unor date certe asupra comportării la ardere a particulelor combustibililor naturali în diferite condiţii au impus cercetarea directă a acestora.

## 2. CERCETĂRI EXPERIMENTALE

2.1. Instalaţia experimentală a fost concepută astfel încît să permită determinarea cu un înalt grad de precizie a timpului de pregătire al particulei, a timpului de ardere a substanţelor volatile, a timpului de ardere a reziduului carbonos, a factorului de umflare, precum şi dependenţa acestora de caracteristicile mediului ambiant. Instalaţia experimentală descrisă în amănunţime în [1] a fost completată cu un ventilator, care să permită o variaţie a vitezei gazelor în interiorul cuptorului pînă la 6 m/s şi un preîncălzitor electric automat pentru încălzirea aerului introdus în cuptor pînă la 500°C.

2.2. Metodologia de pregătire, alegere, dimensionare şi ardere a particulelor a fost aceeaşi ca şi în cazul cercetărilor efectuate asupra vitezei de ardere a particulelor într-un mediu fix.

Pentru cercetările experimentale au fost aleşi trei combustibili a căror caracteristici principale sînt prezentate în tabela nr. 1.

*Tabela 1*

**Caracteristicile principale ale combustibililor solizi experimentaţi**

| Nr. crt. | Combustibilul | Simbolul | $W_a$ % | $A^u$ % | $V^{mc}$ % | $Q_i^a$ kcal/kg | $C^c$ % | $h^c$ % | $O^c$ % | $K_i$ — | $K_a$ — | $\sigma$ g/cm³ | $t_A$ °C | $t_B$ °C | $t_C$ °C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Vulcan | H | 3,31 | 8,65 | 43,50 | 6730 | 76,83 | 5,20 | 14,48 | 0,14 | 0,74 | 1,57 | 1320 | 1335 | 1365 |
| 2 | Leorda | BM | 8,45 | 37,72 | 49,90 | 3310 | 69,76 | 5,48 | 21,96 | 1,21 | 1,00 | 2,08 | 1220 | 1315 | 1355 |
| 3 | Rovinari | BL | 8,52 | 19,38 | 58,93 | 3650 | 63,77 | 5,75 | 28,25 | 0,58 | 1,44 | 1,41 | 1240 | 1340 | 1360 |

Numărul și caracteristicile geometrice ale particulelor supuse experimentărilor au fost determinate din curba de repartiție a particulelor fiecărei fracții granulometrice pe baza expresiei diametrului mediu corectat, care ține seama, așa cum s-a arătat [1], atît de abaterea formei particulei de la sferă, cît și de împrăștierea lor în limitele fracției granulometrice respective [5].

2.3. Exprimarea cu un grad ridicat de precizie a dependenței timpului de ardere de caracteristica geometrică a particulei a impus prelucrarea datelor prin intermediul greutății care se determină mult mai exact decît diametrul. În acest scop, pentru particulele supuse experimentărilor s-a determinat grafic relația dintre greutatea acestora și diametrul mediu corectat. Ecuația curbelor obținute este de tipul :

$$G_p = K_0 \cdot d^n_{m_c}, \tag{1}$$

iar valorile experimentale ale exponentului $m$ și ale coeficientului $K_0$ sînt prezentate în tabela nr. 2.

*Tabela 2*

**Valorile experimentale ale parametrilor $K_0$ și m**

| Combustibilul | $K_0$ mg/cm² | $m$ |
|---|---|---|
| Vulcan | 1 540 | 3,26 |
| Leorda | 977 | 2,91 |
| Rovinari | 686 | 2,96 |

În cazul general se poate considera că valoarea celor trei componente ale timpului de ardere al particulei de combustibil solid funcție de diametrul mediu corectat este dat de o relație de forma :

$$\tau_i = K_{1i} \cdot d^{m_i}_{m_c} \tag{2}$$

Înlocuind valoarea lui $d_{mc}$ cu cea din relația (1) se obține :

$$\tau_i = \frac{K_{1i}}{m_{1i}/m} (G_p)^{m_{1i}/m}. \tag{3}$$

După determinarea experimentală a lui $\tau_p$, $\tau_v$ și $\tau_r$, precum și a expresiilor lor funcție de $G_p$ se obțin valorile corespunzătoare ale raporturilor $\frac{K_{1i}}{K_0 m_{1i}/m} = K_{2i}$ și $\frac{m_{1i}}{m} = m_{2i}$, ceea ce permite calcularea coeficienților $K_{1i}$ și $m_{1i}$.

2.4. Comportarea în timpul arderii a tuturor particulelor experimentate a fost similară cu cea avută în cazul arderii într-un mediu fix, și anume : o perioadă inițială de pregătire, pînă la atingerea temperaturii de aprindere, o perioadă de ardere a substanțelor volatile, urmată de arderea reziduului carbonos.

În general, pentru toţi combustibilii studiaţi, particulele experimentate şi-au modificat caracteristicile geometrice. Această modificare a dimensiunilor particulei are loc numai în perioada de pregătire, menţinîndu-se apoi constantă în toată perioada de ardere a substanţelor volatile.

Înregistrarea procesului de ardere a particulelor de combustibil solid a evidenţiat, şi în cazul spălării particulei de către mediu, faptul că emisia şi arderea substanţelor volatile au loc numai în perioada respectivă, infirmîndu-se astfel ipoteza unor cercetători [6], [7], conform căreia arderea volatilelor ar avea loc concomitent cu arderea reziduului carbonos pînă la consumarea completă a acestuia.

### 3. INFLUENŢA VITEZEI RELATIVE MEDIU-PARTICULĂ ŞI A TEMPERATURII DE PREÎNCĂLZIRE A AERULUI ASUPRA VITEZEI DE ARDERE A PARTICULEI DE COMBUSTIBIL SOLID

Cercetările experimentale de ardere au fost efectuate în următoarele condiţii : trei nivele de temperaturi a mediului, 700°C, 800°C şi 900°C; viteza relativă dintre mediu şi particulă a variat între 2 şi 5 m/s; temperatura de preîncălzire a aerului a fost variată din sută în sută de grade pînă la 500°C.

3.1. Valorile medii, pe fracţii granulometrice, ale timpului de pregătire, funcţie de viteza de spălare a particulei, de temperatura de preîncălzire a aerului şi de temperatura incintei cuptorului, sînt date în tabela 3.

Din datele prezentate rezultă că toate concluziile anterioare referitoare la influenţa naturii combustibilului, a temperaturii şi concentraţiei de oxigen a mediului îşi păstrează valabilitatea pentru întreaga gamă de variaţie, atît a vitezei de spălare, cît şi a temperaturii de preîncălzire a aerului insuflat.

Înregistrările pe peliculă cinematografică, ale întregului proces de modificare a geometriei particulei în perioada de pregătire, au evidenţiat faptul că valoarea factorului de umflare nu depinde de caracteristicile mediului, el fiind funcţie numai de natura combustibilului.

La aceeaşi temperatură a cuptorului şi acelaşi nivel de preîncălzire a aerului insuflat, timpul de pregătire scade cu creşterea vitezei de spălare a particulei, pentru toate fracţiile granulometrice studiate.

În cazul în care se păstrează constantă viteza de spălare a particulei, creşterea nivelului de preîncălzire a aerului insuflat conduce de asemenea la micşorarea perioadei de pregătire a particulei. S-a constatat astfel că, la viteze de spălare mai mari de 3 m/s, la temperaturi ale incintei de peste 800°C şi la temperatura de preîncălzire a aerului mai mare de 400°C perioada de pregătire a particulei este sub două zecimi de secundă.

Din prelucrarea datelor tuturor seriilor de experienţe a fost dedusă o relaţie generală de forma : $\tau_p = \tau_{p_0} \cdot K_{p_0} \cdot T_a^n \cdot w^r$, care descrie dependenţa pregătirii particulei de valoarea timpului de pregătire determinată în cazul mediului fix, de temperatura de preîncălzire a aerului insuflat şi de viteza relativă mediu-particulă. Exponentul „$n$“ are valoarea constantă ($-1{,}75$) în întreaga gamă de variaţie a tuturor parametrilor menţi-

*Tabela 3*

**Timpul de pregătire funcție de viteza relativă mediu-particulă, de temperatura de preîncălzire a aerului și de temperatura incintei captorului**

| Comb. | Temp. de preîncălzire °C | $T_c$ °C; gros. mm / W m/s | 700 | | | | | | | | 800 | | | | | | | | 900 | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 3—2,5 | 2,5—2,0 | 2,0—1,5 | 1,5—1,2 | 1,2—1,0 | 1,0—0,75 | 0,75—0,6 | 0,6—0,5 | 3,0—2,5 | 2,5—2,0 | 2,0—1,5 | 1,5—1,2 | 1,2—1,0 | 1,0—0,75 | 0,75—0,6 | 0,6—0,5 | 3,0—2,5 | 2,5—2,0 | 2,0—1,5 | 1,5—1,2 | 1,2—1,0 | 1,0—0,75 | 0,75—0,6 | 0,6—0,5 |
| VULCAN | — | 0 | 6,9 | 6,4 | 5,9 | 6,1 | 5,8 | 4,5 | 4,6 | 4,4 | 3,1 | 2,3 | 2,1 | 2,3 | 1,5 | 1,8 | 2,0 | 2,3 | 1,7 | 1,6 | 1,5 | 1,3 | 1,3 | 1,2 | 0,8 | 1,1 |
| | 20 | 3 | — | — | — | — | — | — | — | — | 1,2 | 1,0 | 0,9 | 0,8 | 0,9 | 0,6 | 0,5 | 0,4 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 100 | 3 | — | — | — | — | — | — | — | — | 1 1, | 0,9 | 0,8 | 0,8 | 0,7 | — | 0,4 | 0,3 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 200 | 2 | 3,7 | 3,4 | 2,8 | 2,5 | 2,4 | 1,8 | 1,2 | 1,1 | 1,0 | 1,0 | 0,8 | 0,8 | 0,7 | 0,6 | 0,4 | 0,4 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | | 3 | 3,1 | 2,9 | 2,6 | 2,5 | 2,2 | 1,6 | 1,1 | 1,0 | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,6 | 0,5 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | | 5 | 2,4 | 2,2 | 1,8 | 1,6 | 1,5 | 1,4 | 1,1 | 0,7 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 300 | 2 | 2,4 | 2,1 | 1,8 | 1,6 | 1,4 | 1,2 | 1,1 | 1,0 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | | 3 | 2,2 | 2,0 | 1,6 | 1,3 | 1,1 | 0,9 | — | — | — | — | 0,6 | 0,5 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,2 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | | 5 | 1,9 | 2,1 | 1,5 | 1,4 | 1,4 | 1,0 | 0,9 | 0,7 | 0,7 | 0,6 | 0,7 | 0,4 | 0,4 | 0,3 | 0,4 | 0,2 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 400 | 3 | 1,7 | 1,1 | 1,0 | 0,9 | 0,9 | 1,0 | 0,8 | 0,6 | 0,6 | 0,5 | 0,7 | 0,5 | 0,4 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 500 | 3 | 1,7 | 1,4 | 1,0 | 1,0 | 0,8 | 0,8 | 0,7 | — | 0,6 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,4 | 0,4 | 0,3 | 0,5 | 0,2 | 0,2 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,2 | 0,1 |
| | | 5 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| LEORDA | — | 0 | 8,1 | 7,6 | 6,5 | 5,3 | 5,0 | 4,6 | 3,6 | 2,8 | 4,0 | 3,8 | 3,1 | 3,0 | 2,2 | 2,1 | 1,8 | 1,5 | 1,8 | 1,8 | 1,8 | 1,1 | 1,2 | 1,2 | 1,1 | 1,3 |
| | 200 | 2 | 3,1 | 2,7 | 2,6 | 2,5 | 1,8 | 1,7 | 1,3 | 1,1 | 2,6 | 1,8 | 1,6 | 1,6 | 0,9 | 0,5 | 0,8 | 0,5 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | | 3 | 3,0 | 2,6 | 2,5 | 2,4 | 1,7 | 1,7 | 1,2 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | | 5 | 2,2 | 2,1 | 1,4 | 1,2 | 1,1 | 1,0 | 1,3 | 0,9 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 300 | 2 | 2,8 | 2,1 | 1,6 | 1,4 | 1,3 | 0,9 | 1,1 | 1,0 | 1,5 | 1,1 | 1,0 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,8 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | | 3 | 2,4 | 2,1 | 1,6 | 1,3 | 1,2 | 1,0 | 1,0 | 0,9 | 1,1 | 1,0 | 1,1 | 0,9 | 1,0 | 0,9 | 0,8 | 0,6 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | | 5 | 1,9 | 1,8 | 1,6 | 1,3 | 1,1 | 0,9 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 400 | 3 | 2,1 | 1,8 | 1,4 | 1,2 | 1,0 | 1,0 | 0,8 | 0,7 | 1,0 | 0,9 | 0,8 | 0,8 | 0,7 | 0,6 | 0,6 | 0,8 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 500 | 3 | 1,7 | 1,1 | 1,5 | 1,2 | 0,9 | 0,7 | 0,6 | 0,4 | 1,0 | 0,8 | 0,6 | 0,6 | 0,5 | 0,6 | 0,5 | 0,5 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0,1 | 0,1 |
| | | 5 | — | — | — | — | — | — | — | — | 0,9 | 0,7 | 0,6 | 0,6 | 0,7 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| ROVINARI | — | 0 | 7,8 | 5,9 | 5,9 | 4,7 | 4,3 | 4,3 | 2,7 | 2,8 | 3,8 | 3,6 | 3,5 | 2,7 | 2,6 | 2,0 | 1,7 | 2,2 | 2,7 | 2,7 | 1,8 | 1,8 | 1,6 | 1,3 | 1,4 | 1,3 |
| | 200 | 2 | 3,4 | 2,6 | 2,4 | 2,3 | 1,8 | 1,4 | 1,2 | 1,0 | 1,2 | 1,1 | 1,0 | 1,1 | 1,0 | 0,9 | 0,4 | 0,4 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | | 3 | 2,9 | 2,5 | 2,2 | 1,6 | 1,4 | 1,0 | 1,0 | 0,8 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | | 5 | 1,8 | 1,7 | 1,7 | 1,2 | 1,1 | 1,1 | 0,9 | 0,7 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 300 | 2 | 1,7 | 1,6 | 1,5 | 1,1 | 1,1 | 1,0 | 0,8 | 0,7 | 0,9 | 0,8 | 0,7 | 0,8 | 0,5 | 0,4 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | | 3 | 1,6 | 1,5 | 1,5 | 1,0 | 1,0 | 0,9 | 0,8 | 0,6 | 0,9 | 0,6 | 1,0 | 0,7 | 0,6 | 0,5 | 0,5 | 0,4 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | | 5 | 1,5 | 1,4 | 1,1 | 1,0 | 0,9 | 0,8 | 0,8 | 0,7 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,4 | 0,5 | 0,3 | 0,2 | 0,2 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 400 | 3 | 1,0 | 0,8 | 0,8 | 0,7 | 0,6 | 0,5 | 0,4 | 0,4 | 0,6 | 0,7 | 0,6 | 0,3 | 0,3 | 0,2 | 0,2 | 0,3 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 500 | 3 | 0,8 | 0,7 | 0,6 | 0,5 | 0,5 | 0,6 | 0,4 | 0,3 | 0,7 | 0,5 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,4 | 0,3 | 0,3 | 0,2 | 0,2 | 0,1 | 0,2 | 0,1 |

onați anterior. Exponentul „$r$" are valoarea de ($-1{,}1$) pentru combustibilii superiori și de ($-0{,}41$) pentru cărbunii inferiori.

În cazul în care se înlocuește expresia lui $\tau_{p0}$ din [3] se obține pentru cărbunii superiori:

$$\tau_p = K_{p_0} \frac{d_{m_c}^{0,62}}{T_0^{4,05} \cdot T_a^{1,75} \cdot O_2^{0,66} \cdot w^{1,1}} \cdot B_1 \qquad (4)$$

și

$$\tau_p = K_{p_0} \frac{d_{m_c}^{0,62}}{T_0^{4,05} \cdot T_a^{1,75} \cdot O_2^{0,34} \cdot w^{0,41}} \cdot B_1 \qquad (5)$$

pentru cărbunii inferiori.

Acest rezultat evidențiază, pe de o parte, puternica influență a temperaturii incintei focarului asupra timpului de pregătire a particulei, iar pe de altă parte, dependența diferențiată față de viteza relativă mediu-particulă în funcție de natura combustibilului.

3.2. Emisia și arderea substanțelor volatile au avut un caracter continuu. Cu creșterea vitezei de spălare a particulei s-a mărit neuniformitatea repartiției în jurul particulei, flacăra capătînd o formă din ce în ce mai alungită.

Valorile experimentale ale coeficienților $K_v$, precum și ale exponenților $m_1$, sînt date în tabela 4.

Din datele prezentate rezultă că expresia dependenței timpului de ardere a substanțelor volatile de diametrul mediu corectat este similară cu cea demonstrată în cazul arderii într-un mediu fix și nu depinde de caracteristicile mediului. Exponentul „$m_1$" diferă puțin de valoarea „2" determinată pe cale analitică.

Pentru același combustibil, prin trecerea de la mediul fix la fluxul continuu, valoarea coeficientului $K_v$ înregistrează o scădere bruscă cu cca 40—60% din valoarea inițială, menținîndu-se apoi constantă în întreaga gamă experimentată de viteze și temperaturi de preîncălzire a aerului insuflat.

Toate concluziile anterioare [1], [2], [3], referitoare la influența naturii combustibilului, a temperaturii și concentrației de oxigen a mediului asupra timpului de ardere a substanțelor volatile își păstrează valabilitatea în întreg diapazonul de variație a parametrilor studiați.

Viteza specifică de ardere a substanțelor volatile ($g/cm^2 \cdot s$) este cu aproximativ un ordin mai mare decît viteza de ardere a reziduului carbonos și variază invers proporțional cu mărimea fracției granulometrice.

Ponderea timpului de ardere a substanțelor volatile în întregul interval de ardere a particulei, variază între 10% și 15%.

3.3. Determinările experimentale ale coeficientului $K_r$ și ale exponentului $m_2$ (tabela 4) arată că expresia dependenței timpului de ardere a reziduului carbonos de diametrul mediu corectat este similară cu cea demonstrată teoretic în cazul mediului staționar.

Valoarea exponentului „$m_2$" este foarte apropiată de 2 și nu depinde practic de caracteristicile mediului ambiant particulei.

La o temperatură constantă a incintei focarului și la o viteză de spălare a particulei dată, constanta timpului de ardere a reziduului ($K_2$)

*Ta*

**Valorile experimentale ale**

| Combustibilul | | VULCAN | | | | | | | | | | | LE | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Temperatura de preîncălzire °C | | — | 20 | 100 | | 200 | | 300 | | | 400 | 500 | — | 200 | | |
| Viteza de spălare m/t | | 0 | 3 | 3 | 2 | 3 | 5 | 2 | 3 | 5 | 3 | 3 | 0 | 2 | 3 | 5 |
| 700 °C | $m_1$ | 2,12 | — | — | 1,95 | 2,01 | 2,10 | 1,84 | 1,98 | 1,97 | 2,07 | 1,91 | 1,92 | 1,92 | 1,90 | 1,77 |
| | $K_v$ | 95 | — | — | 50 | 47 | 30 | 52 | 47 | 50 | 37 | 53 | 75 | 39 | 45 | 55 |
| 800 °C | $m_1$ | 2,23 | 2,1 | 1,88 | 1,88 | 2,04 | — | — | 1,89 | 2,03 | 1,96 | 1,96 | 1,94 | 1,93 | — | — |
| | $K_v$ | 98 | 35 | 62 | 72 | 81 | — | — | 54 | 43 | 51 | 52 | 87 | 40 | — | — |
| 900 °C | $m_1$ | 2,18 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 2,13 | 1,83 | — | — | — |
| | $K_v$ | 96 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 49 | 81 | — | — | — |
| 700 °C | $m_2$ | 2,02 | — | — | 2,1 | 1,99 | 1,89 | 1,88 | 1,82 | 1,94 | 1,91 | 1,99 | 1,85 | 1,97 | 1,80 | 1,99 |
| | $K_r$ | 790 | — | — | 300 | 287 | 270 | 278 | 243 | 221 | 197 | 196 | 910 | 471 | 400 | 322 |
| 800 °C | $m_2$ | 202 | 2,02 | 1,90 | 1,86 | 2,03 | — | — | 1,94 | 1,95 | 1,84 | 1,90 | 1,98 | 1,96 | — | — |
| | $K_r$ | 664 | 338 | 300 | 290 | 263 | — | — | 216 | 186 | 178 | 173 | 873 | 426 | — | — |
| 900 °C | $m_2$ | 2,13 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 2,02 | 1,87 | — | — | — |
| | $K_r$ | 620 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 159 | 630 | — | — | — |

scade sensibil cu creşterea temperaturii de preîncălzire a aerului insuflat. De menţionat că valoarea lui „$K_2$“ este influenţată în mai mare măsură de variaţia temperaturii de preîncălzire a aerului, decît de temperatura mediului din incinta focarului. Valorile lui „$K_r$“ scad cu creşterea vitezei relative mediu-particulă. Viteza specifică de ardere a reziduului carbonos (g/cm² . s) creşte pe măsură ce dimensiunea particulei se micşorează. Toate concluziile anterioare, referitoare la influenţa naturii combustibilului, a temperaturii şi concentraţiei de oxigen a mediului asupra timpului de ardere a reziduului carbonos, îşi păstrează valabilitatea în întreaga gamă de variaţie a temperaturii de preîncălzire, precum şi a variaţiei vitezei relative mediu-particulă.

Rezultatele cercetărilor experimentale au pus în evidenţă dependenţa acestora de valoarea timpului de ardere a particulei în cazul în care viteza relativă mediu-particulă este nulă. Au fost obţinute astfel, relaţiile :

$$\tau_r = \tau_{r_0} \cdot \frac{B_r}{T_a^{0,71} \cdot w^{0,32}}, \qquad (6)$$

*bela 4*
**lui $K_{v_r}$ $K_n$, $m_1$ şi $m_2$**

| ORDA | | | | | | ROVINARI | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 300 | | | 400 | 500 | | — | 200 | | | 300 | | | 400 | 500 |
| 2 | 3 | 5 | 3 | 3 | 5 | 0 | 2 | 3 | 5 | 2 | 3 | 5 | 3 | 3 |
| 1,97 | 1,97 | 1,84 | 2,01 | 1,98 | — | 2,02 | 1,97 | 2,04 | 1,98 | 1,91 | 1,75 | 1,97 | 2,01 | 1,75 |
| 45 | 46 | 55 | 45 | 40 | — | 85 | 35 | 26 | 36 | 40 | 46 | 33 | 29 | 49 |
| 1,93 | 1,89 | — | 1,97 | 1,94 | 1,97 | 2,08 | 1,95 | — | — | 2,0 | 1,98 | 1,96 | 1,99 | 1,95 |
| 46 | 49 | — | 49 | 47 | 44 | 88 | 36 | — | — | 33 | 29 | 23 | 35 | 35 |
| — | — | — | — | 1,86 | — | 1,94 | — | — | — | — | — | — | — | 2,00 |
| — | — | — | — | 57 | — | 71 | — | — | — | — | — | — | — | 31 |
| 1,80 | 1,99 | 2,01 | 1,95 | 1,89 | — | 2,09 | 1,89 | 1,95 | 1,99 | 1,98 | 1,88 | 1,86 | 1,75 | 1,96 |
| 338 | 311 | 223 | 298 | 220 | — | 800 | 423 | 313 | 245 | 294 | 224 | 214 | 220 | 188 |
| 1,97 | 1,89 | — | 1,97 | 1,99 | 1,97 | 1,97 | 1,96 | — | — | 1,99 | 1,90 | 2,04 | 1,90 | 1,90 |
| 254 | 228 | — | 224 | 218 | 211 | 700 | 318 | — | — | 172 | 171 | 115 | 169 | 164 |
| — | — | — | — | 2,02 | — | 1,96 | — | — | — | — | — | — | — | 1,94 |
| — | — | — | — | 212 | — | 600 | — | — | — | — | — | — | — | 134 |

pentru cărbunii superiori şi

$$\tau_r = \tau_{r_0} \cdot \frac{B_r}{T_a^{0,78} \cdot w^{0,32}}, \qquad (7)$$

pentru cărbunii inferiori.

„$B_r$" este funcţie de natura combustibilului şi are valoarea de 62,5 pentru cărbunele de Rovinari, 49 pentru cărbunele de Vulcan şi 40 pentru cărbunele de Leorda. Înlocuind în relaţiile (6) şi (7) valoarea lui $\tau_{r_0}$ demonstrată anterior [4], [5] se obţine :

$$\tau_r = \frac{B_r}{T_a^{0,71} \cdot w^{0,32}} \left( \frac{2090}{T_0} - 0,64 \right) \left( \frac{74,6}{O_2} - 2,55 \right) \cdot K_{D\left(\frac{1000°C}{21\%O_2}\right)} \cdot d^2_{m_c}, \qquad (8)$$

pentru cărbunii superiori şi respectiv

$$\tau_r = \frac{B_r}{T_a^{0,78} \cdot w^{0,32}} \left( \frac{2090}{T_0} - 0,64 \right) \left( \frac{46,7}{O_2} - 1,23 \right) \left( \cdot K_{D\left(\frac{1000°C}{21\%O_2}\right)} \cdot d^{12}_{m_c}, \right. \qquad (9)$$

pentru cărbunii inferiori.

Relaţiile (8) şi (9) dau dependenţa complexă a timpului de ardere a reziduului carbonos de caracteristicile mediului şi natura combustibilului.

## 4. CONCLUZII

Cercetările efectuate asupra arderii individuale a particulelor cuprinse între 500 μ şi 3 000 μ într-un cîmp ale cărui caracteristici au fost variate în limite largi, temperatura între 700°C şi 900°C, viteza între 2 m/s şi 5 m/s iar temperatura aerului insuflat între 20°C şi 500°C au pus în evidenţă dependenţa celor trei componente ale timpului de ardere a particulei de caracteristicile mediului şi de natura combustibilului.

Înregistrările pe peliculă cinematografică a întregului proces de modificare a geometriei particulei în timpul arderii au confirmat ipoteza făcută anterior că factorul de umflare este o caracteristică a fiecărui combustibil, el nefiind funcţie de caracteristicile mediului.

Creşterea nivelului de preîncălzire a aerului insuflat, precum şi creşterea valorii vitezei relative mediu-particulă determină o micşorare sensibilă a tuturor componentelor timpului de ardere a particulei de combustibil solid.

În limitele de variaţie studiate ale caracteristicilor mediului, dependenţa dintre timpul de ardere a substanţelor volatile şi a reziduului carbonos de diametrul mediu corectat îşi menţine forma demonstrată analitic şi confirmată experimental pentru cazul arderii particulei într-un mediu fix.

Cercetările efectuate au permis elucidarea modului de desfăşurare a procesului de ardere a particulei de combustibil solid în cazul în care este spălată de mediul ambiant, determinarea valorilor componentelor timpului de ardere pentru cele trei tipuri de cărbuni din ţara noastră, precum şi stabilirea relaţiilor generale de calcul a timpului de ardere funcţie de caracteristicile mediului şi de natura combustibilului.

## NOTAŢII

$A^a$ — conţinutul de cenuşă raportat la masa de laborator, [%],
$B_1$ — constantă în relaţiile (4) şi (5), [—],
$d_{m_c}$ — diametrul mediu corectat, [cm],
$G_p$ — greutatea particulei, [g]
$K_0$ — coeficient în relaţia (1), [g/cm³],
$K_r$ — constanta timpului de ardere a reziduului carbonos, [s/cm²],
$K_2$ — constanta timpului de ardere a reziduului carbonos, [s/cm²],
$K_{r_0}$ — constanta timpului de pregătire, [s°K²/cm²],
$K_v$ — constanta timpului de ardere a substanţelor volatile, [s/cm²],
$m$ — exponent în relaţia (1), [—],
$m_1$, $m_2$ — exponenţi în relaţia timpului de ardere a substanţelor volatile şi respectiv a reziduului carbonos, [—],
$Q_i^a$ — puterea calorifică inferioară raportată la masa de laborator, [Kcal/kg],
$T_a$ — temperatura de preîncălzire a aerului, [°K],

$T_0$ — temperatura mediului ambiant, [°K]
$V$ — conţinutul de substanţe volatile, [%],
$W$ — viteza lineară a fluxului, [cm/s],
$\tau$ — timpul total de ardere al particulei, [s],
$\tau_p$ — timpul de pregătire al particulei, [s],
$\tau_r$ — timpul de ardere a reziduului carbonos, [s],
$\tau_v$ — timpul de ardere a substanţelor volatile, [s].

## BIBLIOGRAFIE

1. I. Carabogdan, Timpul de ardere a particulei de combustibil solid şi influenţa factorului geometric. S.C.E. 1965, nr. 2, p. 397—413.
2. I. Carabogdan, Dependenţa vitezei de ardere a particulei e natura combustibilului. S.C.E. 1967, nr. 1, p. 89—99.
3. I. Carabogdan, Corelaţia dintre viteza de ardere a particulei de combustibil şi temperatura mediului. S.C.E. 1967, nr. 2, p. 283—292.
4. I. Carabogdan, Corelaţia dintre viteza de ardere a particulei de combustibil solid şi concentraţia de oxigen a mediului. S.C.E., 1967, nr. 3, p. 557—566.
5. I. I. Carabogdan, Studiul vitezei de ardere a particulei de combustibil solid, în cazul în care viteza relativă mediu-particulă este nulă. Teză de doctorat Bucureşti, 1967.
6. Ю. А. Финаев, *Скорость горения торфяных частиц в связи с выходом летучих*, Инж. Физ. Жур., II (1960), p. 65—68.
7. Б. В. Канторович, *Закономерности, наблюдаемые в процессах горения натурального твердого топлива*, Тепло и массоперенос, *4*, Минск (1966), p. 167—174.

# CÎMPUL ELECTROMAGNETIC AL UNOR SPIRE PARCURSE DE CURENT ALTERNATIV ÎN PREZENȚA UNOR COJI SFERICE CONDUCTOARE

DE

ANDREI ȚUGULEA și ION R. CIRIC

În lucrare se obține soluția exactă a regimului cvasistaționar al cîmpului electromagnetic al unor spire circulare conductoare parcurse de curent alternativ, coaxiale cu o coajă sferică conductoare de grosime oarecare, spirele fiind situate fie în interiorul, fie în exteriorul acesteia. Se calculează coeficientul de ecranare și pierderile în coaja sferică conductoare. Se obțin soluții aproximative și se determină domeniile lor de valabilitate, pentru cazul cojilor subțiri în raport cu raza lor medie.

## 1. INTRODUCERE

În lucrare autorii studiază cîmpul electromagnetic cvasistaționar al unor spire circulare parcurse de curent alternativ, situate în interiorul sau în exteriorul unei coji sferice conductoare, axele spirelor trecînd prin centrul cojii. Rezultatele unui astfel de studiu pot prezenta interes pentru cercetarea ecranelor electromagnetice sferice sau de forme aproximabile prin coji sferice, utilizate în telecomunicații [1], pentru tratamentele termice prin curenți induși [2], pentru suspensiile prin levitație electromagnetică ale unor corpuri sferice în formă de coajă sferică [3], utilizate de exemplu ca giroscoape în navigația inerțială sau ca balanțe fără reazem corporal.

În literatură problema a fost rezolvată presupunînd fie cîmpul magnetic inductor uniform [1], fie ecranul suficient de subțire în raport cu raza sa [4].

Autorii au reușit să stabilească o soluție absolut generală, care, pe de o parte, poate degenera prin particularizări în soluțiile cunoscute pînă în prezent, iar pe de altă parte, poate fi aplicată și în cazurile în care soluțiile cunoscute pînă în prezent nu se potrivesc.

St cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 2, p. 355—379, 1968

Fie, prin urmare, o coajă sferică conductoare, de rază interioară $a$ și rază exterioară $b$, situată în cîmpul magnetic al unor spire circulare conductoare filiforme, parcurse de curenți alternativi de aceeași frecvență, axele spirelor trecînd prin centrul cojii. Poziția uneia din spirele conductoare este dată prin coordonatele sferice $r = r_s$ și $\theta = \theta_s$ ale punctelor acesteia.

Materialul ecranului se presupune liniar și omogen, cu conductivitatea $\sigma$ și permeabilitatea $\mu$ constante și independente de mărimile cîmpului. Mediile din cavitatea interioară a cojii și din exteriorul cojii sînt neconductoare ($\sigma = 0$) și nemagnetice de permeabilitate practic egală cu permeabilitatea vidului, $\mu_0$. În această situație se poate utiliza superpoziția efectelor, considerînd cîmpul electromagnetic rezultant drept suprapunerea cîmpurilor electromagnetice pe care le-ar produce în prezența cojii fiecare dintre spirele conductoare, dacă ar exista singură în aceeași poziție relativă față de coajă și fiind parcursă de același curent.

În felul acesta, problema se reduce la studiul cîmpului electromagnetic condiționat de o singură spiră parcursă de curent alternativ în două situații distincte : așezată în interiorul cojii și așezată în exteriorul ei. Pentru rezolvarea problemei se ține seamă că, la frecvențele care interesează, regimul cîmpului electromagnetic este cvasistaționar atît în conductoare, cît și în afara lor. De asemenea, se ține seama de simetria axială a sistemului spiră-coajă.

## 2. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC AL UNEI SPIRE SITUATE ÎN INTERIORUL COJII

Sistemul axelor de coordonate se poate alege ca în figura 1, unde $r$, $\theta$ și $\varphi$ sînt coordonatele sferice ale unui punct curent, $r_s = r_\alpha < a$ și $\theta_s = \theta_\alpha$ sînt coordonatele sferice corespunzătoare punctelor spirei circulare parcursă de curentul sinusoidal $i^{(\alpha)} = \sqrt{2}\, I^{(\alpha)} \sin \omega t$. (Indicele $\alpha$ se referă la curenții și cîmpurile conductoarelor situate în interiorul cojii). Ținînd seama că interesează regimul armonic permanent, se vor utiliza reprezentările în complex ale mărimilor electromagnetice.

În condițiile problemei formulate, potențialul magnetic vector $\underline{\boldsymbol{A}}^{(\alpha)}$ va avea o singură componentă $\underline{A}_\varphi^{(\alpha)}$ dirijată tangențial în sensul de curgere a curentului (se consideră cazul uzual, cînd se alege $\operatorname{div} \underline{\boldsymbol{A}} = 0$) și nu va depinde de coordonata $\varphi$,

$$\underline{\boldsymbol{A}}^{(\alpha)}(r,\ \theta) = \boldsymbol{u}_\varphi \cdot \underline{A}^{(\alpha)}(r,\ \theta), \tag{1}$$

unde $\boldsymbol{u}_\varphi$ e versorul tangențial, orientat în sensul de creștere al coordonatei $\varphi$.

Deoarece coaja sferică delimitează trei domenii distincte, cavitatea interioară ($r \leqslant a$), interiorul cojii ($a \leqslant r \leqslant b$) și exteriorul acesteia ($r \geqslant b$), este necesar să se rezolve ecuațiile cîmpului pentru fiecare din aceste domenii. Fie $\underline{\boldsymbol{A}}_i^{(\alpha)}(r,\ \theta)$ potențialul vector în cavitatea interioară a cojii, $\underline{\boldsymbol{A}}^{(\alpha)}(r,\ \theta)$ potențialul vector în masa cojii sferice și $\underline{\boldsymbol{A}}_e^{(\alpha)}(r,\ \theta)$ potențialul vector în exteriorul cojii.

Aceste mărimi vor satisface ecuațiile

$$\Delta \underline{A}_i^{(\alpha)} = 0 \qquad (r \leqslant a), \tag{2}$$

cu excepția punctelor în care se găsește spira parcursă de curent, unde va apărea o singularitate specifică conductoarelor filiforme în formă de spiră circulară parcurse de curent;

$$\Delta \underline{A}^{(\alpha)} - j\omega\mu\sigma \underline{A}^{(\alpha)} = 0 \quad (a \leqslant r \leqslant b), \tag{3}$$

în masa ecranului, unde $\omega$ este pulsația curentului alternativ, iar $j = \sqrt{-1}$;

$$\Delta \underline{A}_e^{(\alpha)} = 0 \quad (r \geqslant b), \tag{4}$$

în exteriorul ecranului.

Soluțiile ecuațiilor (2), (3) și (4), obținute pentru fiecare domeniu în parte, vor conține constante de integrare, care se vor determina din condițiile de trecere, cum și din condițiile de comportare a soluției în centrul cojii sferice și la infinit.

Ecuațiile satisfăcute de componentele scalare corespunzătoare ale potențialului vector se obțin din (2), (3) și (4), ținîndu-se seama de expresiile componentelor laplacianului unei funcțiuni vectoriale în coordonate sferice:

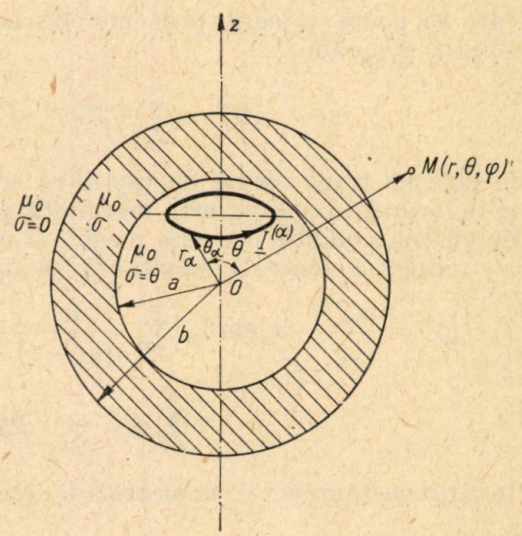



Fig. 1. — Alegerea coordonatelor pentru cazul spirei situate în interiorul cojii sferice.

$$[\Delta \underline{A}\ (r,\ \theta)]_\varphi = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial \underline{A}_\varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta}\left[\frac{1}{\sin\theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \cdot \underline{A}_\varphi\right)\right]. \tag{5}$$

### 2.1. Soluția problemei în domeniul cavității interioare a cojii ($r \leqslant a$)

Ținînd seama de singularitatea potențialului vector $\underline{A}_i^{(\alpha)}$ în punctele în care e situată spira conductoare filiformă parcursă de curent ($r = r_\alpha < a$, $\theta = \theta_\alpha$), este natural să se caute soluția sub forma

$$\underline{A}_i^{(\alpha)} = \underline{A}_i^{(\alpha)'} + \underline{A}_i^{(\alpha)''}, \tag{6}$$

unde $\underline{A}_i^{(\alpha)'}$ satisface ecuația (2) fără restricții, iar $\underline{A}_i^{(\alpha)''}$ are expresia [5]:

$$\underline{A}_i^{(\alpha)''} = \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\alpha)}}{2} \cdot r_\alpha \sin\theta_\alpha \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \cdot \frac{r_<^n}{r_>^{n+1}} \cdot P_n^1(\cos\theta_\alpha)\, P_n^1(\cos\theta), \tag{7}$$

care satisface ecuaţia (2), cu excepţia punctelor în care $r = r_\alpha$ şi $\theta = \theta_\alpha$, şi în care $r_<$, $r_>$ sînt cea mai mică, respectiv cea mai mare dintre mărimile $r$ şi $r_\alpha$, iar $P_n^1$ este funcţiunea lui Legendre asociată de speţa întîia şi de indici $n$ şi 1 ($n$ întreg).

Relaţia (7) reprezintă aşadar condensarea a două expresii, după cum $r_\alpha > r$ şi invers.

Ţinînd seama de expresia (5), $\underline{A}_i^{(\alpha)\prime}$ va satisface deci ecuaţia

$$\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\,\frac{\partial \underline{A}_i^{(\alpha)\prime}}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\cdot\underline{A}_i^{(\alpha)\prime}\right)\right]=0, \tag{8}$$

care se poate integra prin metoda separării variabilelor, obţinîndu-se soluţia generală

$$\underline{A}_i^{(\alpha)\prime}=\sum_{n=1}^{\infty}\underline{C}_n^{(\alpha)}\cdot r^n\cdot P_n^1(\cos\theta), \tag{9}$$

în care s-a ţinut seama de faptul că soluţia este finită în centrul cojii, şi de faptul că soluţia este mărginită pe axa spirei circulare purtătoare de curent, condiţie din care rezultă şi că $n$ este număr întreg.

Soluţia generală rezultantă va fi deci

$$\underline{A}_i^{(\alpha)}=\frac{\mu_0\underline{I}^{(\alpha)}}{2}\cdot r_\alpha\sin\theta_\alpha\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}\cdot\frac{r_<^n}{r_>^{n+1}}\cdot P_n^1(\cos\theta_\alpha)\cdot P_n^1(\cos\theta)+$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\underline{C}_n^{(\alpha)}\cdot r^n\cdot P_n^1(\cos\theta), \tag{10}$$

în care constantele $\underline{C}_n^{(\alpha)}$ urmează a fi determinate din condiţiile de trecere.

### 2.2. Soluţia problemei în domeniul exterior cojii ($r \geqslant b$)

$\underline{A}_e^{(\alpha)}$ va satisface ecuaţia de forma (8), a cărei integrare prin metoda separării variabilelor conduce la soluţia generală

$$\underline{A}_e^{(\alpha)}=\sum_{n=1}^{\infty}\underline{D}_n^{(\alpha)}\cdot r^{-(n+1)}\cdot P_n^1(\cos\theta), \tag{11}$$

în care s-a ţinut seama de condiţiile de mărginire ale soluţiei la infinit şi pe axa spirei circulare. $n$ este un număr întreg, iar $\underline{D}_n^{(\alpha)}$ sînt constante de integrare ce urmează a fi determinate.

### 2.3. Soluţia problemei în însăşi coaja sferică ($a \leqslant r \leqslant b$)

În interiorul cojii este satisfăcută ecuaţia (3), care se mai transcrie, ţinînd seama de expresia (5), în felul următor:

$$\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\,\frac{\partial \underline{A}^{(\alpha)}}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{\sin\theta}\,\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\cdot\underline{A}^{(\alpha)}\right)\right]-\gamma^2\cdot\underline{A}^{(\alpha)}=0, \tag{12}$$

unde s-a notat

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma} = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}(1+j) = \alpha(1+j) = \frac{1}{\delta}\left(1+j\right), \qquad (13)$$

în care $\delta$ este adîncimea echivalentă de pătrundere a cîmpului electromagnetic în mediul conductor.

Utilizînd metoda separării variabilelor şi reducînd, printr-o schimbare de funcţiune simplă, ecuaţia radială la o ecuaţie Bessel modificată, se obţine în definitiv soluţia generală

$$\underline{A}^{(\alpha)} = r^{-\frac{1}{2}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} [\underline{L}_n^{(\alpha)} I_{n+\frac{1}{2}}(\gamma r) + \underline{M}_n^{(\alpha)} \cdot K_{n+\frac{1}{2}}(\gamma r)] \cdot P_n^1(\cos\theta), \qquad (14)$$

în care s-a ţinut seama de condiţiile de mărginire ale soluţiei pentru $\theta = 0$ şi $\theta = \pi$. În această soluţie $n$ este un număr întreg, iar $I_{n+\frac{1}{2}}(\gamma r)$ şi $K_{n+\frac{1}{2}}(\gamma r)$ sînt funcţii Bessel modificate de prima şi a doua speţă, de ordinul $n + \frac{1}{2}$ şi de argumentul complex $(\gamma r)$.

### 2.4. Determinarea constantelor de integrare

Constantele de integrare $\underline{C}_n^{(\alpha)}$, $\underline{D}_n^{(\alpha)}$, $\underline{L}_n^{(\alpha)}$ şi $\underline{M}_n^{(\alpha)}$ se determină numai din condiţiile de trecere la suprafeţele de discontinuitate, care mărginesc coaja sferică conductoare, deoarece de condiţiile din origine şi de la infinit s-a ţinut deja seama. Aceste condiţii exprimă conservarea componentei tangenţiale a intensităţii cîmpului electric şi conservarea componentei tangenţiale a intensităţii cîmpului magnetic.

În cele ce urmează vom presupune că materialul ecranului este nemagnetic, $\mu = \mu_0$. În această situaţie, condiţiile de trecere se exprimă astfel :

$$\left.\begin{aligned} \underline{A}_i^{(\alpha)}(a,\ \theta) &= \underline{A}^{(\alpha)}(a,\ \theta), \\ \left(\frac{\partial \underline{A}_i^{(\alpha)}}{\partial r}\right)_{r=a} &= \left(\frac{\partial \underline{A}^{(\alpha)}}{\partial r}\right)_{r=a} \end{aligned}\right\}, \qquad (15)$$

pentru suprafaţa interioară a cojii $(r = a)$ şi

$$\left.\begin{aligned} \underline{A}^{(\alpha)}(b,\ \theta) &= \underline{A}_e^{(\alpha)}(b,\ \theta) \\ \left(\frac{\partial \underline{A}^{(\alpha)}}{\partial r}\right)_{r=b} &= \left(\frac{\partial \underline{A}_e^{(\alpha)}}{\partial r}\right)_{r=b} \end{aligned}\right\}, \qquad (16)$$

pentru suprafaţa exterioară a cojii $(r = b)$.

Ţinînd seama de expresiile (10), (11) şi (14) şi introducîndu-le în relaţiile (15) şi (16), se obţin următoarele ecuaţii care determină constantele de integrare :

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\mu_0 \underline{I}^{(\alpha)}}{2} \cdot \sin\theta_\alpha \cdot \frac{1}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{r_\alpha}{a}\right)^{n+1} \cdot P_n^1(\cos\theta_\alpha) + \underline{C}_n^{(\alpha)} \cdot a^n = \\
&= a^{-\frac{1}{2}} \cdot [\underline{L}_n^{(\alpha)} \cdot I_{n+\frac{1}{2}}(\gamma a) + \underline{M}_n^{(\alpha)} \cdot K_{n+\frac{1}{2}}(\gamma a)], \\
&-\frac{\mu_0 \underline{I}^{(\alpha)}}{2} \cdot \frac{\sin\theta_\alpha}{r_\alpha} \cdot \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{r_\alpha}{a}\right)^{n+2} \cdot P_n^1(\cos\theta_\alpha) + n \cdot \underline{C}_n^{(\alpha)} \cdot a^{n-1} = \\
&= -\frac{1}{2} a^{-3/2} \cdot [\underline{L}_n^{(\alpha)} \cdot I_{n+\frac{1}{2}}(\gamma a) + \underline{M}_n^{(\alpha)} \cdot K_{n+\frac{1}{2}}(\gamma a)] + \\
&+ \gamma a^{-\frac{1}{2}} [\underline{L}_n^{(\alpha)} \cdot I'_{n+\frac{1}{2}}(\gamma a) + \underline{M}_n^{(\alpha)} K'_{n+\frac{1}{2}}(\gamma a)],
\end{aligned}\right\} \quad (15')$$

respectiv

$$\left.\begin{aligned}
&b^{-\frac{1}{2}} [\underline{L}_n^{(\alpha)} \cdot I_{n+\frac{1}{2}}(\gamma b) + \underline{M}_n^{(\alpha)} \cdot K_{n+\frac{1}{2}}(\gamma b)] = \underline{D}_n^{(\alpha)} \cdot b^{-(n+1)}, \\
&-\frac{1}{2} b^{-3/2} \cdot [\underline{L}_n^{(\alpha)} \cdot I_{n+\frac{1}{2}}(\gamma b) + \underline{M}_n^{(\alpha)} \cdot K_{n+\frac{1}{2}}(\gamma b)] + \\
&+ \gamma b^{-1/2} \cdot [\underline{L}_n^{(\alpha)} \cdot I'_{n+\frac{1}{2}}(\gamma b) + \underline{M}_n^{(\alpha)} K'_{n+\frac{1}{2}}(\gamma b)] = \\
&= -(n+1) \cdot \underline{D}_n^{(\alpha)} \cdot b^{-(n+2)}.
\end{aligned}\right\} \quad (16')$$

Rezolvînd aceste ecuaţii în raport cu constantele necunoscute, se obţine :

$$\underline{C}_n^{(\alpha)} = -a^{-n} \cdot \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\alpha)}}{2} \cdot \sin\theta_\alpha \cdot \frac{1}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{r_\alpha}{a}\right)^{n+1} \cdot P_n^1(\cos\theta_\alpha) \left\{1 + \right.$$

$$\left. + \frac{2n+1}{\gamma a \Delta_n} [I_{n+\frac{1}{2}}(\gamma a) \cdot K_{n-\frac{1}{2}}(\gamma b) + K_{n+\frac{1}{2}}(\gamma a) \cdot I_{n-\frac{1}{2}}(\gamma b)] \right\}$$

$$\left.\begin{aligned}
\underline{D}_n^{(\alpha)} &= -b^n \cdot \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\alpha)}}{2} \cdot \frac{\sin\theta_\alpha}{\gamma^2 (ab)^{\frac{1}{2}} \Delta_n} \cdot \frac{2n+1}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{r_\alpha}{a}\right)^{n+1} \cdot P_n^1(\cos\theta_\alpha), \\
\underline{L}_n^{(\alpha)} &= -\frac{\mu_0 \underline{I}^{(\alpha)}}{2} \cdot \frac{\sin\theta_\alpha}{\gamma a^{\frac{1}{2}} \Delta_n} \cdot \frac{2n+1}{n(n+1)} \left(\frac{r_\alpha}{a}\right)^{n+1} \cdot P_n^1(\cos\theta_\alpha) \cdot K_{n-\frac{1}{2}}(\gamma b), \\
\underline{M}_n^{(\alpha)} &= -\frac{\mu_0 \underline{I}^{(\alpha)}}{2} \cdot \frac{\sin\theta_\alpha}{\gamma a^{\frac{1}{2}} \Delta_n} \cdot \frac{2n+1}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{r_\alpha}{a}\right)^{n+1} \cdot P_n^1(\cos\theta_\alpha) \cdot I_{n-\frac{1}{2}}(\gamma b),
\end{aligned}\right\} \quad (17)$$

în care

$$\Delta_n = I_{n+\frac{1}{2}}(\gamma a) \cdot K_{n-\frac{1}{2}}(\gamma b) - K_{n+\frac{1}{2}}(\gamma a) \cdot I_{n-\frac{1}{2}}(\gamma b). \quad (18)$$

La stabilirea expresiilor (17) pentru constantele de integrare, s-a ţinut seama de formulele de recurenţă ale funcţiilor Bessel şi de consecinţele lor [6]:

$$z \cdot I'_p(z) \pm p \cdot I_p(z) = z \cdot I_{p\mp1}(z),$$
$$z \cdot K'_p(z) \pm p \cdot K_p(z) = -z \cdot K_{p\mp1}(z), \qquad (19)$$
$$I_p(z) \cdot K_{p-1}(z) + K_p(z) \cdot I_{p-1}(z) = \frac{1}{z},$$

valabile pentru orice ordin $p$ şi argument $z$.

Cu expresiile (17) şi (18) soluţia generală pentru potenţialul vector în masa cojii sferice conductoare rezultă:

$$\underline{A}^{(\alpha)}(r, \theta) = -\frac{\mu_0 \underline{I}^{(\alpha)}}{2} \cdot \frac{\sin\theta_\alpha}{\gamma a^{1/2} \cdot r^{1/2}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{r_\alpha}{a}\right)^{n+1} \cdot$$
$$\cdot \frac{I_{n+1/2}(\gamma r) \cdot K_{n-1/2}(\gamma b) + K_{n+1/2}(\gamma r) \cdot I_{n-1/2}(\gamma b)}{I_{n+3/2}(\gamma a) \cdot K_{n-1/2}(\gamma b) - K_{n+3/2}(\gamma a) \cdot I_{n-1/2}(\gamma b)} \cdot P_n^1(\cos\theta_\alpha) \cdot P_n^1(\cos\theta). \qquad (20)$$

Ţinînd seama de dezvoltările asimptotice ale funcţiunilor Bessel modificate, pentru valori mari ale argumentelor [6], se obţine pentru această situaţie soluţia

$$\underline{A}^{(\alpha)} = \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\alpha)}}{2} \cdot \frac{\sin\theta_\alpha}{\gamma(a+x)} \cdot \frac{\mathrm{ch}\,\gamma(d-x)}{\mathrm{sh}\,\gamma d} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{r_\alpha}{a}\right)^{n+1} \cdot$$
$$\cdot P_n^1(\cos\theta_\alpha) \cdot P_n^1(\cos\theta), \qquad (21)$$

unde s-a notat $r = a + x$ şi $d = b - a$.

Această expresie este mai comodă în aplicaţii, deoarece nu mai conţine funcţii cilindrice, iar funcţiile hiperbolice de argument complex se exprimă cu ajutorul funcţiilor hiperbolice şi trigonometrice de argument real, care sînt tabelate pentru o gamă extrem de largă de valori.

### 3. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC AL UNEI SPIRE SITUATE ÎN EXTERIORUL COJII

Considerăm o spiră circulară conductoare aşezată în afara cojii, ca în figura 2, unde $r_s = r_\beta > b$ şi $\theta_s = \theta_\beta$ sînt coordonatele sferice corespunzătoare punctelor spirei parcurse de curentul sinusoidal $i^{(\beta)} = \sqrt{2}\, I^{(\beta)} \sin \omega t$. (Indicele $\beta$ se referă la curenţii şi cîmpurile conductoarelor situate în exteriorul cojii). Utilizînd, ca şi în cazul problemei precedente,

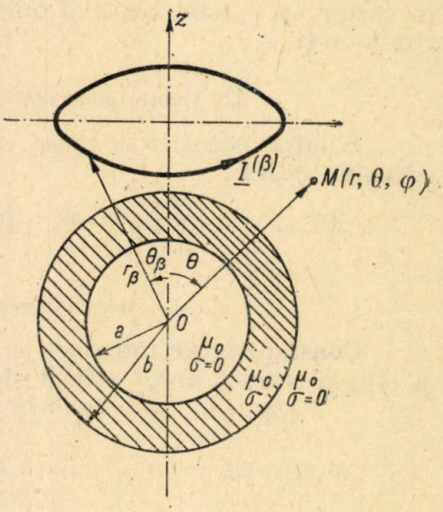



Fig. 2. — Alegerea coordonatelor pentru cazul spirei situate în exteriorul cojii sferice.

reprezentările în complex ale mărimilor armonice, trebuie rezolvate următoarele ecuaţii pentru potenţialul vector $\underline{A}^{(\beta)}(r, \theta) = \boldsymbol{u}_\varphi \cdot A^{(\beta)}(r, \theta)$:

$$\Delta \underline{A}_i^{(\beta)} = 0 \qquad (r \leqslant a), \tag{22}$$

fără nici un fel de restricţii;

$$\Delta \underline{A}^{(\beta)} - j\omega\mu\sigma \underline{A}^{(\beta)} = 0 \quad (a \leqslant r \leqslant b), \tag{23}$$

în masa cojii;

$$\Delta \underline{A}_e^{(\beta)} = 0 \qquad (r \geqslant b), \tag{24}$$

cu excepţia punctelor în care se găseşte spira parcursă de curent, unde potenţialul vector va avea iarăşi o singularitate.

### 3.1. Soluţia problemei în domeniul cavităţii interioare a cojei ($r \leqslant a$)

Utilizînd expresia (5), ţinînd seama că soluţia e finită în origine şi în $\theta = 0$, $\theta = \pi$, se obţine prin metoda separării variabilelor

$$\underline{A}_i^{(\beta)} = \sum_{n=1}^{\infty} \underline{C}_n^{(\beta)} \cdot r^n \cdot P_n^1(\cos\theta), \tag{25}$$

unde constantele $C_n^{(\beta)}$ urmează a fi determinate din condiţiile de trecere.

### 3.2. Soluţia problemei în domeniul exterior cojii ($r \geqslant b$)

Ţinînd seama de singularitatea amintită mai sus, precum şi de condiţiile de mărginire ale soluţiei la infinit şi pe axa spirei, şi procedînd la fel ca în cazul spirei conductoare situate în interiorul cojii, se obţine:

$$\underline{A}_e^{(\beta)} = \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2} \cdot r_\beta \sin\theta_\beta \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \cdot \frac{r_<^n}{r_>^{n+1}} \cdot P_n^1(\cos\theta_\beta) \cdot P_n^1(\cos\theta) +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \underline{D}_n^{(\beta)} \cdot r^{-(n+1)} \cdot P_n^1(\cos\theta), \tag{26}$$

în care $r_<$ şi $r_>$ sînt cea mai mică şi, respectiv, cea mai mare dintre mărimile $r$ şi $r_\beta$.

### 3.3. Soluţia problemei în însăşi coaja sferică ($a \leqslant r \leqslant b$)

Soluţia ecuaţiei în masa cojii este aceeaşi ca şi în problema precedentă, adică

$$\underline{A}^{(\beta)} = r^{-\frac{1}{2}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \underline{L}_n^{(\beta)} \cdot I_{n+\frac{1}{2}}(\gamma r) + \underline{M}_n^{(\beta)} \cdot K_{n+\frac{1}{2}}(\gamma r) \right] \cdot P_n^1(\cos\theta). \tag{27}$$

### 3.4. Determinarea constantelor de integrare

Constantele de integrare se determină din condiţiile de trecere (15) şi (16) şi rezultă drept soluţii ale următoarelor ecuaţii:

$$\left.\begin{aligned} \underline{C}_n^{(\beta)} \cdot a^n &= a^{-\frac{1}{2}} \left[ \underline{L}_n^{(\beta)} \cdot I_{n+\frac{1}{2}}(\gamma a) + \underline{M}_n^{(\beta)} \cdot K_{n+\frac{1}{2}}(\gamma a) \right]; \\ n \cdot \underline{C}_n^{(\beta)} \cdot a^{n-1} &= -\frac{1}{2} a^{-3/2} \cdot \left[ \underline{L}_n^{(\beta)} \cdot I_{n+\frac{1}{2}}(\gamma a) + \underline{M}_n^{(\beta)} \cdot K_{n+\frac{1}{2}}(\gamma a) \right] + \\ &+ \gamma a^{-\frac{1}{2}} \left[ \underline{L}_n^{(\beta)} \cdot I'_{n+\frac{1}{2}}(\gamma a) + \underline{M}_n^{(\beta)} \cdot K'_{n+\frac{1}{2}} \cdot (\gamma a) \right]; \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

$$b^{-1/2}\left[\underline{L}_n^{(\beta)} \cdot I_{n+\frac{1}{2}}(\gamma b) + \underline{M}_n^{(\beta)} \cdot K_{n+\frac{1}{2}}(\gamma b)\right] = \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2} \sin\theta_\beta \frac{1}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{b}{r_\beta}\right)^n \cdot$$

$$\cdot P_n^1(\cos\theta_\beta) + \underline{D}_n^{(\beta)} \cdot b^{-(n+1)};$$

$$-\frac{1}{2} b^{-3/2}\left[\underline{L}_n^{(\beta)} \cdot I_{n+\frac{1}{2}}(\gamma b) + \underline{M}_n^{(\beta)} \cdot K_{n+\frac{1}{2}}(\gamma b)\right] + \gamma b^{-1/2} \cdot \left[\underline{L}_n^{(\beta} \cdot I_{+\frac{1}{2}}(\gamma b) +\right.$$

$$\left. + \underline{M}_n^{(\beta)} \cdot K'_{n+\frac{1}{2}}(\gamma b)\right] = \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2} \cdot \frac{\sin\theta_\beta}{r_\beta} \cdot \frac{1}{n+1} \cdot \left(\frac{b}{r_\beta}\right)^{n-1} \cdot P_n^1(\cos\theta_\beta) -$$

$$-(n+1) \cdot \underline{D}_n^{(\beta)} \cdot b^{-(n+2)}.$$

Soluționînd acest sistem de patru ecuații cu patru necunoscute și ținînd seama de formulele (19), rezultă următoarele expresii ale constantelor de integrare :

$$\left.\begin{aligned}
\underline{C}_n^{(\beta)} &= -a^{-(n+1)} \cdot \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2} \cdot \frac{\sin\theta_\beta}{\gamma^2 (ab)^{1/2} \cdot \Delta_n} \cdot \frac{2n+1}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{b}{r_\beta}\right)^n \cdot P_n^1\left(\cos\theta_\beta\right), \\
\underline{D}_n^{(\beta)} &= -b^{n+1} \cdot \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2} \cdot \frac{\sin\theta_\beta}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{b}{r_\beta}\right)^n \cdot P_n^1\left(\cos\theta_\beta\right) \cdot \left\{1 + \right. \\
&\left. + \frac{2n+1}{\gamma b\, \Delta_n}\left[I_{n+\frac{1}{2}}\left(\gamma b\right) \cdot K_{n+3/2}\left(\gamma a\right) + K_{n+\frac{1}{2}}\left(\gamma b\right) \cdot I_{n+3/2}\left(\gamma a\right)\right]\right\}, \\
\underline{L}_n^{(\beta)} &= -\frac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2} \cdot \frac{\sin\theta_\beta}{\gamma b^{1/2} \Delta_n} \cdot \frac{2n+1}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{b}{r_\beta}\right)^n \cdot P_n^1\left(\cos\theta_\beta\right) \cdot K_{n+3/2}\left(\gamma a\right), \\
\underline{M}_n^{(\beta)} &= -\frac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2} \cdot \frac{\sin\theta_\beta}{\gamma b^{1/2} \Delta_n} \cdot \frac{2n+1}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{b}{r_\beta}\right)^n \cdot P_n^1\left(\cos\theta_\beta\right) \cdot I_{n+3/2}\left(\gamma a\right),
\end{aligned}\right\} \quad (29)$$

în care $\Delta_n$ are aceeași expresie (18).

Soluția generală pentru potențialul vector în masa cojii sferice este :

$$\underline{A}^{(\beta)}\left(r, \theta\right) = -\frac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2} \cdot \frac{\sin\theta_\beta}{\gamma b^{1/2} \cdot r^{1/2}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{b}{r_\beta}\right)^n \cdot$$

$$\cdot \frac{I_{n+1/2}(\gamma r) \cdot K_{n+3/2}(\gamma a) + K_{n+1/2}(\gamma r) \cdot I_{n+3/2}(\gamma a)}{I_{n+3/2}(\gamma a) \cdot K_{n-1/2}(\gamma b) - K_{n+3/2}(\gamma a) \cdot I_{n-\frac{1}{2}}(\gamma b)} \cdot P_n^1\left(\cos\theta_\beta\right) \cdot P_n^1\left(\cos\theta\right) \quad (30)$$

Pentru valori mari ale argumentelor se obține următoarea soluție asimptotică

$$\underline{A}^{(\beta)} = \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2} \cdot \frac{\sin\theta_\beta}{\gamma\,(a+x)} \cdot \frac{\mathrm{ch}\gamma\, x}{\mathrm{sh}\,\gamma\, d} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{b}{r_\beta}\right)^n \cdot P_n^1\left(\cos\theta_\beta\right) \cdot P_n^1\left(\cos\theta\right), \quad (31)$$

cu notațiile $r = a+x$ și $d = b-a$.

### 3.5. Cazuri particulare

a) În cazul unei sfere pline ($a = 0$) aflată în prezenţa spirei circulare conductoare parcurse de curent, se obţin soluţiile cunoscute [7]:

$$\underline{A} = \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2} \cdot \frac{\sin\theta_\beta}{\gamma b^{1/2} \cdot r^{1/2}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{b}{r_\beta}\right)^n \cdot \frac{I_{n+1/2}(\gamma r)}{I_{n-\frac{1}{2}}(\gamma b)} \cdot P_n^1\left(\cos\theta_\beta\right) \cdot P_n^1\left(\cos\theta\right), \tag{32}$$

$$\underline{A}_e = \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2} \cdot r_\beta \sin\theta_\beta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \cdot \frac{r_<^n}{r_>^{n+1}} \cdot P_n^1\left(\cos\theta_\beta\right) \cdot P_n^1\left(\cos\theta\right) +$$

$$+ \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2} \sin\theta_\beta \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{b}{r_\beta}\right)^n \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{n+1} \cdot \left[\frac{2n+1}{\gamma b} \cdot \frac{I_{n+1/2}(\gamma b)}{I_{n-1/2}(\gamma b)} - 1\right] \cdot$$

$$\cdot P_n^1\left(\cos\theta_\beta\right) \cdot P_n^1\left(\cos\theta\right). \tag{33}$$

b) În cazul particular cînd punctele conductorului în formă de spiră circulară sînt foarte depărtate de coaja sferică ($r_\beta \gg b$), reţinînd numai primii termeni ai dezvoltărilor, se obţine soluţia pentru o coajă sferică situată în cîmp magnetic alternativ omogen.

Potenţialul vector în masa ecranului este:

$$\underline{A} = -\frac{3}{2} \underline{B} \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{1/2} \cdot \frac{I_{3/2}(\gamma r) \cdot K_{5/2}(\gamma a) + K_{3/2}(\gamma r) \cdot I_{5/2}(\gamma a)}{I_{5/2}(\gamma a) \cdot K_{1/2}(\gamma b) - K_{5/2}(\gamma a) \cdot I_{1/2}(\gamma b)} \cdot \sin\theta, \tag{34}$$

unde $\underline{B} = \dfrac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2} \cdot \dfrac{\sin^2\theta_\beta}{r_\beta}$ este cîmpul exterior în care se află coaja sferică, presupus omogen în toate punctele acestuia.

Potenţialul vector în cavitatea interioară a cojii este în acest caz:

$$\underline{A}_i = -\frac{3}{2} \underline{B} \frac{1}{\gamma^2 ab} \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{3/2} \cdot \frac{r \sin\theta}{\Delta_1}, \tag{35}$$

în care

$$\Delta_1 = I_{5/2}(\gamma a) \cdot K_{1/2}(\gamma b) - K_{5/2}(\gamma a) \cdot I_{1/2}(\gamma b). \tag{18'}$$

Cîmpul în cavitatea interioară a cojii sferice se obţine:

$$\underline{B}_i = -3 \underline{B} \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{3/2} \cdot \frac{1}{\gamma^2 ab\ \Delta_1}, \tag{36}$$

şi are aceeaşi orientare ca şi cîmpul exterior $\underline{B}$.

Coeficientul de ecranare va fi:

$$|k_e| = \left|\frac{B_i}{B}\right| = 3\left(\frac{b}{a}\right)^{3/2} \cdot \frac{1}{|\gamma^2 ab \cdot \Delta_1|}. \tag{37}$$

## 4. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC REZULTANT ÎN CAZUL A $N_i$ SPIRE SITUATE ÎN INTERIORUL COJII ȘI $N_e$ SPIRE SITUATE ÎN EXTERIORUL COJII

Presupunem că avem $N_i$ spire circulare conductoare parcurse de curenți alternativi, situate în cavitatea interioară a cojii, și $N_e$ spire circulare conductoare parcurse de curenți alternativi, situate în exteriorul cojii, toate spirele considerate avînd aceeași axă care trece prin centrul cojii sferice. Facem ipoteza că toți curenții au aceeași frecvență, valorile lor efective putînd fi oarecare. Sistemul de axe de coordonate se alege astfel încît axa $Oz$ să coincidă cu axa comună a spirelor, iar originea $O$ să coincidă cu centrul cojii conductoare. Fie $r_\alpha$ și $\theta_\alpha$ coordonatele sferice ale tuturor punctelor unei spire din interiorul cavității cojii și $r_\beta$ și $\theta_\beta$ coordonatele sferice ale tuturor punctelor unei spire situate în exteriorul cojii conductoare.

Pentru a obține soluția generală în ipoteza că intensitățile curenților sînt impuse din exterior, putem aplica superpoziția soluțiilor particulare obținute în paragrafele precedente. Efectuînd adunarea soluțiilor parțiale, rezultă :

$$\underline{A}_i(r,\theta) = \frac{\mu_0}{2}\sum_{\alpha=1}^{N_i}\underline{I}^{(\alpha)}\cdot r_\alpha \sin\theta_\alpha \cdot \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}\cdot\frac{r_<^n}{r_>^{n+1}}P_n^1\left(\cos\theta_\alpha\right)\cdot P_n^1\left(\cos\theta\right) +$$

$$+\sum_{\alpha=1}^{N_i}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{C}_n^{(\alpha)}\cdot r^n\cdot P_n^1\left(\cos\theta\right)+\sum_{\beta=1}^{N_e}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{C}_n^{(\beta)}\cdot r^n\cdot P_n^1\left(\cos\theta\right), \tag{38}$$

în care $r_<$ și $r_>$ sînt cea mai mică și, respectiv, cea mai mare dintre mărimile $r$ și $r_\alpha$ ;

$$\underline{A}(r,\theta) = r^{-1/2}\cdot\sum_{\alpha=1}^{N_i}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\underline{L}_n^{(\alpha)}\cdot I_{n+1/2}\left(\gamma r\right)+\underline{M}_n^{(\alpha)}\cdot K_{n+1/2}\left(\gamma r\right)\right]\cdot P_n^1\left(\cos\theta\right)+$$

$$+r^{-1/2}\cdot\sum_{\beta=1}^{N_e}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\underline{L}_n^{(\beta)}\cdot I_{n+1/2}\left(\gamma r\right)+\underline{M}_n^{(\beta)}\cdot K_{n+1/2}\left(\gamma r\right)\right]\cdot P_n^1\left(\cos\theta\right) \tag{39}$$

și

$$\underline{A}_e(r,\theta) = \sum_{\alpha=1}^{N_i}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{D}_n^{(\alpha)}\cdot r^{-(n+1)}\cdot P_n^1\left(\cos\theta\right)+\frac{\mu_0}{2}\sum_{\beta=1}^{N_e}\underline{I}^{(\beta)}r_\beta\sin\theta_\beta\cdot$$

$$\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}\cdot\frac{r_<^n}{r_>^{n+1}}\cdot P_n^1\left(\cos\theta_\beta\right)\cdot P_n^1\left(\cos\theta\right)+\sum_{\beta=1}^{N_e}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{D}_n^{(\beta)}\cdot r^{-(n+1)}\cdot P_n^1\left(\cos\theta\right), \tag{40}$$

în care $r_<$ și $r_>$ sînt cea mai mică și, respectiv, cea mai mare dintre mărimile $r$ și $r_\beta$.

În aceste relații constantele $\underline{C}_n^{(\alpha)}$, $\underline{C}_n^{(\beta)}$, $\underline{D}_n^{(\alpha)}$, $\underline{D}_n^{(\beta)}$, $\underline{L}_n^{(\alpha)}$, $\underline{L}_n^{(\beta)}$, $\underline{M}_n^{(\alpha)}$ și $\underline{M}_n^{(\beta)}$ au valorile care rezultă din expresiile (17), (18) și (29).

*Observație* : În situația în care avem în sistemul considerat de spire circulare conductoare, parcurse de curenți alternativi, anumite spire cu axele necoincidente cu axele celorlalte spire, dar care trec prin centrul cojii sferice conductoare, se poate aplica iarăși superpoziția soluțiilor

particulare obţinute pentru fiecare spiră parcursă de curent alternativ în prezenţa cojii în parte şi efectuînd de fiecare dată rotaţia corespunzătoare a sistemului de axe de coordonate, ţinînd seama de unghiul făcut de axa fiecărei spire cu axa $Oz$.

Cunoscînd potenţialul vector rezultant, se pot determina cîmpurile şi anume : cîmpul magnetic în cavitatea interioară a cojii conductoare, în însăşi coaja conductoare şi în exteriorul cojii conductoare, precum şi cîmpul electric în însăşi coaja conductoare. Rezultă :

$$\underline{\boldsymbol{H}}_i = \frac{1}{\mu_0} \boldsymbol{rot}\, \underline{\boldsymbol{A}}_i = \frac{1}{\mu_0} \boldsymbol{rot}\left(\boldsymbol{u}_\varphi \cdot \underline{A}_i\right) =$$

$$= -\frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r \sin\theta} \boldsymbol{u}_\varphi \times \boldsymbol{grad}\left[ r \sin\theta \cdot \underline{A}_i \right], \tag{41}$$

şi analog,

$$\underline{\boldsymbol{H}} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r \sin\theta} \boldsymbol{u}_\varphi \times \boldsymbol{grad}\left[ r \sin\theta \cdot \underline{A} \right], \tag{42}$$

respectiv

$$\underline{\boldsymbol{H}}_e = -\frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r \sin\theta} \boldsymbol{u}_\varphi \times \boldsymbol{grad}\left[ r \sin\theta \cdot A_e \right]. \tag{43}$$

Intensitatea cîmpului electric în însăşi coaja sferică conductoare va fi :

$$\underline{\boldsymbol{E}} = -j\omega \underline{\boldsymbol{A}} = -\boldsymbol{u}_\varphi \cdot j\omega \underline{A}. \tag{44}$$

Cîmpul electric în cavitatea interioară a cojii şi în exteriorul ei nu e complet determinat de potenţialul electrodinamic vector. Pentru determinarea sa completă este necesar să se adauge şi o componentă provenind dintr-un potenţial electrodinamic scalar. Cum această componentă nu prezintă interes pentru calculul forţelor şi pierderilor, în cele ce urmează nu o vom mai lua în consideraţie.

## 5. CALCULUL PIERDERILOR ACTIVE ÎN COAJA CONDUCTOARE

Pierderile active se calculează în mod obişnuit cu ajutorul fluxului vectorului Poynting prin suprafaţa laterală a coajei conductoare [8].

În acest scop este util să se calculeze componenta radială a vectorului Poynting, singura care intervine în calculul fluxului de energie.

Ţinînd seama de exprimarea cîmpurilor $\underline{\boldsymbol{E}}$ şi $\underline{\boldsymbol{H}}$ din coaja conductoare funcţie de potenţialul vector (42), (44), vom exprima şi vectorul Poynting în funcţie de $\underline{\boldsymbol{A}}$. Rezultă :

$$\underline{S}_r = \boldsymbol{u}_r \cdot \underline{\boldsymbol{S}} = \boldsymbol{u}_r \left[ \underline{\boldsymbol{E}} \times \underline{\boldsymbol{H}}^* \right] = \boldsymbol{u}_r \left\{ j\omega \underline{\boldsymbol{A}} \cdot \boldsymbol{u}_\varphi \times \left[ \boldsymbol{u}_\varphi \times \boldsymbol{grad}\left( r \sin\theta \cdot \underline{A}^* \right) \right] \right\} \frac{1}{\mu_0} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{r \sin\theta} = -j \frac{\omega}{\mu_0} \cdot \frac{\underline{A}}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\left( r \underline{A}^* \right) = -j \frac{\omega}{\mu_0} \left[ \frac{\underline{A}\, \underline{A}^*}{r} + \underline{A} \cdot \frac{\partial \underline{A}^*}{\partial r} \right]. \tag{45}$$

Pierderile active în coaja sferică conductoare vor fi

$$P = \mathcal{R}e\left[\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \underline{\mathcal{E}}_r\left(a, \theta\right)\cdot a^2 \sin\theta\cdot \mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\theta - \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \underline{S}_r\left(b, \theta\right)\cdot b^2 \sin\theta\cdot \mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\theta\right], \quad (46)$$

sau, ţinînd seama de relaţia (45),

$$P = 2\pi\,\mathcal{R}e\left\{j\frac{\omega}{\mu_0}\left[b^2\int_0^{\pi}\left(\underline{A}\cdot\frac{\partial A^*}{\partial r}\right)_{r=b}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta - a^2\int_0^{\pi}\left(\underline{A}\cdot\frac{\partial A^*}{\partial r}\right)_{r=a}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\right]\right\}. \quad (47)$$

Integralele se efectuează asupra unor produse de serii în $P_n^1(\cos\theta)$, conducînd la serii de convergenţă sporită.

## 6. CALCULUL FORŢELOR ELECTRODINAMICE

Pentru calculul forţelor electrodinamice se utilizează formula lui Laplace

$$\Delta\boldsymbol{F} = \mathrm{i}\,\Delta\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B}_{ext}\,, \quad (48)$$

unde $\overline{\Delta\boldsymbol{l}}$ este un vector care are modulul egal cu lungimea elementului de conductor şi care este orientat în sensul curentului, iar $\overline{B}_{ext}$ este inducţia magnetică produsă de toate sursele cîmpului în afară de curentul din conductorul asupra căruia se exercită forţa.

Dacă interesează valoarea instantanee a forţei, trebuie calculată valoarea instantanee a cîmpului, operaţie în principiu simplă, deoarece se cunoaşte expresia reprezentării în complex a acestui cîmp.

Avînd reprezentările în complex ale cîmpurilor, se poate calcula direct valoarea medie (pe o perioadă) a forţei :

$$\Delta\boldsymbol{F}_{\mathrm{med}} = \frac{1}{T}\int_0^{T}\Delta\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}t = \mathcal{R}e\left[\underline{I}^*\cdot\Delta\boldsymbol{l}\times\underline{\boldsymbol{B}}_{ext}\right]. \quad (49)$$

Forţa medie pe unitatea de lungime a spirei va fi :

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{med}} = \frac{\Delta\boldsymbol{F}_{\mathrm{med}}}{\Delta l} = \mathcal{R}e\left[\underline{I}^*\cdot\boldsymbol{u}_\varphi\times\underline{\boldsymbol{B}}_{ext}\right] =$$

$$= \frac{1}{r\sin\theta}\cdot\mathcal{R}e\left\{\underline{I}^*\cdot\mathrm{grad}\left[r\sin\theta\left(\underline{A}-\underline{A}_s\right)\right]\right\}\Big|_{\substack{r=r_s\\ \theta=\theta_s}}, \quad (50)$$

unde $\underline{A}$ este potenţialul vector rezultant, din care se scade $\underline{A}_s$ potenţialul vector propriu al cîmpului produs de curentul din spira conductoare considerată (de forma (7)), expresia trebuind să fie luată în punctele spirei considerate.

Se observă [9], că prezentarea soluţiei sub forma în care contribuţia la potenţialul vector a fiecărui curent din spirele conductoare filiforme a fost separată încă de la început, e deosebit de utilă pentru calculul forţelor. Calculul forţelor asupra cojii conductoare se face aplicînd prin-

cipiul acţiunii şi reacţiunii şi ţinînd seama că coaja conductoare împreună cu conductoarele filiforme formează în regim cvasistaţionar un sistem mecanic izolat.

Utilizarea soluţiilor generale obţinute este destul de dificilă dacă nu se face programarea unor calculatoare în acest scop, deoarece în coeficienţii seriilor intervin funcţiuni Bessel modificate de diferite ordine şi argumente.

Avînd în vedere că în instalaţiile în care intervin, de obicei conductoarele masive sferice fie sînt relativ subţiri în raport cu raza lor, fie sînt pătrunse pe o adîncime relativ mică în raport cu raza lor de către cîmpul electromagnetic exterior, se impun aproximaţii care să ţină seama de aceasta. Aproximaţiile se pot face fie direct în soluţia generală obţinută, utilizînd dezvoltările asimptotice pentru argumente mari ale funcţiunilor Bessel modificate, fie în ecuaţiile care trebuie integrate.

## 7. APROXIMAREA SOLUŢIILOR ÎN CAZUL COJILOR CONDUCTOARE DE GROSIME COMPARABILĂ CU ADÎNCIMEA DE PĂTRUNDERE

Presupunem că grosimea cojii $d = b - a$ este comparabilă cu adîncimea de pătrundere $\delta = \frac{1}{\alpha}$ a cîmpului electromagnetic în coajă, dar este mică în raport cu razele $a$ sau $b$ ale cojii $\left(\frac{d}{a} \ll 1, \frac{d}{b} \ll 1\right)$.

În această situaţie, în ecuaţia diferenţială a potenţialului vector $\underline{A}$ în însăşi coaja conductoare,

$$\frac{\partial^2 \underline{A}}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial \underline{A}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \cdot \underline{A}) \right] - \gamma^2 \underline{A} = 0 \quad (51)$$

se poate dezvolta $\frac{1}{r}$ în jurul razei medii $r_0 = \frac{a+b}{2}$, obţinîndu-se

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_0} - \frac{1}{1!} \frac{1}{r_0^2} (\Delta r) + \frac{2}{2!} \frac{(\Delta r)^2}{r_0^3} - \ldots \cong \frac{1}{r_0},$$

dacă se neglijează infiniţii mici superiori observînd că

$$\Delta r \leqslant d \quad \text{şi că} \quad \frac{d}{r_0} \ll 1.$$

Astfel se obţine ecuaţia

$$\frac{\partial^2 \underline{A}}{\partial r^2} + \frac{2}{r_0} \cdot \frac{\partial \underline{A}}{\partial r} + \frac{1}{r_0^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \cdot \underline{A}) \right] - \gamma^2 \underline{A} = 0, \quad (52)$$

a cărei soluţie obţinută prin metoda separării variabilelor este

$$\underline{A}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{r}{r_0}} [\underline{L}_n \operatorname{ch} \lambda_n r + \underline{M}_n \operatorname{sh} \lambda_n r] \cdot P_n^1 (\cos \theta), \quad (53)$$

în care

$$\lambda_n = \sqrt{\frac{n^2+n+1}{r_0^2} + \gamma^2}.$$

Soluţiile în cavitatea interioară a cojii conductoare şi în exteriorul ei rămîn aceleaşi ca şi în soluţia exactă a problemei, iar determinarea constantelor de integrare se face pe baza aceloraşi condiţii de trecere.

În lucrare nu vom utiliza această aproximaţie, deoarece, aşa cum s-a arătat mai sus, pentru argumente mari, soluţiile de aproximaţie se obţin direct din soluţia generală utilizînd dezvoltările asimptotice ale funcţiunilor Bessel modificate.

## 8. APROXIMAREA SOLUŢIILOR ÎN CAZUL COJILOR CONDUCTOARE FOARTE SUBŢIRI DAR DE CONDUCTIVITATE FINITĂ [5]

O aproximaţie care simplifică mult soluţia, fără a se îndepărta mult de realitate, se obţine considerînd coaja conductoare infinit subţire, avînd o conductivitate superficială finită $\sigma_s = \sigma \cdot d$, unde $d$ este grosimea cojii. În acest caz coaja sferică va constitui o pînză de curenţi induşi.

Densitatea pînzei de curent, datorită simetriei axiale a problemei, nu depinde decît de unghiul $\theta$ şi poate fi dezvoltată în serie de funcţiuni Legendre asociate de prima speţă :

$$\underline{J}_s(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \underline{a}_n \cdot P_n^1(\cos\theta). \tag{54}$$

Potenţialul vector produs într-un punct oarecare de această distribuţie de curenţi este

$$\underline{A}' = \frac{\mu_0}{2} r_0^2 \int_0^{\pi} \underline{J}_S(\theta_J) \cdot \sin\theta_J \cdot \mathrm{d}\theta_J \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \cdot \frac{r^n_<}{r_>^{n+1}} \cdot P_n^1(\cos\theta_J) \cdot P_n^1(\cos\theta) \right], \tag{55}$$

unde $r_0 = \dfrac{a+b}{2} \approx a \approx b$, iar $r_<$, $r_>$ sînt cea mai mică, respectiv cea mai mare dintre mărimile $r$ şi $r_0$.

Rezultă următoarele expresii ale potenţialului vector condiţionat de curenţii induşi :

$$\underline{A}'_i = \mu_0 r_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \left( \frac{r}{r_0} \right)^n \cdot \underline{a}_n \cdot P_n^1(\cos\theta), \tag{56}$$

pentru $r < r_0$, şi

$$\underline{A}'_e = \mu_0 r_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \left( \frac{r_0}{r} \right)^{n+1} \cdot \underline{a}_n \cdot P_n^1(\cos\theta), \tag{57}$$

pentru $r > r_0$.

Dacă, pentru simplicitate, presupunem că în interiorul cavităţii cojii conductoare se află o singură spiră parcursă de curentul $\underline{I}^{(\alpha)}$ şi caracterizată prin coordonatele $r_\alpha$ şi $\theta_\alpha$ şi, respectiv, în exteriorul cojii se află de asemenea o singură spiră parcursă de curentul $\underline{I}^{(\beta)}$, coaxială cu prima şi caracterizată prin coordonatele $r_\beta$ şi $\theta_\beta$, potenţialul vector rezultant în interiorul cavităţii cojii conductoare şi în exteriorul acesteia se obţine prin superpoziţie.

Astfel, pentru cîmpul interior rezultă :

$$\underline{A}_i = \underline{A}'_i + \underline{A}^{(\alpha)} + \underline{A}^{(\beta)} \tag{58}$$

şi

$$\underline{A}_e = \underline{A}'_e + \underline{A}^{(\alpha)} + \underline{A}^{(\beta)} \tag{59}$$

unde

$$\underline{A}^{(\alpha)} = \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\alpha)}}{2} r_\alpha \sin\theta_\alpha \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \cdot \frac{r_<^n}{r_>^{n+1}} P_n^1(\cos\theta_\alpha) \cdot P_n^1(\cos\theta), \tag{60}$$

în care $r_< r_>$, sînt cea mai mică, respectiv cea mai mare dintre mărimile $r$ şi $r_\alpha$, şi

$$\underline{A}^{(\beta)} = \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2} r_\beta \sin\theta_\beta \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \cdot \frac{r_<^n}{r_>^{n+1}} \cdot P_n^1(\cos\theta_\beta) \cdot P_n^1(\cos\theta), \tag{61}$$

în care $r_<$, $r_>$ sînt cea mai mică, respectiv cea mai mare dintre mărimile $r$ şi $r_\beta$.

Observăm că pe conturul $r = r_0$, $\underline{A}_i = \underline{A}_e$, deoarece $\underline{A}'_i = \underline{A}'_e = \underline{A}'$.

Pentru determinarea constantelor necunoscute $\underline{a}_n$ din dezvoltarea (54), se aplică legea inducţiei electromagnetice combinată cu legea conducţiei electrice în punctele cojii sferice conductoare :

$$\sigma_s \underline{\boldsymbol{E}} = \underline{\boldsymbol{J}}_s \text{ unde } \underline{\boldsymbol{E}} = -j\omega \underline{\boldsymbol{A}}$$

sau, explicitînd, rezultă

$$-j\omega\sigma_s [\underline{A}' + \underline{A}^{(\alpha)} + \underline{A}^{(\beta)}]_{r=r_0} = J_s. \tag{62}$$

Introducînd dezvoltările în serie ale potenţialelor şi densităţii de curent, rezultă ecuaţia :

$$-j\omega\cdot\sigma_s \left[ \mu_0 r_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \cdot \underline{a}_n \cdot P_n^1(\cos\theta) + \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\alpha)}}{2} \sin\theta_\alpha \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \cdot \right.$$

$$\cdot \left( \frac{r_\alpha}{r_0} \right)^{n+1} \cdot P_n^1(\cos\theta_\alpha) \cdot P_n^1(\cos\theta) + \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2} \sin\theta_\beta \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \cdot \left( \frac{r_0}{r_\beta} \right)^n \cdot$$

$$\left. \cdot P_n^1(\cos\theta_\beta) \cdot P_n^1(\cos\theta) \right] = \sum_{n=1}^{\infty} \underline{a}_n \cdot P_n^1(\cos\theta). \tag{63}$$

Identificînd coeficienții funcțiilor Legendre asociate de același ordin, se obține

$$-\frac{j\,\omega\,\mu_0\,\sigma_s}{2\,n(n+1)}\left[\underline{I}^{(\alpha)}\cdot\sin\theta_\alpha\cdot\left(\frac{r_\alpha}{r_0}\right)^{n+1}\cdot P_n^1(\cos\theta_\alpha)+\underline{I}^{(\beta}\cdot\sin\theta_\beta\cdot\left(\frac{r_0}{r_\beta}\right)^n\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\,P_n^1(\cos\theta_\beta)\right]=\underline{a}_n\left[1+\frac{j\,\omega\,\mu_0\,\sigma_s\,r_0}{2n+1}\right], \tag{64}$$

de unde rezultă

$$\underline{a}_n=\frac{-\frac{\gamma^2 d}{2n(n+1)}\left[\underline{I}^{(\alpha)}\cdot\sin\theta_\alpha\cdot\left(\frac{r_\alpha}{r_0}\right)^{n+1}\cdot P_n^1(\cos\theta_\alpha)+\underline{I}^{(\beta)}\cdot\sin\theta_\beta\left(\frac{r_0}{r_\beta}\right)^n\cdot P_n^1(\cos\theta_\beta)\right]}{\left[1+\frac{\gamma^2\,dr_0}{2n+1}\right]}, \tag{65}$$

în care

$$\gamma^2=j\,\omega\,\mu_0\,\sigma.$$

Convergența seriilor în care intervin acești coeficienți este asigurată de factorii subunitari $\left(\frac{r_\alpha}{r_0}\right)^{n+1}$ și $\left(\frac{r_0}{r_\beta}\right)^n$ de la numărător, care descresc repede.

Pentru cazul mai general a $N_i$ spire în interiorul cavității cojii conductoare și $N_e$ spire în exteriorul ei, toate spirele fiind coaxiale, prin superpoziție se obține :

$$\underline{a}_n=\frac{-\frac{\gamma^2\,d}{2n(n+1)}\left[\sum_{\alpha=1}^{N_i}\underline{I}^{(\alpha)}\sin\theta_\alpha\cdot\left(\frac{r_\alpha}{r_0}\right)^{n+1}\cdot P_n^1(\cos\theta_\alpha)+\sum_{\beta=1}^{N_e}\underline{I}^{(\beta)}\cdot\sin\theta_\beta\cdot\left(\frac{r_0}{r_\beta}\right)^n\cdot P_n^1(\cos\theta_\beta)\right]}{\left[1+\frac{\gamma^2\,dr_0}{2n+1}\right]}. \tag{66}$$

Cunoașterea acestor constante determină complet potențialul vector, atît în interiorul, cît și în exteriorul cojii conductoare. Cu ajutorul potențialului vector se poate determina peste tot cîmpul magnetic și intensitatea cîmpului electric în coaja conductoare.

Forțele se calculează așa cum s-a arătat la paragraful 6.

În ceea ce privește calculul pierderilor din coaja sferică conductoare, acestea se pot evalua direct, calculînd efectul Joule :

$$P=\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\rho_s\cdot J_s^2\cdot r_0^2\sin\theta\cdot\mathrm{d}\varphi\cdot\mathrm{d}\theta=2\pi r_0^2\int_0^{\pi}\cdot\rho_s\cdot\underline{J}_s\cdot\underline{J}_s^*\cdot\sin\theta\cdot\mathrm{d}\theta=$$

$$=2\,\pi r_0^2\,\rho_s\left[\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n\,(n+1)}{2n+1}\cdot|\,\underline{a}_n\,|^2\right], \tag{67}$$

unde $\underline{a}_n$ au expresia (66), iar $\rho_s = \frac{1}{\sigma_s} = \frac{\rho}{d}$ reprezintă rezistivitatea superficială a cojii sferice conductoare.

## 9. APROXIMAREA SOLUŢIILOR ÎN CAZUL UNOR COJI SUBŢIRI PERFECT CONDUCTOARE

Simplificarea extremă se obţine presupunînd coaja sferică foarte subţire şi perfect conductoare. Simplificarea aceasta este utilă, fiindcă cu ajutorul ei se pot evalua relativ uşor ordinele de mărime ale efectelor studiate.

Găsirea soluţiilor se poate face fie direct utilizînd, de exemplu, analogia electrostatică a cîmpului magnetic [8], fie prin particularizare din cazul precedent, făcînd în expresia coeficienţilor $\underline{a}_n$ conductivitatea $\sigma$ şi deci şi $\sigma_s$ să tindă la infinit, adică punînd

$$\sigma_s = \lim_{\substack{d\to 0 \\ \sigma\to\infty}} (\sigma d) = \infty.$$

În acest caz, expresiile (65) şi (66) din paragraful precedent îşi conservă valabilitatea, numai că coeficienţii $\underline{a}_n$ iau valorile :

$$\underline{a}_n = -\frac{2n+1}{2n(n+1)} \cdot \frac{1}{r_0} \left[ \sum_{\alpha=1}^{N_i} \underline{I}^{(\alpha)} \cdot \sin\theta_\alpha \cdot \left(\frac{r_\alpha}{r_0}\right)^{n+1} \cdot P_n^1(\cos\theta_\alpha) + \right.$$

$$\left. + \sum_{\beta=1}^{N_e} \underline{I}^{(\beta)} \cdot \sin\theta_\beta \cdot \left(\frac{r_0}{r_\beta}\right)^{n} \cdot P_n^1(\cos\theta_\beta) \right]. \qquad (68)$$

În acest caz extrem, cîmpurile şi forţele se pot calcula ca şi în cazul precedent.

Pentru calculul pierderilor, se poate lua în considerare o anumită conductivitate superficială finită a cojii, efectuîndu-se calculele ca şi în cazul precedent, folosind însă distribuţia curentului din acest caz ideal. Avantajul consistă în aceea că, în acest caz, expresiile coeficienţilor $\underline{a}_n$ sînt mai simple şi calculele se efectuează mai uşor.

## 10. APLICAŢII

Este util ca soluţiile generale exacte şi în diferite aproximaţii, obţinute în lucrare, să se aplice la unele cazuri concrete care prezintă interes în tehnică, verificîndu-se totodată limitele de aplicabilitate ale diferitelor aproximaţii.

### 10.1. Cîmpul electromagnetic rezultant în cazul unei coji sferice situate într-un cîmp magnetic iniţial uniform.

Rezolvarea acestei probleme în diferitele aproximaţii permite obţinerea unor informaţii utile privind domeniile lor de aplicabilitate.

Considerăm, deci, coaja sferică de raze $a$ şi $b > a$, situată într-un cîmp magnetic alternativ, iniţial uniform, a cărui reprezentare în complex este $\underline{B}_0$ (fig. 3).

10.1.1. *Utilizarea soluției exacte de la o coajă conductoare oarecare.* Pentru aprecierea eficacității de ecranare, se va utiliza coeficientul de ecranare. Acesta a fost calculat la (37) și este :

$$k_e = -3\left(\frac{b}{a}\right)^{3/2} \cdot \frac{1}{\gamma^2 ab\,[I_{5/2}(\gamma a)\cdot K_{1/2}(\gamma b) - K_{5/2}(\gamma a)\cdot I_{1/2}(\gamma b)]}. \tag{69}$$

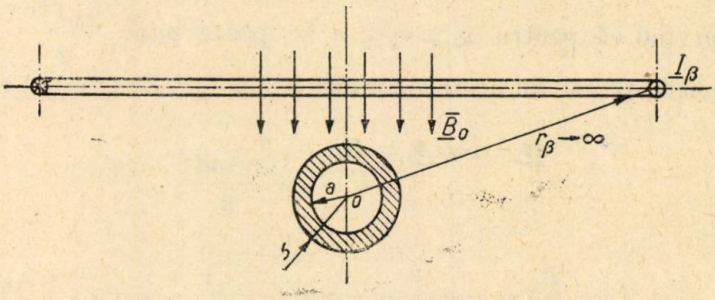



Fig. 3. — Ecranul sferic în cîmp uniform.

Observăm că în cazul ecranelor subțiri $\frac{b-a}{a} = \frac{d}{a} \ll 1$, și deci se pot dezvolta în serie funcțiile de $(\gamma b)$ în jurul valorii $(\gamma a)$ :

$$\begin{aligned} K_{1/2}(\gamma b) &= K_{1/2}\left[\gamma a\left(1+\frac{d}{a}\right)\right] = K_{1/2}(\gamma a) + \frac{\gamma d}{1!}K'_{1/2}(\gamma a) + \ldots \Big], \\ I_{1/2}(\gamma b) &= I_{1/2}\left[\gamma a\left(1+\frac{d}{a}\right)\right] = I_{1/2}(\gamma a) + \frac{\gamma d}{1!}I'_{1/2}(\gamma a) + \ldots \Big] \end{aligned} \tag{70}$$

reținîndu-se numai primii doi termeni din dezvoltare.

Efectuînd aceste operații și ținînd seama apoi și că $b \approx a$, rezultă

$$k_e = \frac{1}{1+\frac{\gamma^2 ad}{3}} = \frac{1}{1+j\frac{\omega\mu_0\sigma da}{3}}, \tag{71}$$

sau în modul :

$$|k_e| = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{\omega^2\mu_0^2\sigma^2 d^2 a^2}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{4}{9}\cdot\left(\frac{a}{d}\right)^2\left(\frac{d}{\delta}\right)^4}}. \tag{72}$$

10.1.2. *Utilizarea soluției aproximative de la coaja conductoare subțire.* În acest caz, reținînd din soluția generală obținută la (58) numai primul termen al dezvoltării, se obține :

$$\underline{A}_i = \frac{\mu_0}{3}\underline{a}_1 \cdot r\sin\theta + \frac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2}\cdot\frac{\sin^2\theta_\beta}{r_\beta}\cdot\frac{1}{2}r\sin\theta, \tag{73}$$

unde

$$\underline{a}_1 = \frac{-\frac{\gamma^2 d}{4}\underline{I}^{(\beta)} \cdot \sin^2\theta_{(\beta)} \cdot \frac{r_0}{r_{(\beta)}}}{1 + \frac{\gamma^2 dr_0}{3}}.$$

Observînd că pentru $r_\beta \gg r_0 \approx a$ se poate pune $\frac{\mu_0 \underline{I}^{(\beta)}}{2} \cdot \frac{\sin^2\theta_\beta}{r_\beta} = \underline{B}_0 = \text{const.}$ și că în aceste condiții

$$\underline{\boldsymbol{B}}_i = \text{rot}\,\underline{\boldsymbol{A}}_i = \underline{\boldsymbol{B}}_0 \frac{1}{1 + \frac{\gamma^2 ad}{3}}, \tag{74}$$

rezultă

$$k_e = \frac{\underline{B}_i}{\underline{B}_0} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma^2 ad}{3}} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega\mu_0\sigma da}{3}}, \tag{75}$$

sau în modul:

$$|k_e| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4}{9}\cdot\left(\frac{a}{d}\right)^2\left(\frac{d}{\delta}\right)^4}}, \tag{76}$$

adică aceeași valoare ca în primul caz. În aceste relații $\delta$ este adîncimea de pătrundere.

Dacă se utilizează aproximația în care intervin funcțiuni hiperbolice, se obține același rezultat, deoarece ea se încadrează între soluția exactă și aproximația cojii subțiri.

În sfîrșit, aproximația cojii perfect conductoare conduce la ecranare perfectă, adică $k_e = 0$. Ea este admisibilă pentru valori

$$\left(\frac{a}{d}\right)^2 \cdot \left(\frac{d}{\delta}\right)^4 \gg 1.$$

În figura 4 sînt trasate familiile de curbe $k_e = f\left(\frac{a}{d}, \frac{d}{\delta}\right)$.

Din studiul efectuat rezultă că întotdeauna cînd $\frac{a}{d} \gg 1$ și $\frac{d}{\delta} \approx 1$,

aproximația ecranului foarte subțire de conductivitate finită se poate aplica în general în studiul problemelor care interesează, conducînd la rezultate ce aproximează foarte bine cîmpurile.

Cum pierderile sînt determinate de cîmpuri prin intermediul vectorului Poynting, sînt temeiuri suficiente de a considera că aproximația e satisfăcătoare și din acest punct de vedere.

Calculul pierderilor în aproximația ecranului subțire. Utilizînd relația generală (67) dedusă în paragraful 8 și ținînd seama că în cazul problemei studiate seria se reduce la un singur termen, se obține :

$$P = \frac{2\pi a^2}{\sigma d} \cdot \frac{4}{3} \cdot |a_1|^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{4\pi a^2}{\sigma d} \cdot \frac{B_0^2}{\mu_0^2} \cdot \left(\frac{a}{\delta}\right)^2 \left(\frac{d}{\delta}\right)^2 |k_e|^2. \tag{77}$$

Evaluarea acelorași pierderi, utilizînd distribuția curenților din cazul ecranului perfect conductor, conduce la relația :

$$P_0 = \frac{3}{2} \cdot \frac{4\pi a^2}{\sigma d} \cdot \frac{B_0^2}{\mu_0^2}. \tag{78}$$

Raportul acestor pierderi este

$$\frac{P}{P_0} = k_p = \frac{\frac{4}{9}\left(\frac{a}{d}\right)^2 \cdot \left(\frac{d}{\delta}\right)^4}{1 + \frac{4}{9}\left(\frac{a}{d}\right)^2 \left(\frac{d}{\delta}\right)^4} \leqslant 1. \tag{79}$$

Se observă că acest raport e foarte apropiat de unitate atunci cînd $\left(\frac{a}{d}\right)^2 \left(\frac{d}{\delta}\right)^4 \gg 1$.

În figura 5 sînt reprezentate familiile de curbe $k_p = f\left(\frac{a}{d}, \frac{d}{\delta}\right)$.

Concluzia esențială care se desprinde din acest studiu este că, pentru calculul pierderilor în ecrane în anumite cazuri, e suficient să se ia în

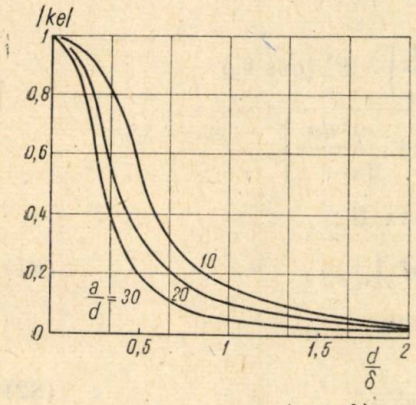



Fig. 4. — Curbele $|k_e| = f\left(\frac{a}{d}, \frac{d}{\delta}\right)$ pentru ecranul subțire situat în cîmp uniform.

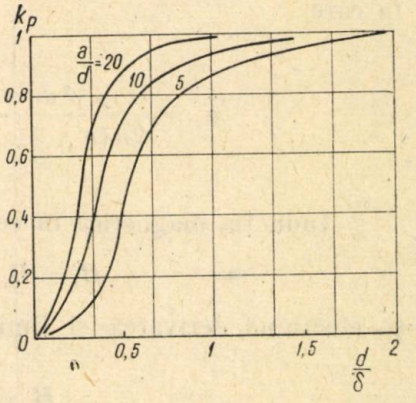



Fig. 5. — Curbele $|k_p| = f\left(\frac{a}{d}, \frac{d}{\delta}\right)$ pentru coaja conductoare subțire situată în cîmp uniform.

considerare distribuția curenților din cazul ideal al ecranului perfect conductor. Curbele din figura de mai sus indică limitele de la care o astfel de aproximație este valabilă. Se observă că, în cazurile practice care interesează, se poate opera întotdeauna cu soluția de la ecranul perfect conductor.

**10.2. Cîmpul electromagnetic rezultant şi pierderile în cazul unei coji conductoare subţiri situate în prezenţa unei spire circulare parcurse de curent alternativ**

Considerăm coaja conductoare sferică de rază $a$ şi grosime $d$, în exteriorul căreia se află o spiră circulară conductoare, coaxială cu coaja, parcursă de curent alternativ şi avînd coordonatele punctelor ei $r = r_\beta$, $\theta = \theta_\beta$ (fig. 6).

Interesează calculul efectului de ecran şi al pierderilor de putere activă în coaja conductoare.

Avînd în vedere concluziile aplicaţiei anterioare, vom studia problema numai în aproximaţia cojii subţiri de conductivitate finită şi în aproximaţia cojii perfect conductoare, pentru a vedea dacă concluziile din paragraful precedent se menţin şi în acest caz. Aceasta se poate face şi direct, dezvoltînd în serie funcţiile Bessel modificate de argument $(\gamma b)$ în jurul argumentului $(\gamma a)$ şi ţinînd seama că coaja conductoare este subţire.

În aproximaţia cojii subţiri de conductivitate finită, potenţialul vector rezultant în interior va fi:

$$\underline{A}_i = \frac{\mu_0 \underline{I}}{2} \sin\theta_\beta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{r}{r_\beta}\right)^n \cdot P_n^1(\cos\theta_\beta) \cdot P_n^1(\cos\theta) +$$

$$+ \mu_0 a \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \cdot \left(\frac{r}{a}\right)^n \cdot \underline{a}_n \cdot P_n^1(\cos\theta), \tag{80}$$

în care

$$\underline{a}_n = \frac{-\gamma^2 d}{2n(n+1)} \cdot \frac{\underline{I} \sin\theta_\beta \left(\frac{a}{r_\beta}\right)^n \cdot P_n^1(\cos\theta_\beta)}{\left[1 + \frac{\gamma^2 da}{2n+1}\right]}.$$

Inducţia magnetică în centrul cojii va fi:

$$\underline{\boldsymbol{B}}_i = \underline{\boldsymbol{B}}_i(0, \theta) = \boldsymbol{rot}\, \underline{\boldsymbol{A}}_i|_{r=0}, \tag{81}$$

şi, efectuînd derivarea şi limita, se obţine:

$$\underline{\boldsymbol{B}}_i = \underline{\boldsymbol{B}}_0 \frac{1}{1 + \frac{\gamma^2 ad}{3}}. \tag{82}$$

Coeficientul de ecranare va fi:

$$k_e = \frac{\underline{B}_i}{\underline{B}_0} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma^2 ad}{3}}, \tag{83}$$

adică acelaşi ca şi în cazul cîmpului uniform.

Pierderile din coaja conductoare vor fi :

$$P = \frac{2\pi a^2}{\sigma d} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n(n+1)}{2n+1} |\underline{a}_n|^2 =$$

$$= \frac{2\pi}{\sigma d} I^2 \sin^2 \theta_\beta \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{[P_n^1(\cos\theta_\beta)]^2}{n(n+1)(n+1/2)} \cdot \left(\frac{a}{r_\beta}\right)^{2n} \cdot \left(\frac{a}{d}\right)^2 \cdot \left(\frac{d}{\delta}\right)^4}{1 + \frac{1}{(n+1/2)^2} \cdot \left(\frac{a}{d}\right)^2 \left(\frac{d}{\delta}\right)^4}. \tag{84}$$

În aproximaţia ecranului perfect conductor, se obţine un coeficient de ecranare nul.

Considerînd distribuţia curenţilor de la coaja perfect conductoare se obţin pierderile

$$P_0 = \frac{2\pi}{\sigma d} I^2 \sin^2 \theta_\beta \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1/2}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{a}{r_\beta}\right)^{2n} \cdot [P_n^1(\cos\theta_\beta)]^2. \tag{85}$$

Calculăm diferenţa relativă procentuală :

$$\varepsilon_p = \frac{P - P_0}{P_0} 100\% =$$

$$= \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1/2}{n(n+1)} \cdot \frac{[P_n^1(\cos\theta_\beta)]^2}{1 + \frac{1}{(n+1/2)^2} \cdot \left(\frac{a}{d}\right)^2 \left(\frac{d}{\delta}\right)^4} \cdot \left(\frac{a}{r_\beta}\right)^{2n}}{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1/2}{n(n+1)} \cdot \left(\frac{a}{r_\beta}\right)^{2n} \cdot [P_n^1(\cos\theta_\beta)]^2} \cdot 100\%. \tag{86}$$

Vom calcula această diferenţă relativă procentuală pentru cazul $\delta \approx d$, pentru $\frac{a}{d} = 10$ şi $\frac{a}{d} = 20$, la diferite valori $\frac{a}{r_\beta}$, presupunînd spira circulară purtătoare de curent aşezată într-un plan de simetrie al cojii conductoare $\left(\theta_\beta = \frac{\pi}{2}\right)$.

Se observă că pentru $\frac{a}{r_\beta} \to 0$ eroarea procentuală este nulă dacă $\left(\frac{a}{d}\right)^2 \left(\frac{d}{\delta}\right)^4 \gg 1$, în acord cu concluzia din aplicaţia precedentă.

Pentru $\frac{a}{r_\beta} \to 1$ eroarea creşte din ce în ce mai mult, seriile de la numărătorul şi numitorul mărimii $\varepsilon_p$ ne mai fiind acum convergente.

Rezultă, prin urmare, că pentru valori $\frac{a}{r_\beta}$ apropiate de unitate nu se mai poate utiliza aproximaţia cojii perfect conductoare. Din curba

trasată pentru $\frac{a}{d} = 10$, se observă că pentru $\frac{a}{r_\beta} = 0{,}5 \ldots 0{,}6$ eroarea este de ordinul a trei procente, pentru ca la $\frac{a}{r_\beta} = 0{,}8$ să fie de ordinul a zece procente. Pentru rapoarte $\frac{a}{d}$ mai mari, erorile sînt mai mici (fig. 7)

Este interesant de relevat că, şi în acest caz [9], aceleaşi pierderi rezultă şi în situaţia cînd spira circulară conductoare este aşezată în inte-

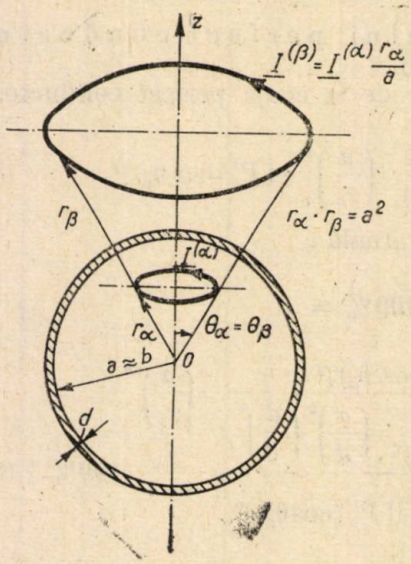



Fig. 6. — Coaja sferică subţire în cîmpul unei spire aşezate fie în interiorul, fie în exteriorul ei.

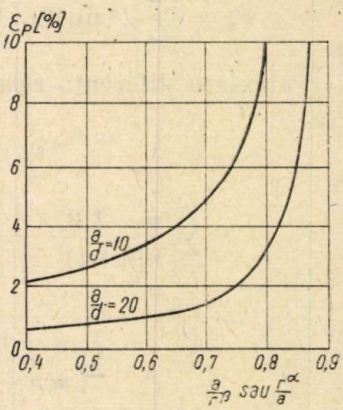



Fig. 7. — Curbele $\varepsilon_p = f\left(\frac{a}{d}, \frac{a}{r_\beta}\right.$ sau $\left.\frac{r_\alpha}{a}\right)$, pentru coaja subţire din figura 6, cînd $\theta_\alpha = \theta_\beta = \frac{\pi}{2}$.

riorul cojii conductoare, dacă sînt satisfăcute condiţiile $\frac{a}{r_\beta} = \frac{r_\alpha}{a}$ sau $r_\alpha r_\beta = a^2$, $\theta_\alpha = \theta_\beta$ şi $I^{(\alpha)} = \frac{a}{r_\alpha} I^{(\beta)}$ (fig. 6).

Se poate enunţa deci următoarea teoremă referitoare la cojile conductoare subţiri :

Pierderile prin efect Joule produse într-o coajă conductoare subţire de curenţii turbionari induşi de o spiră circulară conductoare coaxială cu coaja, parcursă de curent alternativ, sînt aceleaşi dacă se înlocuieşte spira cu imaginea sa magnetică în raport cu coaja, în ipoteza că aceasta ar fi perfect conductoare.

De aceea, concluziile de mai sus referitoare la spira aşezată în exteriorul cojii conductoare se extind şi pentru spire aşezate în interiorul

acesteia. Din această cauză, în abscisa diagramelor din figura 7 se măsoară fie $\frac{a}{r_\beta}$, fie $\frac{r_\alpha}{a}$.

## 11. CONCLUZII

În lucrare s-a obținut soluția exactă a regimului cvasistaționar al cîmpului electromagnetic al unui sistem de spire circulare conductoare parcurse de curenți alternativi în prezența unei coji conductoare sferice oarecare. Problema se poate rezolva și în cazul mai general al unor medii magnetice liniare diferite în interiorul cavității cojii, în masa cojii și în exteriorul acesteia, urmînd aceleași etape ale calculului.

Soluția obținută permite calculul, în cele mai generale cazuri, a coeficientului de ecranare, a pierderilor în coaja conductoare și a forțelor electrodinamice asupra spirelor și cojii.

Pentru coji conductoare subțiri s-au obținut mai multe soluții de aproximație, a căror valabilitate a fost studiată în două cazuri particulare care prezintă interes.

Aplicarea rezultatelor obținute la studiul levitației electromagnetice a unui conductor masiv în formă de coajă sferică va face obiectul unei lucrări viitoare.

## BIBLIOGRAFIE

1. H. KADEN, *Ecrane electromagnetice*, (traducere în limba rusă) Gosenergoizdat, 1957.
2. R. RĂDULEȚ, C. MOCANU, *Beitrag zur Theorie der eisenlosen Induktionsöfen*, Rev. roum. sci. tech. — Electrotechn. Energ., **7**, *2*, (1962), p. 295—319.
3. P. J. GEARY, *Magnetic and electric suspensions*, British scientific instrument research association, 1964.
4. H. BUCHHOLTZ, Elektrische und magnetische Potentialfelder Springer Verlag, Berlin, 1957.
5. W. R. SMYTHE, *Static and dynamic electricity*, New York-Toronto-London, 1950.
6. I. M. RÎJIK, I. S. GRADSTEIN, *Tabele de integrale, sume, serii și produse*, Edit. Tehn., București, 1955.
7. W. BRISLEY, B. S. THORNTON, *Electromagnetic levitation calculations for axially symmetric systems*, Brit. J. Appl. Phys, **14**, *10*, (1963), p. 682—686.
8. R. RĂDULEȚ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, Curs litografiat, vol. I, II, IV (1955—1956).
9. A. ȚUGULEA, *Cîmpul electromagnetic cvasistaționar al conductoarelor rectilinii parcurse de curenți alternativi, în prezența ecranelor electromagnetice cilindrice*, St. cerc. energ. și electrotehn., **14**, *4*, (1964), p. 807—837.

# PIERDERILE SUPLIMENTARE ÎN ÎNFĂŞURĂRILE COMBINATE TIP INDUS DE CURENT CONTINUU

DE

C. BĂLĂ şi AL. FETIŢA

621.313.2.043.017.

În lucrare se stabilesc expresiile de calcul ale distribuţiei curenţilor pe căile de curent ale unei înfăşurări combinate în regim armonic, pe baza cărora se pot determina factorii de majorare a pierderilor datorită refulării şi circulaţiei curenţilor. Se prezintă apoi rezultatele experimentale determinate pe un model de înfăşurare cu referire la înfăşurarea combinată a unui generator de curent continuu de mare putere stabilindu-se tipul constructiv optim.

## 1. INTRODUCERE

Înfăşurarea combinată este formată din două înfăşurări tip indus de curent continuu racordate la acelaşi colector, dintre care una este o înfăşurare ondulată multiplă de ordinul $mp$, iar alta o înfăşurare buclată multiplă de ordinul $m$; paşii de înfăşurare rezultaţi, măsuraţi în lamele de colector satisfac relaţia

$$y_b + y_o = \frac{K}{p}.$$

Această înfăşurare este utilizată îndeosebi în indusul maşinilor de curent continuu de puteri mari şi prezintă avantajele cunoscute la funcţionarea în sarcină a maşinii, fără a mai fi necesare legăturile echipotenţiale de speţa întîia utilizate la înfăşurările buclate simple şi a legăturilor echipotenţiale de speţa doua utilizate la înfăşurările buclate sau ondulate multiple.

Stabilirea construcţiei optime a înfăşurării are la bază pe de o parte studiul pierderilor suplimentare care se produc în conductoarele din crestătură, iar pe de altă parte posibilitatea de realizare economică, după un procedeu tehnologic simplu, a bobinelor şi a înfăşurării.

În lucrarea de faţă se determină distribuţia curenţilor în regim armonic pe căile de curent ale înfăşurării şi se calculează factorii de majorarea pierderilor în cazul concret al unei înfăşurări combinate, utilizată la un generator de curent continuu de putere mare cu care este echipată în prezent [1] locomotiva diesel — electrică produsă de Uzinele Electroputere din ţara noastră. Înfăşurarea este executată în prezent în patru straturi (fig. 1), dintre care primul strat este ocupat de o latură de bobină a înfăşurării ondulate şi este executată cu un singur conductor, al doilea strat şi al treilea strat sînt ocupate de laturi de bobină ale înfăşurării buclate, bobinate cu două conductoare în paralel, spirele elementare fiind îmbrăţişate, al patrulea strat este ocupat de cealaltă latură a bobinei

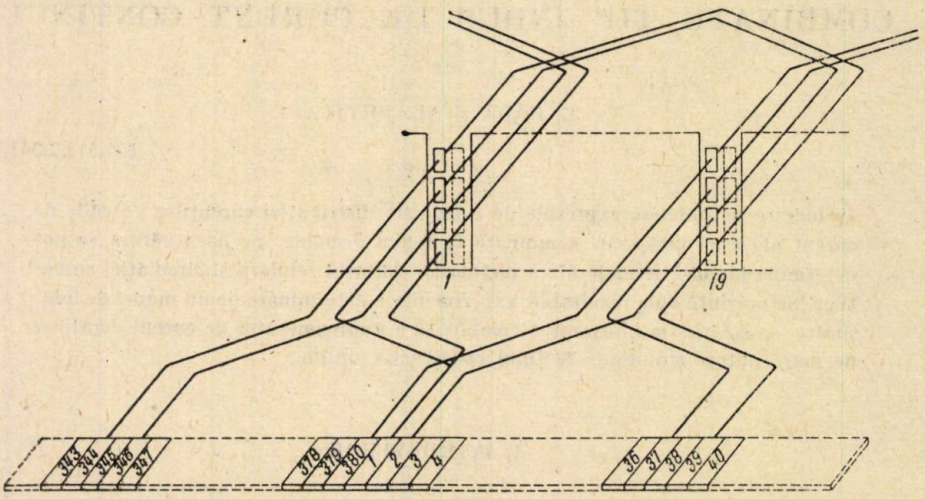



Fig. 1. — Porţiunea din schema desfăşurată a înfăşurării combinate cu $Z = 190$ crestături, $p = 5$ perechi de poli, $u = 2$ secţii pe crestătură, $a = 10$ perechi de căi de curent, iar $y_{1a} = 36$ şi $y_{1b} = 36$ (lamele de colector).

înfăşurării ondulate şi este executată cu două conductoare elementare suprapuse şi transpuse la mijlocul crestăturii. Se examinează pentru comparaţie şi soluţia propusă iniţial [1]. Apoi se studiază şi alte soluţii constructive cu avantaje economice în privinţa procesului tehnologic pentru a se stabili soluţia constructivă optimă.

Studiile şi calculele au fost efectuate pe un model. Înfăşurările modelului se compun din două sau mai multe bobine conectate în paralel, alimentate de la o sursă de curent alternativ sinusoidal; modelul a fost realizat şi a fost experimentat în vederea verificării ipotezelor adoptate în studiu.

Pierderile suplimentare care se produc într-un conductor oarecare din crestătură se compun din pierderile produse datorită refulării curentului în prezenţa cîmpului magnetic de scăpări propriu şi în prezenţa cîmpului de scăpări al celorlalte conductoare situate sub conductorul considerat şi pierderile provocate de curenţii de circulaţie între diferitele căi de curent conectate în paralel.

După cum se arată în anexa 1, pentru un caz mai simplu, rezolvarea exactă a problemei este deosebit de complicată; pentru a obţine soluţii analitice posibile de interpretat, în lucrarea de faţă se procedează astfel:

— se determină mai întîi distribuţia curenţilor din ecuaţiile tensiunilor, scrise în ipoteza că se neglijează reacţia curenţilor turbionari induşi în conductoarele masive;

— în funcţie de valorile curenţilor prin conductoare se determină factorii parţiali de majorarea pierderilor prin conductoare şi factorul de majorarea pierderilor datorită curenţilor de circulaţie.

Rezultate de calcul se examinează în raport cu cele obţinute experimental la încercarea modelului, respectiv a maşinii reale, pentru verificarea ipotezelor făcute şi stabilirea oportunităţii utilizării unui model fizic în examinarea acestor fenomene.

## 2. DISTRIBUŢIA CURENŢILOR PE CĂILE DE CURENT ALE ÎNFĂŞURĂRII

Se consideră înfăşurarea combinată a unei maşini multipolare cu 4 căi de curent. Se presupune că distribuţia curenţilor pe căile de curent este determinată numai de parametrii porţiunilor de înfăşurare; în acest fel studiul distribuţiei curenţilor pe căile de curent se reduce la studiul distribuţiei curenţilor în porţiunile de înfăşurare aşezate în aceleaşi crestături şi conectate în paralel.

Permeanţa specifică $\lambda_e$, corespunzătoare fluxului de scăpări comun din crestătură şi fluxului de scăpări frontal, se presupune aceeaşi pentru oricare bobină. Se neglijează pierderile în circuitul magnetic provocate de fluxul de scăpări, precum şi reacţia curenţilor turbionari induşi în conductoarele masive din crestătură. Se examinează distribuţia curenţilor în regim armonic. Aria secţiunii tuturor conductoarelor din crestătură se consideră constantă; se schimbă numai aria secţiunii conductoarelor elementare şi schema lor de conexiune.

Ecuaţiile tensiunilor obţinute prin aplicarea legii inducţiei electromagnetice fiecărui circuit electric din figura 1 în regim armonic, considerînd neglijabile pierderile în miezul feromagnetic, sînt:

$$\underline{U} = (R_\mu + jX_{\mu\mu})\,\underline{I}_\mu + \mathrm{j}\sum_{\nu\neq\mu} X_{\nu\mu}\underline{I}_\nu, \qquad (1)$$

în care $\mu, \nu = 1, 2, 3, \ldots$ reprezintă numărul circuitelor conectate în paralel la aceleaşi borne; în particular, în figura 1 sînt conectate în paralel trei circuite.

Din ecuaţiile tensiunilor scrise pentru circuitul $\mu$ şi 1, rezultă prin scăderea lor, $\mu - 1$ ecuaţii

$$[R_\mu + \mathrm{j}(X_{\mu\mu} - X_{\mu 1})]\,\underline{I}_\mu + \mathrm{j}\sum_{\nu\neq\mu\neq 1}(X_{\nu\mu} - X_{\nu 1})\,\underline{I}_\nu =$$

$$= [R_1 + \mathrm{j}(X_{11} - X_{1\mu})]\,\underline{I}_1, \qquad (2)$$

cu necunoscutele $I_1, I_2, \ldots, I_\mu$. Sistemul de ecuaţii se rezolvă în raport cu una dintre necunoscute (de exemplu în raport cu $I_1$).

### 2.1. Înfăşurările executate cu bare nedivizate

În cazul înfăşurării executate cu bare nedivizate, bobinele fiind îmbrăţişate şi aşezate în crestătură ca în figura 2*a*, ecuaţia (2) devine :

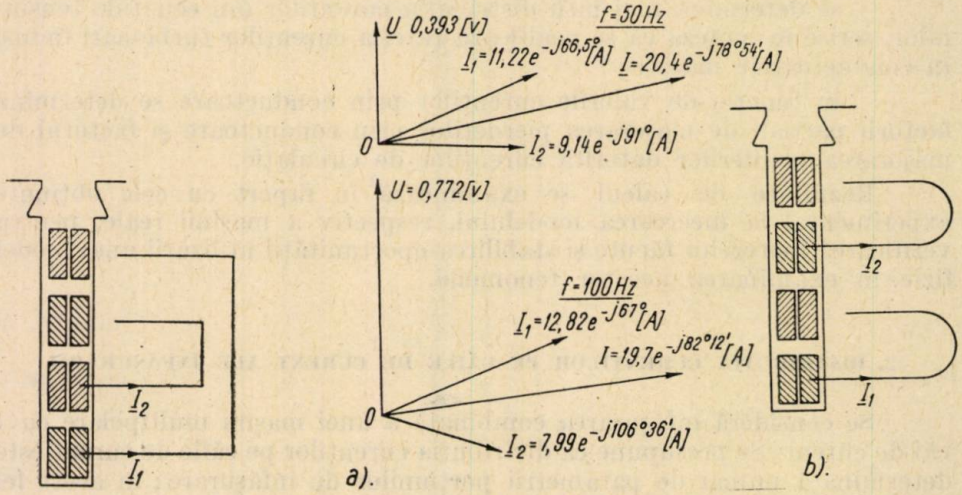



Fig. 2. — Poziţia în crestătură a conductoarelor nedivizate a) la înfăşurarea combinată cu bobinele îmbrăţişate şi diagrama curenţilor ; b) la înfăşurarea combinată cu bobinele suprapuse.

$$\left[\frac{R}{2} + \mathrm{j}(X_{22} - X_{21})\right]\underline{I}_2 = \left[\frac{R}{2} + \mathrm{j}(X_{11} - X_{12})\right]\underline{I}_1, \tag{3}$$

în care

$$X_{11} = X\left(\frac{28}{3}m + 3n + 4\,\lambda_e\right),$$

$$X_{12} = X_{21} = X(10\,m + 3n + 4\lambda_e), \tag{4}$$

$$X_{22} = X\left(\frac{40}{3}m + 5n + 4\,\lambda_e\right).$$

Din ecuaţia (3), cu reactanţele definite de relaţiile (4) rezultă

$$\underline{I}_2 = \frac{R - \frac{4}{3}\mathrm{j}mX}{R + 2\mathrm{j}X\left(\frac{10}{3}m + 2n\right)}\underline{I}_1. \tag{5}$$

În cazul înfăşurării executate cu bare nedivizate, bobinele fiind aşezate suprapus în crestătură (fig. 2 *b*), reactanţele căilor de curent au expresiile :

$$X_{11} = X\left(\frac{64}{3}m + 9n + 4\lambda_e\right),$$

$$X_{12} = X_{21} = X(8m + 2n + 4\lambda_e), \tag{6}$$

$$X_{22} = X\left(\frac{16}{3}m + n + 4\lambda_e\right).$$

Din ecuația (3), cu reactanțele definite de ecuațiile (6 *a*, *b*, *c*) rezultă

$$\underline{I}_2 = \frac{R + \mathrm{j}X\left(\frac{80}{3}m + 14n\right)}{R - \mathrm{j}X\left(\frac{16}{3}m + 2n\right)}\underline{I}_1. \tag{7}$$

**2.2. Înfășurările cu bobine îmbrățișate executate din bare divizate parțial și transpuse**

Soluția prezentată în figura 3 [1], este complicată de realizat în practică și susceptibilă de avariere în exploatarea mașinii. Distribuția

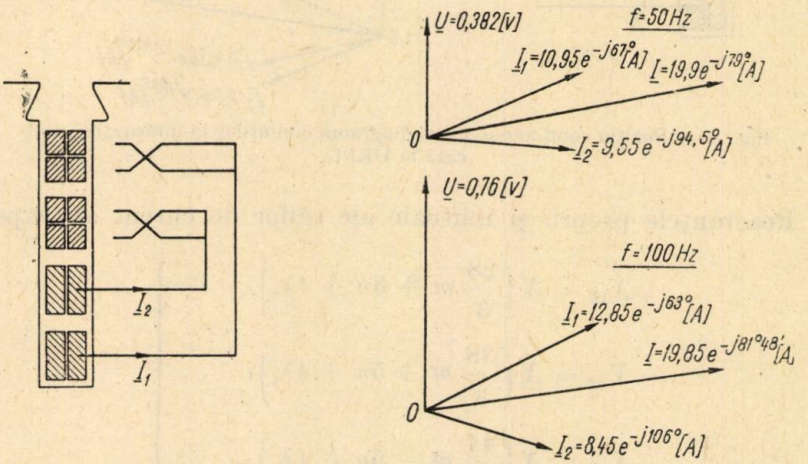



Fig. 3.— Poziția conductoarelor și diagrama curenților la înfășurarea cu barele (din straturile *3* și *4*) divizate parțial și transpuse în crestătură.

curenților pe căile de curent se determină în cele ce urmează în ipoteza neglijării cîmpului de scăpări care se închide prin izolația dintre conductoarele elementare. Reactanțele înfășurărilor în cazul acestei dispuneri sînt date de aceleași relații (4), iar distribuția curenților rezultă din relația (5). După cum se va demonstra ulterior pierderile suplimentare în cazul acestei înfășurări sînt diferite de pierderile suplimentare care se produc în cazul înfășurării din figura 2 a.

Soluția aplicată în prezent de Uzinele Electroputere Craiova, descrisă în [1], prezintă avantaje în construcție; în cazul acestei soluții înfășurarea buclată dispusă în interiorul înfășurării ondulate este executată cu două conductoare în paralel dispuse ca în fig. 4.

Ecuațiile (2) se pot scrie în acest caz astfel:

$$\left.\begin{aligned}[R + \mathrm{j}(X_{22} - X_{21})]\,\underline{I}_2 + \mathrm{j}(X_{32} - X_{31})\,\underline{I}_3 &= \left[\frac{R}{2} + \mathrm{j}(X_{11} - X_{12})\right]\underline{I}_1 \\ \mathrm{j}(X_{23} - X_{21})\,\underline{I}_2 + [R + \mathrm{j}(X_{33} - X_{31})]\,\underline{I}_3 &= \left[\frac{R}{2} + \mathrm{j}(X_{11} - X_{13})\right]\underline{I}_1\end{aligned}\right\}. \tag{8}$$

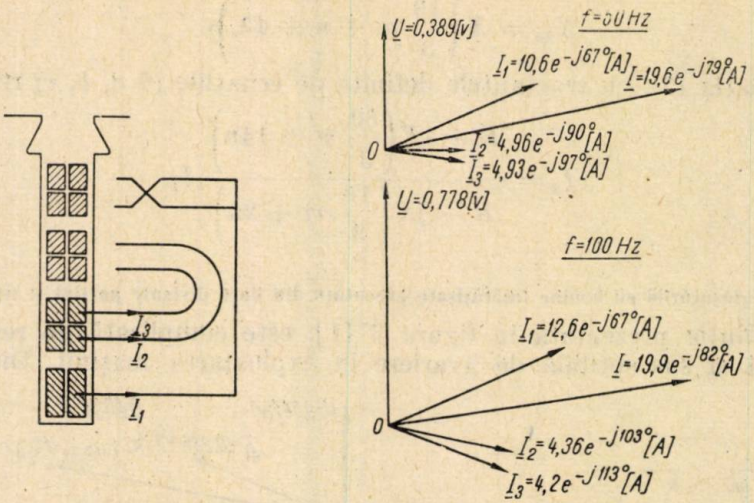



Fig. 4. — Poziţia conductoarelor şi diagrama curenţilor la înfăşurarea aplicată la UEPC.

Reactanţele proprii şi mutuale ale căilor de curent au expresiile:

$$\left.\begin{aligned} X_{11} &= X\left(\frac{28}{3}m + 3n + 4\lambda_e\right), \\ X_{22} &= X\left(\frac{38}{3}m + 5n + 4\lambda_e\right), \\ X_{33} &= X\left(\frac{44}{3}m + 5n + 4\lambda_e\right), \\ X_{12} &= X_{21} = X\,(10m + 3n + 4\lambda_e), \\ X_{13} &= X_{31} = X\,(10m + 3n + 4\lambda_e), \\ X_{23} &= X_{32} = X\,(13m + 5n + 4\lambda_e). \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Din sistemul de ecuaţii (8), cu expresiile reactanţelor proprii şi mutuale ale căilor de curent date de relaţiile (9), rezultă

$$\left.\begin{aligned} \underline{I}_2 &= \frac{\left(R + \frac{5}{3}\,\mathrm{j}mX\right)\left(R - \frac{4}{3}\,\mathrm{j}mX\right)}{R^2 - X^2\left(\frac{31}{9}m^2 + \frac{8}{3}mn\right) + \mathrm{j}RX\left(\frac{22}{3}m + 4n\right)}\,\frac{\underline{I}_1}{2}, \\ \underline{I}_3 &= \frac{R - \frac{1}{3}\,\mathrm{j}mX}{R + \frac{5}{3}\,\mathrm{j}mX}\,\underline{I}_2. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

În cazul înfășurării din figura 5, distribuția curenților, cu aproximațiile efectuate mai sus, este dată de asemenea de relațiile (10); evident, pierderile suplimentare în cazul acestor înfășurări sînt diferite, datorită refulării curentului în latura de bobină dispusă spre deschiderea crestăturii.

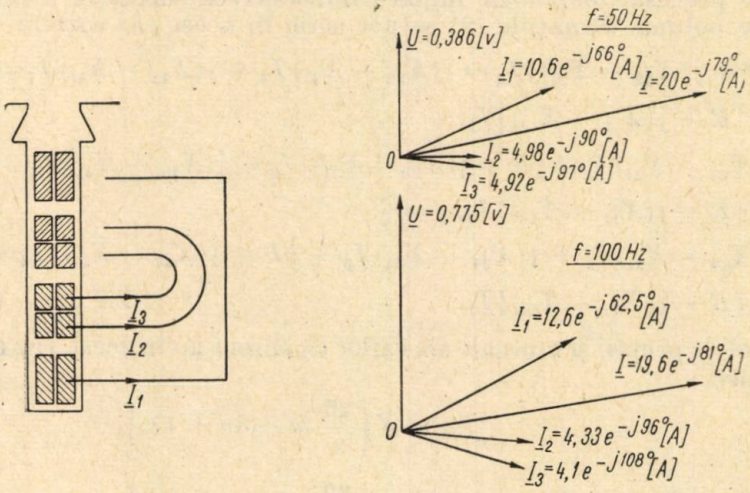



Fig. 5. — Poziția conductoarelor și diagrama curenților la înfășurarea cu conductoarele din straturile 2 și 3 divizate și transpuse la capătul bobinei.

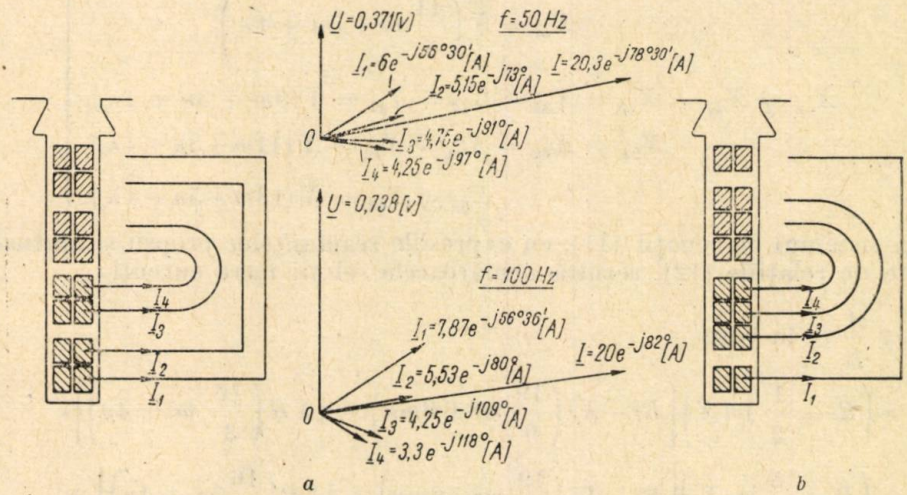



Fig. 6. — Poziția conductoarelor divizate și transpuse la capătul bobinelor la înfășurarea cu bobinele înbrățișate.

a) bobine cu număr egal de conductoare și diagrama curenților;
b) bobine cu număr diferit de conductoare.

### 2.3. Înfăşurarea cu bobine îmbrăţişate executate cu două conductoare în paralel aşezate simetric

Înfăşurarea reprezentată în figura 6 *a*, este executată cu două conductoare în paralel; execuţia acestei înfăşurări este mai complicată, deoarece procesul tehnologic implică introducerea succesivă a celor patru aturi de bobine. Ecuaţiile (2) se pot scrie în acest caz astfel:

$$\left.\begin{aligned}
&[R + \mathrm{j}(X_{22} - X_{21})]\,\underline{I}_2 + \mathrm{j}(X_{32} - X_{31})\,\underline{I}_3 + \mathrm{j}(X_{42} - X_{41})\,\underline{I}_4 = \\
&= [R + \mathrm{j}(X_{11} - X_{12})]\,\underline{I}_1, \\
&\mathrm{j}(X_{23} - X_{21})\,\underline{I}_2 + [R + \mathrm{j}(X_{33} - X_{31})]\,\underline{I}_3 + \mathrm{j}(X_{43} - X_{41})\,\underline{I}_4 = \\
&= [R + \mathrm{j}(X_{11} - X_{13})]\,\underline{I}_1, \\
&\mathrm{j}(X_{24} - X_{21})\,\underline{I}_2 + \mathrm{j}(X_{34} - X_{31})\,\underline{I}_3 + [R + \mathrm{j}(X_{44} - X_{41})]\,\underline{I}_4 = \\
&= [R + \mathrm{j}(X_{11} - X_{14})]\,\underline{I}_1.
\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Reactanţele proprii şi mutuale ale căilor de curent au în acest caz expresiile următoare.

$$\left.\begin{aligned}
X_{11} &= X\left(\frac{26}{3}m + 3n + 4\lambda_e\right), \\
X_{22} &= X\left(\frac{32}{3}m + 3n + 4\lambda_e\right), \\
X_{33} &= X\left(\frac{38}{3}m + 5n + 4\lambda_e\right), \\
X_{44} &= X\left(\frac{44}{3}m + 5n + 4\lambda_e\right), \\
X_{12} = X_{21} = X_{13} = X_{31} = X_{14} &= X_{41} = X(9m + 3n + 4\lambda_e), \\
X_{23} = X_{32} = X_{24} &= X_{42} = X(11m + 3n + 4\lambda_e), \\
X_{34} &= X_{43} = X(13m + 5n + 4\lambda_e).
\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Din sistemul de ecuaţii (11), cu expresiile reactanţelor proprii şi mutuale date de relaţiile (12), rezultă următoarele relaţii între curenţi:

$$I_2 = \frac{A}{B} I_1 \text{ în care}$$

$$A = \left(R - \frac{1}{3}\mathrm{j}mX\right)\left[R^2 - X^2\left(\frac{19}{9}m^2 + 6mn\right) + \mathrm{j}XR\left(\frac{16}{3}m + 4n\right)\right],$$

$$B = \left(R + \frac{5}{3}\mathrm{j}mX\right)\left[R^2 - X^2\left(\frac{19}{9}m^2 + 6mn\right) + \mathrm{j}XR\left(\frac{16}{3}m + 4n\right)\right] +$$

$$+ 2\mathrm{j}mX\left(2R + \frac{4}{3}\mathrm{j}mX\right)\left(R - \frac{1}{3}\mathrm{j}mX\right),$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\left(R - \frac{1}{3}\,\mathrm{j}mX\right)\left(R + \frac{5}{3}\,\mathrm{j}mX\right)}{R^2 - X^2\left(\frac{19}{9}\,m^2 + 6mn\right) + \mathrm{j}RX\left(\frac{16}{3}\,m + 4n\right)}\,\underline{I}_2, \tag{13}$$

$$\underline{I}_4 = \frac{R - \frac{1}{3}\,\mathrm{j}mX}{R + \frac{5}{3}\,\mathrm{j}mX}\,\underline{I}_3.$$

Înfăşurarea de mai sus se poate executa şi astfel : bobina din exterior cu un singur conductor elementar să aparţină înfăşurării ondulate, iar bobina interioară cu trei conductoare elementare aşezate suprapus şi transpuse la capăt să aparţină înfăşurării buclate (vezi fig. 6 *b*). În acest caz se schimbă poziţia izolaţiei dintre laturile de bobină, iar reactanţele proprii şi mutuale ale căilor de curent au expresiile :

$$\left.\begin{aligned}
X_{11} &= X\left(\frac{26}{3}\,m + 3n + 4\lambda_e\right),\\
X_{22} &= X\left(\frac{32}{3}\,m + 5n + 4\lambda_e\right),\\
X_{33} &= X\left(\frac{38}{3}\,m + 5n + 4\lambda_e\right),\\
X_{44} &= X\left(\frac{44}{3}\,m + 5n + 4\lambda_e\right),\\
X_{12} = X_{21} = X_{13} = X_{31} = X_{14} = X_{41} &= X(9m + 3n + 4\lambda_e),\\
X_{23} = X_{32} = X_{24} = X_{42} &= X(11m + 5n + 4\lambda_e),\\
X_{34} = X_{43} &= X(13m + 5n + 4\lambda_e).
\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Curenţii pe fiecare cale de curent se determină din sistemul de ecuaţii (11) cu expresiile reactanţelor proprii şi mutuale ale căilor de curent date de relaţiile (14); se obţine

$$\left.\begin{aligned}
&\underline{I}_2 = \frac{A}{B}\underline{I}_1 \text{ în care}\\
&A = \left(R - \frac{1}{3}\,\mathrm{j}mX\right)\left(R^2 - \frac{19}{9}\,m^2X^2 + \frac{16}{3}\,\mathrm{j}mRX\right)\\
&B = \left[R + \mathrm{j}X\left(\frac{5}{3}m + 2n\right)\right]\left(R^2 - \frac{19}{9}\,m^2X^2 + \frac{16}{3}\,\mathrm{j}mRX\right) +\\
&\qquad + 2\mathrm{j}X(m+n)\left(2R + \frac{4}{3}\,\mathrm{j}mX\right)\left(R - \frac{1}{3}\,\mathrm{j}mX\right),\\
&\underline{I}_3 = \frac{\left(R - \mathrm{j}\,\frac{m}{3}\,X\right)\left(R + \mathrm{j}\,\frac{5m}{3}\,X\right)}{R^2 - \frac{19}{9}\,m^2X^2 + \mathrm{j}\,\frac{16}{3}\,mRX}\,\underline{I}_2,\\
&\underline{I}_4 = \frac{R - \mathrm{j}\,\frac{m}{3}\,X}{R + \mathrm{j}\,\frac{5m}{3}\,X}\,\underline{I}_3.
\end{aligned}\right\} \quad (15)$$

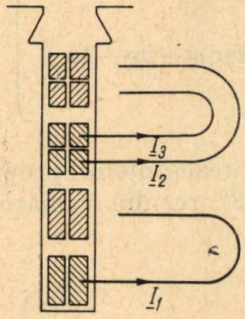
### 2.4. Înfășurări cu bobine îmbrățișate și bobine suprapuse

La Uzinele Electroputere Craiova s-a experimentat și o înfășurare cu bobine suprapuse (fig. 7), bobina din exterior fiind executată cu două conductoare în paralel, suprapuse și transpuse la capătul bobinei; execuția acesteia este mult mai simplă, însă pierderile suplimentare în înfășurări cresc foarte mult în raport cu pierderile principale. Înfășurarea prezintă trei circuite conectate în paralel; ecuațiile care determină distribuția curenților sînt identice cu ecuațiile (8), în care reactanțele proprii și mutuale ale căilor de curent au expresiile:

$$\left.\begin{aligned}
X_{11} &= X\left(\frac{64}{3}\,m + 9n + 4\lambda_e\right),\\
X_{22} &= X\left(\frac{14}{3}\,m + n + 4\lambda_e\right),\\
X_{33} &= X\left(\frac{20}{3}\,m + n + 4\lambda_e\right),\\
X_{12} &= X_{21} = X(8\,m + 2n + 4\lambda_e),\\
X_{13} &= X_{31} = X(8\,m + 2n + 4\lambda_e),\\
X_{23} &= X_{32} = X(5m + \ \ n + 4\lambda_e).
\end{aligned}\right\} \quad (16)$$

Din sistemul de ecuații (8), cu expresiile reactanțelor date de relațiile (16), rezultă următoarele relații între curenții prin căile de curent:

$$\left.\begin{aligned} \underline{I}_2 &= \frac{\left[R + jX\left(\frac{80}{3}m + 14n\right)\right]\left(R + \frac{5}{3}jmX\right)}{R^2 + X^2\left(\frac{41}{9}m^2 + \frac{4}{3}mn\right) - jRX\left(\frac{14}{3}m + 2n\right)} \frac{\underline{I}_1}{2}, \\ \underline{I}_3 &= \frac{R - \frac{1}{3}jmX}{R + \frac{5}{3}jmX}\underline{I}_2. \end{aligned}\right\} \quad (17)$$



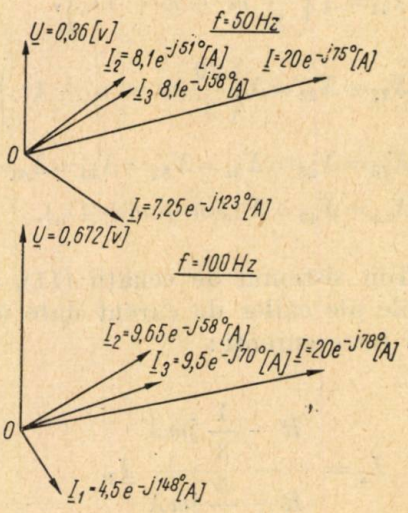
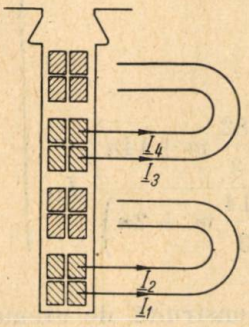




Fig. 7. — Poziția conductoarelor și diagrama curenților la înfășurarea cu bobinele suprapuse, conductoarele dispuse în straturile *3* și *4* fiind divizate și transpuse la capătul bobinei.




← Fig. 8. — Poziția conductoarelor divizate la înfășurarea cu bobine suprapuse și egale.

La același tip de înfășurare avînd însă și bobina dispusă la baza crestăturii construită cu două conductoare în paralel transpuse la capătul bobinei (fig. 8), distribuția curenților pe căile de curent este dată de ecua-

ţiile (11), în care reactanţele proprii şi mutuale ale circuitelor au expresiile următoare :

$$\left.\begin{aligned}
&X_{11}=X\left(\frac{62}{3}m+9n+4\lambda_e\right),\\
&X_{22}=X\left(\frac{68}{3}m+9n+4\lambda_e\right),\\
&X_{33}=X\left(\frac{14}{3}m+n+4\lambda_e\right),\\
&X_{44}=X\left(\frac{20}{3}m+n+4\lambda_e\right),\\
&X_{12}=X_{21}=X\left(\frac{20}{3}m+n+4\lambda_e\right),\\
&X_{13}=X_{23}=X_{31}=X_{32}=X_{14}=X_{41}=X_{24}=X_{42}=X(8m+2n+4\lambda_e),\\
&X_{34}=X_{43}=X(5m+n+4\lambda_e).
\end{aligned}\right\} \quad (18)$$

Din sistemul de ecuaţii (11), cu expresiile reactanţelor proprii şi mutuale ale căilor de curent date de relaţiile (18), rezultă următoarele relaţii între curenţi :

$$\left.\begin{aligned}
\underline{I}_2&=\frac{R-\frac{1}{3}\,\mathrm{j}mX}{R+\frac{5}{3}\,\mathrm{j}mX}\underline{I}_1,\\
\underline{I}_4&=\frac{R-\frac{1}{3}\,\mathrm{j}mX}{R+\frac{5}{3}\,\mathrm{j}mX}\underline{I}_3,\\
\underline{I}_3&=\frac{R^2-\frac{m}{3}X^2\left[\frac{151}{3}m+28n\right]+\mathrm{j}XR\left(\frac{82}{3}m+14n\right)}{R^2+\frac{1}{3}mX^2\left(\frac{41}{3}m+14n\right)-\mathrm{j}XR\left(\frac{14}{3}m+2n\right)}\underline{I}_1.
\end{aligned}\right\} \quad (19)$$

Înfăşurarea reprezentată în figura 9 este construită de asemenea cu patru căi de curent; una dintre înfăşurări (de exemplu înfăşurarea odulată) este aşezată la baza crestăturii şi este construită cu un singur conductor elementar, iar cealaltă înfăşurare este executată cu trei conduc-

toare elementare (transpuse la capătul bobinei). Reactanțele proprii și mutuale ale căilor de curent au expresiile :

$$\left.\begin{aligned} X_{11} &= X\left(\frac{80}{3}m + 9n + 4\lambda_e\right), \\ X_{22} &= X\left(\frac{20}{3}m + n + 4\lambda_e\right), \\ X_{33} &= X\left(\frac{26}{3}m + n + 4\lambda_e\right), \\ X_{44} &= X\left(\frac{32}{3}m + n + 4\lambda_e\right), \\ X_{12} = X_{21} = X_{13} = X_{31} = X_{14} = X_{41} &= X(12m + 2n + 4\lambda_e), \\ X_{23} = X_{32} = X_{24} = X_{42} &= X(7m + n + 4\lambda_e), \\ X_{34} = X_{43} &= X(9m + n + 4\lambda_e). \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

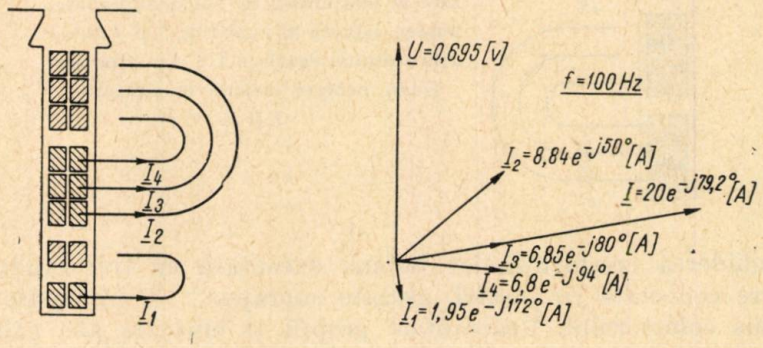



Fig. 9. — Poziția conductoarelor divizate și diagrama curenților la înfășurarea cu bobine suprapuse, bobina așezată în straturile *1* și *2* având aria secțiunii egală cu 1/3 din aria secțiunii bobinei dispusă în straturile *3* și *4*.

Din sistemul de ecuații (11), cu expresiile reactanțelor proprii și mutuale date de relațiile (20), rezultă următoarele relații între curenți :

$$I_2 = \frac{A}{B} I_1, \text{ în care}$$

$$A = \left(R + \mathrm{j}\frac{5m}{3}X\right)\left(R^2 - \frac{19}{9}m^2X^2 - \mathrm{j}\frac{16}{3}mRX\right)\left[R + \mathrm{j}X\left(\frac{44}{3}m + 7n\right)\right]$$

$$B = \left(R^2 - \frac{19}{9}m^2X^2 + \frac{16}{3}\mathrm{j}mRX\right)\left[R^2 + \frac{75}{9}m^2X^2 - \mathrm{j}RX\left(\frac{26}{3}m + 2n\right) - \right.$$

$$\left. - \mathrm{j}X(5m + n)\left(R - \mathrm{j}\frac{m}{3}X\left(R + \frac{5m}{3}X\right)\right)^2\right.$$

$$\left.\begin{aligned} \underline{I}_3 &= \frac{\left(R - \mathrm{j}\frac{m}{3}X\right)\left(R + \mathrm{j}\frac{5m}{3}X\right)}{R^2 - \frac{19}{9}m^2X^2 + \mathrm{j}\frac{16m}{3}RX}\,\underline{I}_2, \\ \underline{I}_4 &= \frac{R - \mathrm{j}\frac{m}{3}X}{R + \mathrm{j}\frac{5}{3}mX}\,\underline{I}_3. \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

Înfăşurarea din figura 10 se deosebeşte constructiv de înfăşurarea din figura 9 numai prin aşezarea bobinei realizată cu un singur conductor

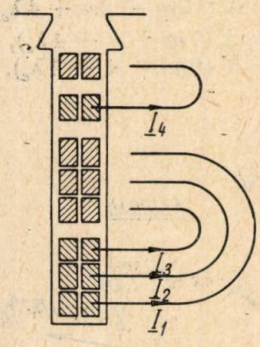



Fig. 10. — Poziţia conductoarelor divizate la înfăşurarea cu bobine suprapuse, bobina aşezată în straturile *3* şi *4* avînd aria secţiunii egală cu 1/3 din aria secţiunii bobinei dispusă în straturile *1* şi *2*.

spre deschiderea crestăturii, iar bobina executată cu trei conductoare elementare conectate în paralel, aşezate suprapus şi transpuse la capătul opus colectorului. Reactanţele proprii şi mutuale ale căilor de curent au expresiile :

$$\left.\begin{aligned} X_{11} &= X\left(\frac{44}{3}m + 9n + 4\lambda_e\right), \\ X_{22} &= X\left(\frac{50}{3}m + 9n + 4\lambda_e\right), \\ X_{33} &= X\left(\frac{56}{3}m + 9n + 4\lambda_e\right), \\ X_{44} &= X\left(\frac{8}{3}m + n + 4\lambda_e\right), \\ X_{12} = X_{21} = X_{13} = X_{31} &= X(15m + 9n + 4\lambda_e), \\ X_{23} = X_{32} &= X(17m + 9n + 4\lambda_e), \\ X_{14} = X_{41} = X_{24} = X_{42} = X_{34} = X_{43} &= X(4m + 2n + 4\lambda_e). \end{aligned}\right\} \quad (22)$$

Din sitemul de ecuaţii (11), cu expresiile reactanţelor proprii şi mutuale date de relaţiile (22), rezultă următoarele relaţii între curenţi :

$$\left.\begin{aligned}
\underline{I}_2 &= \frac{\left(R-\mathrm{j}\frac{m}{3}X\right)\left(R+\mathrm{j}\frac{5m}{3}X\right)}{R^2-\frac{19}{9}m^2X^2+\mathrm{j}\frac{16m}{3}RX}\underline{I}_1,\\
\underline{I}_3 &= \frac{R-\mathrm{j}\frac{m}{3}X}{R+\mathrm{j}\frac{5}{3}mX}\underline{I}_2,\\
\underline{I}_4 &= \frac{\left(R+\mathrm{j}\frac{32}{3}mX\right)\left(R^2-\frac{19}{9}m^2X^2+\mathrm{j}\frac{16}{3}mRX\right)+\mathrm{j}X(11m+7n)\left(2R^2+\frac{4}{9}m^2X^2+2\mathrm{j}RX\frac{m}{3}\right)}{\left[R-\mathrm{j}\left(\frac{4}{3}m+n\right)X\right]\left(R^2-\frac{19}{9}m^2X^2+\mathrm{j}\frac{16}{3}mRX\right)}\underline{I}_1.
\end{aligned}\right\} \quad (23)$$

★

După cum se constată din ecuaţiile (3), (5), (7), (10), (13), (15), (17), (19), (21) şi (23), distribuţia curenţilor pe căile de curent depinde numai de parametrii interni ai conductoarelor (rezistenţele şi reactanţele corespunzătoare fluxurilor de scăpări din zona conductoarelor), fiind independentă de reactanţele corespunzătoare fluxurilor de scăpări din exteriorul laturii de bobină, dacă permeanţele de scăpări frontale ale înfăşurării sînt presupuse identice pentru diferitele căi de curent.

## 3. PIERDERILE ÎN ÎNFĂŞURĂRI

Curenţii pe căile de curent, determinaţi după relaţiile de mai sus, produc pierderi în înfăşurările pe care le parcurg.

Factorii de majorarea pierderilor datorită refulării curentului în regim armonic în conductorul din stratul $\nu$ al crestăturii, rezultă din relaţia (vezi [2], [3])

$$k_{r\nu} = \varphi(\xi) + \frac{\sum_{\mu=1}^{\nu-1}|\underline{I}_\mu|^2+|\underline{I}_\nu|\sum_{\mu=1}^{\nu-1}|\underline{I}_\mu|\cos\gamma}{I_\nu^2}\psi(\xi), \quad (24)$$

în care $I_\nu$ este solenaţia stratului $\nu$, $\sum_{\mu=1}^{\nu-1}|\underline{I}_\mu|$ solenaţia straturilor situate sub stratul $\nu$ în crestătură, iar $\gamma$ defazajul dintre solenaţiile $\underline{I}_\nu$ şi $\sum_{\mu=1}^{\nu-1}\underline{I}_\mu$. Funcţiunile $\varphi(\xi)$ şi $\psi(\xi)$, au următoarele expresii simplificate

$$\varphi(\xi) = 1 + \frac{4}{45}\xi^4, \quad \psi(\xi) = \frac{1}{3}\xi^4, \tag{25 a,b}$$

pentru $0 \leqslant \xi \leqslant 1$, în care

$$\xi = \alpha h, \quad \alpha = \sqrt{\frac{b}{b_c}\frac{\omega\mu\sigma}{2}}. \tag{26 a,b}$$

Prin urmare pierderile în cele $m$ conductoare suprapuse dintr-o crestătură sînt :

$$P_{Jc} = \sum_{\nu=1}^{m} R_{\nu c} k_{r\nu} I_\nu^2. \tag{27}$$

Pierderile suplimentare datorită refulării curentului sînt

$$P_{Jsrc} = \sum_{\nu=1}^{m} R_{\nu c}(k_{r\nu} - 1) I_\nu^2. \tag{28}$$

Pierderile totale în conductoarele din crestătură şi în părţile frontale ale bobinelor sînt :

$$P_J = \sum_{\nu=1}^{m} R_{\nu c}(k_{r\nu} - 1) I_\nu^2 + \sum_{\nu=1}^{m} (R_{\nu c} + R_{\nu f}) I_\nu^2; \tag{29}$$

Pierderile în curent continuu fiind

$$P_{Jcc} = \frac{1}{\sum_\nu \frac{1}{R_{\nu c} + R_{\nu f}}} \sum_\nu I_\nu^2, \tag{30}$$

rezultă factorul de majorarea pierderilor datorită refulării curentului şi distribuţiei neuniforme a curentului pe căile de curent :

$$k_r = \frac{P_J}{P_{Jcc}} = \frac{\sum_{\nu=1}^{m} (R_{\nu c} k_{r\nu} + R_{\nu f}) I_\nu^2}{\sum I_\nu^2} \sum \frac{1}{R_\nu}, \tag{31}$$

în care

$$R_\nu = R_{\nu c} + R_{\nu f} \tag{32}$$

este rezistenţa conductoarelor din stratul $\nu$.

După cum este cunoscut, pierderile suplimentare datorită refulării curentului scad cu încălzirea conductorului ; în cazul considerat cu funcţiile $\varphi(\xi)$ şi $\psi(\xi)$ definite de relaţiile (25 a, b), rezistenţa $R_{\nu c}$ a porţiunii de înfăşurare din crestătură dată de relaţia

$$R_{\nu c} = \rho \frac{l n_c}{s_c}, \tag{33}$$

în funcţie de rezistivitatea $\rho$, iar mărimea $\xi$ definită de relaţiile (26 a, b), expresia pierderilor suplimentare provocate de refularea curentului [relaţia (28)] este

$$P_{Jsrc} = \sum_{\nu=1}^{m} \frac{1}{\rho} \frac{l_c n_c}{s_c} \left[ \frac{4}{45} + \frac{1}{3} \frac{\sum_{\mu=1}^{\nu-1} |\underline{I}_\mu|^2 + |\underline{I}_\nu| \sum_{\mu=1}^{\nu-1} |\underline{I}_\mu| \cos \gamma}{I_\nu^2} \right] \left( \frac{b}{b_c} \frac{\omega \mu}{2} \right)^2; \quad (34)$$

În relaţia (34), rezistivitatea $\rho$ a conductorului care variază o dată cu creşterea încălzirii acestuia intervine la numitor şi pierderile suplimentare scad cu creşterea încălzirii conductorului; distribuţia curenţilor este mai uniformă, rezultînd astfel o reducere suplimentară a pierderilor.

Pierderile datorită distribuţiei diferite a curenţilor în curent alternativ decît în curent continuu sînt :

$$P_{Jsd} = P_J - P_{Jsrc} - P_{Jcc} = \sum_{\nu=1}^{m} R_\nu I_\nu^2 - \frac{1}{\sum_{\nu=1}^{m} \frac{1}{R_\nu}} \sum_{\nu=1}^{m} I_\nu^2; \quad (35)$$

aceste pierderi depind de lungimea totală a conductorului $(l_c + l_f)$ şi cresc cu încălzirea conductoarelor la o distribuţie dată.

Prin urmare compararea diferitelor tipuri de înfăşurări în privinţa pierderilor suplimentare, trebuie efectuată la încălzirea corespunzătoare regimului normal de funcţionare al înfăşurării; în orice caz dintre înfăşurările cu pierderi suplimentare egale la temperatura mediului ambiant sînt de preferat înfăşurările la care aceste pierderi se produc în special datorită refulării curentului.

## 4. DETERMINĂRI EXPERIMENTALE ŞI CALCULE EFECTUATE ÎN CAZUL ÎNFĂŞURĂRII COMBINATE A GENERATORULUI PRINCIPAL DE LA LOCOMOTIVA DIESEL-ELECTRICĂ UEPC

Pentru verificarea ipotezelor adoptate în § 2 la determinarea distribuţiei curenţilor, s-au efectuat experimentări pe un model de înfăşurare prin care s-a determinat distribuţia curenţilor şi pierderilor în curent alternativ. Modelul de înfăşurare format din bobine ale înfăşurării originale a fost executat din bobine ale înfăşurării ondulate şi buclate aşezate în aceleaşi crestături după diferitele scheme; o fotografie a modelului fizic al înfăşurării este prezentată în figura 11.

Modelul de înfăşurare a fost alimentat de la o sursă de tensiune alternativă sinusoidală de frecvenţă variabilă. Măsurarea valorilor şi defazajelor curenţilor s-a efectuat indirect cu ajutorul unui vectormetru AEG. În acest scop au fost conectate în serie pe fiecare cale de curent shunturi de precizie antiinductive; rezistenţa proprie a shuntului era neglijabilă în raport cu rezistenţa căii de curent. Măsurarea pierderilor s-a efectuat cu ajutorul unui wattmetru de $\cos \varphi = 0{,}1$ şi cls. 0,5.

Curenţii măsuraţi şi defazajele lor au fost reprezentaţi în diagramele complexe indicate în figurile 2*a*, 3, 4, 5, 6, 7 şi 9.

Factorii de majorarea pierderilor determinaţi experimental sînt reprezentaţi grafic în figura 12, pentru diferite valori ale frecvenţei tensiunii de alimentare; în figură s-au reprezentat şi secţiunile transversale ale crestăturilor pentru fiecare curbă determinată experimental, din care rezultă tipul constructiv al înfăşurărilor cărora le corespund.

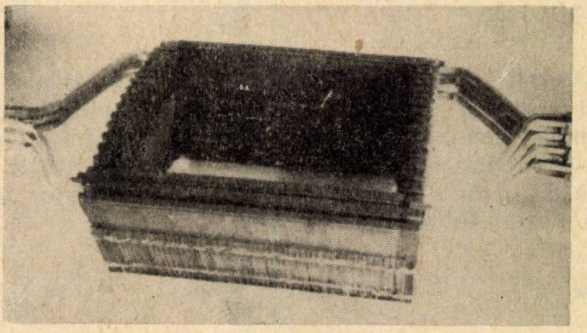


Fig. 11. — Modelul fizic al înfăşurărilor experimentate.

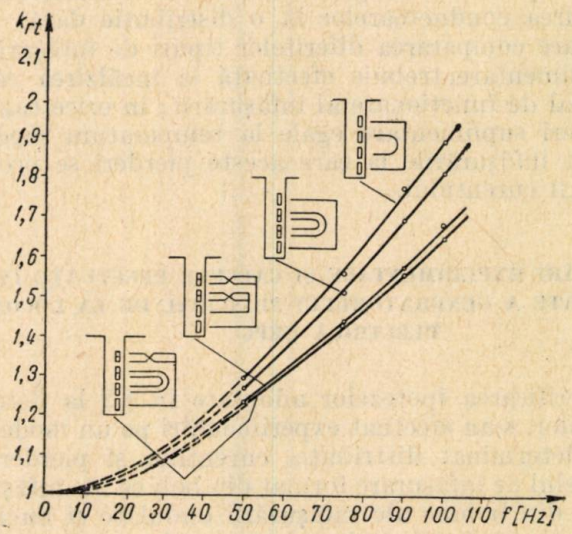



Fig. 12. — Factorii de majorare a pierderilor determinaţi experimental în funcţie de frecvenţă la $t = 30°C$.

În figura 13 s-au reprezentat grafic factorii de majorarea pierderilor, calculaţi numeric după relaţiile prezentate în § 3, cu distribuţia curenţilor determinată după relaţiile din § 2 în cazul a două tipuri diferite de înfăşurare studiate şi experimental. Dimensiunile caracteristice ale înfăşurării considerate sînt următoarele: $h = 4$ mm, $b = 6$ mm, $b_c = 8{,}8$ mm, $h' = 2{,}65$ mm, $l_i = 38$ cm, $l_f = 49$ cm, conductoarele fiind din cupru. Comparînd curbele din figurile 12 şi 13, aparţinînd aceluiaşi tip de înfăşurare, se constată o concordanţă satisfăcătoare între valorile

factorilor de majorare calculate numeric şi cele determinate experimental; prin urmare ipotezele adoptate la determinarea distribuţiei curenţilor în § 2 corespund cazurilor examinate.

Potrivit curbelor calculate din figura 13, rezultă că în cazul sche-

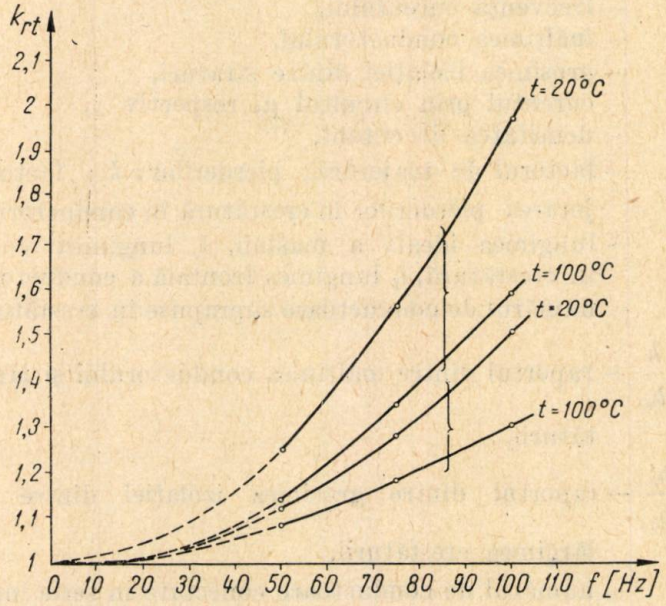



Fig. 13. — Factorii de majorarea pierderilor calculaţi în funcţie de frecvenţă la $t = 20°C$, respectiv $t = 100°C$.

melor considerate, factorii de majorarea pierderilor datorită refulării curentului şi distribuţiei neuniforme a curentului pe căile de curent scad cu creşterea încălzirii.

Dintre schemele de înfăşurare examinate, înfăşurarea cu care este echipat în prezent generatorul principal de la locomotiva diesel-electrică UEPC, prezintă pierderile suplimentare cele mai mici.

## CONCLUZII

La calculul pierderilor suplimentare în înfăşurările combinate ale indusului maşinilor de curent continuu, caracterizate printr-un număr mare de conductoare conectate în paralel şi de secţiuni diferite, în cazul înălţimilor uzuale ale conductoarelor utilizate în construcţia maşinilor electrice, se poate neglija influenţa refulării curentului din conductor asupra distribuţiei curenţilor pe căile de curent.

Odată cu divizarea conductoarelor şi transpoziţia lor scad pierderile datorită refulării curentului într-un conductor; este necesar să se calculeze însă şi pierderile suplimentare provocate datorită distribuţiei neuniforme a curentului pe căile de curent pentru a determina factorul de majorarea pierderilor.

## NOTAŢII PRINCIPALE

$b$ — grosimea conductorului neizolat,

$b_c$ — lărgimea crestăturii;

$f$ — frecvenţa curentului,

$h$ — înălţimea conductorului,

$h'$ — grosimea izolaţiei dintre straturi,

$I_{\mu,\nu}$ — curentul prin circuitul $\mu$, respectiv $\nu$,

$J$ — densitatea de curent,

$k_r$ — factorul de majorarea pierderilor; $k_{r\nu}$ factorul de majorarea pierderilor în crestătură în conductorul $\nu$,

$l_i$ — lungimea ideală a maşinii, $l_c$ lungimea conductorului în crestătură, $l_f$ lungimea frontală a conductorului,

$m$ — numărul de conductoare suprapuse în crestătură,

$m = \frac{h}{b_c}$ — raportul dintre înălţimea conductorului şi lărgimea crestăturii,

$n = \frac{h'_c}{b_c}$ — raportul dintre grosimea izolaţiei dintre straturi şi lărgimea crestăturii,

$n_c$ — numărul de conductoare conectate în serie într-o bobină,

$P_J$ — pierderile în înfăşurare în curent alternativ; $P_{Jc}$ pierderile în porţiunea de înfăşurare din crestătură; $P_{Jcc}$ pierderile în înfăşurare în curent continuu; $P_{Jsrc}$ pierderile suplimentare în porţiunea de înfăşurare din crestătură, datorită refulării curentului,

$R$ — rezistenţa unei porţiuni de înfăşurare executată cu conductor de înălţime $h$ şi grosime $b$,

$R_\nu$ — rezistenţa conductoarelor din stratul $\nu$; $R_{\nu c}$ rezistenţa înfăşurării corespunzătoare conductoarelor din crestătură; $R_{\nu f}$ rezistenţa înfăşurării corespunzătoare părţilor frontale ale conductoarelor,

$s_c$ — aria secţiunii conductorului,

$U$ — tensiunea la bornele circuitelor conectate în paralel

$X = 4\pi f \mu_0 w^2 l_i$,

$X_{\mu\mu}$ — reactanţa proprie a unei căi de curent a modelului formată din două bobine conectate în serie, cu cîte două spire pe bobină,

$X_{\mu\nu}$ — reactanţa mutuală dintre căile de curent $\mu$ şi $\nu$ ale modelului,

$\lambda_e$ — permanenţa de scăpări corespunzătoare fluxului de scăpări comun din crestătură şi fluxului de scăpări frontal.

*ANEXA 1*

## DISTRIBUŢIA CURENTULUI PRIN DOUĂ BOBINE AŞEZATE ÎNTR-O CRESTĂTURĂ ŞI CONECTATE ÎN PARALEL

Se consideră o crestătură cu pereţii paraleli şi de permeabilitate infinită, în care se aşează o înfăşurare în două straturi realizată cu bobine din conductoare identice de secţiune dreptunghiulară de înălţime $h$ şi grosime $b$, suprapuse şi conectate în paralel la bornele bobinei (vezi figura 14). Laturile de întoarcere dispuse spre deschiderea bobinei şi capetele de bobină se consideră supraconductoare.

Se neglijează grosimea izolaţiei dintre laturile bobinei. Înfăşurarea se alimentează de la o sursă de tensiune alternativă sinusoidală; se consideră cunoscut curentul $\underline{I}_1$ pe calea de curent **1—4**. Curentul $\underline{I}_2$ pe calea de curent se determină prin rezolvarea problemei de cîmp unidirecţional în regim cvasistaţionar.

Densitatea de curent în complex prin conductoarele $\nu = \mathbf{1, 2, 3, 4}$ (numerotate pornind de la baza crestăturii) satisface ecuaţiile

$$\frac{\mathrm{d}^2\underline{J}_\nu}{\mathrm{d}x_\nu^2} = \gamma^2 \underline{J}_\nu, \tag{36}$$

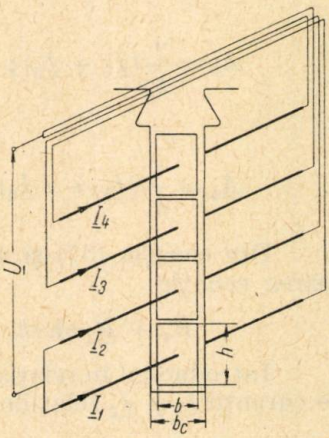



Fig. 14. — Element de înfăşurare cu bobine îmbrăţişate, conectate în paralel.

în care

$$\gamma = \sqrt{\frac{b}{b_c} \mathrm{j}\omega\mu\sigma} = (1 + \mathrm{j})\,\alpha.$$

Soluţiile acestui sistem de ecuaţii sînt

$$\underline{J}_\nu = \underline{A}_\nu \operatorname{sh} \gamma x + \underline{B}_\nu \operatorname{ch} \gamma x. \tag{37}$$

Constantele de integrare $\underline{A}_\nu$ şi $\underline{B}_\nu$ se determină din condiţiile pe frontiere:

$$\left.\frac{\mathrm{d}\underline{J}_1}{\mathrm{d}x_1}\right|_{x_1=0} = 0, \quad \left.\frac{\mathrm{d}\underline{J}_2}{\mathrm{d}x_2}\right|_{x_2=0} = \gamma^2 \frac{\underline{I}_1}{b_c}, \quad \left.\frac{\mathrm{d}\underline{J}_3}{\mathrm{d}x_3}\right|_{x_3=0} = \gamma^2 \frac{\underline{I}_1 + \underline{I}_2}{b_c}; \tag{38}$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}\underline{J}_4}{\mathrm{d}x_4}\right|_{x_4=0} = \gamma^2 \frac{\underline{I}_1 + 2\,\underline{I}_2}{b_c},$$

$$b\int_0^h \underline{J}_1 \mathrm{d}x = \underline{I}_1; \; b\int_0^h \underline{J}_2 \mathrm{d}x = \underline{I}_2; \; b\int_0^h \underline{J}_3 \mathrm{d}x = \underline{I}_2; \; b\int_0^h \underline{J}_4 \mathrm{d}x = \underline{I}_1;$$

$$\rho\underline{J}_4(0) + \rho\underline{J}_1(h) - \rho\underline{J}_2(0) - \rho\underline{J}_3(h) = 0.$$

Rezultă

$$\left.\begin{aligned}
&\underline{A}_1 = 0; && \underline{B}_1 = \frac{\gamma}{b}\frac{\underline{I}_1}{\mathrm{sh}\gamma h};\\
&\underline{A}_2 = \frac{\gamma}{b_c}\underline{I}_1; && \underline{B}_2 = \frac{\gamma}{b}\frac{\underline{I}_2 - \underline{I}_1\frac{b}{b_c}(\mathrm{ch}\gamma h - 1)}{\mathrm{sh}\gamma h};\\
&\underline{A}_3 = \frac{\gamma}{b_c}(\underline{I}_1 + \underline{I}_2); && \underline{B}_3 = \frac{\gamma}{b}\frac{\underline{I}_2 - (\underline{I}_1 + \underline{I}_2)\frac{b}{b_c}(\mathrm{ch}\gamma h - 1)}{\mathrm{sh}\gamma h};\\
&\underline{A}_4 = \frac{\gamma}{b_c}(\underline{I}_1 + 2\,\underline{I}_2); && \underline{B}_4 = \frac{\gamma}{b}\frac{\underline{I}_1 - (\underline{I}_1 + 2\underline{I}_2)\frac{b}{b_c}(\mathrm{ch}\gamma h - 1)}{\mathrm{sh}\gamma h}.
\end{aligned}\right\} \quad (39)$$

Din ecuaţia (37) şi ultima ecuaţie a sistemului (38), rezultă următoarea ecuaţie

$$\underline{B}_4 + \underline{B}_1\,\mathrm{ch}\gamma h - \underline{B}_2 - \underline{A}_3\,\mathrm{sh}\gamma h - \underline{B}_3\,\mathrm{ch}\gamma h = 0. \quad (40)$$

Introducînd în relaţia (40) constantele complexe exprimate în funcţie de curenţii $\underline{I}_1$ şi $\underline{I}_2$ relaţiile (39), rezultă următoarea relaţie între curenţi :

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1\frac{1 + \mathrm{ch}\gamma h + \frac{b}{b_c}(1 - \mathrm{ch}\gamma h)}{1 + \left(3\frac{b}{b_c} + 1\right)\mathrm{ch}\gamma h - \frac{3b}{b_c}} \quad (41)$$

În cazul în care se consideră şi izolaţia dintre laturile de bobină, ecuaţia (40) se schimbă, iar relaţia între curenţi mai conţine şi alţi termeni.

## BIBLIOGRAFIE

1. Vl. Popovici, W. Wagner, L. Mîndrea, *Studiul comparativ al bobinajelor rotorice realizate la generatorul principal tip GCE 1100/10 pentru locomotiva Diesel electrică 060 DA de 2100 C. P.* Electrotehnica Vol. **15** (1967) Nr. 3, p. 99–105.
2. R. Richter, *Maşini electrice, vol. I, Elemente generale de calcul. Maşini de curent continuu*, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1958.
3. F. Emde, *Über einseitige Stromverdrängung*, E.u.M. vol **40**, *26* (1922), p. 301–304.

# APLICAREA UNOR OPERATORI DE ORTOGONALITATE PENTRU DETERMINAREA DEFECTELOR NETE NESIMETRICE, MULTIPLE ÎN REŢELELE ELECTRICE

DE

M. BERCOVICI şi A. ARIE

Folosindu-se o ecuaţie matriceală generală stabilită pentru reţele complexe cu multiple nesimetrii, se dă o metodă unitară pentru rezolvarea cazurilor în care apar în reţelele electrice defecte nete nesimetrice, prin întreruperi de fază sau prin scurt circuitarea acestora.

Cu ajutorul a trei vectori linie ortogonali se obţin relaţii necesare şi suficiente pentru determinarea valorilor curenţilor şi tensiunilor din nodurile reţelei în care apar defectele nete.

## I. PREZENTAREA PROBLEMEI

Într-o lucrare anterioară [1], aducîndu-se o serie de preciziuni asupra aspectului atît fizic cît şi matematic al mărimilor folosite în calculele cu componente simetrice, se precizează sensul noţiunii de simetrie folosită în teoria reţelelor electrice, atît pentru mărimile care posedă proprietatea de succesiune în timp, cît şi pentru mărimi care nu au această proprietate.

Pe baza acestor precizări s-au introdus matricele de „simetrie" [$\underline{S}$], corespunzătoare elementelor simetrice ale sistemului electric studiat şi „matricele de abatere de la simetrie" [$\Delta\underline{S}$] corespunzătoare elementelor, impedanţe sau admitanţe, care introduc nesimetria în sistem.

Se arată că aceste matrice au sensul fizic al unor operatori de transformare de secvenţă şi, în consecinţă, sînt denumite în lucrare „transformatoare de secvenţă".

Pe baza noţiunilor introduse se stabileşte o ecuaţie generală matriceală în cazul unei reţele complexe cu multiple nesimetrii, calculul fiind analog unui calcul în scalar (cu un singur element) efectuat asupra

St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 2, p. 403—421, 1968

unei reţele monofazate. Pentru aceasta, în funcţie de numărul de noduri din sistem, în care apar elemente nesimetrice, reţeaua în totalitatea ei, în care s-a considerat şi o reţea de nul, este subdivizată în reţele electrice simetrice, cărora le corespund matricele de simetrie interconectate prin elemente care introduc nesimetria şi cărora le corespund matricele de „abatere de la simetrie".

Pe baza reţelei generale unitare obţinute, reţea care cuprinde ansamble de subreţele simetrice şi nesimetrice, reduse în raport cu nodurile în care apar nesimetriile, nesimetrii descrise cu ajutorul „matricelor de abatere de la simetrie" şi introducînd în calcul vectorii coloană $\underline{E}_{m,n}$, $\underline{U}_{m,n}$ şi $\underline{I}_{m,n}$, ce conţin componente simetrice ale forţelor electromotoare din sistem, tensiunilor şi curenţilor dintre nodurile $m$ şi $n$ între care apar nesimetriile, s-a obţinut o ecuaţie matriceală unitară, asemănătoare unei ecuaţii, stabilită pentru o reţea monofazată, cu elemente scalare.

În prezenta lucrare ne propunem, folosind ecuaţia matricială obţinută şi introducînd operatori de ortogonalitate, să se dea o metodă comodă pentru rezolvarea cazurilor în care apar defecte nete nesimetrice multiple, în reţelele electrice. Se consideră drept defect net nesimetric, defectul dintr-o reţea trifazată, care poate fi izolat local, fie sub forma unei faze continue (în scurtcircuit între nodurile $m$ şi $n$) şi a celorlalte două faze întrerupte, fie a două faze continue (în scurtcircuit între nodurile $m$ şi $n$) şi a treia întreruptă.

Pentru uşurinţa expunerii, vom denumi defecte de *clasa a* defecte în care impedanţele de valoare $\infty$ (întreruperi) sînt majoritare faţă de impedanţa de valoare 0 (fază continuă sau în scurtcircuit) şi defecte de *clasa b*, defecte în care impedanţele de valoare 0 sînt majoritare faţă de impedanţa de valoare $\infty$.

În cazul apariţiei unor asemenea defecte în reţea, calculul poate fi efectuat în două moduri. Într-un prim mod, se poate aplica direct ecuaţia matriceală generală stabilită, de forma legii lui Ohm:

$$[\Delta \underline{E}]_{m,n} = [\underline{S} + \Delta \underline{S}] \cdot [\underline{I}]_{m,n} \tag{1.1}$$

în care

$[\Delta \underline{E}]^*_{m,n}$ = vectorul coloană al diferenţelor tensiunilor electromotoare ale nodurilor $m$ şi $n$, între care apar nesimetrii;

$[\underline{S}]$ = matricea de simetrie ale reţelelor simetrice;

$[\Delta \underline{S}]$ = matricea de nesimetrie a sistemului;

$[\underline{I}]_{m,n}$ = vectorul coloană al curenţilor dintre nodurile $m$ şi $n$ în care apar nesimetrii.

Prin aplicarea directă a ecuaţiei generale, nu este necesar de a se face nici un fel de ipoteze suplimentare asupra condiţiilor la limită pentru curenţii şi tensiunile în nodurile în care apar defectele nete (aşa cum se face în ipotezele clasice). Ecuaţia generală stabilită cuprinde toate cazurile, adică şi pe acelea în care se cunosc aceste condiţii supli-

---

* *Observaţie*: Fiecare element al vectorului coloană (multivectorul) $[\Delta \underline{E}]$ sau $[\underline{I}]$ este un vector coloană format din componentele homopolare, directe şi inverse. Fiecare element al matricei (hipermetrice) $[\underline{S}]$ este o matrice diagonală conţinînd impedanţele homopolare, directe şi inverse ale elementului considerat. Cum s-a arătat în prima lucrare [1], prin convenţie se va trece semnul [ ] numai pentru hipermatrici şi multivectori, în cazurile în care pot apărea confuzii.

mentare — cazurile defectelor nete — dar și pe cele unde acestea nu se pot cunoaște, cazul nesimetriilor oarecare.

Dacă însă, se rezolvă direct ecuația (1.1) și se determină elementele vectorului $\underline{I}_{m,n}$ se obțin relații în care apar nedeterminări din cauza impedanțelor de valoare infinită, corespunzînd ramurilor deschise ale rețelei. Pentru determinarea valorilor curenților, trebuie ridicate aceste nedeterminări, după care se obțin rezultatele căutate.

În cel de-al doilea mod de rezolvare, se presupune — ca și în soluționarea clasică — că se cunosc condițiile la limită ale necunoscutelor în nodurile în care apar defectele nete și anume pentru defecte din *clasa a*, curenții de pe două faze sînt nuli și tensiunea la bornele defectului din cea de-a treia fază este nulă. Pentru defecte nete din *clasa b*, tensiunile la bornele defectului pe două faze sînt nule și curentul pe cealaltă fază este nul.

Folosind aceste condiții la limită, se introduc vectori linie (operatori), care operînd asupra ecuației matriceale (1.1), conduc la relații necesare și suficiente, care împreună cu condițiile de limită din locul defectului duc la rezolvarea sistemului de ecuații.

În continuare, în lucrare se arată tipuri de nesimetrii care se pot reduce la cazul unor defecte nete și rezolvate ca atare. În capitolele următoare se vor arăta matricele prin care s-au stabilit vectorii ortogonali și se dau metode de calcul. Se determină apoi tipuri de nesimetrii care pot fi reduse și calculate analog defectelor nete.

## II. STABILIREA VECTORILOR ORTOGONALI ÎN CAZUL DEFECTELOR NETE MULTIPLE

Se consideră cazul a două (sau mai multe) defecte nesimetrice nete între rețele simetrice $S_1$ și $S_2$ oarecare, reprezentate simbolic în figura 2.1, una din rețelele simetrice $S_1$ sau $S_2$ putînd fi și rețeaua de nul $S_0$.

Cum s-a mai arătat, defectele nesimetrice nete, în sensul considerat și definit în prezenta lucrare, pot fi clasificate în două clase duale.

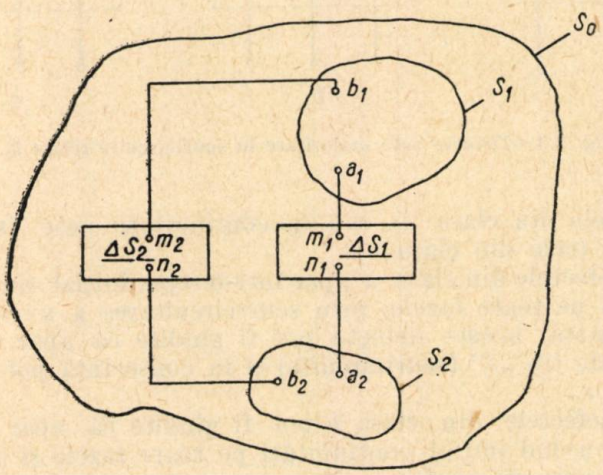



Fig. 2. 1. Defecte nete multiple.

O primă clasă, — denumită în prezenta lucrare, *clasa a* — cuprinde defectele care prezintă o singură impedanţă nulă pe una din faze ($R$), $S$ sau $T$) şi două întreruperi (impedanţe infinite) pe celelalte faze ($S$), $T$; $R$, $T$; sau $R$ şi $S$) figura 2.2. *a*, 2.2. *b* şi 2.2. *c*.

O a doua clasă, — denumită în prezenta lucrare, *clasa b* — cuprinde defectele care prezintă două impedanţe nule pe două faze ($S$ şi $T$ sau

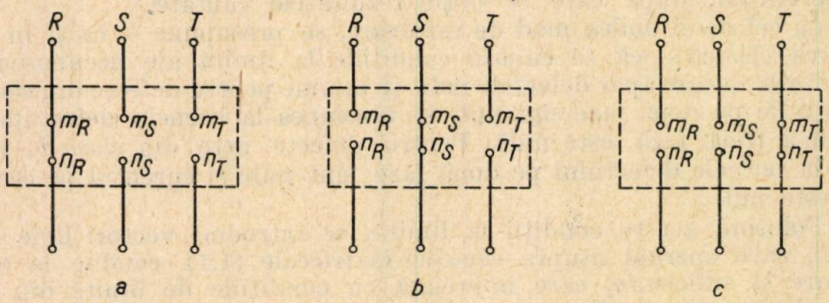



Fig. 2.2.—Defecte nete majoritare în întreruperi (clasa *a*).

$T$ şi $R$; sau $R$ şi $S$) şi o singură impedanţă infinită pe cea de-a treia fază (întrerupere) $R$ sau $S$ sau $T$ (fig. 2.3. *a*; 2.3.*b* şi 2.3.*c*).

*Clasa a* cuprinde acele defecte majoritare în întreruperi, iar *clasa b* cuprinde defectele majoritare în scurtcircuite.

De remarcat că defectele cuprinse în clasele *a* şi *b* pot fi concepute ca abateri de la simetrie a unei reţele iniţial simetrică în întreruperi pe

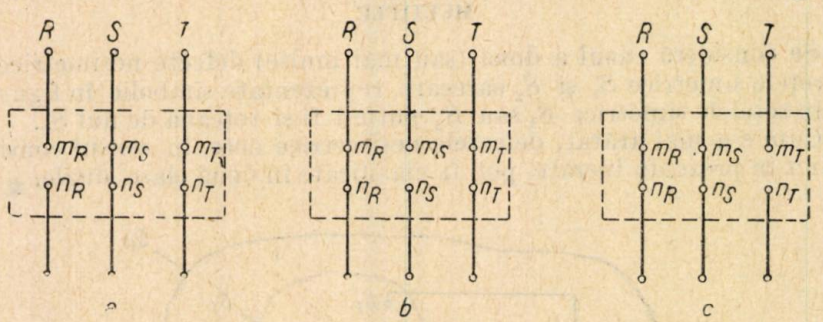



Fig. 2.3.—Defecte nete majoritare în scurtcircuite (clasa *b*).

toate fazele (cele din clasa *a*) sau în continuităţi nete (scurtcircuite) pe toate fazele (cele din clasa *b*).

Astfel, defectele din clasa *a* apar într-o reţea iniţial simetrică avînd local întrerupri pe toate fazele, prin scurtcircuitarea a *uneia* dintre ele. Din cauza aceasta, aceste defecte pot fi gîndite că apar prin abateri de la simetrie de tip „s" (scurtcircuite) şi în consecinţă pot fi denumite abateri de tip *s*.

La fel, defectele din clasa *b* pot fi gîndite că apar local într-o reţea simetrică avînd iniţial continuităţi pe toate fazele şi apoi apare o întrerupere a uneia dintre faze.

Din cauza aceasta, aceste defecte pot fi gîndite că apar prin abateri de la simetrie de tip „*i*" (întreruperi) și în consecință pot fi denumite abateri de tip *i*.

De remarcat că se consideră abateri de tip *i* sau *s* acelea care apar prin *abaterea de la simetrie minoritară*, a unei singure faze din trei, abaterea putînd avea loc și printr-o abatere de la simetrie a două faze din trei, care se consideră *o abatere majoritară*.

Cele două clase sînt duale din punct de vedere al proprietăților pe care le prezintă tensiunile și curenții — vectorii curenți $\underline{I}$ și vectorii tensiuni $\underline{U}$ —.

Ținînd seamă de configurația schemei de impedanțe, rezultă pentru defectele din cele două clase condiții suplimentare pentru curenți și tensiuni.

Astfel, pentru defectele din *clasa a*, din faptul că pe două faze curenții sînt nuli (impedanțe infinite), rezultă două relații liniare între componentele de secvență homopolară $\underline{I}_h$, directă $\underline{I}_d$ și inversă $\underline{I}_i$, ale curenților din locul defectului.

În plus, se cunoaște și o condiție suplimentară asupra tensiunii fazei în scurtcircuit, fapt care conduce la o relație liniară între componentele de secvență homopolară $\underline{U}_h$, directă $\underline{U}_d$ și inversă $\underline{U}_i$ ale tensiunii de la bornele defectului.

Această ultimă condiție este folosită în ecuația generalizată a legii lui Ohm, astfel încît împreună cu cele două relații liniare cunoscute între componentele $\underline{I}_h$, $\underline{I}_d$ și $\underline{I}_i$, ale curenților din locul defectului, să conducă la relații necesare și suficiente pentru determinarea univocă a celor trei componente de curent, respectiv pentru determinarea vectorului $\underline{I}$, din locul defectului. La fel, pentru defectele cuprinse în *clasa b*; din faptul că două faze sînt în scurtcircuit rezultă *două* relații liniare între componentele $\underline{U}_h$, $\underline{U}_d$ și $\underline{U}_i$. În plus, pe baza condiției de întrerupere de fază, se poate scrie și o condiție suplimentară între componentele $\underline{I}_h$, $\underline{I}_d$ și $\underline{I}_i$ ale curentului din locul defectului, condiție care, ca și în cazul precedent, folosită în ecuația generalizată a legii lui Ohm, conduce la relații necesare și suficiente care, împreună cu cele două relații între componentele tensiunilor, determină în mod univoc cele trei componente $\underline{U}_h$, $\underline{U}_d$ și $\underline{U}_i$, respectiv vectorul tensiunii $\underline{U}$ de la bornele defectului.

Pentru obținerea condițiilor de limită arătate, este de observat că vectorii tensiunii $\underline{U}$ — în cazul defectelor de *clasa a* — respectiv vectorii curenți $\underline{I}$, în cazul defectelor de *clasa b*, admit un vector linie ortogonal de forma:

$$[\underline{1}] = [1,\ 1,\ 1], \tag{2.1}$$

dacă defectul de *clasa a* are $\underline{U}_R = 0$, respectiv defectul de *clasa b*, $\underline{I}_R = 0$, sau:

$$[\underline{\alpha}^2] = [1\,;\ \underline{\alpha}^2\,;\ \underline{\alpha}], \tag{2.2}$$

dacă defectul de *clasa a* are $U_S = 0$, respectiv defectul de *clasa b*, $I_S = 0$, sau

$$[\underline{\alpha}] = [1\,;\ \underline{\alpha}\,;\ \underline{\alpha}^2], \tag{2.3}$$

dacă defectul din *clasa a* are $\underline{U}_T = 0$, respectiv defectul de *clasa b*, $\underline{I}_T = 0$.

Este de remarcat că în cazul defectelor de clasa *a*, rapoartele $\frac{\underline{I}_h}{\underline{I}_h}$; $\frac{\underline{I}_d}{\underline{I}_h}$ şi $\frac{\underline{I}_i}{\underline{I}_h}$, respectiv $\frac{\underline{U}_h}{\underline{U}_h}$; $\frac{\underline{U}_d}{\underline{U}_h}$; $\frac{\underline{U}_i}{\underline{U}_h}$ pentru defectele din clasa *b*, sînt tocmai componentele transpusului conjugat al vectorului linie de ortogonalitate $[\underline{1}]$; $[\underline{\alpha}^2]$ sau $[\underline{\alpha}]$, corespunzător tipului de defect analizat. (vezi anexa 1.)

În cazul a două sau mai multe defecte, pentru obţinerea relaţiilor suplimentare, pe baza legii lui Ohm generalizate, se formează o hipermatrice diagonală de ortogonalitate, care amplificînd ecuaţia generalizată a lui Ohm conduce la relaţii necesare şi suficiente pentru determinarea curenţilor, respectiv a tensiunilor în locul defectului.

Aceste relaţii conţin numai componentele matricei de simetrie, aşa cum se arată în anexa 1.

Hipermatricea diagonală de ortogonalitate are drept elemente vectorii de ortogonalitate $[\underline{1}]$; $[\underline{\alpha}]$ sau $[\underline{\alpha}^2]$ corespunzători tipurilor de defecte analizate.

Pentru aceasta, ecuaţia generalizată a lui Ohm trebuie să fie astfel ordonată încît prin înmulţirea termenilor din dreapta şi din stînga cu hipermatricea de ortogonalitate, aceasta să anuleze fie vectorii-tensiune $\underline{U}$, în cazul defectelor de clasa *a*, fie vectorii-curenţi $\underline{I}$, în cazul defectelor de clasa *b*.

Astfel, dacă toate cele *n* defecte aparţin clasei *a*, vectorii $\underline{U}$ apar explicit în legea lui Ohm generalizată de forma :

$$[\Delta \underline{E}] = [\underline{S}] \cdot [\underline{I}] + [\Delta \underline{S}] \cdot [\underline{I}], \tag{2.4}$$

şi

$$[\underline{U}] = [\Delta \underline{S}] \cdot [\underline{I}] \tag{2.5}$$

sau

$$[\Delta \underline{E}] = [\underline{S}]\,[\underline{I}] + [\underline{U}] \tag{2.6}$$

în care

$$[\Delta \underline{E}] = \begin{bmatrix} \Delta \underline{E}_{m_1,n_1} \\ \Delta \underline{E}_{m_2,n_2} \\ \vdots \\ \Delta \underline{E}_{m_k,n_k} \end{bmatrix} = \text{multivectorul tensiunilor electromotoare văzute din locul defectului;}$$

$[\underline{S}]$ = hipermatricea corespunzătoare reţelelor de simetrie.
$[\underline{I}]$ = multivectorul curentului din locul defectului;
$[\underline{U}]$ = multivectorul tensiunilor la bornele defectului.

Pentru anularea multivectorului $[\underline{U}]$ se înmulțește și primul și al doilea termen din legea generalizată a lui Ohm prin hipermatricea $[\underline{\underline{D}}]$ de forma :

$$[\underline{\underline{D}}] = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\lambda}}_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \underline{\underline{\lambda}}_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \underline{\underline{\lambda}}_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \underline{\underline{\lambda}}_n \end{bmatrix} = \text{matricea de ortogonalitate,} \tag{2.7}$$

în care vectorii $\underline{\underline{\lambda}}$ capătă după tipul de defect, valorile $[\underline{\underline{1}}]$, $[\underline{\underline{\alpha}}^2]$ sau $[\underline{\underline{\alpha}}]$ (vezi (2.1); (2.2) și (2.3)).

Se obțin astfel $n$ relații simple, care conțin numai elementele în $\underline{\underline{Z}}$ ale matricei de simetrie și care împreună cu celelalte $2n$ relații liniare ce se obțin imediat (pe baza condiției de întrerupere de fază, între componentele $\underline{I}_{hk}$, $\underline{I}_{dk}$ și $\underline{I}_{ik}$ din fiecare loc $k$, în care apare defectul) formează un sistem de $3n$ ecuații liniare pe baza cărora se determină în mod univoc cele $3n$ componente de curent corespunzătoare vectorului $\underline{I}$ din locurile de defect.

În cazul în care cele $n$ defecte multiple aparțin toate clasei $b$, atunci în ecuația 2.4 se explicitează vectorii $\underline{I}$ și se obține o ecuație de forma :

$$[\underline{\underline{S}}]^{-1} \cdot [\Delta \underline{E}] = [\underline{\underline{S}}]^{-1} \cdot [\underline{U}] + [\underline{I}]. \tag{2.8}$$

Prin înmulțirea ecuației (2.8) prin hipermatricea dată de relația (2.7), se obține un sistem de $n$ relații care conțin numai elementele hipermatricei de simetrie — exprimată în admitanțe — și care împreună cu celelalte $2n$ relații liniare obținute pe baza condiției de scurtcircuit, între componentele $\underline{U}_{hk}$, $\underline{U}_{dk}$ și $\underline{U}_{ik}$ din fiecare loc $k$ în care apare defectul, formează un sistem de $3n$ ecuații pe baza cărora se determină în mod univoc cele $3n$ componente de tensiune, corespunzătoare celor $n$ locuri de defect, respectiv cei $n$ vectori $\underline{U}$ din locurile de defect.

În cazul în care din cele $n$ defecte, $p$ defecte aparțin clasei $a$ și $q$ defecte aparțin clasei $b$, astfel încît $p + q = n$, atunci în ecuația generalizată a lui Ohm trebuie izolat un multivector hibrid :

$$[\underline{H}]_{p/q} = \begin{bmatrix} \underline{U}_p \\ \underline{I}_q \end{bmatrix}, \tag{2.9}$$

în care multivectorul $[\underline{U}_p]$ conține toți vectorii $[\underline{U}]$ corespunzători celor $p$ defecte din clasa $a$, și multivectorul $[\underline{I}_q]$ corespunde celor $q$ defecte din clasa $b$.

În acest caz ecuația generalizată a lui Ohm capătă forma

$$[\underline{N}] \cdot [\Delta \underline{E}] = [\underline{M}] \cdot [\underline{H}]_{p/q} + [\underline{H}]_{p/q}, \tag{2.10}$$

în care :

$$[\underline{H}]_{q/p} = \begin{bmatrix} \underline{I}_p \\ \underline{U}_q \end{bmatrix}, \tag{2.11}$$

și :

$$[\underline{H}]_{p/q} = \begin{bmatrix} \underline{U}_p \\ \underline{I}_q \end{bmatrix}. \tag{2.12}$$

$[\underline{M}]$ şi $[\underline{N}]$ sînt hipermatrici hibride în admitanţe, impedanţe şi elemente adimensionale, obţinute în urma ordonării ecuaţiei (2.4) pentru obţinerea multivectorului hibrid $[\underline{H}]_{p/q}$.

Aplicînd asupra ecuaţiei (2.10) hipermatricea dată în relaţia (2.7), se obţin ca şi în cazurile precedente relaţii necesare şi suficiente pentru completarea unui sistem de $3n$ ecuaţii, pe baza căruia să se rezolve cele $3n$ necunoscute în curenţi şi tensiuni, respectiv multivectorul $[\underline{H}]_{q/p}$.

Ecuaţia generală hibridă particularizată conduce atît la ecuaţiile de rezolvare a defectelor nete cuprinse în clasa *a*, cît şi a celor din clasa *b*.

Stabilirea acestor ecuaţii şi a proprietăţilor vectorilor ortogonali este redată în anexa 1.

Folosirea operatorilor de ortogonalitate poate fi extinsă şi în cazul unor nesimetrii oarecare, care pot fi reduse la scheme electrice conţinînd defecte nete.

Metoda reducerii unei nesimetrii oarecari la scheme electrice conţinînd scheme în care apar defecte nete se bazează pe observaţia că o continuitate locală a unei faze dintr-o reţea este egală cu o admitanţă infinită, iar o întrerupere cu o impedanţă infinită.

Ca urmare a acestui fapt, conectarea în serie a unei impedanţe de valoare finită $\underline{Z}$ cu o impedanţă infinită nu schimbă starea electrică a sistemului considerat. La fel, conectarea în paralel a unei admitanţe de valoare finită $\underline{Y}$, cu o admitanţă infinită, nu modifică starea electrică considerată.

Pornindu-se de la observaţiile menţionate pentru diferite cazuri de nesimetrii, se caută a se efectua o simetrizare a reţelei, folosindu-se admitanţe sau impedanţe de valori infinite adăugate corespunzător, astfel încît să nu se schimbe starea electrică a reţelei date. Se obţine schema electrică în care apar reţele simetrice în serie sau în paralel cu reţele care conţin defecte de clasele *a* sau *b*, asupra cărora se aplică vectorii ortogonali (vezi anexa 2).

În anexa 2 s-au studiat cazuri de reducere a unor nesimetrii cu impedanţe concentrate la cazurile unor nesimetrii nete.

## *ANEXA 1*

Se consideră vectorii linie:

$[\underline{1}] \triangleq [1\,;\,1\,;\,1]$[1)],

$[\underline{\alpha}^2] \triangleq [1\,;\,\underline{\alpha}^2\,;\,\underline{\alpha}]$,

$[\underline{\alpha}] \triangleq [1\,;\,\underline{\alpha}\,;\,\underline{\alpha}^2]$,

---

[1]) Observaţie: semnul $\triangleq$ înseamnă „egal prin definiţie" şi $\underline{\alpha} = e^{j2\pi/3}$.

Acești operatori prezintă următoarele proprietăți :

$$[\underline{\underline{1}}] + [\underline{\underline{\alpha}}^2] + [\underline{\underline{\alpha}}] = [3\,;\ 0\,;\ 0], \tag{1.A-1}$$

$$[\underline{\underline{1}}] \cdot [\underline{\underline{1}}]_t^* = [1\,;\ 1\,;\ 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 3, \tag{2.A-1}$$

$$[\underline{\underline{\alpha}}^2] \cdot [\underline{\underline{\alpha}}^2]_t^* = [1\,;\ \underline{\alpha}^2\,;\ \underline{\alpha}] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \underline{\alpha} \\ \underline{\alpha}^2 \end{bmatrix} = 3, \tag{3.A-1}$$

$$[\underline{\underline{\alpha}}] \cdot [\underline{\underline{\alpha}}]_t^* = [1\,;\ \underline{\alpha}\,;\ \underline{\alpha}^2] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \underline{\alpha}^2 \\ \underline{\alpha} \end{bmatrix} = 3, \tag{4.A-1}$$

$$[\underline{\underline{1}}] \cdot [\underline{\underline{\alpha}}^2]_t^* = [1\,;\ 1\,;\ 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \underline{\alpha} \\ \underline{\alpha}^2 \end{bmatrix} = 0, \tag{5.A-1}$$

$$[\underline{\underline{\alpha}}^2] \cdot [\underline{\underline{\alpha}}]_t^* = [1\,;\ \underline{\alpha}^2\,;\ \underline{\alpha}] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \underline{\alpha}^2 \\ \underline{\alpha} \end{bmatrix} = 0, \tag{6.A-1}$$

$$[\underline{\underline{\alpha}}] \cdot [\underline{\underline{\alpha}}^2]_t^* = [1\,;\ \underline{\alpha}\,;\ \underline{\alpha}^2] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \underline{\alpha}^2 \\ \underline{\alpha} \end{bmatrix} = 0, \tag{7.A-1}$$

Se observă că dacă într-un spațiu complex, a cărui puncte ar fi definite cu ajutorul a trei numere complexe, vectorii $[\underline{\underline{1}}]$; $[\underline{\underline{\alpha}}^2]$; $[\underline{\underline{\alpha}}]$ pot fi considerați ca formînd un triedru imaginar *triortogonal*. Astfel, — dacă se face analogia cu un spațiu real — un vector „perpendicular" pe doi vectori din triedru este — analog unui spațiu real — „paralel" cu cel de-al treilea.

Altfel spus, dacă un vector coloană $[\underline{K}]$ satisface relațiile :

$$[\underline{\underline{1}}] \cdot [\underline{K}] = 0, \tag{8.A-1}$$

și

$$[\underline{\underline{\alpha}}] \cdot [\underline{K}] = 0 \tag{9.A-1}$$

atunci, vectorul linie $[\underline{K}]_t^*$ este paralel cu cel de-al treilea vector din triedrul considerat, respectiv cu vectorul linie $[\underline{\underline{\alpha}}^2]$, vectorul coloană putînd fi exprimat prin :

$$[\underline{K}] = \underline{m} \cdot [\underline{\underline{\alpha}}^2]_t^*, \tag{10.A-1}$$

în care $\underline{m}$ este un scalar, definit pe ansamblul numerelor complexe, egal cu prima componentă $\underline{k}_1$ a vectorului $[\underline{K}]$ și $[\underline{\underline{\alpha}}^2]$ este vectorul linie complimentar vectorilor $[\underline{\underline{1}}]$ și $[\underline{\underline{\alpha}}]$, din triedrul ortogonal considerat.

Într-adevăr, se consideră vectorul coloană :

$$[\underline{K}] = \begin{bmatrix} \underline{k}_1 \\ \underline{k}_2 \\ \underline{k}_3 \end{bmatrix} \tag{11.A-1}$$

şi condiţiile :

$$[\underline{\underline{1}}] \cdot [\underline{K}] = [1,\ 1,\ 1] \cdot \begin{bmatrix} \underline{k}_1 \\ \underline{k}_2 \\ \underline{k}_3 \end{bmatrix} = \underline{k}_1 + \underline{k}_2 + \underline{k}_3 = 0, \tag{12.A-1}$$

$$[\underline{\underline{\alpha}}] \cdot [\underline{K}] = [1\ ;\ \underline{\alpha}\ ;\ \underline{\alpha}^2] \cdot \begin{bmatrix} \underline{k}_1 \\ \underline{k}_2 \\ \underline{k}_3 \end{bmatrix} = \underline{k}_1 + \underline{\alpha} \cdot \underline{k}_2 + \underline{\alpha}^2 \cdot \underline{k}_3 = 0. \tag{13.A-1}$$

Scăzînd relaţiile (13.A—1) şi (12.A—1) se obţine :

$$(\underline{\alpha} - 1) \cdot \underline{k}_2 + (\underline{\alpha}^2 - 1) \cdot \underline{k}_3 = 0 \tag{14.A-1}$$

sau

$$\underline{k}_2 = -(1 + \underline{\alpha})\, \underline{k}_3$$

respectiv

$$\boxed{\underline{k}_2 = \underline{\alpha}^2 \cdot \underline{k}_3} \tag{15.A-1}$$

Înlocuind ecuaţia (15.A—1) în ecuaţia (12.A—1) sau (13.A—1) se obţine :

$$\underline{k}_1 + \underline{\alpha} \cdot \underline{k}_2 + \underline{\alpha}^2 \cdot \underline{k}_3 = \underline{k}_1 + \underline{k}_3 (1 + \underline{\alpha}^2) = 0.$$

de unde

$$\underline{k}_1 = \underline{\alpha} \cdot \underline{k}_3, \tag{16.A-1}$$

sau

$$\underline{k}_3 = \frac{1}{\underline{\alpha}}\, \underline{k}_1 = \underline{\alpha}^2 \cdot k_1,$$

$$\underline{k}_2 = \underline{\alpha} \cdot \underline{k}_1.$$

Rezultă deci :

$$\begin{bmatrix} \underline{k}_1 \\ \underline{k}_2 \\ \underline{k}_3 \end{bmatrix} = \underline{k}_1 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \underline{k}_2/\underline{k}_1 \\ \underline{k}_3/\underline{k}_1 \end{bmatrix} = \underline{k}_1 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \underline{\alpha} \\ \underline{\alpha}^2 \end{bmatrix} = \underline{k}_1 \cdot [1\ ;\ \underline{\alpha}^2\ ;\ \underline{\alpha}]_t^*,$$

*respectiv*

$$[\underline{K}] = \underline{k}_1 \cdot [\underline{\underline{\alpha}}^2]_t^* = [\underline{\underline{\alpha}}^2]_t^* \cdot \underline{k}_1, \tag{17.A-1}$$

($\underline{k}_1$ fiind un scalar).

În cazul defectelor nete, fie din clasa *a* (defecte survenite prin abateri de tip *s*), fie din clasa *b* (defecte survenite prin abateri de tip *i*) din condiţiile impuse vectorilor $\underline{I}$ şi $\underline{U}$ din locul defectului, rezultă că aceştia admit vectori de ortogonalitate din sistemul triortogonal $[\underline{\underline{1}}]$; $[\underline{\underline{\alpha}}^2]$ şi $[\underline{\underline{\alpha}}]$.

În cazul defectelor survenite prin abateri de tip *s*, vectorii curenți $[\underline{I}]$, din locul defectului, admit doi vectori de ortogonalitate, iar vectorii tensiunii $[\underline{U}]$ admit pe cel de-al treilea vector din sistemul ortogonal considerat $[\underline{\underline{1}}]$; $[\underline{\underline{\alpha}}^2]$ și $[\underline{\underline{\alpha}}]$.

În cazul defectelor nete survenite prin abateri de tip *i*, vectorii tensiunii $[\underline{U}]$ din locul defectului admit doi vectori de ortogonalitate ai sistemului $[\underline{\underline{1}}]]$; $[\underline{\underline{\alpha}}^2]$; $[\underline{\underline{\alpha}}]$; și vectorul curent $[\underline{I}]$ îl admite pe cel de-al treilea.

Deci, pentru defecte survenite prin abateri de tip *s*, vectorii $[\underline{I}]$ sînt paraleli și proporționali cu transpusul conjugat al vectorului de ortogonalitate admis și de vectorul $[\underline{U}]$. La fel, pentru defecte survenite prin abateri de tip *i*, vectorii $[\underline{U}]$ sînt paraleli și proporționali cu transpusul conjugat al vectorului de ortogonalitate admis de $[\underline{I}]$.

Se poate deci conchide, că în cazul unor defecte nete, vectorul curent sau tensiune, care admite doi din vectorii linie ai sistemului ortogonal — $[\underline{\underline{1}}]$; $[\underline{\underline{\alpha}}^2]$ și $[\underline{\underline{\alpha}}]$) — este paralel și proporțional cu transpusul conjugat al celui de-al treilea vector linie din sistemul de ortogonalitate considerat.

Acest ultim vector linie de ortogonalitate anulează tensiunea sau curentul din locul defectului, satisfăcînd astfel condiția la limită, *minoritară*, din locul defectului (minoritară în întreruperi sau în scurtcircuite).

Ținînd seamă de cele demonstrate, în cazul unor defecte multiple nete, se poate scrie o matrice de conexiuni de forma :

$$\boxed{[\underline{\underline{D}}] = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\lambda}}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \underline{\underline{\lambda}}_n \end{bmatrix}}. \qquad (18.A-1)$$

Matricea $\underline{\underline{D}}$ este o matrice care conține vectorii-linie ortogonali $\underline{\underline{\lambda}}_1, \ldots, \underline{\underline{\lambda}}_n$, fiecare vector-linie putînd lua valorile $[\underline{\underline{1}}]$; $[\underline{\underline{\alpha}}^2]$; $[\underline{\underline{\alpha}}]$ din triedrul ortogonal considerat.

Cu ajutorul vectorilor $\underline{\underline{\lambda}}_1, \ldots, \underline{\underline{\lambda}}_n$, definiți pe triedrul ortogonal $[\underline{\underline{1}}]$; $[\underline{\underline{\alpha}}^2]$; $[\underline{\underline{\alpha}}]$ se pot exprima condițiile limită din locul defectului (din locul rețelei electrice considerate, în care s-a produs abaterea de la simetrie de tip *s* (scurtcircuit) sau de tip *i* (întreruperi).

Astfel, pentru un ansamblu format din *n* defecte de tip *s* aparținînd clasei *a* (minoritară în scurtcircuite), se poate scrie :

$$\boxed{[\underline{\underline{D}}] \cdot [\underline{U}] = [0]}. \qquad (19.A-1)$$

Iar, pentru un ansamblu format din *n* defecte de tip *i* (aparținînd clasei *b* (minoritară în întreruperi)), această condiție capătă forma :

$$\boxed{[\underline{\underline{D}}] \cdot [\underline{I}] = [0]} \qquad (20.A-1)$$

Pentru un ansamblu hibrid (mixt) format din $p$ defecte din clasa $a$ şi $q$ defecte din clasa $b$, astfel încît $p + q = n$, se poate scrie :

$$\boxed{\begin{bmatrix} \underline{\underline{D}}_U & 0 \\ 0 & \underline{\underline{D}}_I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_p \\ \underline{I}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}} \qquad (21.A-1)$$

Dacă se ţine seamă de proprietatea vectorilor $\underline{I}$, din ansamblul format din defectele din clasa $a$, sau de vectorul $\underline{U}$, din ansamblul defectelor de clasa $b$, aceşti doi vectori admiţînd doi vectori de ortogonalitate din triedrul ortogonal considerat, atunci pe baza celor demonstrate în prezenta lucrare, se poate scrie :

— pentru defecte din clasa $a$ (minoritară în scurtcircuite) :

$$\boxed{[\underline{I}] = [\underline{\underline{D}}]_t^* \cdot [\underline{I}_h]} \qquad (22.A-1)$$

$[\underline{I}_h]$, fiind un multivector conţinînd componentele $\underline{I}_{h,k}$ ale multivectorului $[\underline{I}]$.

— pentru defectul din clasa $b$ (minoritară în întreruperi) :

$$\boxed{[\underline{U}] = [\underline{\underline{D}}]_t^* [\underline{U}_h]} \qquad (23.A-1)$$

$[\underline{U}_h]$, fiind un multivector conţinînd componentele $\underline{U}_{h,k}$ ale vectorului $[\underline{U}]$.

— pentru defecte din clasa $c$ (hibridă) :

$$\boxed{\begin{bmatrix} \underline{I}_p \\ \underline{U}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{D}}_U & 0 \\ 0 & \underline{\underline{D}}_I \end{bmatrix}_t^* \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{ph} \\ \underline{U}_{qh} \end{bmatrix}}. \qquad (24.A-1)$$

Proprietăţile demonstrate exprimate prin relaţiile (19.A—1)—(24.A—1), împreună cu ecuaţia matricială generală a legii lui Ohm, sînt necesare şi suficiente pentru determinarea necunoscutelor, vectorii tensiuni şi curenţi din locurile în care au apărut abaterile de la simetrie de tip $s$ sau $i$.

Într-adevăr, să considerăm ecuaţia matricială generală a lui Ohm de forma :

$$\boxed{[\Delta \underline{E}] = [[\underline{S}] + [\Delta \underline{S}]] \cdot [\underline{I}] = [\underline{S}] \cdot [\underline{I}] + [\underline{U}]}. \qquad (25.A-1)$$

Pentru aplicarea comodă în această ecuaţie a relaţiilor (19.A—1)—(24.A—1), în ecuaţia (25.A—1) trebuie izolat multivectorul $[\underline{U}]$ sau $[\underline{I}]$ care admite matricea $[\underline{\underline{D}}]$ (relaţia (18.A—1)) drept operator de ortogonalitate. Pentru aceasta, ecuaţia (25.A—1) convine să fie exprimată în funcţie de clasa de defecte studiate.

Astfel, pentru un ansamblu care cuprinde defecte din clasa $a$ ecuaţia (25.A—1) se exprimă ca o ecuaţie în $[\underline{Z}]$ (matricea serie) :

$$[\Delta \underline{E}] = [[\underline{S}] + [\Delta \underline{S}]] \cdot [\underline{I}] = [\underline{S}] \cdot [\underline{I}] + [\underline{U}]. \qquad (26.A-1)$$

---

Observaţie : $[\underline{I}]$ ; $[\underline{U}]$ sînt multivectori şi $[\underline{\underline{D}}]$ hipermatrice.

— pentru un ansamblu de defecte de tip *b*, ecuația (25.A—1) se exprimă ca o ecuație în $[\underline{Y}]$ (matricea paralel):

$$[\underline{S}]^{-1} \cdot [\Delta \underline{E}] = [\underline{S}]^{-1} \cdot [\underline{U}] + [\underline{I}] \qquad (27.A-1)$$

— pentru un ansamblu de defecte de tip mixt (hibrid) ecuația 25.A—1) se exprimă prin matricea serie-paralel, avînd forma:

$$[\underline{N}] \cdot [\Delta \underline{E}] = [\underline{M}] \cdot [\underline{H}]_{q/p} + [\underline{H}]_{p/q} \cdot \qquad (28.A-1)$$

În ecuațiile stabilite sînt de observat următoarele:

$[\underline{S}]$ este matricea de simetrie în $[\underline{Z}]$ a sistemului [1];

$[\underline{S}]^{-1}$ — matricea în $[\underline{Y}]$ a sistemului;

$[\underline{S}]^{-1} \cdot [\Delta \underline{E}] = [\underline{I}_{sc}]$ — curenții de scurtcircuit simetric din locurile de defect, în cazul unei rețele pasivizate căreia i se aplică la borne tensiunea vector $[\Delta \underline{E}]$.

$[\underline{H}]_{q/p} = \begin{bmatrix} \underline{I}_p \\ \underline{U}_q \end{bmatrix}$ = vectorul hibrid $[\underline{H}]$ în $[\underline{I}_p]$ și $[\underline{U}_q]$

$[\underline{H}]_{p/q} = \begin{bmatrix} \underline{U}_p \\ \underline{I}_q \end{bmatrix}$ = vectorul hibrid $[\underline{H}]$ în $[\underline{U}_p]$ și $[\underline{I}_q]$, vector care se izolează pentru a fi apoi anulat.

Trecerea de la ecuația (27.A—1) la ecuația (28.A—1) se face printr-o schimbare de variabilă în care se izolează vectorul:

$[\underline{H}]_{p/q} = \begin{bmatrix} \underline{U}_p \\ \underline{I}_q \end{bmatrix}$ = vector care urmează să fie anulat prin operatorul $[\underline{D}]$.

Pentru izolarea acestui vector se observă că ecuația (26.A—1) poate fi pusă sub forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta \underline{E}_p \\ \Delta \underline{E}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{S}_{pp} & \underline{S}_{pq} \\ \underline{S}_{qp} & \underline{S}_{qq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_p \\ \underline{I}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{U}_p \\ \underline{U}_q \end{bmatrix} \cdot \qquad (29\,A.-1)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \underline{E}_p \\ \Delta \underline{E}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{S}_{pp} & 0 \\ \underline{S}_{qp} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_p \\ \underline{U}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \underline{S}_{p,q} \\ 0 & \underline{S}_{qq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_p \\ \underline{I}_q \end{bmatrix} \cdot \qquad (30.\,A-1)$$

Sau:

$$\begin{bmatrix} 1 & \underline{S}_{pq} \\ 0 & \underline{S}_{qq} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \underline{E}_p \\ \Delta \underline{E}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \underline{S}_{pq} \\ 0 & \underline{S}_{qq} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{S}_{pp} & 0 \\ \underline{S}_{qp} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_p \\ \underline{U}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{U}_p \\ \underline{I}_q \end{bmatrix} \qquad (31.A-1)$$

De unde, identificînd ecuația (28.A—1) cu (31.A—1), se obține:

$$[\underline{N}] = \begin{bmatrix} 1 & \underline{S}_{pq} \\ 0 & \underline{S}_{qq} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\underline{S}_{pq} \cdot \underline{S}_{qq}^{-1} \\ 0 & \underline{S}_{qq}^{-1} \end{bmatrix} \qquad (32.A-1)$$

$$[\underline{M}] = \begin{bmatrix} 1 & \underline{S}_{pq} \\ 0 & \underline{S}_{qq} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} S_{pp} & 0 \\ S_{qp} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{S}_{pp} - \underline{S}_{pq} \cdot \underline{S}_{qq}^{-1} \cdot \underline{S}_{qp} ; & -\underline{S}_{pq} \cdot \underline{S}_{qq}^{-1} \\ \underline{S}_{qq}^{-1} \cdot \underline{S}_{qp} ; & \underline{S}_{qq}^{-1} \end{bmatrix}. \qquad (33.A-1)$$

Din cauza formei pe care o prezintă matricea $[\underline{M}]$, ea este formal asemenea cu matricea serie-paralel $[\underline{\mathcal{D}}]$ folosită în teoria cuadripolilor [2], sau din punct de vedere matematic, cu matricea de schimbare de variabilă [3], [4].

Pentru a analiza şi sensul fizic al operatorului $[\underline{N}]$ este de observat că operatorul $[\underline{N}]$ aplicat vectorului omogen $[\Delta\underline{E}]$ — vectorul tensiunilor de mers în gol (din locurile în care apar defectele) în ipoteza că se consideră toată reţeaua simetrică — transformă vectorul omogen $[\Delta\underline{E}]$ într-un vector *hibrid* $[\underline{H}_0]$.

Vectorul hibrid $[H_0]$ este egal cu :

$$[\underline{H}_0] = [\underline{N}] \cdot \begin{bmatrix} \Delta\underline{E}_p \\ \Delta\underline{E}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\underline{S}_{pq} \cdot \underline{S}_{qq}^{-1} \\ 0 & \underline{S}_{qq}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\underline{E}_p \\ \Delta\underline{E}_q \end{bmatrix} =$$

$$= [\underline{H}_0] = [\underline{N}] \cdot \begin{bmatrix} \Delta\underline{E}_p \\ \Delta\underline{E}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\underline{E}_p - \underline{S}_{pq} \cdot \underline{S}_{qq}^{-1} \cdot \Delta\underline{E}_q \\ \underline{S}_{qq}^{-1} \cdot \Delta\underline{E}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\underline{E}'_p \\ \underline{I}_{sc,q} \end{bmatrix}$$

în care

$$[\Delta\underline{E}'_p] = [\Delta\underline{E}_p - \underline{S}_{pq} \cdot \underline{S}_{q,q}^{-1} \Delta\underline{E}_q] = [\Delta\underline{E}_p - \underline{S}_{pq} \cdot \underline{I}_{sc,q}]$$

este multivectorul tensiunii de mers în gol la bornele în care apar defectele din clasa *a*, atunci cînd bornele la care apar defectele din clasa *b* sînt închise în scurtcircuit simetric.

Deci, operatorul $[\underline{N}]$ transformă multivectorul tensiunilor de mers în gol, $[\Delta\underline{E}]$, a reţelei totale $(a + b)$ într-un vector hibrid care conţine :

— tensiunile $[\Delta\underline{E}'_p]$ de mers în gol în reţeaua *a*, atunci cînd în reţeaua *b*, bornele în care apar abaterile de tip *i* sînt închise în scurtcircuit simetric ;

— curenţii de scurtcircuit $[\underline{I}_{sc,q}]$, atunci cînd bornele reţelei b, în care apar abaterile de tip *i*, sînt închise în scurtcircuit simetric şi bornele reţelei *a*, în care apar abaterile de tip *s*, sînt deschise simetric în gol, reţelele *a* şi *b* fiind interconectate.

Deci, operatorul $[\underline{N}]$ transformă vectorul tensiunilor de mers în gol $[\Delta\underline{E}]$, corespunzător tuturor bornelor deschise în gol simetric, într-un vector hibrid $[\underline{H}_0]$, care cuprinde tensiunile de mers în gol $[\Delta\underline{E}'_p]$ din reţeaua *a*, atunci cînd reţeaua *b* nu a suferit abateri de tip *i* şi curenţii $I_{sc,q}$ de scurtcircuit în reţeaua *b*, care străbat ramurile în care apar abaterile de tip *i*.

Altfel spus, operatorul $[\underline{N}]$ introduce în ecuaţia lui Ohm, prin vectorul hibrid $[\underline{H}_0]$, condiţiile iniţiale care existau în reţeaua electrică totală, în locurile în care apar abaterile, înainte de apariţia acestora (în reţeaua *a*, abateri de tip *s* şi în reţeaua *b*, abateri de tip *i*). Din această cauză, operatorul $[\underline{N}]$ poate fi denumit operatorul de introducere a condiţiilor iniţiale $[\Delta\underline{E}'_p]$ şi $[\underline{I}_{sc,q}]$ ale reţelei simetrice, *înainte de apariţia abaterilor de tip i şi de tip s* :

$$[\underline{H}_0] = \begin{bmatrix} \Delta\underline{E}'_p \\ \underline{I}_{sc,q} \end{bmatrix}. \qquad (34.A-1)$$

Ţinînd seamă de observaţiile făcute, pentru tipurile de defecte din clasele *a*, *b* şi *c*, ecuaţia generalizată a lui Ohm poate fi pusă sub forma de :

— pentru defecte din clasa *a*

$$[\Delta \underline{E}] = [\underline{\underline{S}}] \cdot [\underline{I}] + [\underline{U}] \qquad (35.A-1)$$

— pentru defecte din clasa *b*

$$[\underline{I}_{sc}] = [\underline{\underline{S}}]^{-1} \cdot [\underline{U}] + [\underline{I}] \qquad (36.A-1)$$

— pentru defecte din clasa *c* (mixtă)

$$[\underline{H}_0] = [\underline{\underline{M}}] \cdot [\underline{H}]_{a/a} + [\underline{H}_{p/a}]. \qquad (37.A-1)$$

Izolînd în ecuaţia generalizată a lui Ohm multivectorii $[\underline{U}]$, $[\underline{I}]$ sau $[\underline{H}]_{p/a}$ care pot fi anulaţi prin aplicarea operatorului $[\underline{\underline{D}}]$, se obţine, după aplicarea acestuia, ecuaţiile :

— pentru defectele din clasa *a*, în care $[\underline{\underline{D}}] \cdot [\underline{U}] = [0]$,

$$[\underline{\underline{D}}] \cdot [\Delta \underline{E}] = [\underline{\underline{D}}] \cdot [\underline{\underline{S}}] \cdot [\underline{I}] \qquad (38.A-1)$$

— pentru defecte din clasa *b*, în care $[\underline{\underline{D}}] \cdot [\underline{I}] = [0]$

$$[\underline{\underline{D}}] \cdot [\underline{I}_{sc}] = [\underline{\underline{D}}] \cdot [\underline{\underline{S}}]^{-1} \cdot [\underline{U}] \qquad (39.A-1)$$

— pentru defecte din clasa *c*, mixte, în care $[\underline{\underline{D}}] \cdot [\underline{H}]_{p/a} = [0]$

$$[\underline{\underline{D}}] \cdot [\underline{H}_0] = [\underline{\underline{D}}] \cdot [\underline{\underline{M}}] \cdot [\underline{H}]_{a/p}. \qquad (40.A-1)$$

Dacă în grupul de ecuaţii (36.A—1)—(40.A—1) se ţine seamă de ecuaţiile (22.A—1), (23.A—1), (24.A—1) de forma :

$[\underline{I}] = [\underline{\underline{D}}]_t^* \cdot [\underline{I}_h]$ — pentru defecte din clasa *a*,

$[\underline{U}] = [\underline{\underline{D}}]_t^* \cdot [\underline{U}_h]$ — pentru defecte din clasa *b*,

$[\underline{H}]_{a/p} = [\underline{\underline{D}}]_t^* \cdot [\underline{H}_h]_{a/p}$ — pentru defecte din clasa *c* — mixte,

atunci se obţine, după înlocuire, relaţiile :

— pentru defecte din clasa *a*

$$\boxed{[\underline{I}_h] = [[\underline{\underline{D}}] \cdot [\underline{\underline{S}}] \cdot [\underline{\underline{D}}]_t^*]^{-1} \cdot [\underline{\underline{D}}] \cdot [\Delta \underline{E}]} \qquad (41.A-1)$$

— pentru defecte din clasa *b*

$$\boxed{[\underline{U}_h] = [[\underline{\underline{D}}] \cdot [\underline{\underline{S}}]^{-1} \cdot [\underline{\underline{D}}]_t^*]^{-1} \cdot [\underline{\underline{D}}][\underline{I}_{sc}]} \qquad (42.A-1)$$

— pentru defecte din clasa *c* — mixte

$$\boxed{[\underline{H}_h]_{a/p} = [[\underline{\underline{D}}] \cdot [\underline{\underline{M}}] \cdot [\underline{\underline{D}}]_t^*]^{-1} \cdot [\underline{\underline{D}}] \cdot [\underline{H}_0]}. \qquad (43.A-1)$$

De observat că cele trei ecuaţii conţin :

1. *Condiţiile iniţiale ale reţelei simetrice înainte* de apariţia abaterilor ; în cazul defectelor de clasa $a$, vectorul $[\Delta \underline{E}]$ ; în cazul defectelor din clasa $b$, vectorul $[\underline{I}_{sc}]$ ; în cazul defectelor din clasa $c$, vectorul $[\underline{H}_0] = \begin{bmatrix} \Delta \underline{E}'_p \\ \underline{I}_{sc,q} \end{bmatrix}$.

2. Matricele optime, pentru rezolvarea sistemului corespunzător condiţiilor iniţiale ; matricea în $[\underline{S}]$, respectiv în $[\underline{Z}]$ (matricea serie), pentru defectele din clasa $a$ (cînd se cunoaşte vectorul $[\Delta \underline{E}]$, al reţelei simetrice) ; matricea $[\underline{Y}] = [\underline{S}]^{-1}$ (paralel), cînd se cunoaşte vectorul curent $[\underline{I}_{sc}]$ din ramurile în care apar abaterile de tip $i$ (defecte de clasa $b$) şi matricea $[\underline{M}]$ (mixtă) a reţelei simetrice serie-paralel, pentru defectele din clasa $c$, atunci cînd sînt date în reţeaua simetrică condiţiile iniţiale cuprinse în vectorul hibrid $[\underline{H}_0]$.

3. În funcţie de matricele serie, paralel sau serie-paralel folosite, în ecuaţiile pentru determinarea necunoscutelor $[\underline{I}_h]$ ; $[\underline{U}_h]$ şi $[\underline{H}_h]_{q/p}$ se introduc operatorii :

$$[[\underline{\underline{D}}]\cdot[\underline{S}]\cdot[\underline{\underline{D}}]_t^*]^{-1};\quad [[\underline{\underline{D}}]\cdot[\underline{Y}]\,[\underline{\underline{D}}]_t^*]^{-1};\quad [[\underline{\underline{D}}]\,[\underline{M}]\cdot[\underline{\underline{D}}]_t^*]^{-1};$$

şi mărimile : $[\underline{\underline{D}}]\cdot[\Delta \underline{E}]$ ; $[\underline{\underline{D}}]\cdot[\underline{I}_{sc}]$ ; şi $[\underline{\underline{D}}]\cdot[\underline{H}_0]$,

în care $[\underline{\underline{D}}]$ este matricea operator care conţine vectori linie ortogonali definiţi pe triedrul $[\underline{1}]$ ; $[\underline{\alpha}^2]$ ; $[\underline{\alpha}]$.

4. Ecuaţia (43.A—1) din care se obţine vectorul hibrid $[\underline{H}_h]_{q/p}$, trebuie să conţină drept cazuri particulare ecuaţiile (41.A—1) şi (42.A—1).

Într-adevăr, să presupunem că reţeaua $a$, în care au loc cele $p$ defecte din clasa $a$ şi reţeaua $b$, în care se produc cele $q$ defecte din clasa $b$, sînt independente, respectiv :

$$[\underline{S}_{pq}] = [\underline{S}_{qp}] = [0]$$

Atunci, matricea $[\underline{M}]$ din ecuaţia (33.A—1), capătă forma :

$$[\underline{M}] = \begin{bmatrix} \underline{S}_{pp} & 0 \\ 0 & \underline{S}_{qq}^{-1} \end{bmatrix}, \qquad (44.A-1)$$

$$[\underline{N}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \underline{S}_{qq}^{-1} \end{bmatrix}. \qquad (45.A-1)$$

Ecuaţia (43.A—1) capătă forma :

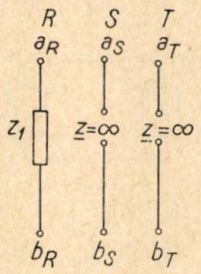
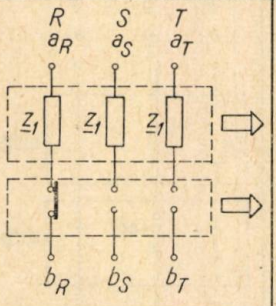
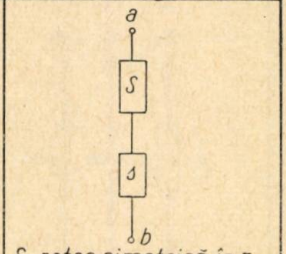
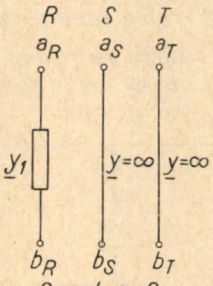
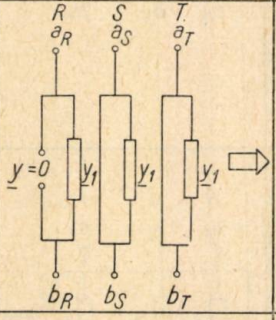
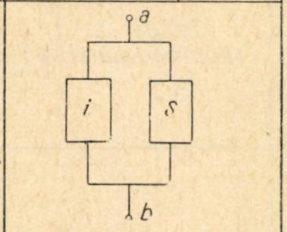
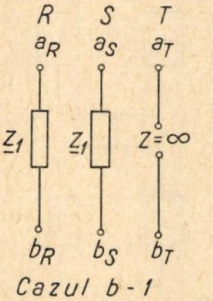
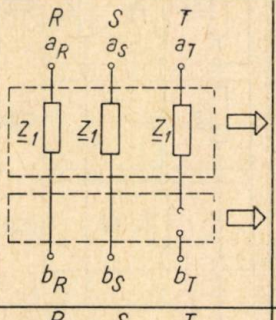
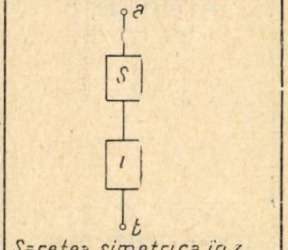
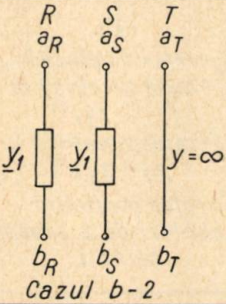
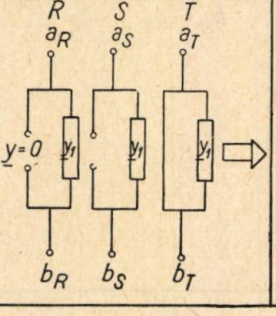
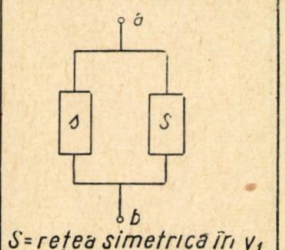
$$[\underline{H}_h]_{q/p} = \left[\begin{bmatrix} \underline{\underline{D}}_U & 0 \\ 0 & \underline{\underline{D}}_I \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \underline{S}_{pp} & 0 \\ 0 & \underline{S}_{qp}^{-1} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \underline{\underline{D}}_U & 0 \\ 0 & \underline{\underline{D}}_I \end{bmatrix}_t^*\right]^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{D}}_U & 0 \\ 0 & \underline{\underline{D}}_I \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \Delta \underline{E}'_{sc} \\ \underline{I}_{sc,q} \end{bmatrix} \qquad (46.A-1)$$

şi cum toţi termenii din dreapta ecuaţiei (46.A—1) sînt diagonali se poate scrie :

$$[\underline{I}_h]_p = [[\underline{\underline{D}}_U]\cdot[\underline{S}_{pp}]\cdot[\underline{\underline{D}}_U]_t^*]^{-1}[\underline{\underline{D}}_U]\cdot[\Delta \underline{E}'_p] \text{ şi} \qquad (47.A-1)$$

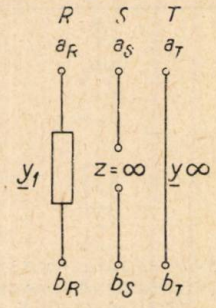
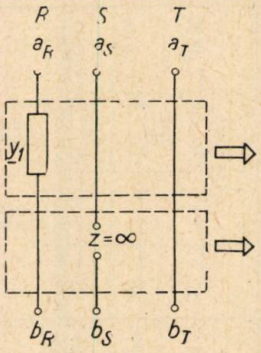
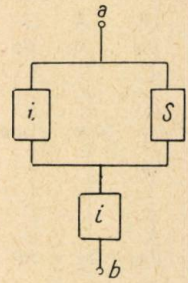
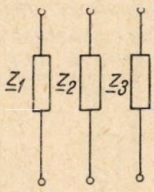
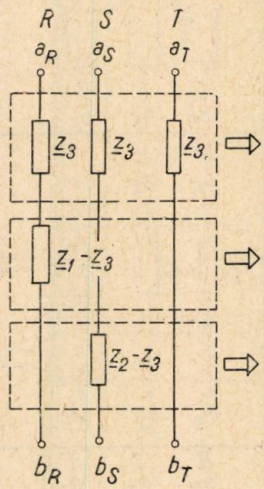
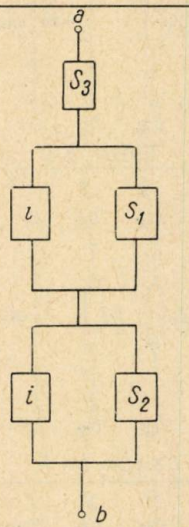
$$[\underline{U}_h]_q = [[\underline{\underline{D}}_I]\cdot[\underline{S}_{qq}]^{-1}\cdot[\underline{\underline{D}}_I]_t^*]^{-1}\cdot[\underline{\underline{D}}_I]\cdot[\underline{I}_{sc,q}]. \qquad (48.A-1)$$

*ANEXA Nr. 2*

| Schemă electrică reală | Schemă electrică echivalentă | Schemă electrică simbolică |
|---|---|---|
|  Cazul a-1 |  |  S = rețea simetrică în $\underline{z}_1$<br>$\delta$ = rețea cu abatere de la simetrie de tip $\delta$ |
|  Cazul a-2 |  |  S = rețea simetrică în $\underline{y}_1$,<br>i = rețea cu abatere de la simetrie de tip i |
|  Cazul b-1 |  |  S = rețea simetrica în $\underline{z}_1$,<br>i = rețea cu abatere de la simetrie de tip i |
|  Cazul b-2 |  |  S = rețea simetrica în $\underline{y}_1$<br>$\delta$ = rețea cu abatere de la simetrie de tip $\delta$ |

Reducerea unei nesimetrii oarecare la nesimetrii nete de tip „*i*" sau „*s*".

*ANEXA Nr. 2*

| Schemă electrică reală | Schemă electrică echivalentă | Schemă electrică simbolică |
|---|---|---|
|  Cazul C · 1 (dublă nesimetrie) |  |  S = rețea simetrică în $\underline{y}_1$<br>i = rețea conținînd abateri de la simetrie de tip i |
|  Cazul C - 2 (dublă nesimetrie) |  |  $S_3$ = rețea simetrică în $\underline{z}_3$<br>$S_1$ = rețea simetrică în $(\underline{z}_1 - \underline{z}_3)^{-1}$<br>$S_2$ = rețea simetrică în $(\underline{z}_2 - \underline{z}_3)^{-1}$<br>i = rețea conținînd abateri de la simetrie de tip i |

Dar ecuațiile (47.A—1) și (48.A—1) sînt tocmai ecuațiile (41.A—1) și (42.A—1), ceea ce era de demonstrat.

Se poate deci trage concluzia *că ecuația care descria în general fenomenul de abatere de la simetrie* a unei rețele simetrice, fie prin abateri de tip *s*, fie prin abateri de tip *i*, sau abateri simultane și de tip *s* și de tip *i*, are forma :

$$\boxed{[\underline{H}_h]_{q/p} = [[\underline{\underline{D}}]\,[\underline{M}]\cdot[\underline{\underline{D}}]_t^*]^{-1}\cdot[\underline{\underline{D}}]\cdot[\underline{H}_0]}, \qquad (49.A-1)$$

semnificația fizică a vectorilor și operatorilor cuprinși în ecuația (49.A—1) fiind cea arătată în cele precedente.

## BIBLIOGRAFIE

1. M. Bercovici, A. Arie, M. Tudose, *Aspecte ale aplicării teoriei componentelor simetrice în analiza sistemelor nesimetrice ale rețelelor electrice* : Din Simpozionul de Analiză și sinteză rețelelor electrice, vol. II, București, 1967.
2. R. Feldkeller, *Vierpoltheorie*, S. Hirzel Verlag-Leipzig, 1948.
3. H. Edelmann, *Calculul electric al rețelelor interconectate*, Ed. tehnică, București, 1966.
4. E. Potolea, *Calculul regimului permanent al sistemelor electrice*, Ed. tehnică, București, 1967.

# PARAMETRII TRANZITORII AI UNEI BOBINE CIRCULARE CU SECȚIUNEA MICĂ, PARALELĂ CU SUPRAFAȚA UNUI SEMISPAȚIU CONDUCTOR

DE

CEZAR FLUERAȘU

621.3.011

În lucrare se determină rezistența tranzitorie și inductivitatea tranzitorie ale unei bobine realizată din conductor practic filiform, paralelă cu suprafața unui semispațiu conductor infinit.

Rezultatul se prezintă sub forma unor funcții universale de timpul raportat la o constantă de tip adecuată.

Se dau expresii aproximative pentru valori mari, respectiv mici ale timpului raportat. Pentru valori mici ale timpului raportat se dau valori aproximative și pentru conductanța tranzitorie și pentru capacitatea tranzitorie.

## INTRODUCERE

Descrierea regimului tranzitoriu al elementelor de circuit lineare cu elemente nefiliforme poate fi făcută, într-un mod foarte general, cu ajutorul parametrilor tranzitorii introduși în lucrarea [1].

Pentru un element dipolar, în condiții inițiale de repaus, ecuațiile valori instantanee se pot scrie sub una din următoarele forme :

$$u(t) = l(0)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^t r(t-\xi)\, i\,(\xi)\mathrm{d}\xi, \tag{1.1}$$

$$u(t) = r_0\, i + l(0)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^{t-\varepsilon} l'(t-\xi) i(\xi)\, d\xi\,;\ g_0 \neq 0) \tag{1.2}$$

sau, explicitînd curentul :

$$i(t) = c(0)\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^t g(t-\xi)\ i(\xi)\,\mathrm{d}\xi, \tag{1.3}$$

St. cerc. energ. electr., Tom. 18. Nr. 2, p. 423—442, 1968

$$i(t) = g_0 u + c(0)\frac{du}{dt} + \frac{d}{dt}\int_0^{t-\varepsilon} c'(t-\xi)\,u(\xi)\,d\xi\,;\ (r_0 \neq 0). \tag{1.4}$$

În aceste relații $r(t)$, $l(t)$, $g(t)$ și $c(t)$ sînt funcțiuni de timp caracteristice elementului de circuit studiat, numite respectiv rezistența tranzitorie, inductivitatea tranzitorie, conductanța tranzitorie și capacitatea tranzitorie; $r_0$ și $g_0 = \frac{1}{r_0}$ reprezintă valorile limită la $t \to \infty$ ale acestor expresii identice cu rezistența, respectiv conductanța de curent continuu, iar

$$l(0) = \lim_{t\to 0+} l(t) \text{ și } c(0) = \lim_{t\to 0+} c(t) \tag{1.5}$$

sînt valorile inițiale ale inductivității și capacității tranzitorii.

Fiind dată impedanța operațională a elementului de circuit

$$Z(p) = \frac{U(p)}{I(p)} = \frac{1}{Y(p)}, \tag{1.6}$$

parametrii tranzitorii rezultă din relațiile:

$$r(t) = \mathcal{L}^{-1}[R(p)], \qquad R(p) = \frac{Z(p)}{p} - l(0), \tag{1.7}$$

$$l(t) = \mathcal{L}^{-1}[L(p)], \qquad L(p) = \frac{Z(p) - r_0}{p^2}, \tag{1.8}$$

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(p)], \qquad G(p) = \frac{Y(p)}{p} - c(0), \tag{1.9}$$

$$c(t) = \mathcal{L}^{-1}[C(p)], \qquad C(p) = \frac{Y(p) - g_0}{p^2}, \tag{1.10}$$

în care $\mathcal{L}^{-1}$ este inversul operatorului de transformare Laplace.

În cadrul lucrării de față se determină parametrii tranzitorii ai unei bobine circulare, avînd $N$ spire realizate dintr-un conductor subțire paralelă cu suprafața unui semispațiu conductor.

Calculul se va face prin integrarea ecuațiilor cîmpului electromagnetic, în aproximația regimului cuasistaționar. Se va utiliza forma operațională a ecuațiilor lui Maxwell, în condiții inițiale nule.

## 2. DETERMINAREA CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

Se consideră o bobină circulară cu raza $a$, avînd $N$ spire realizate dintr-un conductor ce va fi presupus filiform.

Planul spirei se află la distanța $h$ de suprafața unui semispațiu cu permeabilitatea magnetică $\mu = \mu_0$ și conductivitatea $\sigma$. Spira e par-

cursă de curentul $i(t)$ a cărui transformată Laplace este $I(p)$. Curentul este produs într-un mod carecare, de exemplu prin aplicarea unei tensiuni între două borne foarte apropiate între ele.

În virtutea teoremei de unicitate [1], cîmpul electromagnetic e univoc determinat de către curentul din bobină.

Datorită simetriei problemei, este convenabil să se calculeze poten-

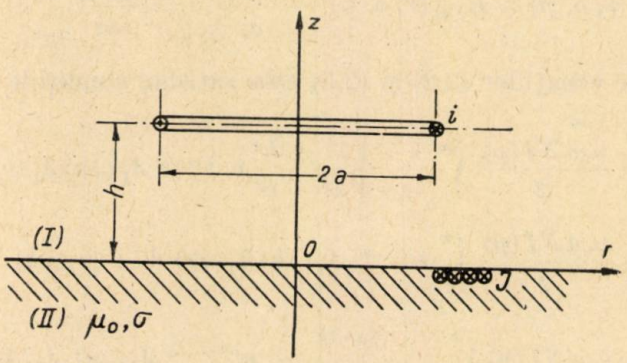



Fig. 1. — Spiră parcursă de curent în vecinătatea unui semispațiu conductor.

țialul vector al cîmpului, care va avea o singură componentă, îndreptată după versorul $e_\theta$ al sistemului de coordonate cilindrice și va depinde numai de coordonatele $r$ și $z$:

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},p) = \mathcal{L}\,[\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},\,t)] = \boldsymbol{e}_\theta \cdot A\,(r,\,z,\,p). \tag{2.1}$$

Soluția va fi căutată sub forma a două expresii valabile în interiorul semispațiului, respectiv în exteriorul acestuia.

În interiorul semispațiului, potențialul vector, notat cu $\boldsymbol{A}_{II}$, va satisface ecuația lui Helmholtz:

$$\Delta \boldsymbol{A}_{II} = \boldsymbol{e}_\theta \left[ \Delta A_{II}\,(r,z,p) - \frac{A_{II}}{r^2} \right] = k^2 \boldsymbol{A}_{II}, \tag{2.2}$$

unde

$$k^2 = p\mu_0\,\sigma. \tag{2.3}$$

În exteriorul semispațiului, potențialul vector va fi exprimat ca suma a doi termeni

$$\boldsymbol{A}_I = \boldsymbol{A}'_I + \boldsymbol{A}''_{II}, \tag{2.4}$$

dintre care primul satisface ecuația lui Laplace

$$\Delta \boldsymbol{A}'_I = \boldsymbol{e}_\theta \left[ \Delta A'_I\,(r,\,z,\,p) - \frac{A'_I}{r^2} \right] = 0, \tag{2.5}$$

iar cel de-al doilea reprezintă potențialul vector al cîmpului bobinei, presupusă izolată [2]:

$$\boldsymbol{A}''_I = \boldsymbol{e}_\theta \frac{\mu_0 a N I(p)}{2} \int_0^\infty J_1(\lambda a)\, J_1(\lambda r)\, e^{\lambda (z-h)}\, d\lambda;\ (z \leqslant h). \tag{2.6}$$

S-a neglijat efectul pelicular din conductorul bobinei.

La suprafața semispațiului trebuie să fie satisfăcute următoarele condiții de trecere :

$$B_{z\,\mathrm{I}}(r, o, p) = B_{z\,\mathrm{II}}(r, o, p) \rightarrow A_{\mathrm{I}}(r, o, p) = A_{\mathrm{II}}(r, o, p), \tag{2.7}$$

$$H_{r\,\mathrm{I}}(r, o, p) = H_{r\,\mathrm{II}}(r, o, p) \rightarrow \left.\frac{\partial A_{\mathrm{I}}}{\partial z}\right|_{z=0} = \left.\frac{\partial A_{\mathrm{II}}}{\partial z}\right|_{z=0}. \tag{2.8}$$

Soluțiile ecuațiilor (2.2) și (2.5) care satisfac condițiile (2.7) și (2.8) sînt :

$$A_{\mathrm{I}}(r, z, p) = \frac{\mu_0 a N I(p)}{2} \int_0^\infty \frac{\lambda - \sqrt{\lambda^2 + k^2}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + k^2}} e^{-\lambda(z-h)} J_1(\lambda a) J_1(\lambda r)\, d\lambda + \tag{2.9}$$

$$+ \frac{\mu_0 a N I(p)}{2} \int_0^\infty e^{\lambda(z-h)} J_1(\lambda a) J_1(\lambda r)\, d\lambda ;\ (z \leqslant h)$$

$$A_{\mathrm{II}}(r, z, p) = \mu_0 a N I(p) \int_0^\infty \frac{\lambda e^{-\lambda h}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + k^2}} e^{z\sqrt{\lambda^2 + k^2}} J_1(\lambda a) \cdot J_1(\lambda r)\, d\lambda. \tag{2.10}$$

### 3. DETERMINAREA IMPEDANȚEI OPERAȚIONALE

Impedanța operațională a bobinei, definită ca raportul dintre transformatele Laplace ale tensiunii la borne și curentului (1.6), se obține

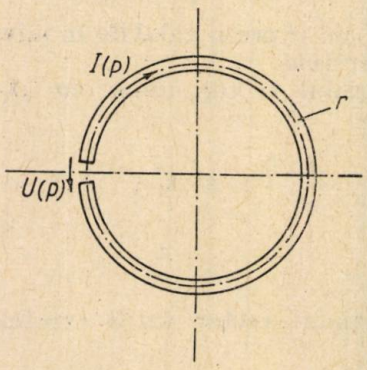



Fig. 2. — Conturul de integrare pentru calculul impedanței operaționale.

aplicînd legea inducției electromagnetice în lungul unui contur care trece prin axul conductorului bobinei și se închide printr-o linie a tensiunii la borne (fig. 2)

$$-p\Phi(p) = r_0 I(p) - U(p), \tag{3.1}$$

în care $r_0$ este rezistența în curent continuu a bobinei :

$$r_0 = \rho \frac{2\pi a N}{S}, \tag{3.2}$$

$S$ fiind secțiunea conductorului.

Fluxul magnetic $\Phi(p)$ din bobină este :

$$\Phi(p) = \oint_{\Gamma} \boldsymbol{A}_{\mathrm{I}}(a, h, p)\, \boldsymbol{dr} = 2\pi\, aN\, A_{\mathrm{I}}(a, h, p). \tag{3.3}$$

Impedanţa operaţională va fi :

$$Z(p) = r_0 + p\,\frac{2\pi a N A_{\mathrm{I}}'(a, h, p)}{I(p)} + p\,\frac{2\pi a N A_{\mathrm{I}}''(a, h, p)}{I(p)}. \tag{3.4}$$

În cazul bobinei filiforme, ultimul termen este infinit ; în realitate, bobina nu este filiformă şi acest termen nu reprezintă altceva decît inductivitatea bobinei izolate, calculată ţinînd seama de grosimea reală a conductorului. Notînd cu $L_0$ această inductivitate, a cărei expresie este :

$$L_0 \approx \mu_0 a\, N^2 \left[\frac{1}{4} + \ln\left(\frac{16a}{d} - 2\right)\right], \tag{3.5}$$

unde $d$ este diametrul conductorului, impedanţa operaţională devine :

$$Z(p) = r_0 + pL_0 + p\mu_0 \pi a^2 N^2 \int_0^{\infty} \frac{\lambda - \sqrt{\lambda^2 + k^2}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + k^2}}\, \mathrm{e}^{-2\lambda h}\, \mathrm{J}_1^2(\lambda a)\, \mathrm{d}\lambda. \tag{3.6}$$

Pentru calcule este mai comodă utilizarea unor mărimi raportate, adimensionale. Introducînd notaţiile :

$$\boxed{\xi = \frac{h}{a}; \qquad \tau_p = \mu_0 \sigma a^2} \tag{3.7}$$

impedanţa operaţională devine, după o serie de transformări elementare :

$$\boxed{Z(p) = r_0 + p\,[L_0 - \pi\mu_0 a N^2 I^{(0)}] - 2\,\frac{\pi\mu_0 a N^2}{\tau_p}\, I^{(2)} + 2\,\frac{\pi\mu_0 a N^2}{\tau_p}\, I^{(*)}.} \tag{3.8}$$

S-au folosit notaţiile :

$$I^{(\alpha)} \equiv \int_0^{\infty} \nu^{\alpha}\, \mathrm{e}^{-2\xi\nu}\, \mathrm{J}_1^2(\nu)\, \mathrm{d}\nu, \tag{3.9}$$

$$I^{(*)} \equiv \int_0^{\infty} \nu \sqrt{\nu^2 + p\tau_p}\, \mathrm{e}^{-2\xi\nu}\, \mathrm{J}_1^2(\nu)\, \mathrm{d}\nu. \tag{3.10}$$

## 4. DETERMINAREA PARAMETRILOR TRANZITORII

### 4.1. Determinarea inductivității inițiale $l(0)$

Valoarea inițială a inductivității tranzitorii $l(0)$ este dată de relația [1]:

$$l(0) = \lim_{p \to \infty} \frac{Z(p)}{p}. \tag{4.1}$$

Se obține

$$l(0) = L_0 - \mu_0 a N^2 I^{(0)}. \tag{4.2}$$

În anexa 1 se calculează $I^{(0)}$ și se obține

$$\boxed{l(0) = L_0 - \mu_0 a N^2 k_l \cdot (\xi),}$$

unde

$$\boxed{k_l(\xi) = \pi I^{(0)}(\xi) = \frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}\left[(1+2\xi^2)\,\mathrm{K}\left(\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}\right) - 2(1+\xi^2)\,\mathrm{E}\left(\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}\right)\right].} \tag{4.3}$$

K și E reprezintă integralele eliptice complete de speța I-a și a II-a.

Valorile coeficientului $k_l(\xi)$, calculate cu relația de mai sus, sînt date în tabela 1 și sînt reprezentate grafic în figura 4.

Pentru valori mici, respectiv mari, ale lui $\xi$ se pot obține expresii aproximative, utilizînd dezvoltările în serie ale integralelor eliptice în jurul unității și în jurul originii [4]. Rezultă:

$$k_l(\xi) \approx \ln \frac{4}{\xi}\,[1 + 0(\xi^2)] - 2\,[1 + 0(\xi^2)]; \quad \xi \ll 1; \tag{4.4}$$

$$k_l(\xi) \approx \frac{\pi}{16\xi^3}\left[1 - 0\left(\frac{1}{\xi^2}\right)\right] \quad ; \quad \xi \gg 1. \tag{4.5}$$

Trebuie remarcat că valoarea inductivității inițiale mai poate fi determinată și în alt mod. Într-adevăr, în momentul inițial cîmpul electromagnetic e tangent la suprafața semispațiului și are distribuția din cazul semispațiului perfect conductor. Cîmpul din momentul inițial poate fi obținut prin metoda imaginilor magnetice, imaginea spirei fiind o altă spiră, simetrică cu prima în raport cu suprafața semispațiului și parcursă de un curent de sens contrar (fig. 3). Se poate găsi o schemă echivalentă, din care se constată că:

$$l(0) = L_0 - L_{12}, \tag{4.6}$$

unde $L_{12}$ este inductivitatea mutuală dintre spiră și imaginea sa, dată de expresia [5]:

$$L_{12} = \mu_0 N^2\, 2\sqrt{h^2 + a^2}\left[\left(1 - \frac{k^2}{2}\right)\mathrm{K}(k) - \mathrm{E}(k)\right], \tag{4.7}$$

unde

$$k = \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}}. \tag{4.8}$$

Efectuînd calculele, se obține același rezultat.

În cazul în care efectul pelicular din bobină nu poate fi neglijat (cel puțin în momentul inițial), în locul inductivității $L_0$ se poate considera

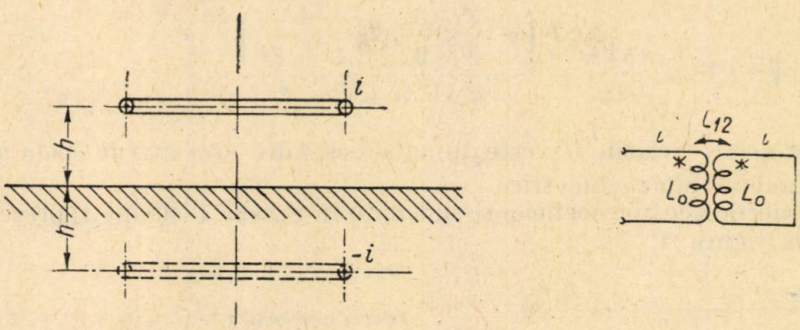



Fig. 3. — Determinarea inductivității inițiale prin metoda imaginilor magnetice.

numai inductivitatea exterioară a bobinei, deoarece în momentul inițial cîmpul electromagnetic nu a pătruns în interiorul conductorului.

### 4.2. Expresii aproximative la $t \sim 0$ ale parametrilor tranzitorii

Obținerea unor expresii analitice ale parametrilor tranzitorii ai bobinei considerate este dificilă. Din acest motiv, se vor determina pentru început expresii ale acestora, valabile la timpi mici : ($t \ll \tau_p$).

După cum se știe, comportarea parametrilor tranzitorii la timpi mici este dictată de comportarea asimptotică la infinit a transformatelor lor Laplace. Se va calcula în acest mod întîi rezistența tranzitorie, ceilalți parametri tranzitorii rezultînd din aceasta.

Folosind relația de definiție (1.7), rezistența tranzitorie operațională este

$$R(p) = \frac{1}{p}\left[r_0 - \frac{2\pi\mu_0 a N^2}{\tau_p} I^{(2)}\right] + \frac{2\pi\mu_0 a N^2}{\tau_p}\,\frac{I^{(*)}}{p}. \tag{4.9}$$

Pentru a se obține comportarea asimptotică la $|p| \to \infty$, integrala $I^{(*)}$ se dezvoltă în serie de puteri negative ale lui $p$ :

$$I^{(*)}_{|p|\gg 1} = \sqrt{p\tau_p}\int_0^\infty \nu \sqrt{1 + \frac{\nu^2}{p\tau_p}}\, e^{-2\xi\nu} J_1^2(\nu)\, d\nu \approx \sqrt{p\tau_p}\left[I^{(1)} + \frac{I^{(3)}}{2p\tau_p} + 0\left(\frac{1}{p^2}\right)\right]. \tag{4.10}$$

Integralele $I^{(1)}$, $I^{(3)}$, ..., sînt calculate în anexa 1.

Se introduc notațiile (vezi anexa 1):

$$k_0(\xi) \equiv 2\pi I^{(2)} = \frac{1}{2(1+\xi^2)^{3/2}}\left[K\left(\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}\right)+\frac{1-\xi^2}{\xi^2}E\left(\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}\right)\right], \quad (4.11)$$

$$k_1(\xi) \equiv 2\sqrt{\pi} I^{(1)} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{[-Q_{\frac{1}{2}}^{1}(1+2\xi^2)]}{\sqrt{1+\xi^2}}, \quad (4.12)$$

$$k_2(\xi) \equiv \sqrt{\pi} I^{(3)} = \frac{15\sqrt{\pi}}{32} \frac{F\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 2, \frac{1}{1+\xi^2}\right)}{\xi^3(1+\xi^2)^{3/2}}. \quad (4.13)$$

În aceste relații, $Q_{\frac{1}{2}}^{1}$ este funcția Legendre asociată de speța a II-a, iar $F$ funcția hipergeometrică.

Valorile acestor coeficienți sînt date în tabela 1 și sînt reprezentate grafic în figura 4.

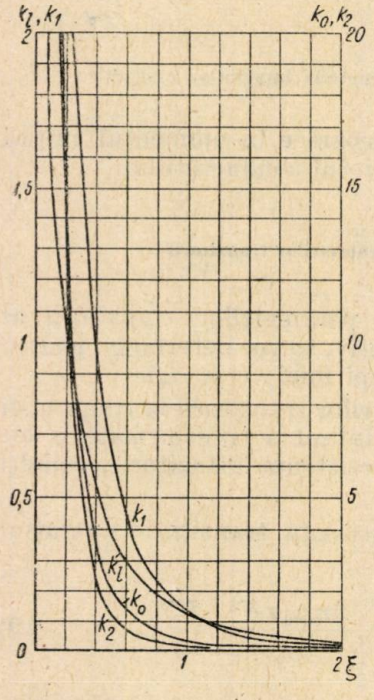



*Tabela 1*

**Valorile coeficienților $k_l(\xi)$, $k_0(\xi)$, $k_1(\xi)$, $k_2(\xi)$**

| $\xi$ | $k_l(\xi)$ | $k_0(\xi)$ | $k_1(\xi)$ | $k_2(\xi)$ |
|---|---|---|---|---|
| 0,1 | 1,68 | 101,4 | 5,63 | 138,5 |
| 0,2 | 1,050 | 13,3 | 2,28 | 13,2 |
| 0,4 | 0,528 | 3,34 | 0,977 | 2,28 |
| 0,6 | 0,283 | 1,35 | 0,454 | 0,67 |
| 0,8 | 0,188 | 0,635 | 0,238 | 0,29 |
| 1 | 0,114 | 0,327 | 0,135 | 0,147 |
| 1,2 | 0,096 | 0,178 | 0,080 | 0,073 |
| 1,4 | 0,070 | 0,104 | 0,049 | 0,039 |
| 1,6 | 0,053 | 0,06 | 0,030 | 0,021 |
| 1,8 | 0,036 | 0,04 | 0,022 | 0,012 |
| 2 | 0,021 | 0,024 | 0,015 | 0,005 |
| 3 | 0,002 | 0,004 | 0,004 | $\approx 0$ |

← Fig. 4. — Valorile coeficienților $k_l(\xi)$; $k_0(\xi)$; $k_1(\xi)$; $k_2(\xi)$.

Pentru valori mici, respectiv mari, ale argumentului, acești coeficienți au următoarele expresii aproximative (vezi anexa 2):

$$\begin{cases} k_0(\xi) \approx \frac{3}{4}\ln\frac{4}{\xi}[1-0(\xi^2)] - \frac{11}{8} + \frac{1}{2\xi^2}; & \xi \ll 1; \quad (4.14) \\ k_0(\xi) \approx \frac{3\pi}{8\xi^5}\left[1+0\left(\frac{1}{\xi^2}\right)\right]; & \xi \gg 1; \quad (4.15) \end{cases}$$

$$\begin{cases} k_1(\xi) \approx \dfrac{1}{\sqrt{\pi}\xi}\,[1 + 0(\xi^2)]; & \xi \ll 1; \quad (4.16) \\ k_1(\xi) \approx \dfrac{3\sqrt{\pi}}{16\xi^4}\left[1 - 0\left(\dfrac{1}{\xi^2}\right)\right]; & \xi \gg 1; \quad (4.17) \end{cases}$$

$$\begin{cases} k_2(\xi) \approx \dfrac{1}{4\sqrt{\pi}\,\xi^2}\,[1 - 0(\xi^2)]; & \xi \ll 1; \quad (4.18) \\ k_2(\xi) \approx \dfrac{15\sqrt{\pi}}{32\,\xi^6}\left[1 - 0\left(\dfrac{1}{\xi^2}\right)\right]; & \xi \gg 1. \quad (4.19) \end{cases}$$

Cunoscînd rezistența tranzitorie, ceilalți parametri tranzitorii pot fi determinați utilizînd relațiile dintre ei din lucrarea [1].

Se obțin următoarele rezultate, exprimate în mărimi raportate:

$$\frac{r(\theta)}{r_0} \equiv \rho(\theta) \approx 1 - \beta k_0(\xi) + \beta k_1(\xi)\frac{1}{\sqrt{\theta}} + 2\beta k_2(\xi)\sqrt{\theta}\ldots; \quad \theta \ll 1, \quad (4.20)$$

$$\frac{l(\theta)}{L_0} \equiv \lambda(\theta) \approx 1 - \frac{\beta}{\omega}k_l(\xi) + 2\frac{\beta}{\omega}k_1(\xi)\sqrt{\theta} - \frac{\beta}{\omega}k_0(\xi)\cdot\theta + \frac{4}{3}\frac{\beta}{\omega}k_2(\xi)\sqrt{\theta^3}\ldots; \quad \theta \ll 1, \quad (4.21)$$

$$\frac{g(\theta)}{g_0} \equiv \gamma(\theta) \approx \frac{1}{\varepsilon}\left[\theta - \frac{4}{3\sqrt{\pi}}\frac{\beta}{\varepsilon}\sqrt{\theta^3}\ldots\right]; \quad \theta \ll 1, \quad (4.22)$$

$$\frac{c(\theta)}{c(\infty)} \equiv \varkappa(\theta) \approx -\frac{\theta}{\varepsilon}\left[1 - \frac{1}{2\varepsilon}\theta^2\ldots\right]; \quad c(\infty) = -\frac{g_0 L_0}{r_0}; \quad \theta \ll 1. \quad (4.23)$$

S-au folosit notațiile:

$$\theta = \frac{t}{\tau_p}; \quad \beta = \frac{\mu_0 a N^2}{r_0 \tau_p}; \quad \omega = \frac{L_0}{r_0 \tau_p}; \quad \varepsilon = \frac{l(0)}{r_0 \tau_p}; \quad \frac{\beta}{\omega} = \frac{1}{\frac{1}{4} + \ln\left(\frac{16a}{d} - 2\right)}. \quad (4.24)$$

### 4.3. Determinarea rezistenței tranzitorii

Din expresia (4.9) a rezistenței tranzitorii operaționale se poate calcula rezistența tranzitorie.

Folosind relația:

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\sqrt{p+a}}{p}\right] = \frac{e^{-at}}{\sqrt{\pi t}} + 2\sqrt{\frac{a}{\pi}}\,\mathrm{erf}\,\sqrt{at}, \quad (4.25)$$

în care

$$\operatorname{erf} x \equiv \int_0^x e^{-u^2}\, du \tag{4.26}$$

este integrala erorilor [4], rezistența tranzitorie relativă este :

$$\frac{r(\theta)}{r_0} = [1 - 2\pi\beta I^{(2)}] + \frac{2\pi\beta}{\sqrt{\pi\theta}} \int_0^\infty [e^{-\nu^2\theta} + 2\nu\sqrt{\theta}\operatorname{erf}\nu\sqrt{\theta}] \cdot \nu e^{-2\xi\nu} J_1^2(\nu)\, d\nu. \tag{4.27}$$

Integrala din relația de mai sus nu poate fi calculată exact. Se pot obține însă rezultate suficient de exacte printr-un calcul aproximativ. Pentru aceasta, expresia cuprinsă între paranteze drepte de sub integrală se aproximează în modul următor (vezi anexa 3) :

$$\varphi(x) \equiv e^{-x^2} + 2x \operatorname{erf} x \approx \sqrt{\pi}\, x + e^{-2mx}, \qquad (x = \nu\sqrt{\theta}), \tag{4.28}$$

în care $m$ ia valori cuprinse între 0,95 și 1,15. Dacă se dorește o aproximare mai bună la valori mici ale timpului, se vor considera valorile mici ale lui $m$, și invers, dacă se dorește o aproximare mai bună la valori mai mari ale timpului. Înlocuind această expresie aproximativă în relația (4.27) se obține următorul rezultat :

$$\boxed{\frac{r(\theta)}{r_0} \equiv \rho(\theta) = 1 + \beta \frac{k_1(\xi + m\sqrt{\theta})}{\sqrt{\theta}}.} \tag{4.29}$$

Dacă se reprezintă grafic funcțiunea $\rho(\theta)$ pentru cele două valori extreme ale lui $m$ se poate considera drept rezistență tranzitorie relativă cea reprezentată de o curbă care, la valori mici ale lui $\theta$, coincide cu curba corespunzătoare lui $m = 0{,}95$ iar la valori mari ale lui $\theta$ coincide cu curba corespunzătoare lui $m = 1{,}15$.

În figura 5 s-a reprezentat rezistența tranzitorie pentru o bobină din cupru cu $N = 10$ spire din conductor cu diametrul $d = 0{,}5$ mm avînd raza $a = 2$ cm, situată la distanța $h = 2$ mm de un semispațiu din aluminiu. Curbele corespunzătoare valorilor extreme ale lui $m$ sînt practic confundate.

În majoritatea cazurilor concrete, de altfel, cele două curbe practic coincid încît drept rezistență tranzitorie se poate considera cu o bună aproximație, cea dată de relația (4.29), în care $m$ ia o valoare intermediară, de exemplu $m = 1$.

Cu cît $\xi = \dfrac{h}{a}$ ia valori mai mari, cu atît mai adevărată devine afirmația de mai sus.

Se constată că rezistența tranzitorie își atinge, practic, valoarea de regim staționar $r_0$ la valori ale timpului raportat $\theta = \dfrac{t}{\tau_p} \approx 0{,}05$.

Comportarea asimptotică la $\theta \sim 0$ a rezistenței tranzitorii poate fi determinată și din relația (4.29) (vezi anexa 4). Se obține:

$$\frac{r(\theta)}{r_0} \equiv \rho(\theta) \approx 1 - \frac{2m}{\sqrt{\pi}} \beta k_0(\xi) + \beta k_1(\xi) \frac{1}{\sqrt{\theta}} + \ldots; \quad \theta \ll 1. \tag{4.30}$$

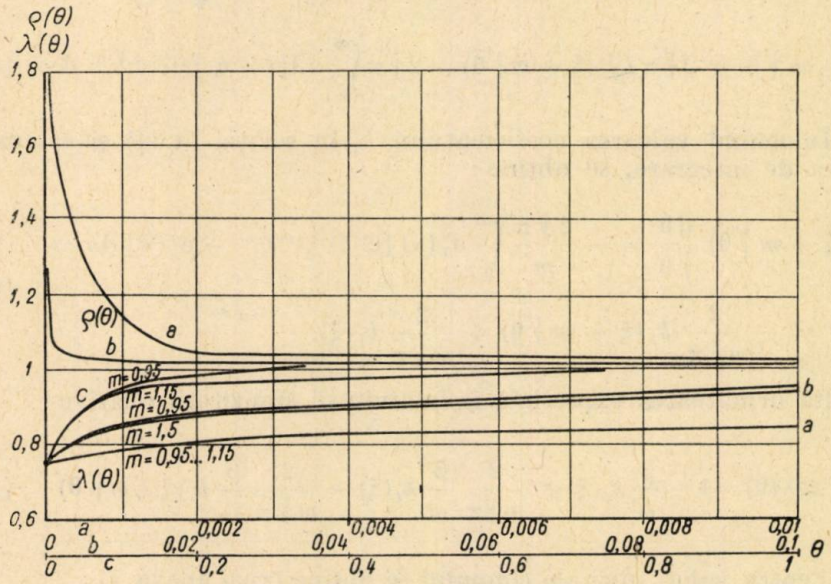



Fig. 5. — Rezistența și inductivitatea tranzitorie a unei bobine cu cupru cu $N = 10$ spire, $d = 0{,}5$ mm, $a = 2$ cm, la distanța $h = 2$ mm de un semispațiu din aluminiu.

Dar, pentru $m = 0{,}95$, $\frac{2m}{\sqrt{\pi}} = 1{,}07 \approx 1$ și se obține chiar expresia (4.20) de mai sus.

Pentru valori mari ale timpului, utilizînd expresia asimptotică (4.17) a coeficientului $k_1$, se obține următorul rezultat:

$$\frac{r(\theta)}{r_0} \equiv \rho(\theta) \approx 1 + \frac{3\sqrt{\pi}\beta}{16 m^4} \frac{1}{\theta^2 \sqrt{\theta}}; \qquad \theta \gg 1. \tag{4.31}$$

sau, luînd $m = 1{,}15$

$$\boxed{\frac{r(\theta)}{r_0} = \rho(\theta) \approx 1 + \frac{0{,}19\beta}{\theta^2 \sqrt{\theta}}; \quad \theta \gg 1.} \tag{4.32}$$

### 4.4. Determinarea inductivității tranzitorii

Inductivitatea tranzitorie poate fi calculată dacă se cunoaște rezistența tranzitorie [1]:

$$l(t) = l(0) + \int_0^t [r(t) - r_0]\, dt. \tag{4.33}$$

Trecînd la mărimi raportate, relația de mai sus devine :

$$\lambda(\theta) = 1 - \frac{\beta}{\omega} k_l(\xi) + \frac{\beta}{\omega} \int_0^\theta k_1(\xi + m\sqrt{\theta}) \frac{d\theta}{\sqrt{\theta}}. \tag{4.34}$$

Însă

$$k_1(\xi + m\sqrt{\theta}) = 2\sqrt{\pi} I^{(1)}(\xi + m\sqrt{\theta}) = 2\sqrt{\pi} \int_0^\infty \nu J_1^2(\nu)\, e^{-2\nu(\xi + m\sqrt{\theta})}\, d\nu. \tag{4.35}$$

Înlocuind valoarea coeficientului $k_1$ în relația (4.34) și schimbînd ordinea de integrare, se obține :

$$\int_0^\theta k_1(\xi + m\sqrt{\theta}) \frac{d\theta}{\sqrt{\theta}} = -\frac{2\sqrt{\pi}}{m} \int_0^\infty J_1^2(\nu) \left[e^{-2\nu(\xi + m\sqrt{\theta})} - e^{-2\xi\nu}\right] d\nu = \tag{4.36}$$

$$= -\frac{2}{m\sqrt{\pi}} k_l(\xi + m\sqrt{\theta}) + \frac{2}{m\sqrt{\pi}} k_l(\xi).$$

Rezultă următoarea expresie a inductivității tranzitorii relative :

$$\boxed{\frac{l(\theta)}{L_0} \equiv \lambda(\theta) = 1 - \frac{\beta}{\omega} k_l(\xi) + \frac{2}{m\sqrt{\pi}} \frac{\beta}{\omega} k_l(\xi) - \frac{2}{m\sqrt{\pi}} \frac{\beta}{\omega} k_l(\xi + m\sqrt{\theta})} \tag{4.37}$$

Pentru valori mici ale timpului se obține (vezi anexa 4) :

$$\lambda(\theta) \approx 1 - \frac{\beta}{\omega} k_l(\xi) + 2 \frac{\beta}{\omega} k_1(\xi)\sqrt{\theta} + \ldots; \qquad \theta \ll 1, \tag{4.38}$$

adică valoarea găsită și mai sus (relația (4.21)).

Pentru valori mari ale timpului, utilizînd expresia asimptotică (4.5) a coeficientului $k_l(\xi + m\sqrt{\theta})$ se obține :

$$\lambda(\theta) \approx 1 - \frac{\pi}{16 m^3} \frac{1}{\theta\sqrt{\theta}}; \qquad \theta \gg 1 \tag{4.39}$$

sau înlocuind $m = 1{,}15$ :

$$\boxed{\lambda(\theta) \approx 1 - \frac{0{,}13}{\theta\sqrt{\theta}}; \qquad \theta \gg 1.} \tag{4.40}$$

În figura 5 sînt reprezentate curbele $\lambda(\theta)$ ale bobinei considerate mai sus pentru cele două valori extreme ale parametrului $m$ ($m = 0{,}95$ ; $m = 1{,}15$).

Ca și în cazul rezistenței tranzitorii, se poate considera drept inductivitate tranzitorie cea dată de o curbă care urmărește pentru valori mici ale lui $\theta$, curba corespunzătoare $m = 0{,}95$, iar pentru valori mari ale lui $\theta$, pe cea corespunzătoare lui $m = 1{,}15$.

Se constată de asemenea, că și în cazul de față cele două curbe sînt practic confundate. De aceea, în majoritatea cazurilor care prezintă interes, se poate considera, cu o aproximație suficient de bună, $m \approx 1$.

Se observă că la valori ale timpului relativ $\theta = \frac{1}{\tau_p} \approx 0{,}5$, inductivitatea tranzitorie atinge, practic, valoarea de regim staționar $L_0$.

## 5. CONCLUZII

În acord cu proprietățile generale ale parametrilor tranzitorii ai unui element inductiv de circuit, se constată următoarele:

— rezistența tranzitorie este infinită în momentul inițial, apoi scade monoton către valoarea rezistenței în curent continuu $r_0$;

— inductivitatea tranzitorie crește monoton de la valoarea $l(0)$, egală cu inductivitatea exterioară, pînă la valoarea inductivității calculată în curent continuu $L_0$;

— conductanța tranzitorie e nulă în momentul inițial, apoi crește monoton pînă la valoarea conductanței în curent continuu $g_0 = \frac{1}{r_0}$;

— capacitatea tranzitorie, nulă în momentul inițial are numai valori negative care scad monoton către valoarea $c(\infty)$.

Rezultatele au fost exprimate în mărimi raportate, adimensionale. În expresiile acestor parametri tranzitorii relativi intervin o serie de funcții ale căror expresii au fost calculate dîndu-se rezultatele sub formă de tabele și curbe și indicîndu-se expresii aproximative valabile la valori mici respectiv mari ale argumentului.

S au stabilit expresii asimptotice pentru timpi relativi mici ale rezistenței tranzitorii, inductivității tranzitorii, conductanței tranzitorii și capacității tranzitorii; se indică de asemenea expresii asimptotice pentru valori mari ale timpului ale rezistenței tranzitorii și inductivității tranzitorii.

Se poate constata că, în general, acești parametri tranzitorii se apropie foarte mult de valorile lor de regim staționar pentru timpi relativi de ordinul $\theta = \frac{t}{\tau_p} \approx 0{,}1 \ldots 0{,}6$.

## *ANEXA 1*

### CALCULUL INTEGRALELOR $I^{(\alpha)}$ DIN RELAȚIA (3.9)

a) *Integrala* $I^{(0)}$ :

Integrala de forma

$$I^{(0)} \equiv \int_0^\infty e^{-2\xi\nu} J_1^2(\nu)\, d\nu$$

este cunoscută [3] și rezultatul este indicat în relația (4.3).

b) *Integrala* $I^{(1)}$:

Se folosește relația [7]:

$$\int_0^\infty e^{-pt} t J_\nu^2(at)\,dt = \frac{2^{2\nu+1}\left(\nu+\frac{1}{2}\right)a^{2\nu}}{\pi} p^{-2-2\nu} B\left(\nu+\frac{1}{2},\ \nu+\frac{1}{2}\right)\times$$

$$\times F\left(\nu+\frac{1}{2},\ \nu+\frac{3}{2},\ 2\nu+1;\ -\frac{4a^2}{p^2}\right)$$

unde

$$B(x, y) = \frac{\Gamma(x)\cdot\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)}$$

este funcțiunea beta iar $F$ este funcțiunea hipergeometrică. Se obține:

$$I^{(1)} = \frac{3}{32}\frac{1}{\xi^4} F\left(\frac{3}{2},\ \frac{5}{2},\ 3,\ -\frac{1}{\xi^2}\right).$$

Folosind relația [6]:

$$F(a, b, c, z) = (1-z)^{-b} F\left(c-a, b, c, \frac{z}{z-1}\right),$$

expresia de mai sus devine

$$I^{(1)} = \frac{3}{32}\frac{\xi}{(1+\xi^2)^{5/2}} F\left(\frac{3}{2},\ \frac{5}{2},\ 3,\ \frac{1}{1+\xi^2}\right).$$

Rezultatul poate fi exprimat prin intermediul funcțiunilor lui Legendre asociate utilizînd relația [6]:

$$e^{-j\mu\pi} Q_\nu^\mu(z) = AF(a, b, c, \zeta),\ |\zeta| < 1,$$

în care

$$A = 2^\nu (z+1)^{\mu/2} (z-1)^{-\frac{\mu}{2}-\nu-1} \frac{\Gamma(1+\nu)\,\Gamma(1+\nu+\mu)}{\Gamma(2+2\nu)}$$

$$a = 1+\nu+\mu,\quad b = 1+\nu,\quad c = 2+2\nu,\quad \zeta = \frac{2}{1-z}.$$

Se obţine :

$$F\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 3, \frac{1}{1+\xi^2}\right) = j\,\frac{32}{3\pi}\,\frac{(1+\xi^2)^2}{\xi}\,Q^1_{\frac{1}{2}}\,[-(1+2\xi^2)].$$

Însă [8]

$$Q^m_\nu(-z) = -\,e^{\pm\nu\pi j}\,Q^m_\nu(z),$$

încît expresia de mai sus devine :

$$F\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 3, \frac{1}{1+\xi^2}\right) = \frac{32}{3\pi}\,\frac{(1+\xi^2)^2}{\xi}\,[-Q^1_{\frac{1}{2}}(1+2\xi^2)],$$

de unde se obţine rezultatul final

$$I^{(1)} = \frac{1}{\pi}\,\frac{[-Q^1_{\frac{1}{2}}(1+2\xi^2)]}{\sqrt{1+\xi^2}}.$$

c) *Integrala* $I^{(2)}$ :
Se foloseşte relaţia (3)

$$\int_0^\infty e^{-2\alpha x}\,J_p(\beta x)\,J_q(\beta x)\,x^{p+q}\,dx =$$

$$= \frac{\Gamma\left(p+q+\frac{1}{2}\right)\beta^{p+q}}{\sqrt{\pi^3}} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^{p+q}\varphi\cdot\cos(p-q)\varphi\cdot d\varphi}{(\alpha^2+\beta^2\cos^2\varphi)^{p+q+\frac{1}{2}}},$$

de unde se obţine

$$I^{(2)} = \frac{3}{4\pi}\,\frac{1}{(1+\xi^2)^{\frac{5}{2}}} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2\varphi\,d\varphi}{\left(1-\frac{1}{1+\xi^2}\sin^2\varphi\right)^{5/2}}.$$

Utilizînd relaţiile [3] :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\Delta^3} = \frac{1}{(k')^2}\,E(k),$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\Delta^5} = \frac{1}{3(k')^2}\left[2(2-k^2)\,\frac{1}{(k')^2}\,E(k) - K(k)\right],$$

în care

$$\Delta = \sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}, \qquad k' = \sqrt{1-k^2},$$

iar E și K sînt integralele eliptice complete de prima și a doua speță, se obține, după efectuarea calculelor, următorul rezultat

$$I^{(2)} = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{(1+\xi^2)^{3/2}} \left[ K\left(\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}\right) + \frac{1-\xi^2}{\xi^2} E\left(\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}\right) \right].$$

d) *Integrala* $I^{(3)}$:

Se folosește relația [6]

$$2^{\nu+\mu}\, \alpha^{-\mu}\, \beta^{-\nu}\, \gamma^{\lambda+\mu+\nu}\, \Gamma(\nu+1) \int_0^\infty J_\mu(\alpha t)\, J_\nu(\beta t)\, e^{-\gamma t}\, t^{\lambda-1}\, dt =$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\lambda+\mu+\nu+2m)}{m!\,\Gamma(\mu+m+1)} \left(-\frac{\alpha^2}{4\gamma^2}\right)^m F\left(-m, -\mu-m, \nu+1, \frac{\beta^2}{\alpha^2}\right)$$

Se obține:

$$I^{(3)} = \frac{1}{2^8 \xi^6} \sum_{m=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{16\xi^2}\right)^m \frac{1}{m!} \frac{\Gamma(6+2m)}{\Gamma(2+m)} F(-m, -1-m, 2, 1).$$

Însă [6]

$$F(a, b, c, 1) = \frac{\Gamma(c)\cdot\Gamma(c-a-b)}{\Gamma(c-a)\cdot\Gamma(c-b)}; \qquad \mathcal{R}e\,(c-a-b) > 0,$$

încît rezultatul devine:

$$I^{(3)} = \frac{1}{2^8 \xi^6} \sum_{m=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{16\xi^2}\right)^m \frac{1}{m!} \frac{\Gamma(6+2m)\cdot\Gamma(3+2m)}{\Gamma^2(2+m)\cdot\Gamma(3+m)}.$$

Folosind relațiile [4]:

$$\Gamma(2z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\, 2^{2z-1}\, \Gamma(z)\cdot\Gamma\left(z+\frac{1}{2}\right),$$

expresia de mai sus se mai poate scrie astfel:

$$I^{(3)} = \frac{1}{2\pi\xi^6} \frac{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)\cdot\Gamma\left(\frac{7}{2}\right)}{\Gamma(2)} \sum_{m=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{\xi^2}\right)^m \frac{1}{m!} \frac{\left(\frac{3}{2}\right)_m \left(\frac{7}{2}\right)_m}{(2)_m}.$$

unde s-a folosit notația [6]:

$$(\alpha)_m \equiv \frac{\Gamma(\alpha+m)}{\Gamma(\alpha)}.$$

Folosind relația de definiție a funcțiunii hipergeometrice

$$F(a, b, c, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(a)_m (b)_m}{(c)_m} \frac{z^m}{m!}$$

se obține următorul rezultat :

$$I^{(3)} = \frac{15}{32\,\xi^6} F\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}, 2, -\frac{1}{\xi^2}\right).$$

Utilizînd apoi relația [6] :

$$F(a, b, c, z) = (1 - z)^{-b} F\left(a, b, c, \frac{z}{z-1}\right),$$

se obține următorul rezultat final

$$I^{(3)} = \frac{15}{32} \frac{1}{\xi^3 (1 + \xi^2)^{3/2}} F\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 2, \frac{1}{1 + \xi^2}\right).$$

## *ANEXA 2*

### EXPRESII APROXIMATIVE ALE FUNCȚIILOR $k_l(\xi)$, $k_0(\xi)$, $k_1(\xi) \cdot k_2(\xi)$ PENTRU VALORI MICI, RESPECTIV MARI ALE ARGUMENTULUI

a) *Funcțiunea* $k_l(\xi)$, *(relația 4.3)*

*Cazul* $\xi \ll 1$.

În acest caz argumentul funcțiunilor eliptice se poate dezvolta în serie :

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} = 1 - \frac{\xi^2}{2} + \frac{3}{8} \xi^4 \ldots$$

Utilizînd relațiile [4] :

$$\mathrm{K}(k) \approx \Lambda + \frac{\Lambda - 1}{4} (k')^2 + \ldots ; \qquad k \approx 1, \qquad k' \ll 1,$$

$$\mathrm{E}(k) \approx 1 + \frac{1}{2}\left(\Lambda - \frac{1}{2}\right) \xi^2 + \ldots ; \qquad k \approx 1, \qquad k' \ll 1,$$

unde

$$\Lambda = \ln \frac{4}{k'},$$

se obține rezultatul din relația (4.4).

*Cazul* $\xi \gg 1$:

În acest caz are loc relația $\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} \ll 1$. Utilizînd dezvoltările în serie [4]:

$$K(x) \approx \frac{\pi}{2}\left[1 + \frac{x^2}{4} + \frac{9x^4}{64} \dots\right]; \qquad x \ll 1,$$

$$E(x) \approx \frac{\pi}{2}\left[1 - \frac{x^2}{4} - \frac{3x^4}{64} \dots\right]; \qquad x \ll 1,$$

se obține rezultatul din relația (4.5).

b) *Funcțiunea* $k_0(\xi)$, *(relația 4.11)*

Se folosesc aceleași formule ca în cazul precedent și se obțin rezultatele din relațiile (4.14) și (4.15).

c) *Funcțiunea* $k_1(\xi)$, *(relația 4.12)*

*Cazul* $\xi \ll 1$:

Se folosește relația [6]:

$$Q_\nu^\mu(z)\, e^{-j\mu\pi} \sim 2^{\frac{\mu}{2}-1}\, \Gamma(\mu)\, (z-1)^{-\frac{\mu}{2}}; \qquad z \to 1.$$

În cazul de față

$$-Q_{\frac{1}{2}}^1(1+2\xi^2) \sim \frac{1}{2\xi} + 0(\xi).$$

Dezvoltînd și $\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}$ în serie de puteri ale lui $\xi$, se obține rezultatul de la (4.16).

*Cazul* $\xi \gg 1$:

Folosind relația [6]:

$$Q_\nu^\mu(z) \sim e^{j\mu\pi}\, 2^{-\nu-1} \sqrt{\pi}\, \frac{\Gamma(\nu+\mu+1)\, z^{-\nu-1}}{\Gamma\left(\nu+\frac{3}{2}\right)}, \qquad |z| \gg 1$$

și dezvoltînd factorul $\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}$ în serie de puteri negative ale lui $\xi$, se obține rezultatul (4.17).

d) *Funcțiunea* $k_2(\xi)$, *relația (4.13)*

*Cazul* $\xi \ll 1$:

În acest caz $\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} \approx 1$ și utilizînd relația [6]:

$$F(a, b, c, 1) = \frac{\Gamma(c) \cdot \Gamma(c-a-b)}{\Gamma(c-a) \cdot \Gamma(c-b)} \qquad \mathcal{R}e(c-a-b) > 0,$$

apoi dezvoltînd numitorul în serie de puteri ale lui $\xi$, se obține rezultatul de la (4.18).

*Cazul* $\xi \gg 1$:

În acest caz funcțiunea hipergeometrică are valoarea $F \approx 1$, iar rezultatul (4.19) se obține dezvoltînd restul funcției în serie de puteri ale lui $\frac{1}{\xi}$.

## *ANEXA 3*

### APROXIMAREA INTEGRANDULUI DIN RELAȚIA (4.27)

Notînd $\nu^2\theta = x^2$, trebuie aproximată funcțiunea:

$$\varphi(x) = e^{-x^2} + 2x \operatorname{erf} x.$$

În figura 6 este reprezentată cu linie plină curba $\varphi(x)$. Pentru valori mari ale lui $x$:

$$\operatorname{erf} x \approx \sqrt{\pi}\, x.$$

Se caută o aproximare de forma

$$\varphi(x) \approx \sqrt{\pi}\, x + e^{-2mx},$$

$m$ urmînd a fi determinat. Dacă se reprezintă logaritmul natural al diferenței dintre funcția $\varphi(x)$ și $\sqrt{\pi}\, x$, se constată că, într-adevăr, curba reprezentativă poate fi aproximată suficient de bine printr-o dreaptă.

Dacă se urmărește o aproximare cît mai bună la valori mici ale lui $x$, ceea ce înseamnă în fond la valori mici ale lui $\theta$, se consideră dreapta $(d_1)$, care corespunde valorii $m = 0{,}95$. Dacă, dimpotrivă, se urmărește o aproximare valabilă în special la valori mari ale lui $\theta$, se va considera dreapta $(d_2)$, care corespunde valorii $m = 1{,}15$.

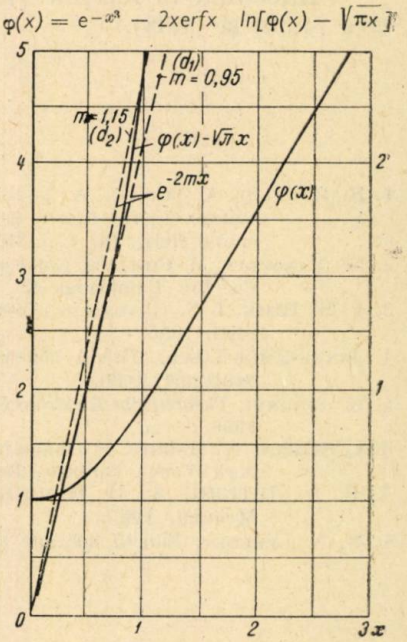



Fig. 6. — Aproximarea funcțiunii $\varphi(x) = e^{-x^2} + 2x \operatorname{erf} x$.

## *ANEXA 4*

### EXPRESII ASIMPTOTICE LA $\theta \ll 1$ ALE RELAȚIILOR (4.29) și (4.37)

În cazul $\theta \ll 1$, funcțiile $k_1(\xi + m\sqrt{\theta})$ și $k_l(\xi + m\sqrt{\theta})$ se pot transforma în modul următor:

$$k_1(\xi + m\sqrt{\theta}) = 2\sqrt{\pi}\int_0^\infty \nu\, I_1^2(\nu)\, e^{-2\nu(\xi+m\sqrt{\theta})}\, d\nu \approx$$

$$\approx 2\sqrt{\pi}\int_0^\infty \nu\, I_1^2(\nu)\, e^{-2\nu\xi}\left[1 - 2\nu m\sqrt{\theta} + \frac{(2\nu m\sqrt{\theta})^2}{2!} + \dots\right] d\nu =$$

$$= k_1(\xi) - \frac{2m\sqrt{\theta}}{\sqrt{\pi}}\, k_0(\xi) \dots$$

$$k_l(\xi + m\sqrt{\theta}) = \pi\int_0^\infty I_1^2(\nu)\, e^{-2\nu(\xi+m\sqrt{\theta})}\, d\nu \approx$$

$$\approx \pi\int_0^\infty I_1^2(\nu)\, e^{-2\nu\xi}\,[1 - 2\nu m\sqrt{\theta} \dots]\, d\nu =$$

$$= k_l(\xi) - m\sqrt{\pi\theta}\, k_1(\xi) \dots$$

Înlocuind în relațiile (4.29) și (4.37) se obțin expresiile aproximative (4.30) și (4.38).

### BIBLIOGRAFIE


1. R. Răduleț, A. Timotin, A. Țugulea, *Introducerea parametrilor tranzitorii în studiul circuitelor electrice lineare având elemente nefiliforme și pierderi suplimentare*, St. cerc. energ. eletr., **16**, *4*, p. 857–929, București (1966).
2. W. Panofsky, M. Phillips, *Clasical electricity and magnetism*, Addison-Wesley, Publishing Co. Inc. Cambridge 42, Mass.
3. I. M. Rîjik, I. S. Gradștein, *Tabele de integrale,sume, serii, produse*, Ed. tehnică, București, 1955.
4. Janke-Emde-Lösch, *Tafeln höherer Funtktionen*, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft – Stuttgart, 1960.
5. K. Simonyi, *Theoretische Elektrotechnik*, VEB Deutscher Verlag der Wiessenschaften, Berlin, 1956.
6. A. Erdély, W. Magnus, F. Oberhettinger, G. Tricomi, *Higher Transcendental Functions*, New York–Toronto–London, Mc Graw–Hill Book Co. Inc., 1953.
7. В. А. Диткин, А. П. Прудников, *Справочник по операционному исчислению*, Москва, 1965.
8. N. N. Lebedev, *Funcții speciale și aplicațiile lor*, Ed. tehnică, București, 1957.

# CÎMPUL MAGNETIC AL UNUI DISPOZITIV FEROMAGNETIC CU ARMATURĂ ŞI PERIODICITATE AXIALĂ

DE

L. BOMPA

538.12;621.3.013

În lucrare se studiază cîmpul magnetic la un dispozitiv feromagnetic, folosind funcţiile analitice. Se studiază spectrul cîmpului, intensitatea cîmpului pe frontierea dispozitivului şi influenţa poziţiei surselor asupra cîmpului din întrefier. Se studiază variaţia coeficientului de scăpări şi inductanţei specifice în raport cu variaţia întrefierului. În final se compară inductanţa specifică măsurată experimental cu valorile calculate.

## 1. INTRODUCERE

În studiul maşinilor electrice şi dispozitivelor feromagnetice, cu utilizări foarte variate, se ajunge adesea după unele aproximări bine justificate, la structuri asemănătoare cu cele din figura 1.

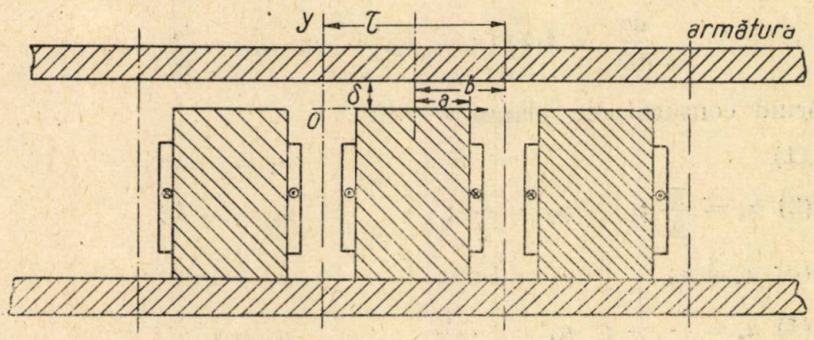



Fig. 1. — Dispozitiv feromagnetic cu armătură şi periodicitate axială (Secţiune).

Deoarece influenţa lăţimii după direcţia transversală se dovedeşte a avea importanţă doar pînă la o distanţă mică de capete, se poate studia cîmpul din secţiunea dispozitivului, considerînd cîmpul plan paralel.

O altă simplificare în studiul cîmpului magnetic din întrefierul dispozitivului este considerarea înălţimii polului infinită, deoarece cîmpul este practic neinfluenţat de valoarea acesteia.

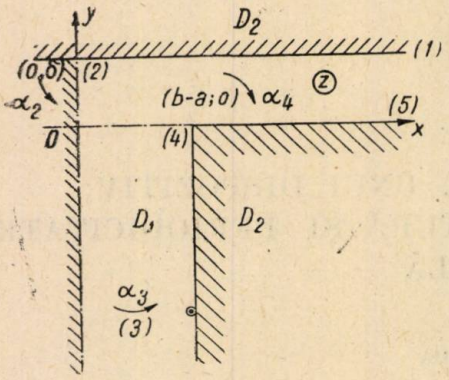
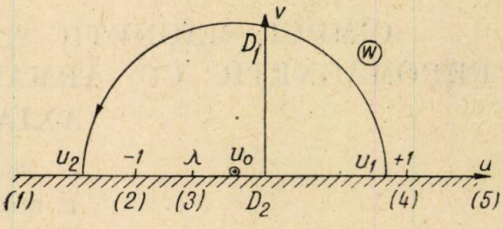



Fig. 2. — Domeniul de studiu în planul **z** şi planul **w**.




La întrefieruri mici în comparaţie cu distanţa „$a$", se poate de asemenea considera, cum va rezulta şi din dezvoltarea calculelor, lăţimea polului ($a$) de valoare infinită.

În fine, considerînd dispozitivul nesaturat se va lua permeabilitatea magnetică de asemenea infinită.

Cu aceste simplificări domeniul de studiat ce se repetă cu pasul polar $\tau$, este schiţat în figura 2.

## 2. DETERMINAREA TRANSFORMĂRII CONFORME

Studiul cîmpului se va face pentru problema enunţată, utilizînd funcţiile analitice. Domeniul $D_1$ din planul **z**[1] se transformă în semiplanul superior din planul **w** folosind transformarea Schwartz Christoffel (fig. 2):

$$\frac{dz}{dw} = A \prod_{k=1}^{n} (w - \lambda_k)^{-\mu_k} \quad \text{cu} \quad \mu_k = \frac{\alpha_k}{\pi} \tag{1}$$

Urmărind conturul din planul **z** avem:

(1) $u_1 = -\infty$;

(2) $\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$; $\mu_2 = \frac{1}{2}$; $u_2 = -1$;

(3) $\alpha_3 = \pi$; $\mu_3 = 1$; $u_3 = \lambda$;

(4) $\alpha_4 = -\frac{\pi}{2}$; $\mu_4 = -\frac{1}{2}$; $u_4 = 1$;

(5) $u_5 = \infty$;

[1]) Literele aldine din text corespund cu literele încercuite din figuri.

$$z = A\int \frac{w-1}{(w-\lambda)\sqrt{w^2-1}}\,dw + B.$$

Utilizînd schimbarea de variabilă $w - \lambda = \frac{1}{t}$ se ajunge la rezultatul:

$$z = -A\left\{j\frac{\pi}{2} + \ln\left(w - \sqrt{w^2-1}\right) + \sqrt{\frac{1-\lambda}{1+\lambda}}\left[\frac{\pi}{2} - j\ln\left(w' - \sqrt{w'^2-1}\right)\right]\right\} + B \tag{2}$$

în care

$$w' = \frac{w\lambda - 1}{w - \lambda}. \tag{3}$$

### 2.1. Determinarea constantelor

Se foloseşte corespondenţa între cele două plane.
În vîrful (3) avem:

$$b - a = -j\pi \sum \text{Rezid.} = -j\pi A\frac{\lambda-1}{\sqrt{\lambda^2-1}} = -j\pi A\sqrt{\frac{\lambda-1}{\lambda+1}}. \tag{4}$$

Scriind variaţia de la (5) la (1), obţinem:

$$j\delta = -j\pi\sum \text{Rezid.} = A\lim_{\rho\to\infty}\int\frac{\rho e^{j\varphi}\cdot\rho j\cdot e^{j\varphi}\,d\varphi}{(\rho e^{j\varphi})^2} = jA\pi,$$

$$A = \frac{\delta}{\pi}. \tag{5}$$

Scriind corespondenţa vîrfului (4):

$$z = b - a; \qquad w = 1$$

rezultă

$$B = \frac{1}{2}(b-a) + j\frac{\delta}{2}. \tag{6}$$

Folosind relaţiile (4), (5), (6) şi notaţia

$$\varepsilon = \frac{b-a}{\delta} \tag{7}$$

avem următoarea corespondenţă în valori relative:

$$z' = \frac{z}{b-a} = -\frac{1}{\pi\varepsilon}\ln\left(w - \sqrt{w^2-1}\right) + \frac{j}{\pi}\ln\left(w' - \sqrt{w'^2-1}\right) \tag{8}$$

în care $w'$ este dat de (3), iar $\lambda$ rezultă din (4) şi (5) :

$$\lambda = \frac{1 - \varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2}. \tag{9}$$

### 2.2. Potenţialul şi cîmpul complex

Potenţialul complex dat de o spiră, ca cea din figura 2, plasată în punctul $w_0$, este :

$$W = \frac{I}{\pi} \ln (w - u_0) = U + j\,V, \tag{10}$$

$$w = u_0 + e^{\pi \frac{U}{I}} \cdot e^{j\pi \frac{V}{I}}. \tag{11}$$

Corespondenţa liniilor de cîmp şi liniilor echipotenţiale din planul **w** cu liniile din planul **w** şi **z** sînt arătate în figura 3.

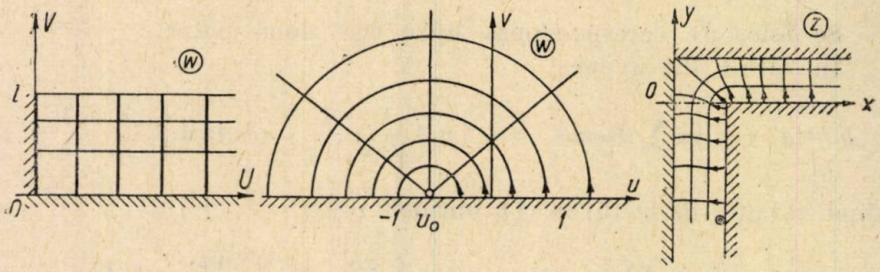



Fig. 3. — Corespondenţa liniilor potenţialului complex W în planul **w** şi **z**.

Cîmpul magnetic complex este :

$$\dot{H} = \text{grad } V$$

sau

$$-\dot{H}^* = \text{j}\frac{dW}{dz} = \text{j}\frac{dW}{dw} \cdot \frac{1}{\frac{dz}{dw}}. \tag{12}$$

Cu relaţia (2), avem :

$$-\dot{H}^* = \text{j}\frac{I}{\delta}\,\frac{w - \lambda}{w - u_0}\sqrt{\frac{w+1}{w-1}}\,, \tag{13}$$

$$-\dot{H}_r^* = -\frac{\dot{H}^*}{I}(b - a) = \text{j}\varepsilon\frac{w - \lambda}{w - u_0}\sqrt{\frac{w+1}{w-1}}\;; \quad -\dot{H}_r^* = -H_x' + \text{j}\,H_y'. \tag{14}$$

Corespunzător frontierei domeniului $D_1$ avem:

— pentru $u_0 < u < 1$

$$H'_x = -\varepsilon \frac{u-\lambda}{u-u_0}\sqrt{\frac{1+u}{1-u}}, \quad H'_y = 0, \tag{15}$$

— pentru $u_0 > u < 1$

$$H'_x = \varepsilon \frac{u-\lambda}{u_0-u}\sqrt{\frac{1+u}{1-u}}, \quad H'_y = 0, \tag{16}$$

— pentru $-1 > u > 1$

$$H'_x = 0 \quad H'_y = \varepsilon \frac{u-\lambda}{u-u_0}\sqrt{\frac{u+1}{u-1}}. \tag{17}$$

### 3. SPECTRUL CÎMPULUI

Pentru trasarea spectrului se utilizează relaţiile (8) şi (9).

Se va considera că sursele vor fi plasate la $y' = -\infty$, deci $u_0 = \lambda$. Această tratare este justificată, deoarece din relaţia (14) se constată că pentru plasarea surselor la $y' < 0$, $|u_0| < 1$ şi deci nu influenţează în mod esenţial valoarea intensităţii cîmpului în întrefierul $y' > 0$.

— Se va trata influenţa raportului $\frac{b-a}{\delta} = \varepsilon$ asupra spectrului şi intensităţii cîmpului.

Este de remarcat că în dispozitivele cu utilizări practice, ca şi în maşinile electrice, $\varepsilon \geqslant 10$. Pentru aceste valori, $\lambda$ este apropiat de $-1$ şi analiza trebuie făcută prin dezvoltarea în serie.

Cazul cînd $\varepsilon = 10$, $\lambda = -1 + \alpha$, $\alpha = 2.10^{-2}$ şi $u_0 = \lambda$. Urmărind liniile de cîmp (fig. 2) din planul **w** se constată că între coordonatele de pe frontiera domeniului aparţinînd aceleiaşi linii avem relaţia:

$$u_2 = 2u_0 - u_1. \tag{18}$$

Utilizînd dezvoltarea în serie pentru anumite intervale ale variabilei $u$, se ajunge la următoarele relaţii utilizate la calculul corespondenţei între frontierele planului **w** şi **z**:

— pentru $|u| \gg 1$

$$\begin{cases} x' = 1 - \dfrac{\sqrt{2\Delta\alpha}}{\pi} + \dfrac{1}{\pi\varepsilon}\ln 2|u|; \quad \Delta\alpha = \left|\dfrac{u-1}{u+1}\alpha\right|, \\ y' = \dfrac{1}{\varepsilon} \text{ pentru } u < -1 \text{ şi } y' = 0 \text{ pentru } u > 1; \end{cases} \tag{19}$$

— pentru $|u| < 1$ şi $5 > |u| > 1{,}10$ se folosesc curbele din figurile 4 şi 5, ce reprezintă cei doi termeni din expresia (8) pentru $\varepsilon = 10$, iar $w$ real;

— pentru $y' \ll 0$ $u_1 = \lambda - \beta$ şi $u_2 = \lambda + \beta$ (20)

în care $\beta \ll \alpha$, iar $u_1$ și $u_2$ sînt coordonatele aceleiași linii de cîmp avem :

$$\left.\begin{aligned} z_1' &= \mathrm{j}\left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\pi}\ln\frac{4\alpha}{\beta}\right) \\ z_2' &= 1 + \mathrm{j}\left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\pi}\ln\frac{4\alpha}{\beta}\right) \end{aligned}\right\}. \tag{21}$$

Pentru corespondența în jurul punctului $u = -1$, cu valorile $u = -1 + n\alpha$, în care $|n| \leqslant 1$, avem :

$$u_1' = \frac{1+n}{1-n}\ ;\ z_1' = \mathrm{j}\left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{\sqrt{2n\alpha}}{\pi\varepsilon} - f\right);\ f = -\frac{1}{\pi}\ln\left(u' - \sqrt{u'^2-1}\right); \tag{22}$$

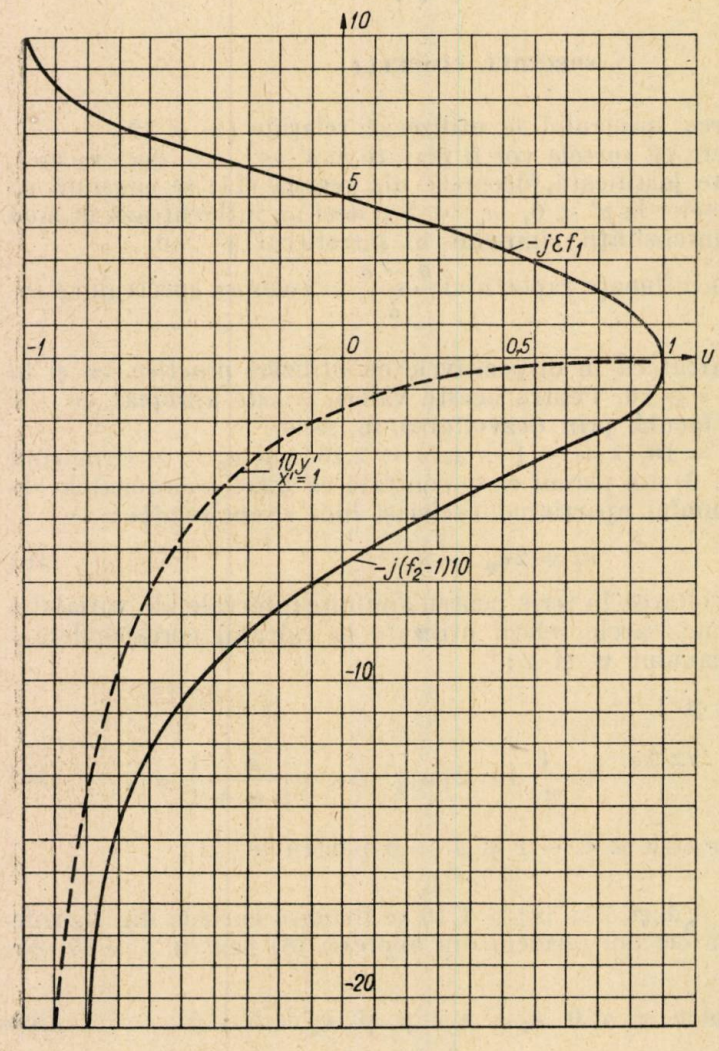



Fig. 4. — Reprezentarea funcțiilor $f_1 = -\frac{1}{\pi\varepsilon}\cdot \ln\left(u - \sqrt{u^2-1}\right)$ și $f_2 = \frac{}{\pi}$ $\ln\left(u' - \sqrt{u'^2-1}\right)$, cu $u' = \frac{u\lambda - 1}{u - \lambda}$, iar $z' = f_1 + f_2$. — — — Corespondența frontierelor planului **w** și **z**, pentru $|u| < 1$; $\varepsilon = 10$; $u_0 = \lambda$.

$$u_2' = \frac{1+n'}{1-n'}\ ;\ z_2' = \mathrm{j}\left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{\sqrt{2n'\alpha}}{\pi\varepsilon} - f\right);\ (f \text{ redat în fig. 5});$$

$$n' = \alpha(2-n); \qquad \text{pentru } |u'| > 1.$$

Corespondența frontierelor între planul **w** și **z** este reprezentată în figurile 4 și 5.

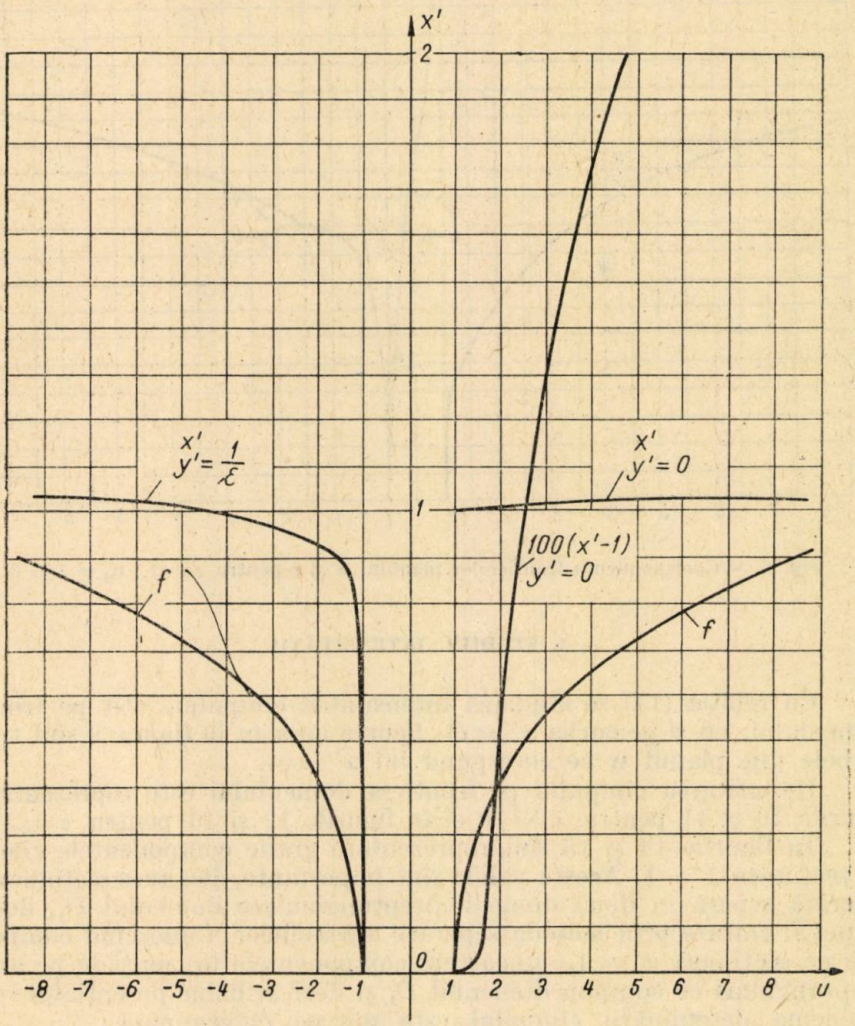



Fig. 5. — Funcția $f = -\frac{1}{\pi}\ln(u - \sqrt{u^2-1}$ pentru $|u| > 1$

— Corespondența frontierelor planului **w** și **z** pentru $|u| > 1$, $\varepsilon = 10$.

Pentru $\varepsilon = 1$ corespondența frontierelor este reprezentată în figura 6.

Făcînd calculele cu relația (8) pentru $V = \frac{I}{2}$ ceea ce corespunde la

$w = u_0 + \rho e^{j\frac{\pi}{2}}$, deci $u = u_0$ şi $v = \rho = u_1 - u_0$, se trasează spectrul liniilor de cîmp şi echipotenţiale pentru $\varepsilon = 10$ şi $\varepsilon = 1$, reprezentate în figurile 7 şi 8.

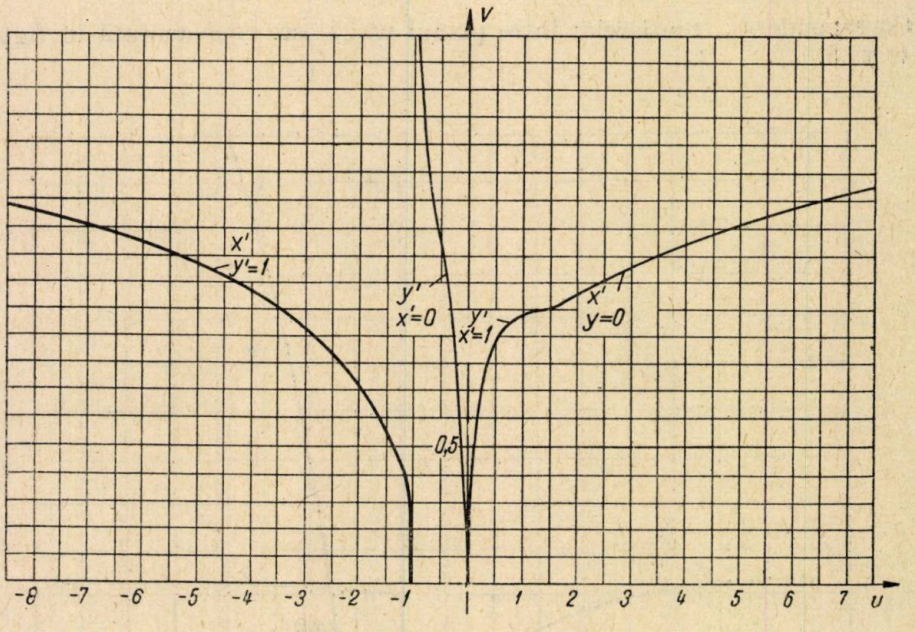



Fig. 6. — Corespondenţa frontierelor planului w şi z pentru $\varepsilon = 1$ ; $u_0 = \lambda = 0$.

## 4. STUDIUL INTENSITĂŢII

Cu relaţia (14) se studiază intensitatea cîmpului, atît pe frontiera domeniului, cît şi pe curba $x' = \text{ct}$. Pentru aceasta în figura 9 sînt trasate curbele din planul w ce corespund lui $x' = \text{ct}$.

Intensitatea cîmpului pe frontiera domeniului este reprezentată în figurile 10 şi 11 pentru $\varepsilon = 10$ şi în figurile 12 şi 13 pentru $\varepsilon = 1$.

În figurile 14 şi 15 sînt reprezentate grafic componentele cîmpului pe secţiunea $x' = 1$. Aceste valori sînt importante, deoarece secţiunea considerată separă în două domenii dreptunghiulare domeniul $D_1$, domenii ce pot fi tratate prin metoda separării variabilelor. Cunoscînd componentele pe secţiunea $x' = 1$, cunoaştem componentele tangenţiale pe ambele dreptunghiuri ce compun domeniul $D_1$ şi deci utilizînd potenţialul vector, problema deteminării cîmpului este univoc determinată.

## 5. CALCULUL INDUCTANŢEI

Determinarea inductanţei dispozitivului se va face pentru domeniul $D_1$ corespunzător pasului polar $\tau$ şi cu o distribuţie a surselor indicată în figura 16. Dacă la calculul cîmpului din întrefierul dispozitivului am putut

folosi ipoteza surselor filiforme, în cazul calculului inductanței trebuie să folosim distribuția volumetrică, sau la limită cea superficială. Vom presupune că în afara surselor cîmpul este dat de relațiile stabilite în cazul surselor filiforme, iar de-a lungul surselor are o variație liniară. Întrucît sursele sînt uniform distribuite de-a lungul polului pînă la baza lui, cîmpul variază liniar de la zero (baza polului) la valoarea cîmpului în $P_1$ dat de

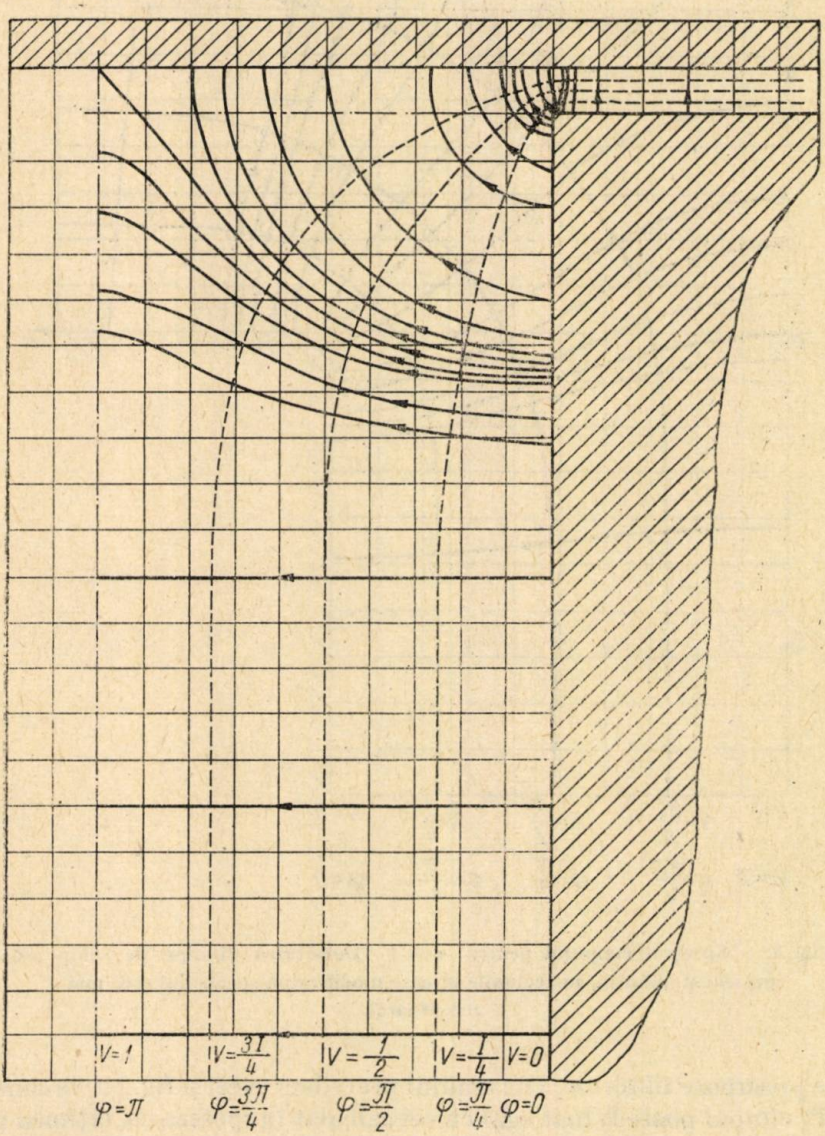



Fig. 7. — Spectrul cîmpului pentru $\varepsilon = 10$ (Densitatea liniilor de cîmp s-a prezentat diferită, în regiunile în care modificarea spectrului este mai accentuată).

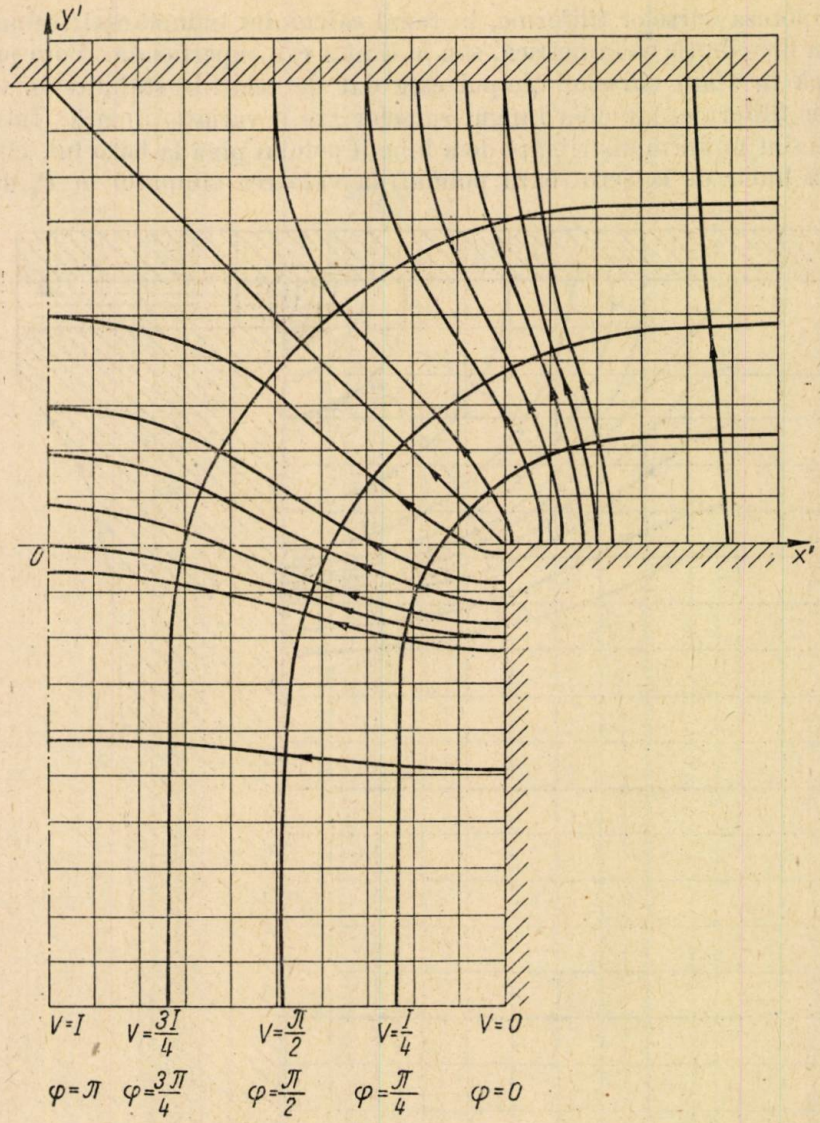



Fig. 8. — Spectrul cîmpului pentru $\varepsilon = 1$ (Densitatea liniilor de cîmp s-a prezentat diferită, în regiunile în care modificarea spectrului este mai accentuată).

sursele presupuse filiforme. Din studiul precedent (vezi şi fig. 12) se constată că în $P_3$ cîmpul poate fi luat egal cu cel calculat în ipoteza că lăţimea polului este infinită, dacă sînt îndeplinite condiţiile :

$$\varepsilon \geqslant 1, \qquad a \geqslant 0{,}5\ (b - a). \tag{23}$$

Calculul se va face pentru următoarele valori, corespunzătoare dispozitivului cu care s-au făcut verificările experimentale:

$$a = 14 \text{ mm}; \quad b = 22{,}5 \text{ mm}; \quad b - a = 8{,}5 \text{ mm};$$

$$y'_1 = -1{,}12; \quad y'_2 = -8{,}78; \quad x'_3 = 2{,}65; \quad h' = 7{,}66;$$

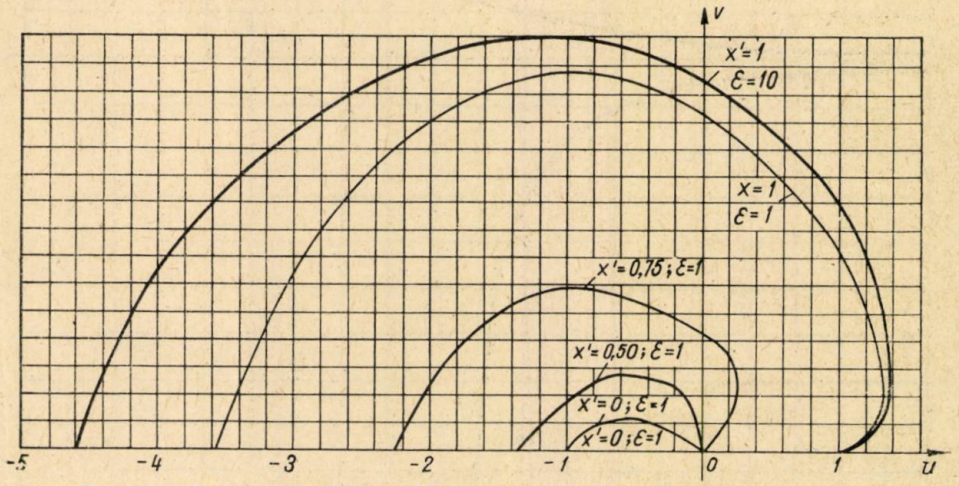



Fig. 9. — Corespondența liniilor în planul **w** pentru $u_0 = \lambda$, $\varepsilon = 1$ și $\varepsilon = 10$.

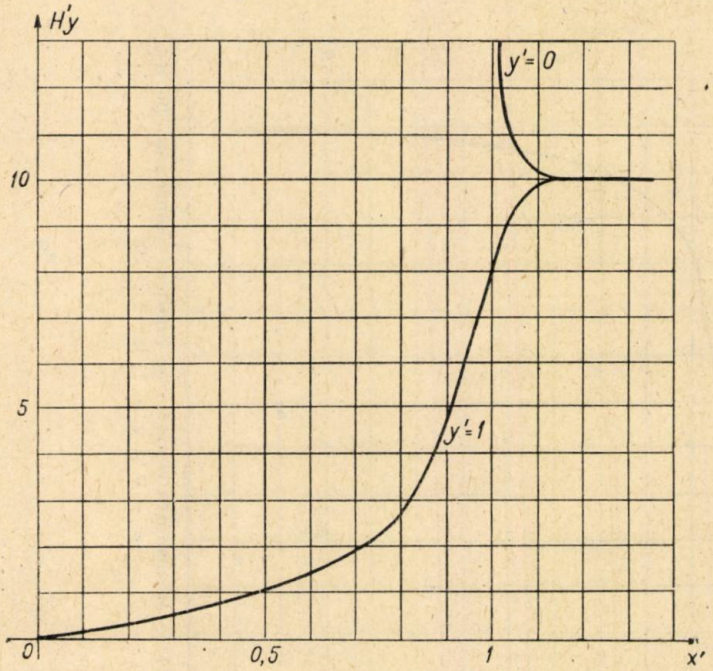



Fig. 10. — Intensitatea cîmpului pe frontiera domeniului pentru secțiunea $y' = 0$ și $y' = 1$, iar $\varepsilon = 10$, $u_0 = \lambda$.

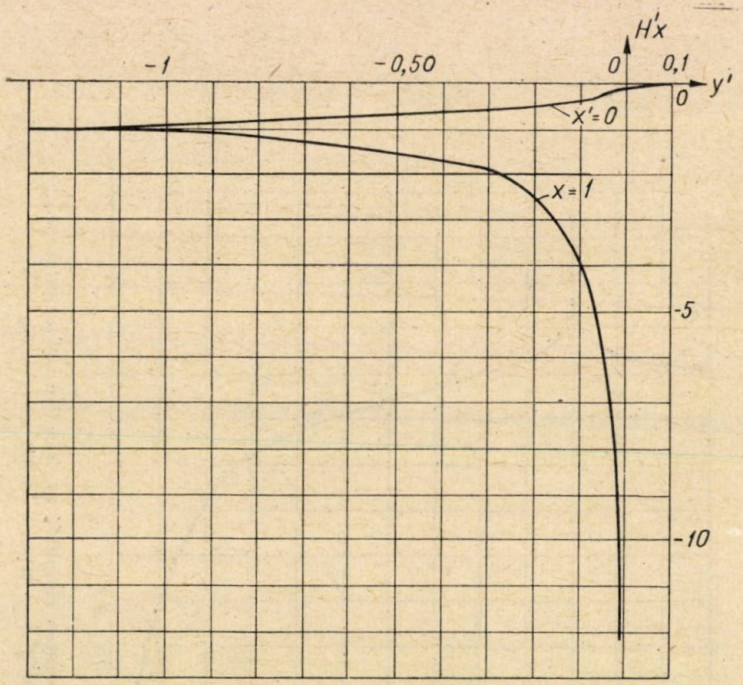



Fig. 11. — Intensitatea cîmpului pe frontiera domeniului pentru $x' = 0$ şi $x' = 1$, iar $\varepsilon = 10$.

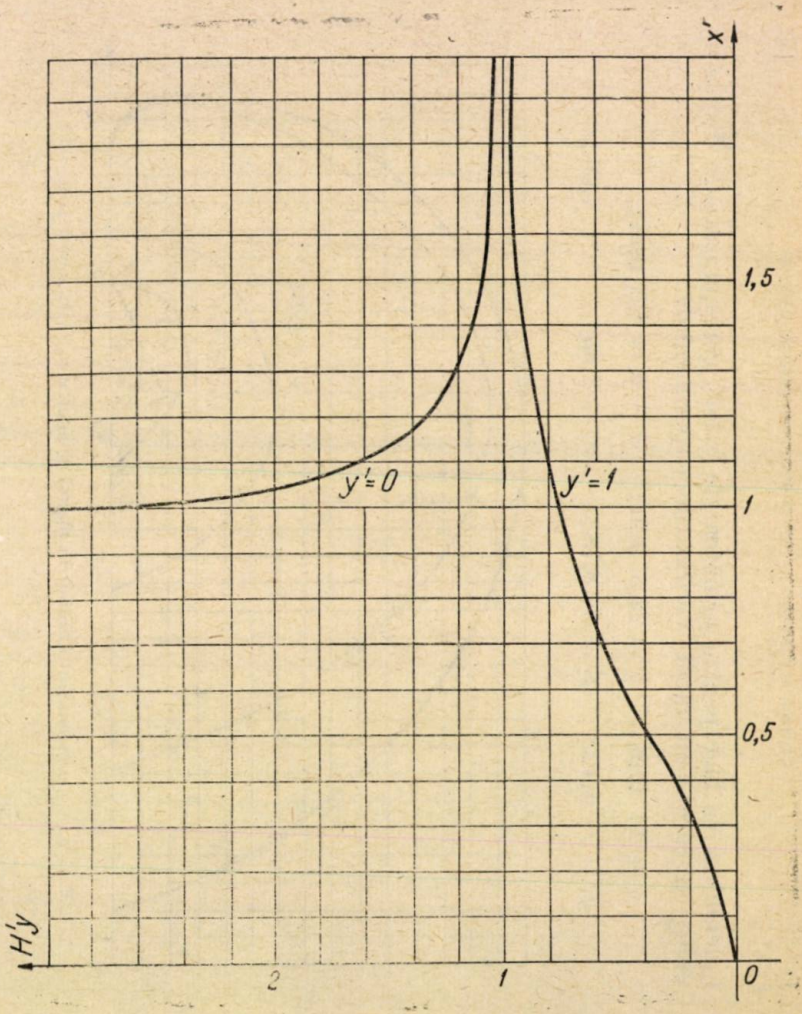



Fig. 12. — Intensitatea cîmpului pe frontiera domeniului pentru secţiunea $y' = 0$ şi $y' = 1$, iar $\varepsilon = 1$, $u_0 = \lambda$.

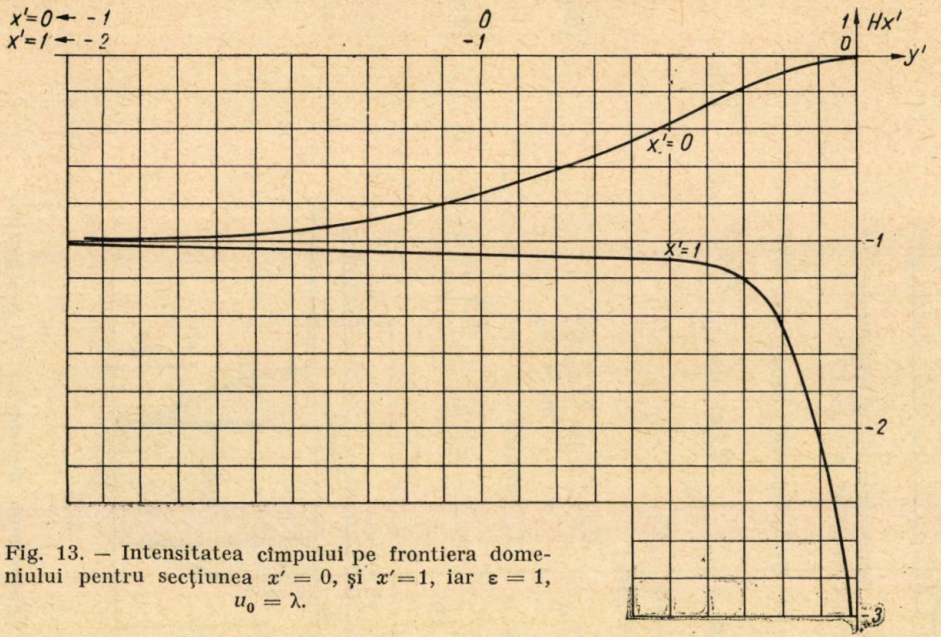



Fig. 13. — Intensitatea cîmpului pe frontiera domeniului pentru secţiunea $x' = 0$, şi $x'=1$, iar $\varepsilon = 1$, $u_0 = \lambda$.

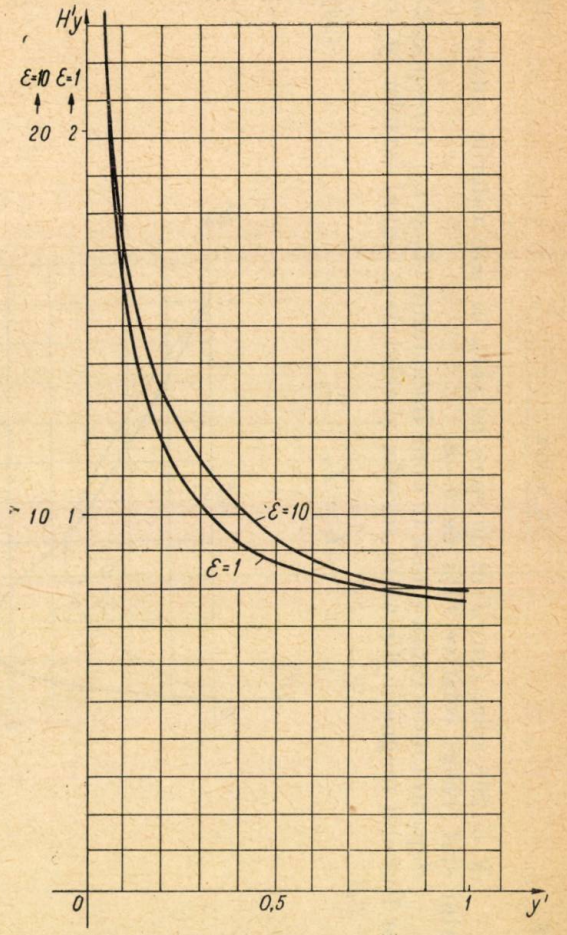



Fig. 14. — Componenta $Hy'$ pe secţiunea $x' = 1$ şi $\varepsilon = 1$, respectiv $\varepsilon = 10$, iar $u_0 = \lambda$. →

$N = 298$ spire (numărul de spire pe pol), în care valorile notate cu prim sînt valori relative față de $b-a$.

Separăm inductanța totală în două inductanțe ($L_1$ și $L_2$), corespunzător fluxului magnetic din afara surselor și celui de-a lungul surselor ($y_1 \div y_2$):

$$L = L_1 + L_2 \tag{24}$$

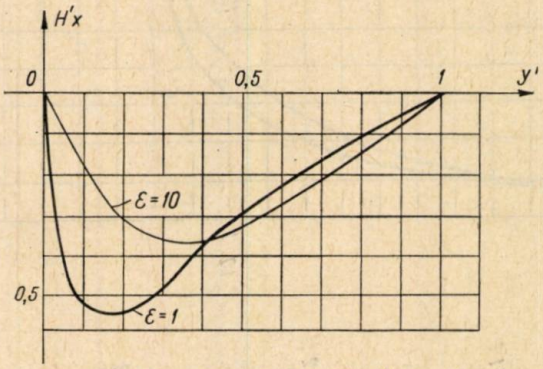



Fig. 15. — Componenta $H'x$ pe secțiunea $x' = 1$ și $\varepsilon = 1$, respectiv $\varepsilon = 10$, iar $u_0 = \lambda$.

Inductanțele specifice (pe unitatea de lungime) sînt:

$$L_{s1} = \frac{2N}{i}\int_{P_1}^{P_3} B_n \cdot \mathrm{d}l = \frac{2N}{i}\int_{u_1}^{u_3} B\,(u)\cdot \mathrm{d}u = \frac{2\mu_0 N}{i}(U_3 - U_1),$$

în care s-a utilizat relația (12).

Cu relația (10) rezultă:

$$L_{s1} = \frac{2\mu_0 N^2}{\pi}\ln\frac{u_3 - u_0}{u_1 - u_0}. \tag{25}$$

Făcînd calculele pentru $\varepsilon > 1$, rezultă:

$$L_{s1} = \frac{2\,\mu_0 N^2}{\pi}\left[\ln\frac{1+\varepsilon^2}{16} + 2 + \pi\left(|y_1'| + \frac{1}{\varepsilon}\right) + \pi\,(x_3' - 1)\,\varepsilon\right]. \tag{26}$$

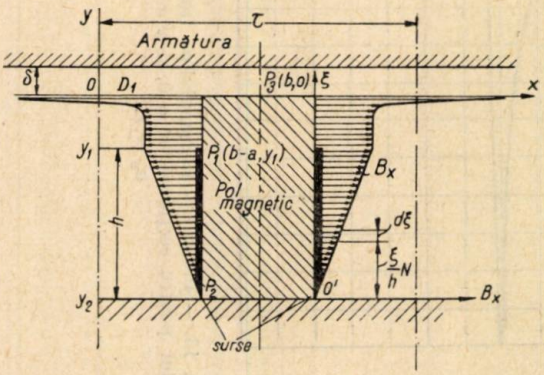



Fig. 16. — Dimensiunile domeniului $D_1$ și repartiția surselor pentru calculul inductanței.

Se constată că variaţia inductanţei specifice $L_{s1}$ este aproape liniară faţă de parametrul $\varepsilon$.

Coordonatele punctelor $P_3$ şi $P_1$ ($u_3$ şi $u_1$) se calculează cu relaţiile (19), (20) şi (21), ţinînd seama de condiţiile (23) realizate în cazul dispozitivelor practice, precum şi de faptul, că la marginea superioară a surselor în cazul dispozitivului considerat $y' \ll 0$.

Inductanţa specifică corespunzătoare cîmpului de-a lungul surselor se calculează ţinînd seama de variaţia liniară a cîmpului (fig. 16):

$$L_{s2} = \frac{2}{i}\int_0^h N\frac{\xi}{h}\,B_1\frac{\xi}{h}\,d\xi = \frac{2}{3}N\,B_1\,h.$$

Cu relaţia (16), pentru $\lambda = u_0$ şi $u = u_1$ (corespunzător punctului $P_1$), avem:

$$L_{s2} = \frac{2}{3}\mu_0\,N^2\,h'\varepsilon\sqrt{\frac{1+u_1}{1-u_1}}. \tag{27}$$

Se constată uşor că la $\varepsilon \geqslant 2$ avem:

$$u_1 = \lambda + \beta = \lambda + 4\alpha\cdot e^{-\pi[|\nu_1'|+(\varepsilon)-1]} \cong \lambda = \frac{1-\varepsilon^2}{1+\varepsilon^2}$$

$$\varepsilon\sqrt{\frac{1+u_1}{1-u_1}} = 1.$$

Cu aceste valori inductanţa specifică devine:

$$L_{s2} = \frac{2}{3}\mu_0 N^2 h',\quad h' = \frac{h}{b-a}. \tag{28}$$

În relaţiile de mai sus cîmpul a fost calculat ca în paragrafele precedente, cu sursele la baza polului în vîrful *3* (fig. 2), deci $u_0 = \lambda$ dat de relaţia (9).

Astfel, la $\varepsilon = 1$ avem:

$$\left.\begin{aligned} &u_0 = 0,\ u_1 = \frac{1}{80},\quad u_3 = \frac{1}{2}e^{\pi\cdot 2{,}15},\quad L_s = 1{,}43\ \text{H/m},\\ &\text{iar la } \varepsilon = 10, \text{ avem:}\\ &u_0 = -1,\ u_1 = -1 + 8.10^{-2}\cdot e^{-1{,}22\pi},\\ &u_3 = \frac{1}{2}e^{\pi\cdot 17{,}1},\quad L_s = 4{,}94\ \text{H/m}. \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

Efectuînd calculele pentru datele dispozitivului experimental se obţine variaţia inductanţei specifice $L_s = L_{s1} + L_{s2}$, funcţie de $\varepsilon$, prin modificarea întrefierului $\delta$ şi care este reprezentată în figura 17. În aceeaşi figură

sînt reprezentate rezultatele obținute pe cale experimentală. În calculul inductanței specifice pe baza rezultatelor experimentale s-a ținut seama că armătura avea o lățime de 7 cm iar dispozitivul de 11 cm, deci din valorile măsurate s-a scăzut inductanța celor 4 cm calculată cu cea pentru $\delta = \infty$.

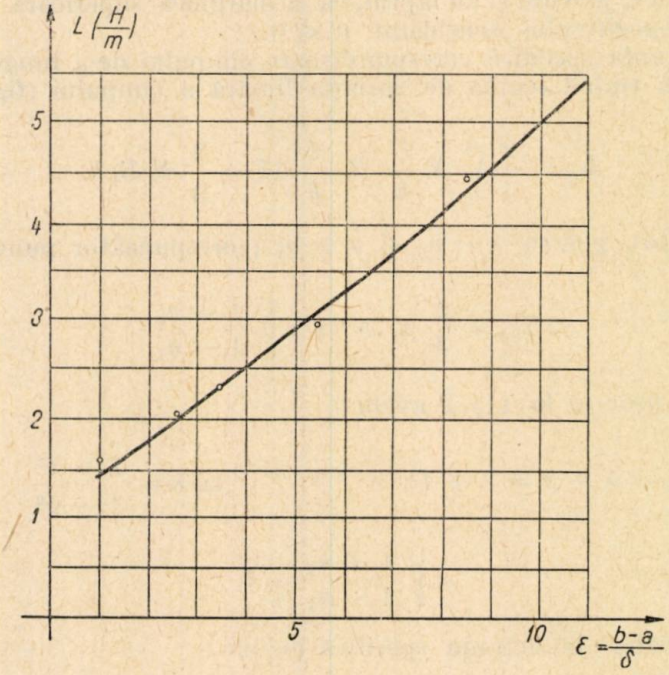



Fig. 17. — Variația inductanței domeniului $D_1$ cu parametrul ε. (Punctele indicate, corespund rezultatelor experimentale).

## 6. FLUXUL ȘI COEFICIENTUL DE SCĂPĂRI

Considerînd fluxul util, fluxul ce trece prin armătură și luînd lungimea egală cu unitatea, avem:

$$\Phi_f = \int_{u'}^{u_3} B(u)\,du = 2i\frac{\mu_0 N}{\pi}(U_3 - U') = 2i\frac{\mu_0 N}{\pi}\ln\frac{u_3 - u_0}{u' - u_0} \tag{30}$$

$$\Phi_{ft} = \frac{L_s i}{N}\ ;\quad \Phi_{f\sigma} = \Phi_{ft} - \Phi_f\,; \tag{31}$$

$$\sigma = \frac{\Phi_{f\sigma}}{\Phi_{ft}} = 1 - \frac{2\mu_0 N^2}{\pi L_s}\ln\frac{u_3 - u_0}{u' - u_0}. \tag{32}$$

În relațiile de mai sus $u'$ este valoarea pentru care linia de cîmp se termină la $u'' = -1$, deci linia ce separă tubul de flux util de cel de scăpări. Cu relația (18) avem:

$$u' = 2u_0 + 1.$$

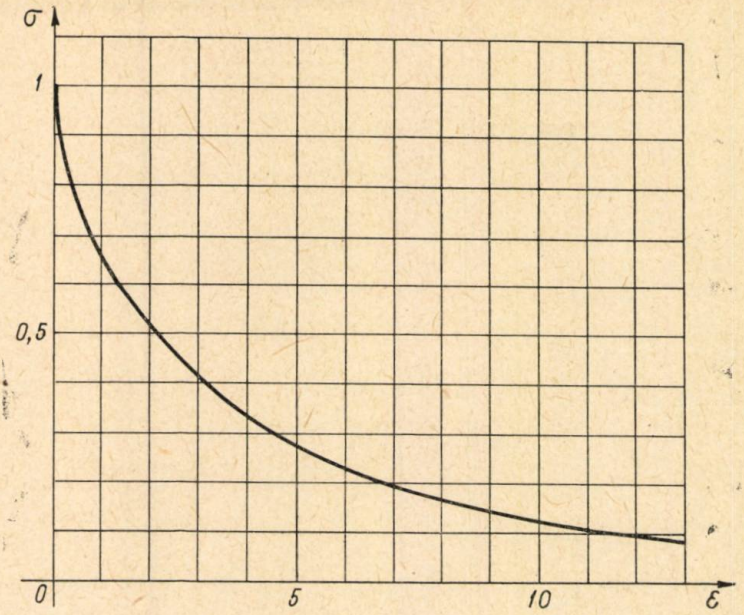



Fig. 18. — Variaţia coeficientului de scăpări cu parametrul ε.

Rezultatul calculelor aplicate formulei (32) sînt reprezentate în figura 18 în care la $\varepsilon = 0$, $\delta = \infty$ şi deci fluxul util $\Phi_j = 0$, iar $\sigma = 1$.

## 7. CONCLUZII

Studiul efectuat asupra dispozitivului magnetic cu periodicitate axială permite calculul cîmpului magnetic, inductivităţii şi coeficientului de scăpări.

— Utilizînd funcţiile analitice, s-a ajuns la relaţii relativ simple pentru calculul cîmpului (14) şi (19) iar pentru calculul inductanţei (26) şi (28). Variaţia inductanţei este practic liniară cu parametrul ε, respectiv invers proporţională cu δ.

— S-a studiat variaţia intensităţii cîmpului pe frontiera domeniului, dovedindu-se că poziţia surselor de-a lungul polului nu influenţează practic cîmpul la suprafaţa armăturii şi nici cel din întrefier.

— Concordanţa valorilor experimentale şi a celor obţinute prin calcul în cazul inductanţei specifice, dovedeşte că ipotezele admise sînt verificate în realitate, iar teoria dezvoltată este aplicabilă cu bună aproximaţie în cazul dispozitivelor cu structuri ce se pot reduce la cea studiată.

## BIBLIOGRAFIE

1. R. RĂDULEŢ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. I şi II, Litografia Min. Inv. 1954—1956.
2. E. DURAND, *Electrostatique*, Tome I, II. Masson, Paris, 1964.
3. SMYTHE W. R., *Static and dynamic electricity*, New York, Mc. Graw Hill, 1930.

# ELECTROZI PENTRU PILE DE COMBUSTIE CU COMBUSTIBIL DIZOLVAT

DE

M. MARINESCU și ȘT. DOBOȘ

621.352.6:541.135.5

În lucrare se prezintă stadiul actual al realizării combustiei electrochimice pe plan intern și extern.
Se scot în evidență criteriile pentru alegerea tehnologiei electrozilor la o pilă de combustie cu combustibil dizolvat.
S-au realizat experimentări pentru obținerea electrozilor prin depunere electrolitică de platină pe suporți diferiți.

## 1. INTRODUCERE

Cercetări asidue sînt întreprinse în momentul de față în vederea realizării combustiei electrochimice.

Pila de combustie, așa cum a fost ea definită [1], este un dispozitiv în care, ca rezultat al oxidării combustibilului introdus la electrodul negativ : hidrogenul, oxidul de carbon, gazul de generator, hidrocarburile, alcoolii etc. și al comburantului la cel pozitiv ; oxigen sau aer, se obține energie electrică. Pila de combustie este sediul transformării directe a energiei chimice în energie electrică, cu un randament superior în comparație cu al altor generatoare cunoscute și anume : mașinile cu abur, motoarele cu combustie internă, turbinele cu gaz.

Dacă pe plan extern problema realizării pilelor de combustie se află într-o fază destul de avansată, o serie de rachete trimise în spațiul cosmic fiind echipate cu astfel de pile, pe plan intern sîntem abia la început.

## 2. FENOMENE PRINCIPALE CARE AU LOC ÎN PILA DE COMBUSTIE

Există foarte multe reacții chimice, care pot genera energie electrică, știindu-se că forța motoare a reacțiilor chimice este determinată de variația energiei libere $\Delta G$ a reacției [2].

St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 2, p. 461—474, București, 1968

Considerînd o pilă de combustie ca o maşină, în care au loc reacţii chimice, existînd deci variaţii de energie, aplicarea termodinamicii la proprietăţile acestei maşini aduce un anumit număr de informaţii de mare valoare, care contribuie la fundamentarea rezultatelor.

Aceste informaţii sînt totuşi incomplete, existînd o serie de fenomene esenţiale care scapă analizei termodinamicii clasice şi în acelaşi timp analizei fizice-chimice a fenomenelor.

Printre acestea se pot enumera : modul de calcul al pierderilor ireversibile, explicarea fenomenelor de cinetică chimică a pilelor, explicarea mecanismului polarizării de activare, care constituie în momentul de faţă principalul inconvenient al oxidării electrochimice a hidrocarburilor în pile de combustie.

Pornind de la principiile termodinamicii clasice aplicate pilelor, se poate deduce forţa electromotoare a pilei în funcţiune, f.e.m. fiind dată de relaţia [4] :

$$E = E_0 + \frac{RT}{zF} \ln K$$

unde :

$E$ — forţa electromotoare a pilei,
$E_0$ — forţa electromotoare a pilei în condiţii standard,
$R$ — constanta universală a gazelor,
$T$ — temperatura absolută la care are loc reacţia,
$F$ — 1 Faraday = 96.500 Coulombi,
$z$ — numărul de Faraday,
$K$ — constanta de echilibru a reacţiei.

Mărimea forţei electromotoare este legată deci de natura reacţiei chimice globale, care are loc în timpul funcţionării pilei în condiţii termodinamice reversibile.

O pilă reală în funcţiune se îndepărtează însă totdeauna de la condiţiile de reversibilitate şi rezultatele calculelor efectuate în această ipoteză nu mai sînt valabile. Cînd se închide circuitul electric al pilei, deci pila debitează curent, se constată că tensiunea la bornele ei scade datorită fenomenelor de polarizare. Această polarizare creşte cu mărimea densităţii de curent şi pentru valori mari ale acesteia tensiunea poate deveni nulă. Această scădere de tensiune, determină o scădere de randament energetic, astfel încît energia pierdută prin fenomene de polarizare apare sub formă de căldură, pierderi care nu pot fi evaluate prin raţionamentele termodinamicii clasice.

Polarizarea reprezintă problema centrală care va trebui rezolvată în viitor în vederea realizării pilelor de combustie de putere convenabilă.

Măsurători precise efectuate pe timpul funcţionării unei pile cu un al treilea electrod de comparaţie, situat în afara circuitului închis, arată că polarizarea este în general localizată la nivelul acestor electrozi [3].

Dacă $e_i^+$ este diferenţa de potenţial care se observă între electrodul pozitiv şi cel de referinţă şi $e_i^-$ cea corespunzătoare electrodului negativ, indicele $i$ reprezentînd densitatea de curent debitată de pilă, tensiunea pilei este dată de relaţia :

$$E_i = e_i^+ - e_i^- - R \cdot i,$$

unde $R$ reprezintă rezistența ohmică a secțiunii de 1 cm² a pilei, perpendiculară pe liniile curentului. La curent nul vom avea :

$$E_0 = e_0^+ - e_0^-,$$

expresie care măsoară f.e.m. a pilei.

Prin definiție avem :

$e_i^+ - e_0^+ = \eta_i^+$ (supratensiunea pe electrodul pozitiv),

$e_i^- - e_0^- = \eta_i^-$ (supratensiunea pe electrodul negativ).

Calculînd aceste valori în mărime absolută, tensiunea la bornele pilei în funcțiune va fi :

$$E_i = E_0 - (\eta_i^+ + \eta_i^-) - R \cdot i.$$

Analiza acestei formule impune studiul supratensiunilor pe cei doi electrozi și al rezistenței ohmice, care este o problemă mai mult de natură tehnologică.

Polarizarea [4] trebuie înțeleasă ca un proces complex, înglobînd totalitatea fenomenelor care fac ca la trecerea curentului, f.e.m. a pilei sau potențialul unui electrod să difere de valoarea pe care o are în stare de echilibru (electrozi reversibili).

Această polarizare poate fi : de concentrație, electrochimică numită și supratensiune, de activare, fiind determinată de mecanismul de transfer electronic, reacțiile chimice, care pot interveni între componenții care au suferit reacții electrochimice, fenomene de difuzie ale componenților rezultați din reacția electrochimică, acumularea substanțelor produse prin trecerea curentului, natura electrozilor, densitatea de curent, temperatura, agitarea, compoziția electrolitului etc.

Ca urmare a celor arătate mai sus, dacă din punct de vedere termodinamic un anumit sistem „combustibil-comburant" posedă avantajul de a permite transformarea directă a energiei chimice în energie electrică cu randamente superioare sistemelor utilizînd mașini termice, cinetica reacțiilor ce au loc la cei doi electrozi limitează deocamdată eficacitatea acestor dispozitive.

### 3. TIPURI PRINCIPALE DE PILE DE COMBUSTIE

Trecînd sumar în revistă principalele tipuri de pile de combustie, în faza de cercetare din străinătate, constatăm că aproape pretutindeni atenția este îndreptată spre cel mai simplu și reactiv combustibil, hidrogenul, fie folosit ca atare, fie asociind la pilele în funcțiune cu acest combustibil generatoare de hidrogen, rezultat prin conversia catalitică a hidrocarburilor [3], [7], [8].

Pilele hidrogen-oxigen, funcționînd la temperatură joasă sau medie (150—250°C), cu electrolit alcalin sau acid, au fost deja realizate de o serie de laboratoare utilizînd drept electrozi materiale care să îndeplinească anumite proprietăți.

S-au realizat de asemenea pile de temperatură înaltă prin utilizarea gazului de generator, a hidrocarburilor, funcționînd cu electrolit, săruri

topite, de preferinţă amestecuri de carbonaţi alcalini. Astfel de pile ridică serioase dificultăţi tehnologice legate de natura materialelor utilizate în prezenţa electrolitului la temperatură ridicată, coroziunea scurtîndu-le durata de serviciu.

Realizări importante s-au obţinut prin perfecţionarea electrozilor de difuzie, elaborîndu-se electrozi pe principiul homoporozităţii şi pe principiul straturilor duble realizate de Bacon în Anglia [5].

Există de asemenea cercetate, în faza de laborator, pile care consumă direct hidrocarburile, neputîndu-se însă face previziuni asupra industrializării lor. Aceste pile utilizează drept electrolit acid fosforic concentrat, iar drept electrozi negrul de platină, platină Raney, necesară activării hidrocarburilor cu un consum destul de ridicat cca. 1 kg platină/Kw şi cu probleme tehnologice dificile privind coroziunea materialelor.

Pilele de combustie folosind drept combustibil cărbunele, deşi cercetate timp îndelungat, din cauza randamentului scăzut, precum şi a faptului că sînt complicate şi au o durată de serviciu scurtă, deocamdată au fost abandonate.

O largă răspîndire o au pilele utilizînd un combustibil mai reactiv decît hidrocarburile, cum ar fi metanolul, amoniacul, hidrazina. Amoniacul, deşi interesant din punct de vedere economic, este cel mai puţin reactiv dintre aceşti combustibili. Pilele cu metanol şi hidrazină sînt cele mai studiate, pe care s-au obţinut rezultate satisfăcătoare.

## 4. CRITERII PENTRU ALEGEREA TEHNOLOGIEI ELECTROZILOR

Luînd în consideraţie principalele realizări în acest domeniu, pînă în momentul de faţă, o pilă de combustie trebuie să tindă spre satisfacerea următoarelor condiţii :

— să lucreze cu aer şi combustibil industrial ieftin, de preferinţă la presiunea atmosferică, fără degajări nocive ;

— temperatură de serviciu scăzută ;

— randament cu putere specifică cel puţin la nivelul celorlalte generatoare ;

— durata de serviciu lungă ;

— producţia de serie să fie ieftină.

Pentru pilele de combustie cu metanol sau hidrazină vom alege o tehnologie corespunzătoare pentru realizarea electrozilor.

Performanţele pilelor depind în majoritatea cazurilor de calitatea fiecărui electrod în parte, anod sau catod. Calităţile tehnologice comune, atît pentru anod, cît şi pentru catod, pot fi rezumate după cum urmează [8] :

— conductibilitate electronică bună ;

— rezistenţă mecanică bună ;

— stabilitate chimică în mediile lichide utilizate ;

— rezistenţă bună la coroziune, la potenţialele şi pH-ul pilei în funcţiune ;

— stabilitatea catalizatorilor utilizaţi.

Electrozii de gaz vor trebui să aibă în afara acestor calităţi comune, în plus :

— stabilitate la interfaţa lichid-gaz,
— hidrofobie,
— proprietăţi bune adsorbante.

Pentru electrozii de oxigen, catozi în mediu bazic, se utilizează metale nobile (platină, aur, argint) nichel, cobalt şi carbon. Pe baza acestor materiale se stabilesc tehnologiile corespunzătoare obţinerii electrozilor metalici fritaţi, a electrozilor de cărbune vegetal poroşi, a electrozilor cu carbon depus prin cracare şi a electrozilor de argint cu liant plastic.

Cărbunele activ este materialul cel mai utilizat şi în cadrul experienţelor efectuate de noi, folosit sub formă granulară, plăci sau electrozi circulari de diametre şi grosimi diferite. Obţinerea acestor electrozi omogeni, cu o bună rezistenţă mecanică, necesită o tehnologie pretenţioasă, malaxînd cărbunele cu liant corespunzător, o uscare controlată, o carbonizare lentă a liantului, o activare superficială şi controlată a electrodului în atmosferă slab oxidantă la temperatură ridicată. Pentru evitarea umezirii acestor electrozi, pe o anumită porţiune trebuie hidrofobaţi. Parafina este cea mai utilizată în cazul electrozilor pilelor cu depolarizare prin aer, necorespunzătoare însă pentru pilele cu combustibil dizolvat (metanol sau hidrazină), în acest caz fiind indicată o răşină sintetică.

Nu vom insista asupra tehnicii hidrofobării acestui material răspîndit, electrozii confecţionaţi pot fi alimentaţi cu oxigen sau aer cu o uşoară suprapresiune, suprimînd deci necesitatea comprimării aerului sau oxigenului dacă grosimea nu este prea mare. De aici însă şi un inconvenient, pe de o parte al limitării acestor grosimi care nu pot fi sub 6 mm, spre exemplu, pentru o suprafaţă de aproximativ 100 $cm^2$, şi pe de alta, datorită complexităţii de preparare, determină dificultăţi de reproductibilitate.

Inconvenientele de mai sus pot fi suprimate, putîndu-se realiza grosimi mici prin depunerea unui depozit de carbon pe o suprafaţă metalică catalitică sau suport de cărbune, depozit obţinut prin descompunerea catalitică a hidrocarburilor uşoare. Pentru obţinerea acestor depozite de carbon se foloseşte aceeaşi tehnică ca şi în cazul fabricării rezistenţelor chimice cracate.

Tabla metalică de oţel inoxidabil 18/8, de grosime mică, se degresează, se depune o anumită grosime de nichel electrolitic, care va servi drept catalizator pentru cracarea hidrocarburii. Inconvenientul acestui procedeu constă în rezistenţa mecanică slabă a carbonului depus la frecări, cu o slabă stabilitate a performanţelor după un timp de funcţionare.

Electrozii metalici fritaţi, datorită proprietăţilor de difuzie, au căpătat o largă răspîndire. Materialele utilizate pentru aceşti electrozi sînt : nichelul, provenit din descompunerea $Ni(CO_4)$, o substanţă foarte toxică, care fierbe la 43°C şi argintul activ, obţinut prin descompunerea termică a compuşilor de argint, electrodul avînd două straturi distincte :

— un strat catalitic nichel-argint, cu diametrul porilor în medie de 10$\mu$, porii fiind realizaţi prin adăugarea la amestecul nichel-compuşi de argint a unui solid volatil, de granulometrie apropiată, metil sau etil celuloză :

— un strat de oprire cu porii mult mai fini, realizat numai din nichel pur, fără adiţia compuşilor poroforici, obţinîndu-se pori de ordinul unui micron.

Electrodul amestecat este fabricat prin presări succesive cu o presiune de circa 3000 kgf/cm², în matriţe de construcţie simplă. După scoaterea din matriţă electrozii sînt trecuţi într-un cuptor la 350°C timp de circa 30 minute în atmosferă de azot, pentru a permite evacuarea solidului poroforic, în vederea creării porozităţii dorite, descompunerea compuşilor de argint în argint activ şi fritarea particulelor metalice pentru a conferi electrozilor o rezistenţă mecanică suficientă.

Performanţele electrice ale acestui tip de electrod depind mult de presiunea de alimentare cu oxigen. Cel de al doilea strat, stratul opritor (presiunea bulelor de aproximativ 4 kgf/cm²), permite o presiune convenabilă în funcţiune, fără barbotare.

Şi aceşti electrozi prezintă unele inconveniente şi anume :

— necesită o presiune foarte mare pentru a asigura o rezistenţă suficientă electrodului, presiune determinată de mărimea suprafeţei ;

— alimentarea cu gaz a electrodului sub presiune, necesită butelii, sau utilizînd aer, un compresor.

Aerul diminuează însă mult performanţele şi în plus eliminarea azotului inert impune o circulaţie a aerului, deci pierderi suplimentare de energie.

Aceşti electrozi sînt indicaţi în cazul folosirii drept comburant a oxigenului sub presiune.

Destul de uşor se poate însă obţine un alt tip de electrod, prin fixarea unei pulberi conducătoare catalitice cu ajutorul unui liant plastic, în proporţii convenabile, mai indicat fiind un liant solid poroforic. Acest amestec se calandrează la cald, încorporîndu-i la mijloc o foaie conducătoare, apoi se extrage liantul cu un solvent potrivit. În cazul nostru, utilizînd drept liant metil-celuloză, comerical cunoscută sub denumirea de tiloză, se poate extrage cu metanol, benzen sau acetonă, în care se dizolvă.

Acesta este un procedeu foarte simplu, extensibil pentru orice pudră catalitică, folosind drept colector de curent suporţi metalici foarte subţiri, lamele, mai ales că pe aceşti electrozi de dimensiuni convenabile, se pot depune prin metoda cracării, tratată mai sus, straturi de carbon asigurîndu-se o difuzie bună a gazelor.

Drept anozi, electrozi pentru combustibil, în cazul nostru al folosirii combustibililor dizolvaţi, metanol şi hidrazină s-au făcut foarte multe determinări pentru obţinerea electrozilor de platină depusă electrolitic pe suporţi diferiţi.

Drept electrozi pentru activarea hidrazinei se folosesc electrozi conţinînd catalizatori convenabili, nichel şi cobalt, fie sub formă fin divizată obţinute ca pulberi electrolitice, fie sub forma nichelului Raney, obţinut din aliajul Al—Ni prin tratare cu NaOH, acesta dizolvînd aluminiul lasă nichelul sub forma unei pulberi negre piroforice.

Se pot de asemenea obţine depozite negre de nichel şi cobalt pe cale electrolitică folosind sulfaţi dubli de amoniu şi de nichel sau cobalt, în soluţie cu un pH în jurul lui 6,6, în mediu de acid tartric pe suporţi de table subţiri sau grile de nichel.

Criteriile pentru alegerea unui electrod în funcţionarea unei pile, în afara celor tehnologice arătate mai sus, sînt : calitatea electrodului, pusă în evidenţă prin analiza curbei intensitate/potenţial şi stabilitatea performanţelor pentru un timp lung de funcţionare.

## 5. PARTEA EXPERIMENTALĂ

Pentru obţinerea depunerilor electrolitice de platină se foloseşte o soluţie de acid hexacloroplatinic : $H_2\ PtCl_6 \cdot 6H_2O$, 1% [10].

Cu soluţia preparată s-a executat un număr mare de experimentări, depunînd platina pe suporţi din plasă de cupru sau alamă, argintaţi în prealabil, folosiţi apoi ca electrozi într-o pilă Zn | KOH | Am (sau Cu) argintată şi platinată.

S-au aplicat diferite regimuri de platinare, urmărindu-se determinarea grosimii minime de platină depusă electrolitic, pentru valori maxime ale curentului debitat de pilă.

În determinările efectuate, distanţa dintre electrozi a fost redusă la minimum prin împachetarea electrozilor, separaţi de o pînză de nylon cu ţesătură deasă. S-au făcut experimentări cu un electrod de alamă argintată cu depunerea platinei timp de 30 de secunde şi încercarea după fiecare depunere într-o pilă cu electrod de zinc laminat şi electrolit KOH.

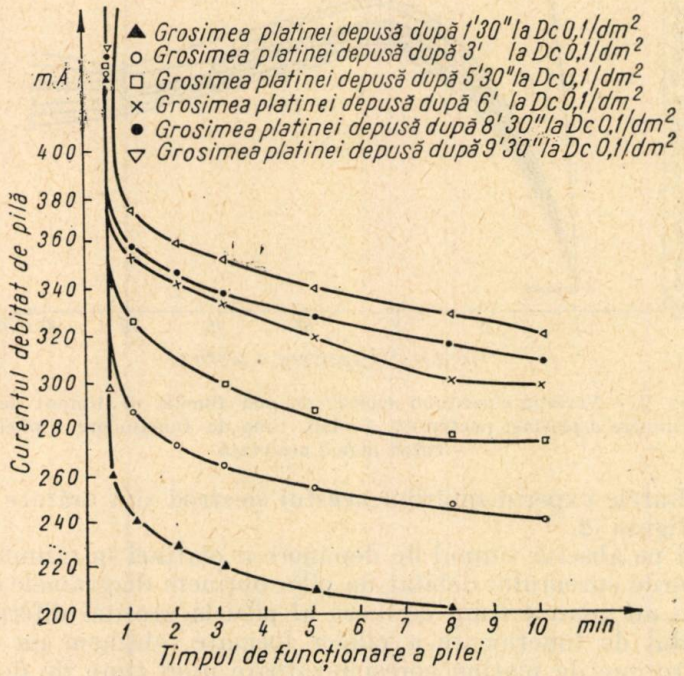



Fig. 1. — Variaţia curentului debitat de pilă în funcţie de timpul de funcţionare a pilei, pentru diferite grosimi ale platinei depusă electrolitic.

Rezultatele obţinute cu acest electrod sînt arătate în diagramele din figura 1.

Se constată că prin mărirea stratului de platină depusă nu se obţin valori mai mari ale curenţilor debitaţi de pilă, timpul de platinare optim fiind de 9 minute, sub un curent de 120 mA, respectiv 0,10 A/cm².

Din analiza curbelor constatăm că fenomenul de polarizare este puternic, astfel că valorile curentului scad de la cca 600 mA, cînd se pune pila în funcţiune, la sub 50% din valorile iniţiale după 10 minute de funcţionare.

În continuare s-au făcut încercări cu un electrod de alamă argintată şi platinată timp de 3 minute, depuneri alternante, după fiecare depunere făcîndu-se experimentarea electrodului.

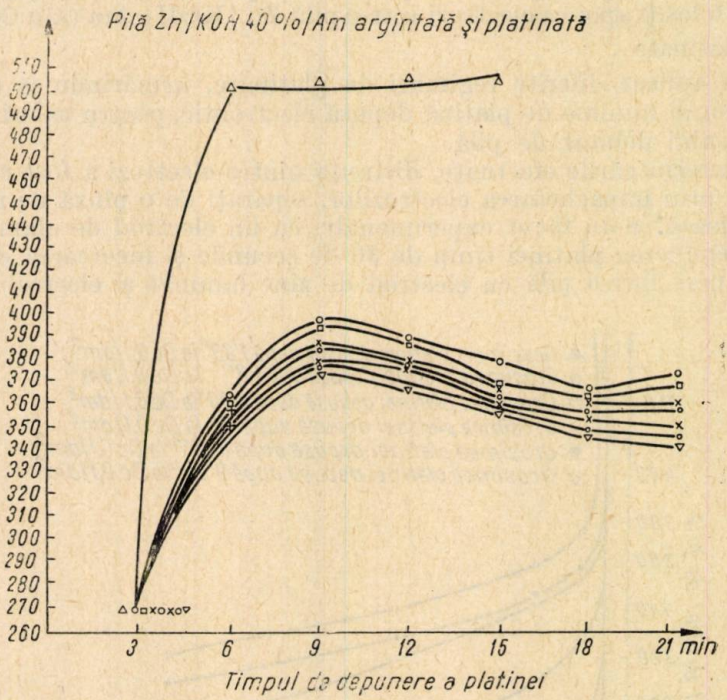



Fig. 2. — Variaţia curentului debitat de pilă funcţie de timpul de depunere a platinei pentru un anumit timp de funcţionare a pilei — catod alamă argintată.

Rezultatele experimentărilor acestui electrod sînt arătate în diagramele din figura 2.

Luînd pe abscisă timpul de depunere a platinei în minute şi pe ordonată valorile curentului debitat de pilă, obţinem diagramele de funcţionare pentru un anumit timp de lucru al pilei la grosimi diferite. Pentru tot intervalul de funcţionare a pilelor formate, obţinem un maximum pentru o grosime de platină corespunzătoare unui timp de depunere de 9 minute.

S-au făcut apoi experimentări cu un electrod de platină depusă pe un suport de plasă de cupru, în aceleaşi condiţii ca mai sus. Rezultatele sînt reprezentate în diagramele din figura 3.

Şi aici, constatăm că grosimea optimă de platină depusă electrolitic se obţine după 9 minute de depunere. Peste această grosime valorile curenţilor debitaţi de pilă sînt mai mici.

S-au făcut apoi experimentări în aceleaşi condiţiuni folosind un montaj identic, utilizînd însă un electrod de platină lucioasă, suprafaţa acestuia

fiind de trei ori mai mare decît a electrodului de platină depusă electrolitic pe suport de cupru, rezultatele fiind inferioare aşa cum se pot vedea din tabela 1.

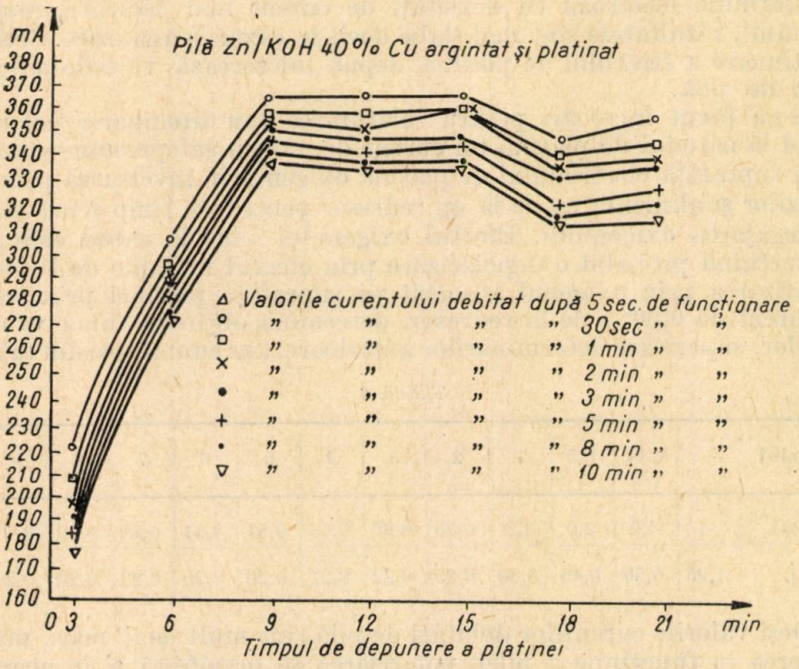



Fig. 3. — Variaţia curentului debitat de pilă, funcţie de timpul de depunere a platinei pentru un anumit timp de funcţionare — catod de cupru argintat.

*Tabela 1*

| Electrod de platină depusă electrolitic, suprafaţa = 0,53 dm² | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Timpul [min] | — | 0,01 | 0,5 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 10 |
| Curent [mA] | — | 600 | 370 | 364 | 358 | 352 | 348 | 342 | 340 |
| Tens. [V] | 1,3 | 0,3 | 0,25 | 0,23 | 0,22 | 0,22 | 0,215 | 0,21 | 0,21 |
| Electrod de platină lucioasă, suprafaţa = 1,58 dm² | | | | | | | | | |
| Timpul [min] | — | 0,01 | 0,5 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 10 |
| Curent [mA] | — | 300 | 75 | 68 | 55 | 50 | 44 | 25 | 20 |
| Tens. [V] | 1,43 | 0,1 | 0,07 | 0,045 | 0,04 | 0,035 | 0,025 | 0,020 | 0,020 |

Tabela de mai sus scoate în evidenţă calităţile platinei depuse electrolitic, în comparaţie cu platina lucioasă, în ultimul caz fenomenele de polarizare manifestîndu-se mult mai accentuat.

Depunerea electrolitică a platinei cu o densitate de curent mai mică, respectiv 0,05 A/dm$^2$, reduce consumul de platină la jumătate, obţinînd rezultate bune comparabile cu cele reprezentate în figurile 1 şi 2.

Platinînd electrozii cu densităţi de curent mai ridicate, respectiv 0,20 A/dm$^2$, rezultatele sînt mai slabe decît în cazurile analizate. Creşterea în continuare a stratului de platină depus micşorează valorile curentului debitat de pilă.

S-au făcut încercări pentru înlăturarea sau diminuarea polarizării, aducînd la catodul de platină un curent de oxigen sub presiune sau adsorbind la suprafaţa electrodului de platină oxigen prin inversarea polarităţii electrozilor şi alimentarea de la un redresor pentru un timp scurt pînă începe degajarea oxigenului. Efectul oxigenului adus la catod este foarte mic, efectuînd probabil o depolarizare prin efectul mecanic de barbotare. Depolarizarea prin oxigenul adsorbit pe suprafaţa platinei prin trecerea unui curent de 0,20 A de la redresor, determină obţinerea unor valori ale curenţilor, superioare determinărilor anterioare, aşa cum reiese din tabela 2.

*Tabela 2*

| Timp [min] | — | 0,01 | 0,5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Curent [A] | — | 4,2 | 2,0 | 1,3 | 0,80 | 0,60 | 0,55 | 0,51 | 0,51 | 0,50 | 0,50 | 0,48 | 0,47 |
| Tens. [V] | 1,95 | 0,50 | 0,40 | 0,30 | 0,25 | 0,22 | 0,21 | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,20 |

Deşi valorile curenţilor debitaţi de pilă sînt mult mai mari, mai ales la punerea în funcţiune a pilei, polarizarea se manifestă şi în acest caz, prin diminuarea curentului cu timpul de funcţionare a pilei.

Valorile foarte mari ale curenţilor debitaţi de pilă, la punerea în funcţiune pot fi considerate ca rezultat al oxidării stratului de argint depus electrolitic, care la debitarea curentului se reduce la argint metalic, conform reacţiilor ce au loc în cazul funcţionării ca acumulator argint-zinc. Aceşti electrozi vor fi folosiţi pentru pilele de combustie cu combustibil dizolvat.

## 6. EXPERIMENTAREA ELECTROZILOR OBŢINUŢI PRIN DEPUNERE ELECTROLITICĂ ŞI CĂRBUNE ACTIV

Plecînd de la proprietatea cărbunilor activi de a adsorbi mari cantităţi de gaze, determinate de suprafaţa internă foarte mare, apreciată la 300—1000 m$^2$/gr de cărbune, acesta este utilizat ca depolarizant la catod într-un mare număr de experienţe sub formă granulară. Cu acest cărbune se realizează pila de forma generală :

Zn/KOH 40 %/Cu, Cu argintat, cupru argintat şi platinat<br>Ag, Am argintată, Am argintată-platinată } — cărbune activ

Experimentările se realizează în celule din polimetacrilat de metil de forme şi mărimi diferite, prin separarea spaţiului anodic de cel catodic cu o pînză de nylon lipită pe pereţi laterali (fig. 4).

Drept anod s-a folosit zincul laminat, iar drept catod s-au folosit suporţi din plasă de cupru, plasă de cupru argintată, plasă din cupru argintată şi platinată, toţi aceşti suporţi încadraţi în cărbune activ.

Prin aceste experienţe s-a urmărit :

— granulaţia optimă a cărbunelui activ pentru valori maxime a curentului debitat de pilă ;

— regimul de descărcare al pilei ;

— influenţa prezenţei sau absenţei oxigenului sau aerului în spaţiul catodic la funcţionarea pilei ;

— natura catodului în funcţionarea pilei la performanţe maxime.

Cărbunele activ utilizat este de provenienţă MERK. Rezultatele obţinute cu acest cărbune într-o pilă cu catod de cupru în cărbune activ, de granulaţii diferite, sînt reprezentate în diagramele din figura 5.

Luînd pe abscisă timpul de funcţionare a pilei şi pe ordonată valorile curentului debitat de pilă, avînd în circuitul exterior o rezistenţă $R = 2{,}0\ \Omega$, constatăm că, pe măsură ce granulaţia cărbunelui este mai mică, valorile curentului debitat de pilă sînt mai mari.

S-a folosit o celulă din plexiglas, prin spaţiul catodic circulînd un curent de oxigen la o presiune de 1,5 atm. Curbele din diagramă indică că pentru valori mari ale rezistenţei din circuitul exterior, curentul, debitat de pilă are valori aproape constante, la valori mici ale rezistenţei din circuitul exterior, se manifestă fenomenele de polarizare care reduc în timp puterea pilei.

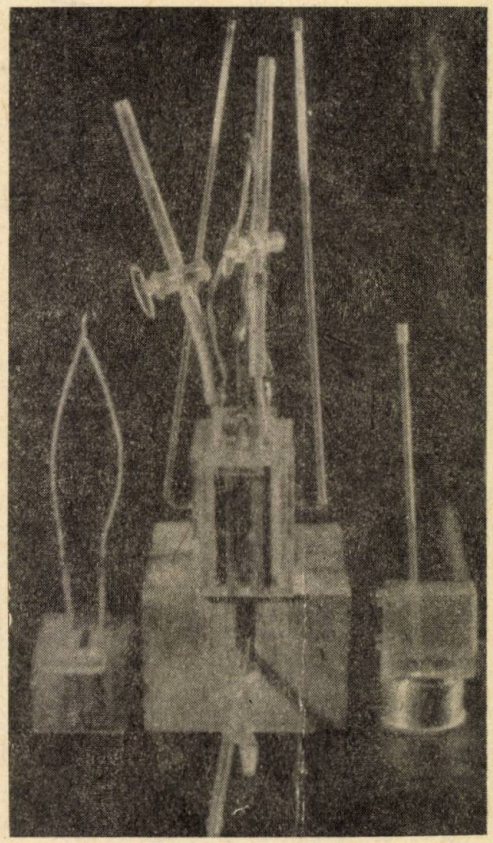


Fig. 4. — Diferite tipuri de celule din polimetacrilat de metil cu pereţi despărţitori pentru spaţiile catodice şi anodice — alimentare cu aer sau oxigen.

Acest lucru se pune în evidenţă şi poate fi urmărit pe curbele din diagrama reprezentată în figura 6, ridicate pe o pilă : Zn/KOH/Am argintată — cărbune activ 0,5 mm.

Curba I reprezintă variaţia puterii pilei în timp pentru o rezistenţă în circuitul exterior de $R_1 = 1{,}0\ \Omega$, curba a II-a pentru o rezistenţă $R_2 = 0{,}5\ \Omega$, iar curba a III-a pentru o rezistenţă $R_3 = 0\,\Omega$. Pentru aceste determinări s-a utilizat soluţie de KOH 40% proaspăt preparată.

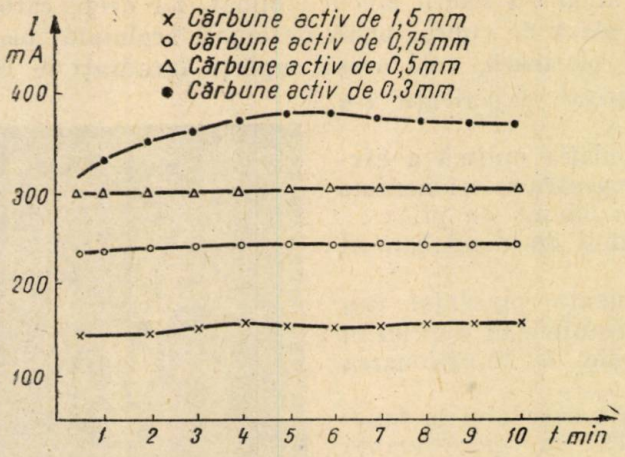



Fig. 5. — Variaţia curentului debitat de pilă în timp pentru diferite granulaţii ale cărbunelui activ.

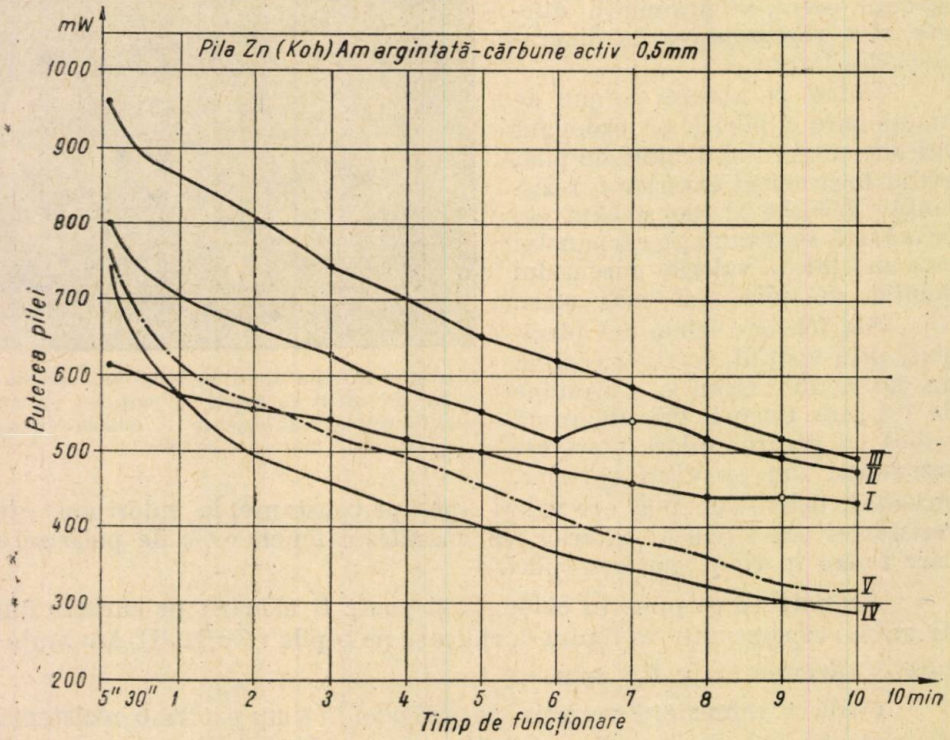



Fig. 6. — Variaţia puterii pilei cu timpul de funcţionare pentru diverse valori ale rezistenţei în circuitul exterior.

În această diagramă mai sînt reprezentate două curbe IV şi V, reprezentînd funcţionarea aceleiaşi pile, utilizînd însă o soluţie veche de KOH cu un conţinut mai ridicat de zincat de potasiu $K_2ZnO_2$ în electrolit.

Se constată că acumularea zincatului de potasiu în electrolit influenţează în mod negativ funcţionarea pilei, reducîndu-i puterea.

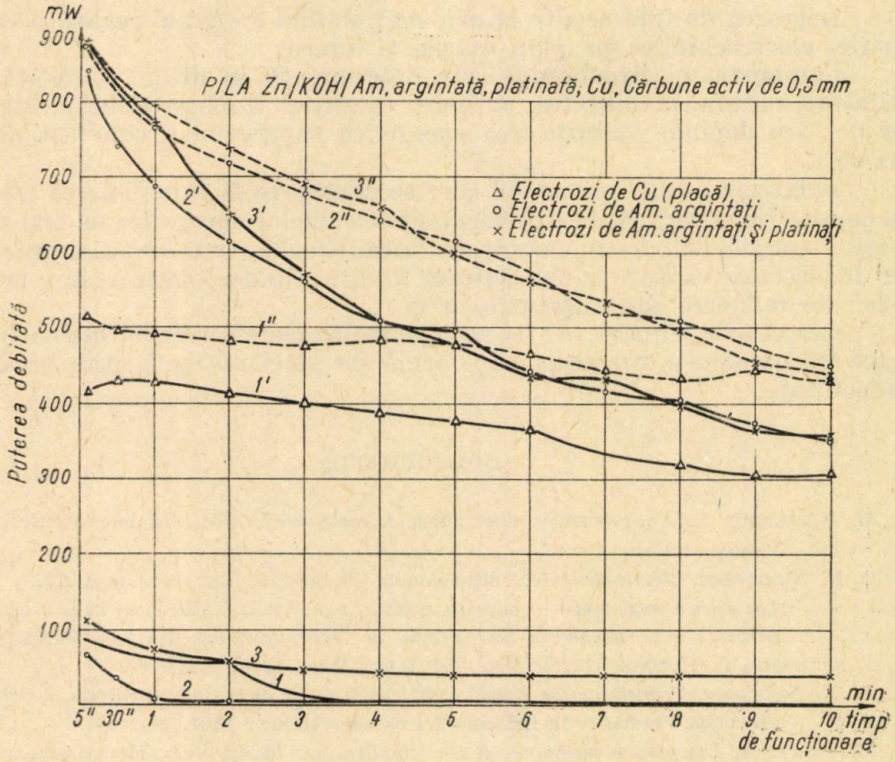



Fig. 7.— Variaţia puterii pilei cu timpul de funcţionare pentru catozi de cupru, alamă argintată şi alamă argintată-platinată, cărbune de granulaţie 0,5 mm.

În diagramele din figura 7 sînt redate variaţiile puterii pilei în raport cu timpul de funcţionare, funcţie de natura electrodului, prezenţa sau absenţa cărbunelui activ de granulaţie definită, cu sau fără circulaţia aerului sau oxigenului în spaţiul catodic. Curbele *1* sînt pentru electrozii din plasă de cupru, *2* pentru cei din alamă argintată şi *3* pentru alamă argintată şi platinată.

Curbele *1*, *2* şi *3* pentru electrozii funcţionînd în pilă fără cărbune activ, *1'*, *2'*, *3'*, pentru situaţia în care prin celula catodică circulă aer, iar *1''*, *2''* şi *3''*, pentru cazul cînd prin celula catodică circulă oxigen.

Este evident din analiza curbelor că oxigenul adsorbit pe cărbunele activ are o acţiune depolarizantă mai puternică decît aerul, totuşi şi în acest caz se manifestă polarizarea, cauzată de puterea de saturare a cărbunelui pe de o parte, iar pe de alta prin pătrunderea soluţiei de hidroxid în porii cărbunelui activ.

În viitor cercetările vor fi axate pe studiul electrozilor de cărbune activ presat sub formă de plăci sau tuburi, impregnat cu materiale catalitice reduse direct de cărbunele activ.

## 7. CONCLUZII

Lucrarea de față scoate în evidență stadiul actual al realizării combustiei electrochimice pe plan extern și intern.

Combustia electrochimică este determinată în ultimă instanță de calitatea, natura, stabilitatea, acțiunea catalitică a materialelor electrozilor de care depinde valorificarea energetică superioară a combustibililor primari.

Polarizarea este fenomenul care se manifestă la funcționarea pilelor de combustie și care reduce performanțele surselor energetice de transformare a energiei chimice în energie electrică. Elucidarea teoretică a proceselor de electrozi va duce la cunoașterea fiecărui tip de polarizare și a metodelor de reducere sau suprimare a ei.

Cercetările viitoare vor fi axate pe realizarea electrozilor din cărbune activ de porozitate omogenă sub formă de plăci obținute prin presare, hidrofobate.

## BIBLIOGRAFIE

1. M. MARINESCU, *Studiul proceselor din „Pilele de combustie"*, Institutul de energetică, București, 1966.
2. C. D. NENIȚESCU, *Chimie generală*, Ediția a doua, Ed. tehnică, Buc., 1963, pag. 212.
3. — *Les piles à combustible — ouvrage collectif publié sous le patronage de la délégation Générale à la Recherche Scientifique et Technique*, Ed. Technip, Paris, 1965.
4. I. ATANASIU, G. FACSKO, *Electrochimie*, Ed. tehn., Buc., 1958, pag. 218.
5. G. N. ALEKSEEV, *Transformarea directă a diferitelor forme de energie în energie electrică și mecanică*, Traducere din limba rusă, Ed. tehnică, Buc., 1964, pag. 40.
6. M. PRINGENT, *Les piles à methanole et leur applications industrialles*, Revue générale de l'Eléctricité, I (1965), pag. 69.
7. O. BLOCK, M. Y. BREELLE, M. P. DEGOBERT, *Cercetări franceze în domeniul pilelor de combustie*, L'uzine nouvelle april 1966.
8. Y. BREELLE, P. DEGOBERT, G. ROUHIER, *Technologie des piles à combustible dissous*, Revue de l'Institut Français du Petrole, *5*, (1966) p. 764.
9. M. A. DASOIAN, *Surse de curent chimice*. Traducere din limba rusă, Ed. tehnică, București, 1964.
10. N. VASILESCU KARPEN, *Fenomene și teorii noi în electrochimie și chimie fizică*, Ed. Acad. Republicii Socialiste România, 1957, p. 137.
11. E. DARMOIS, G. DARMOIS, *Electrochimie theorique*, Masson—Editure Paris 1960.
12. M. MARINESCO, C. GEORGESCU, *Sur la polarisation des electrodes et la surtension en electrolyse*, R.G.E. Juin 1965.
13. M. MARINESCO, *Sur la presences des electrons libres en solution. Verification experimentale de la dissociation de l'hydrogene dissous en protons et electrons*, C. R. Acad Sc. Paris, *262* (24 Janvrier 1966), Serie C, p. 307—310.
14. M. MARINESCO, *La diffusion „Karpen" au Contact metal-Electrolyte et la Thermodynamique"*, C. R. Acad. Sc. Paris, *262* (20 Juin 1966), Serie C, p. 1762—1765.

# CALCULUL NEGATIVĂRII AUTOMATE PRIN CURENŢI DE GRILĂ ÎN CAZUL UNEI REZISTENŢE DE GRILĂ CU UN COEFICIENT DE TEMPERATURĂ DE VALOARE RIDICATĂ

DE

I. PONNER

621.396.622.

Dacă în circuitul de grilă al unui oscilator se utilizează o rezistenţă cu un coeficient de temperatură ridicat, calculul tensiunii de negativare automată prin curenţi de grilă nu se poate face pe o cale algebrică directă, deoarece relaţiile care intervin sînt implicite.

În articol se prezintă o metodă de lucru, care permite efectuarea acestui calcul pe o cale relativ simplă şi care conduce la rezultate foarte apropiate de cele găsite experimental.

Utilizarea în circuitul de grilă a unei rezistenţe cu un coeficient de temperatură pozitiv ridicat, conduce la stabilizarea amplitudinii tensiunii produse de oscilatoarele electronice. Dacă încărcarea etajului variază ceea ce se întîlneşte adesea în cazul generatoarelor de încălzire inductivă, prezenţa unei astfel de rezistenţe reduce solicitarea grilei tubului la o funcţionare cu sarcina redusă.

În figura 1 este reprezentat circuitul de grilă a unui astfel de oscilator avînd un grup de negativare automată de tipul paralel. Rezistenţa $R_1$ este o rezistenţă obişnuită. Rezistenţa $R_2$, cu un coeficient de temperatură pozitiv de valoare ridicată, este constituită deobicei de un bec incandescent. Evident, pentru a obţine un efect de stabilizare puternic, rezistenţa din circuitul de grilă va trebui să fie constituită în întregime de o rezistenţă cu un coeficient de temperatură ridicat. În acest caz în relaţiile care urmează se va pune $R_1 = 0$.

Pentru verificarea regimului tubului este necesară cunoaşterea negativării grilei. Aceasta se poate calcula din

$$E_G = (R_1 + R_2)\, I_G, \tag{1}$$

în care componenta continuă a curentului de grilă $I_G$ se citeşte pe ampermetrul conectat în circuitul de grilă. Valoarea lui $R_1$ este cunoscută şi nu

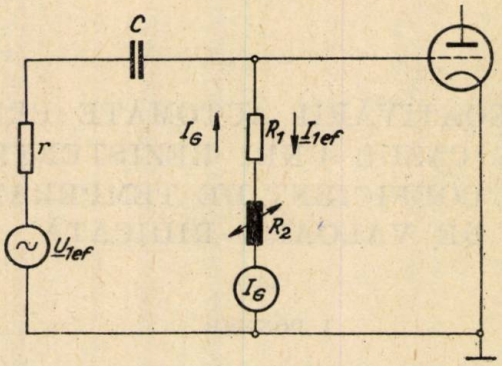



Fig. 1. — Circuitul de grilă al unui oscilator cu grup de negativare automată prin curenţi de grilă, de tip derivaţie, avînd o rezistenţă cu un coeficient de temperatură ridicat.

depinde de regimul tubului, în schimb valoarea rezistenţei $R_2$ depinde de valoarea efectivă a curentului care trece prin ea :

$$R_2 = f_1\,(I_{ef}). \tag{2}$$

Această dependenţă pentru un bec incandescent de 220V/25W este arătată în figura 2. Cunoaşterea numai a componentei continue a curentului de grilă $I_G$ nu este suficientă, deoarece prin rezistenţa $R_2$ trece şi un curent alternativ $I_{1ef}$, dat direct de sursa de semnal alternativ.

Capacitatea condensatorului $C$ este aleasă astfel încît constanta de timp a elementelor circuitului de grilă să fie mult mai mare decît perioada semnalului

$$(R_1 + R_2 + r) \geqslant 10\ T. \tag{3}$$

În vederea obţinerii unui randament al detecţiei ridicat, se asigură ca valoarea rezistenţei interne a sursei de semnal să fie mult mai mică decît valoarea rezistenţei de grilă. În aceste condiţii impedanţa pe care o prezintă circuitul pentru curentul $I_{1ef}$ este $Z \cong \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} =$

$$= (R_1 + R_2)\sqrt{1 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 100\ T^2}} \cong R_1 + R_2. \tag{4}$$

Măsurînd tensiunea alternativă $U_{1ef}$ a sursei de semnal, curentul alternativ dat de semnal rezultă din

$$I_{1ef} \cong \frac{U_{1ef}}{R_1 + R_2}. \tag{5}$$

Valoarea efectivă a curentului ce trece prin rezistențele de grilă se poate calcula din relația cunoscută

$$I_{ef} = \sqrt{I_G^2 + I_{1ef}^2}. \tag{6}$$

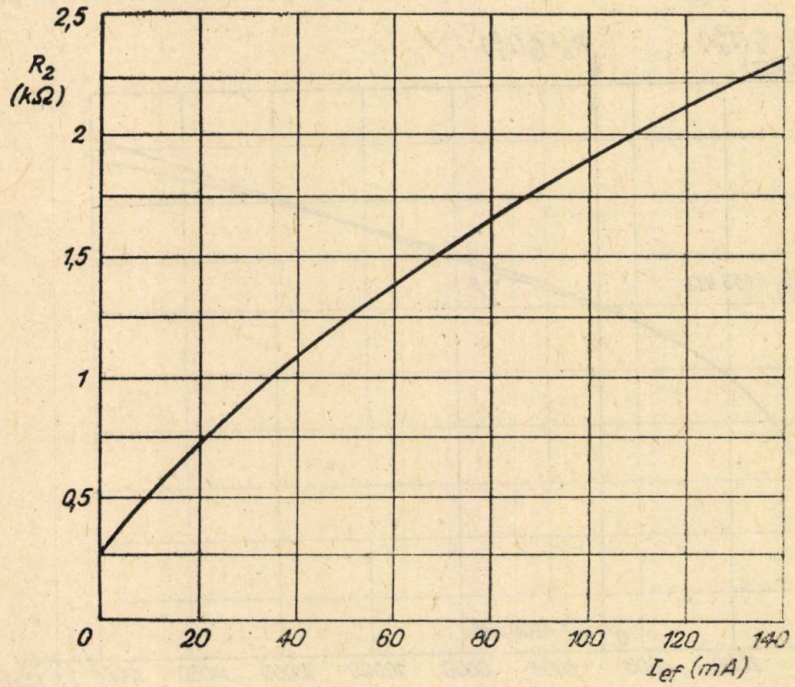



Fig. 2. — Variația rezistenței unui bec incandescent de 25W/220V în funcție de curent.

Calculul curentului alternativ $I_{1\,ef}$ este îngreunat de faptul că intervine rezistența $R_2$, care la rîndul ei deasemenea depinde de $I_{1\,ef}$ printr-o relație neliniară, prin intermediul relației (6). Din această cauză o rezolvare algebrică directă a problemei nu este posibilă.

Rezolvarea problemei se poate face prin următoarea metodă grafo-analitică.

Dacă valoarea rezistenței $R_2$ ar depinde numai de curentul $I_{1ef}$, exprimînd dependența $R_2 = f_1(I_{ef})$ printr-o relație analitică de aproximare, ecuația (5) s-ar putea explica și s-ar putea rezolva pe o cale algebrică.

Problema s-ar putea rezolva pe o cale similară și în cazul în care rezistența $R_2$ ar depinde de suma algebrică a celor doi curenți $I_G$ și $I_{1ef}$.

În acest caz, printr-o translație a originii sistemului de coordonate ar rezulta în noul sistem de coordonate o dependență a lui $R_2$ numai de mărimea necunoscută $I_{1ef}$.

Se observă că problema de față se poate reduce la acest al doilea caz considerat, dacă în locul caracteristicii $R_2 = f(I_{ef})$ se deduce prin calcul caracteristica

$$R_2 = f_2(I_{ef}^2) = f_2(I_G^2 + I_{1ef}^2), \tag{7}$$

reprezentată în figura 3.

Făcînd aici o translație a originii sistemului de coordonate în punctul

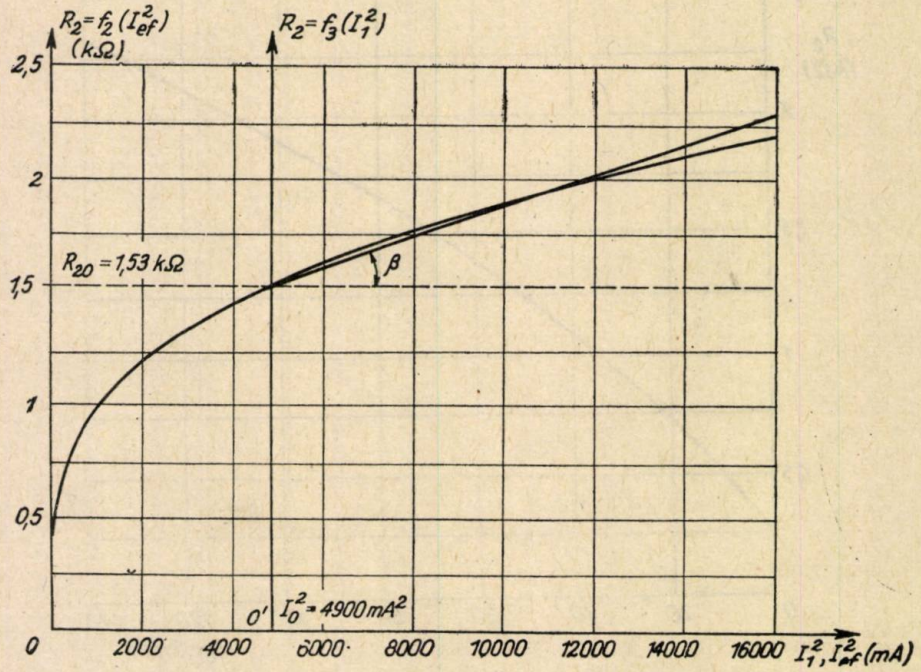



Fig. 3. — Variația rezistenței unui bec incandescent de 25W/220V în funcție de pătratul curentului. Translatarea originii sistemului de coordonate pentru obținerea unei dependențe $R_2 = f_3(I^2_{1ef})$.

$I_{ef}^2 = I_G^2$, caracteristica $R_2 = f(I_{ef}^2)$ în noul sistem de coordonate reflectă dependența rezistenței $R_2$ numai în funcție de $I_{1ef}^2$:

$$R_2 = f_3(I_{1ef}^2). \tag{8}$$

În jurul noii origini 0′ relația (7) se poate aproxima printr-o relație liniară

$$R_2 = mI_{1ef}^2 + R_{20}, \tag{9}$$

în care $m$ este coeficientul unghiular al dreptei de aproximare a caracteristicii dincolo de noua origine :

$$m = \operatorname{tg} \beta, \tag{10}$$

iar $R_{20}$ este valoarea rezistenței neliniare corespunzătoare valorii cunoscute a componentei continue a curentului de grilă

$$R_{20} = f_{20}(I_G^2) = f_3(0). \tag{11}$$

Relația (5) pe baza relației (9) devine

$$I_{1ef} = \frac{U_{1ef}}{R_1 + R_{20} + mI_{1ef}^2} \tag{12}$$

și după ordonarea termenilor

$$I_{1ef}^3 + \frac{R_1 + R_{20}}{m} I_{1ef} - \frac{U_{1ef}}{m} = 0. \tag{13}$$

Această ecuație este de forma

$$x^3 + 3px \pm 2q = 0, \tag{14}$$

ale cărei rădăcini sînt [1]:

$$x_1 = \mp 2\sqrt{p} \cdot \text{sh}\ (\varphi/3), \tag{15}$$

$$x_2 = \pm\sqrt{p} \cdot \text{sh}\ (\varphi/3) + j\sqrt{3p} \cdot \text{ch}\ (\varphi/3), \tag{16}$$

$$x_3 = \pm\sqrt{p} \cdot \text{sh}\ (\varphi/3) - j\sqrt{3p} \cdot \text{ch}\ (\varphi/3). \tag{17}$$

Mărimea auxiliară este definită de relația

$$\text{sh}\ \varphi = \frac{2}{p\sqrt{p}}. \tag{18}$$

În cazul de față interesează numai rădăcina reală, care are valoarea

$$I_{1ef} = 2\sqrt{\frac{R_1 + R_{20}}{3m}}\ \text{sh}\ (\varphi/3), \tag{19}$$

iar mărimea auxiliară se calculează din

$$\text{sh}\ \varphi = -\frac{1{,}5\, U_{1ef}}{(R_1 + R_{20})\sqrt{\frac{R_1 + R_{20}}{3m}}}. \tag{20}$$

$I_{1ef}$ fiind determinat, valoarea rezistenței $R_2$ se poate citi direct de pe caracteristica $R_2 = f_2\ (I_{ef}^2)$ în dreptul abscisei $I_{ef}^2 = I_G^2 + I_{1ef}^2$ și din relația (1) rezultă valoarea căutată a negativării grilei tubului.

## VERIFICĂRI EXPERIMENTALE

La un generator electronic utilizat pentru încălzirea inductivă a metalelor, pentru un anumit regim de funcționare în circuitul de grilă s-au măsurat: $U_{1ef} = 270\text{V}$, $I_G = 70\text{mA}$, $R_1 = 2{,}4\ \text{k}\Omega$. S-a utilizat un bec de 25W/220 V, avînd variațiile rezistenței statice în funcție de curentul prin bec și pătratul acestui curent reprezentate în figurile 2 și 3.

La rezolvarea grafo-analitică a problemei se găsește :

$$R_{20} = 1{,}53 \text{ k}\Omega, \quad m = 7 \times 10^{-5}, \quad \text{sh } \varphi = 0{,}75, \quad \text{sh } \varphi/3 = 0{,}233,$$

$I_{1ef}^2 = 4\,050$ mA$^2$, $I_{1ef} = 63{,}7$ mA, $I_{ef}^2 = 8\,950$ mA$^2$, pentru care corespunde $R_2 = 1{,}84$ k$\Omega$. Cu această valoare pentru negativarea tubului rezultă $E_G = 297$ V, o valoare foarte apropiată de cea găsită experimental : $E_G = 303$ V.

# STUDIUL ANSAMBLULUI PROCES-CALCULATOR DE COMANDĂ PRIN MODELARE PE UN CALCULATOR NUMERIC UNIVERSAL

DE

MIHAI VARTOLOMEI

681.142:62.011.56

Modelarea matematică modernă, efectuată cu ajutorul calculatoarelor electronice numerice sau hibride permite sinteza la performanţe optime a proceselor şi instalaţiilor industriale, evitînd realizarea de prototipuri-variantă. Ea se aplică şi în cazul sintezei calculatoarelor sau al sistemelor de comandă a proceselor prin calculator.

În lucrare este prezentat un algoritm pentru modelarea pe calculatorul CIFA 102 a funcţionării unui echipament denumit „programator secvenţial de procese PSP 100" şi a legăturilor sale cu procesul.

Algoritmul este alcătuit din următoarele părţi:

— o parte de modelare a funcţiunilor generale cablate ale echipamentului cum ar fi circulaţia informaţiei între registre, testarea priorităţii şi indexarea.

— o colecţie de subprograme de modelare a operaţiilor.

— o listă de transferuri care face corespondenţa între operaţii şi subprograme.

— Un cod şi un program interpretativ care simplifică reprezentarea în CIFA 102 a instrucţiunilor calculatorului modelat.

Utilizarea algoritmului permite întocmirea şi verificarea de programe destinate calculatorului PSP 100 cu ajutorul unui calculator universal.

Algoritmul reprezintă un caz tipic de multiprogramare aplicată unui calculator nedestinat iniţial unui asemenea mod de funcţionare.

## 1. INTRODUCERE

Prin posibilităţile ei largi, modelarea matematică s-a impus ca un puternic instrument de cercetare în tehnică şi în economie.

Au fost modelate atît fenomene din natură cît şi procese şi instalaţii industriale, în scopul unei cît mai precise analize a lor.

Pentru acestea din urmă, modelarea a înlesnit sinteza cu atingerea celor mai bune performanţe posibile în fiecare caz în parte, evitînd realizarea a numeroase şi costisitoare prototipuri-variantă.

Modelarea matematică modernă se execută cu ajutorul calculatoarelor electronice numerice şi hibride.

Printre obiectele modelate pe calculator se numără şi diverse automate finite, în particular calculatoare numerice.

Sînt cunoscute aplicaţii ale metodei atît pentru sinteza (proiectarea) noilor tipuri de calculatoare, cît şi în scopul analizei şi sintezei sistemelor de comandă prin calculator [1], [2], [8].

În cele ce urmează este prezentat un algoritm utilizat ca mijloc de studiu al conducerii prin calculator a marilor agregate energetice. Calculatorul de comandă este de tip PSP 100[3], iar modelarea s-a făcut pe un calculator de tip CIFA 102, existent în dotarea Institutului de Energetică al Academiei R.S.R.

## 2. PROBLEMELE MODELĂRII

În cazul funcţionării în timp real [4] între proces şi calculator se creează o dependenţă reciprocă, motiv pentru care este indicat ca procesul şi calculatorul să se studieze împreună şi nu fiecare în parte. Se pot analiza separat în cadrul unui asemenea studiu procesul văzut dinspre calculator şi calculatorul văzut dinspre proces, după cum urmează.

— Procesul văzut dinspre calculator este sursa valorilor măsurate şi a apelurilor de prioritate. Sub acest aspect, problema prezintă nedeterminare, stabilirea listei de mărimi, a ordinei lor de prioritate şi a tratamentului necesar făcîndu-se în mod arbitrar de către proiectant (pe baza experienţei din procese asemănătoare).

Cele de mai sus, odată stabilite, se completează cu frecvenţa de repetiţie a semnalelor periodice şi cu probabilitatea de apariţie într-un interval $T$ sau o frecvenţă medie pentru semnalele cu apariţia neregulată.

Calculatorul văzut dinspre proces este sursa semnalelor de comandă. Sub acest aspect prezintă interes timpii de răspuns, care sînt inegali, atît pentru comenzi diferite (datorită lungimilor diferite de program), cît şi pentru acelaşi tip de comenzi, datorită însumării unor componente variabile provenind din operaţii cu prioritate mai mare. Problemele de structură optimă şi performanţe ale ansamblului se cer a fi soluţionate înainte de realizarea lui fizică sau cu cît mai puţine intervenţii asupra componentelor, condiţii pe care le poate îndeplini studiul pe model.

Modelarea se poate face [1] în următoarele variante :

a) modelarea completă a ansamblului proces-calculator pe un calculator hibrid ;

b) modelarea ansamblului proces-calculator pe un calculator numeric universal.

O variantă simplificată a acestui procedeu constă în modelarea pe calculatorul numeric universal numai a calculatorului de comandă cu intrările şi ieşirile respective, legătura cu procesul putînd fi înlocuită prin generarea în calculatorul universal a unor numere pseudoaleatoare sau cu alt mod de atac al logicii de prioritate.

Acesta este modul de lucru adoptat. Menţionăm şi o altă aplicaţie recentă a modelării în sinteza calculatoarelor, pentru studiul şi definitivarea microprogramelor pe un calculator existent [5].

### 3. STRUCTURA ALGORITMULUI UTILIZAT

Algoritmul este alcătuit din următoarele părţi componente, reprezentate în schema-bloc din figura 1 :

a) o parte generală, care reproduce funcţiunile cablate de bază ale echipamentului modelat, cum ar fi circulaţia informaţiei între registre, testarea priorităţii şi indexarea ;

b) o colecţie de subprograme, care modelează operaţiile cuprinse în codul calculatorului PSP 100 ;

c) o listă de transferuri, care realizează corespondenţa între operaţiile modelate şi subprogramele aferente ;

d) un cod şi un program interpretativ, care simplifică reprezentarea în CIFA 102 a instrucţiunilor calculatorului modelat deci transcrierea programelor.

Pentru a putea urmări conţinutul fiecăreia din părţile enumerate este necesară cunoaşterea echipamentului modelat şi a calculatorului utilizat pentru modelare.

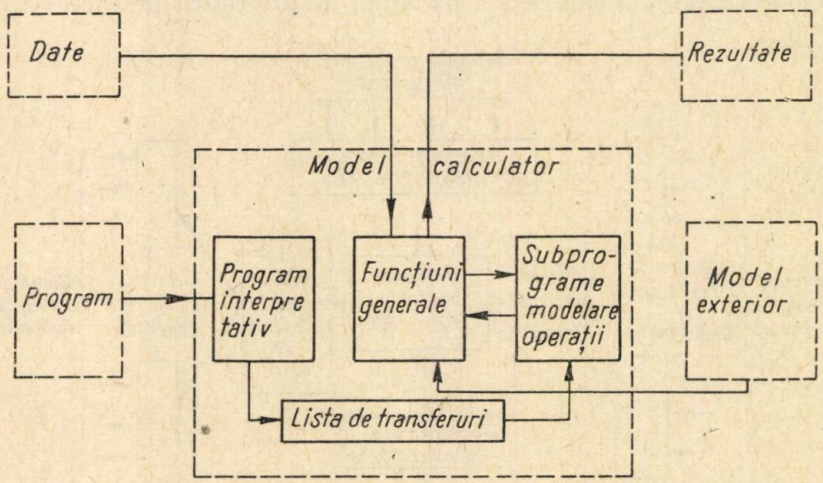



Fig. 1. — Schema bloc a modelului matematic.

Calculatorul PSP 100 va fi prezentat sumar în capitolul următor. Cît despre calculatorul CIFA 102, se presupune cunoscut [6] şi nu-i vom consacra o prezentare aparte, ci vom face doar pe parcurs precizările şi observaţiile necesare.

Exemplarul CIFA 102 existent la Institutul de Energetică al Academiei R.S.R. se deosebeşte de cel prezentat în [6] prin existenţa în cod a operaţiei de pornire a cititorului de bandă : 004000.

## 4. PREZENTAREA ECHIPAMENTULUI MODELAT (vezi fig. 2)

Calculatorul PSP 100 este un programator secvențial pentru procese realizat de firma franceză Jeumont—Schneider [3], [7].

Caracteristicile sale de bază sînt :

— lungimea de cuvînt mică, de numai 15 cifre binare ;

— codul de operații redus la 8 tipuri de bază, permițînd 16 operațiuni diferite, datorită variantelor ;

— rol multiplu jucat de organele de calcul și de memorie, ceea ce reduce numărul de registre sub cele necesare în mod obișnuit unui calculator ;

— viteza de calcul în jurul a 20 000 operații/s ;

— capacitatea memoriei operative 4 096 adrese ;

— există un registru selector de procese sau organe periferice, zis de prioritate. PSP 100 are 8 nivele de prioritate, realizînd o programare multiplă, ierarhizată, a rezolvării problemelor de conducere a procesului.

Schimbările de prioritate, comandate de acțiunile exterioare sau prin program, devin eficace imediat după terminarea executării instrucțiunii în curs, cînd se testează registrul de priorități și se trece la rezolvarea problemei celei mai urgente.

În cazul întreruperii unui program, acesta va putea fi reluat din locul întreruperii, întrucît după fiecare operație se memorează rezultatul în memoria acumulatoare MA a nivelului de prioritate pe care s-a lucrat,

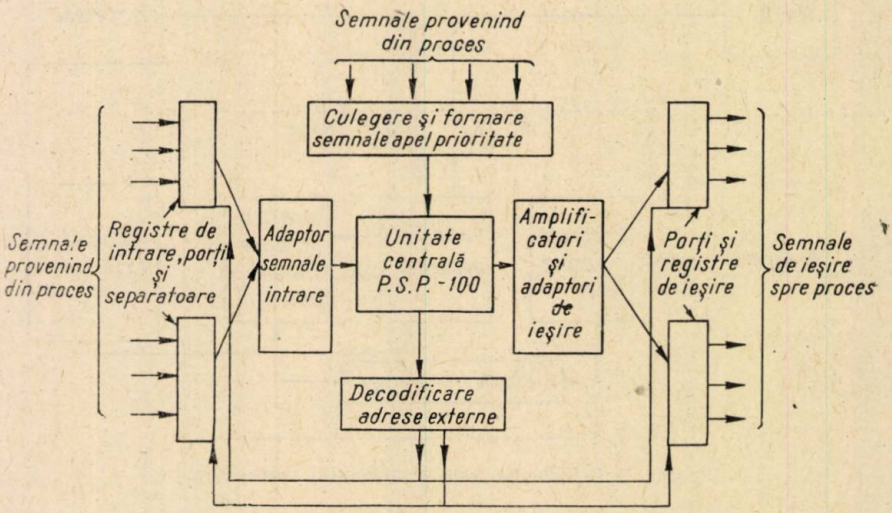



Fig. 2. — Schema bloc a echipamentului modelat.

iar în contorul ordinal CO al aceluiași nivel apare adresa următoarei operații de efectuat pe nivelul respectiv. Există deci 8 memorii acumulatoare și 8 contoare ordinale, corespunzînd celor 8 nivele de prioritate. Contorii ordinali ocupă adresele 0,1—7 din memoria operativă, iar memoriile acumulatoare adresele 10, 11, ..., 17.

Calculatorul execută întotdeauna instrucţiunea conţinută la adresa indicată în contorul ordinal al nivelului de prioritate avînd ca operand conţinutul memoriei acumulatoare respective.

Schimbul de informaţie al calculatorului cu operatorul şi procesul are loc prin registre periferice de intrare sau de ieşire, care pot fi citite sau înscrise de către unitatea centrală.

Numărul lor depinde de natura problemei de rezolvat.

O particularitate importantă a echipamentului o constituie indexarea, adică efectuarea operaţiei SAU EXCLUSIV binar $a \wedge \bar{b} \vee b \wedge \bar{a}$ între cele trei cifre binare cu care este scris indicele de prioritate ($p = 0,\ldots,7$) şi ultimele trei cifre binare ale adresei oricărei instrucţiuni citite din memorie spre a fi executată.

Aceasta permite fie să se utilizeze un grup de instrucţiuni (de exemplu o rutină) pe nivele diferite, cu alegerea de fiecare dată a operanzilor corespunzători, fie accesul la aceeaşi adresă a memoriei de pe nivele diferite, prin instrucţiuni cu partea de adresă scrisă diferit. Programatorul are la dispoziţie pentru indexări tabela 1.

*Tabela 1*

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 1 | 0 | 3 | 2 | 5 | 4 | 7 | 6 |
| 2 | 2 | 3 | 0 | 1 | 6 | 7 | 4 | 5 |
| 3 | 3 | 2 | 1 | 0 | 7 | 6 | 5 | 4 |
| 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 5 | 5 | 4 | 7 | 6 | 1 | 0 | 3 | 2 |
| 6 | 6 | 7 | 4 | 5 | 2 | 3 | 0 | 1 |
| 7 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |

În privinţa programării facem precizarea că PSP 100 posedă numai adunarea şi scăderea cablate, celelalte operaţii se execută prin subprograme.

Vom prezenta tipurile de operaţii. În cele ce urmează :

— MA denumeşte memoria acumulatoare a nivelului de prioritate pe care se lucrează ;

— $m$ defineşte adresa de memoria asupra căreia lucrează ordinul ;

— $(m)$ defineşte conţinutul adresei $m$ ;

4.1. *Operaţii fără variante, valabile în toată memoria* :

— Operaţia Branşament : Simbolic Bm. Binar 000. Octal 0 XXXX.

Programul se execută începînd cu adresa $m$, dacă (MA) înainte de execuţie prezintă cîteva particularităţi :

a) Dacă (MA) $> 0$ operaţia se execută, (MA) se conservă.

b) Dacă (MA) < 0 operaţia nu se execută. Următoarea instrucţiune, executată e scrisă la adresa ce urmează celei a instrucţiunii Bm.

(0+)→MA

c) Dacă (MA) = 0 plus (plin de zero) operaţia executată.

(m)→CO

(CO) anterior trece în (MA). Aceasta permite racordarea la subprograme.

d) Dacă (MA) = 0 minus (plin de 1) operaţia se execută cu (MA) neschimbat.

— Operaţia depunere Rm: Binar 001. Octal 1XXXX

(MA)→M

(0+)→(MA).

— Operaţia contorizare Cm: Binar. 010. Octal 2XXXX.

(m) + 1→*m*

(MA) = (*m*) + 1

— Operaţia de lectură Lm: Binar 011. Octal 3XXXX

(m)→MA

(m) neschimbat.

4.2. *Operaţii cu 2 variante, cu adresare la memorie* (lucrează numai asupra primei jumătăţi a memoriei (adresele 0000—3777)):

— Operaţia sumă logică

— Varianta directă Um: Binar 101.0. Octal 5XXXX.

(MA) V (m)→MA

(*m*) neschimbat

— Varianta complement Nm: Binar 101.1. Octal. 5XXXX.

(MA) V ($\overline{m}$) MA

(*m*) neschimbat

— Operaţia decalaj (cu o poziţie).

— Varianta stînga Gm: Binar 111. 0. Octal 6XXXX. (cifra cea mai mică devine zero).

— Varianta dreapta Dm: Binar 110.0. Octal 6 XXXX. (cifra semn se păstrează).

— Operaţia de sumare.

— Varianta adunare Am: Binar 111.0. Octal 7XXXX.

(*m*) + (MA)→MA

(*m*) neschimbat.

Varianta scădere Sm. Binar 111.1.Octal 7XXXX.

($\overline{m}$) + MA → MA

(*m*) neschimbat. Dacă (*m*) = (MA) rezultă zero minus.

4.3. *Operaţii cu variante, cu adresare externă* (*m* = adresă externă)

— Instrucţiunea de intrare

— Varianta directă Em: Binar 100.000.010. Octal 402 XX.

(*m*)→MA

— Varianta complement

($\overline{m}$)→MA

— Instrucţiunea de ieşire.

— Varianta ieşire 1, Ym: Binar 100.000.110. Octal 406XX.

Poziţiile cu 1 din (MA) se transmit în (*m*). Restul conţinutului (*m*) şi (MA) neschimbate.

— Varianta ieşire 0, Zm: Binar 100.100.100. Octal 444XXX.

Poziţiile nule din (MA) se transmit în ($m$). Restul conţinutului ($m$) şi (MA) neschimbate.

— Varianta ieşire integrală Tm: Binar 100.100.110. Octal 446
(MA)→$m$
(MA) neschimbat

— Instrucţiunea de comanda priorităţii.

— Varianta prioritate pe 1, Pm: Binar 100.000.000. Octal 400 sau 401.

— Varianta prioritate pe 0, Qm: Binar 100.100.000. Octal 440 sau 441.

4.4. *Instrucţiuni fără adresă*:

— Instrucţiunea oprire logică F: Binar 100.000.100. Octal 404 XX.

## 5. MODELAREA FUNCŢIUNILOR CABLATE DE BAZĂ

S-au destinat adrese de lucru consecutive pentru reprezentarea în CIFA 102 a memoriilor acumulatoare şi a contorilor ordinali, aşa cum de fapt se face şi în memoria cu ferite din PSP100.

Lungimea de cuvînt de 32 cifre binare de la CIFA 102 permite corespondenţa adresă cu adresă, la reprezentarea acestor registre de 15 cifre.

Registrul director de prioritate a fost şi el reprezentat printr-o adresă de lucru.

Un scurt subprogram de testare stabileşte după efectuarea fiecărei operaţii care e poziţia cea mai semnificativă din registrul de prioritate ocupată de o unitate. Operaţia poate fi realizată prin produse logice cu un bloc de constante conţinînd o unitate decalată cu o poziţie de la o adresă la următoarea sau prin deplasarea conţinutului citit în registrul principal din CIFA 102, pînă la aducerea unei unităţi în poziţia de semn.

O dată stabilită valoarea indicelui de prioritate $p = 0 \ldots 7$ se face indexarea părţii de adresă a instrucţiunii de executat cu ajutorul operaţiei 16 (sumă modulo 2) din codul CIFA 102.

## 6. MODELAREA OPERAŢIILOR PRIN SUBPROGRAME

Conform celor arătate la capitolul 4, operaţiile din PSP 100 au caracteristic faptul că unul din operanzi este conţinut în memoria acumulatoare a nivelului de prioritate, iar celălalt este adresa din memorie la care se referă instrucţiunea. După efectuarea operaţiei se depune rezultatul în memoria acumulatoare, iar în contorul ordinal se adaugă 1 în ultima poziţie pentru a forma adresa instrucţiunii următoare, atunci cînd ordinea este normală, sau se scrie o nouă adresă în cazul rupturilor de secvenţă.

Întrucît toată circulaţia de informaţie între registre, care la calculatorul real se făcea cablat, trebuie realizată între adrese din memorie prin intermediul registrului principal RP din CIFA 102 este evident că nu mai putem realiza corespondenţa instrucţiune cu instrucţiune, nici chiar în cazul unor operaţii existente ca atare la ambele calculatoare.

S-au întocmit de aceea mici suprograme care realizează atît operaţia aritmetică sau logică, propriu-zisă, cît şi configuraţia registrelor şi memoriilor utilizate (contor ordinal, memorie acumulatoare, adresă din memorie, adresă externă). De exemplu, modelarea operaţiei „ruptură de secvenţă" sau „branşament" Bm se face prin testarea semnului şi conţinutului memoriei acumulatoare MA cu ajutorul instrucţiunilor de transfer condiţionat din CIFA 102 (06,07 şi 13).

Se stabileşte astfel dacă operaţia trebuie executată sau nu şi configuraţia necesară a registrelor.

Modelarea părţii de operaţie propriu-zisă din ordinul „contorizare" Cm se face cu ajutorul operaţiei sumă în memorie (14—X) din codul CIFA 102.

Alte exemple nu mai sînt necesare.

În tabela 2 sînt enumerate operaţiile din PSP 100 împreună cu subprogramele realizate pentru CIFA 102.

*Tabela 2*

| Clasificare instrucţiuni | Cod simbolic PSP | Cod interpretativ CIFA 102 | Denumirea explicită |
|---|---|---|---|
| Operaţii fără variantă | *Lx* | 01—*x* | Citire |
| | *Rx* | 11—*x* | Depunere |
| | *Cx* | 14—*x* | Contorizare |
| | *Bx* | 06—*x* | Rupere de secvenţă |
| Operaţii cu 2 variante cu adresare la memorie | *Gx* | 04—*Ox* | Deplasare stînga |
| | *Dx* | 04—4*x* | Deplasare dreapta |
| | *Ux* | 16—*Ox* | Sumă logică directă |
| | *Nx* | 04—*Ox* | Sumă logică complement |
| | *Ax* | 02—*Ox* | Adunare |
| | *Sx* | 02—4*x* | Scădere |
| Instrucţiuni cu variante, cu adresare externă | *Ex* | 12—*Ox* | Intrare directă |
| | *Kx* | 12—4*x* | Intrare complement |
| | *Yx* | 10—*Ox* | Ieşire 1 |
| | *Zx* | 10—4*x* | Ieşire 0 |
| | *Tx* | 10—6*x* | Ieşire integrală |
| | *Px* | 13—*Ox* | Prioritate *x* pe 1 |
| | *Qx* | 13—4*x* | Prioritate *x* pe 0 |
| Instrucţiuni fără adresă | *F* | 00—0000 | Oprire logică |

### 7. LISTA DE TRANSFERURI

Este o succesiune de instrucţiuni avînd în partea de ordin una din operaţiile de transfer din CIFA 102 (06, 07, 10, 13), iar în partea de adresă intrarea în rutina de modelare a unei operaţii din PSP 100.

Aceste instrucţiuni realizează trimiterea la subprogramul corespunzător fiecărei operaţii, decodificate prin programul interpretativ.

### 8. CODUL ŞI PROGRAMUL INTERPRETATIV

Pentru toate operaţiile modelate s-au stabilit denumiri codificate, care pentru a putea fi uşor reţinute au fost alese pe cît posibil apropiate celor din codul CIFA 102 (vezi tabela 2).

De exemplu, operaţia de lectură din memorie Lm, a fost codificată cu 0l, iar cea de depunere Rm, a fost codificată cu 11, la fel ca în codul CIFA 102.

Programul interpretativ decodifică aceste tipuri de operaţii prin deplasarea lor în partea de adresă a cuvîntului şi însumarea cu o constantă. Se obţine pentru fiecare tip citirea poziţiei corespunzătoare din lista de transferuri, deci în continuare intrarea în rutina de modelare a operaţiei.

Partea de adresă a instrucţiunilor este tratată separat, servind la culegerea operandului pe care îl defineşte.

### 9. UTILIZARE ŞI REZULTATE. LIMITELE APLICATIVITĂŢII

Algoritmul prezentat se utilizează astfel :

Programele întocmite în limbajul simbolic PSP se transcriu în codul interpretativ conform tabelei 2 şi se introduc în calculatorul CIFA 102 după introducerea benzii conţinînd algoritmul de modelare. Se introduce şi un set de date numerice reprezentînd exemplul de control.

Se face verificarea programului şi se calculează exemplul de control ca la oricare altă problemă, comandînd în plus şi un număr de întreruperi prioritare, în cadrul cărora se desfăşoară alte programe.

În final, programele definitivate se tipăresc, apoi sînt retranscrise în limbajul simbolic PSP şi se pot perfora benzi destinate unui asemenea calculator.

Exteriorul, adică de fapt procesul comandat de calculator este modelat printr-un dispozitiv de memorizare externă, capabil să transmită calculatorului la momente determinate semnale de apel prioritar, precum şi noi date numerice.

În cazul concret prezentat se utilizează banda de hîrtie perforată, iar pornirea cititorului este comandată prin ordinul 004000 despre care s-a amintit în cap. 3.

Limitări de utilizare :

— Lungimea programelor şi a seturilor de date este limitată atît de capacitatea memoriei cît mai ales de viteza mică de lucru a calculatorului CIFA 102, care lungeşte mult timpii de calcul.

— Algoritmul prezentat nu poate servi şi la studierea bilanţului de timp al calculatorului legat la proces.

Experimentările în această direcţie ar pretinde încărcarea cîtorva nivele de prioritate cu toate programele afectate lor în cazul unei funcţionări în timp real, lucru posibil de realizat.

Ar fi însă necesar ca între durata unei operaţiuni din calculatorul real şi durata executării modelului operaţiei să existe proporţionalitate, lucru ce se poate realiza în cazul unei memorii cu ferite.

În cazul calculatorului CIFA 102 apar dificultăţi datorită neuniformităţii timpilor de acces la memoria tambur.

## 10. CONCLUZII ASUPRA MODELĂRII

— Modelarea calculatoarelor împreună cu dispozitivele lor periferice este un procedeu care permite atît anticiparea şi optimizarea performanţelor pentru echipamente sau ansamble încă nerealizate cît şi cercetări în vederea utilizării unor calculatoare care nu ne stau încă la dispoziţie.

— Dacă echipamentul modelat are viteza de lucru mai mare decît calculatorul utilizat pentru modelare (caz defavorabil, dar întîlnit chiar în prezenta lucrare) metoda este încă aplicabilă, evident cu un consum mai mare de timp de calcul.

— Algoritmul realizat reprezintă un caz tipic de multi-programare aplicată la un calculator nedestinat iniţial unui asemenea mod de funcţionare.

## BIBLIOGRAFIE

1. B. M. Kagan, T. M. Ter. Mikaelian, *Rezolvarea problemelor inginereşti cu calculatoare numerice*, Ed. Tehnică, 1965.
2. M. Vartolomei, N. Damian, Iordache, *Algoritm de modelare a unui calculator legat la un proces industrial pe calculatorul numeric CIFA-102*, Comunicare la colocviu „Tehnici de calcul şi calculatoare", Bucureşti, septembrie 1967.
3. I. S. Lazăr, P. Georgescu, *Raport asupra deplasării în Franţa la uzinele Jeumont — Schneider*, proiect IPA 1965.
4. M. Pélegrin, *Calculatoare analogice şi numerice, aplicaţii în automatizări*, Ed. tehnică 1967.
5. Vasile Baltac, *Cîteva aspecte ale microprogramării*, Comunicare la colocviu „Tehnici de calcul şi calculatoare", Bucureşti, septembrie 1967.
6. Dragoş Vaida, *Programarea calculatoarelor electronice*, Ed. Academiei Republicii Socialiste România, 1967.
7. * * * Proiecte de execuţie pentru extinderea termocentralei Işalniţa—Craiova.
8. И. Я. Ландау, Применение ЭЦВМ для проектирования ЭЦВМ, сборник „Кибернетика" изд. „Наука", Москва, 1967.

# CERCETĂRI PRIVIND ARDEREA PICĂTURILOR DE REZIDUU FENOLIC

DE

V. V. GHIA şi N. LEMNEANU

533.536.4

Se prezintă rezultatele cercetărilor experimentale privind arderea picăturilor de reziduu fenolic şi se trag concluzii privind posibilităţile de ardere în instalaţii industriale.

Reziduurile fenolice care apar ca deşeuri în unele procese tehnologice din industria chimică, reprezintă mari cantităţi de produse a căror depozitare ridică probleme deosebit de dificile, deoarece au acţiune distrugătoare asupra florei şi faunei. Ţinînd seama de puterea calorifică ridicată, apare indicată arderea reziduurilor fenolice, atît pentru a se recupera o parte din energia chimică conţinută în acestea, cît şi pentru a le micşora volumul de depozitare.

De aceea, lucrarea îşi presupune să stabilească aptitudinile de ardere a picăturilor unui sort inferior de reziduu fenolic, comparativ cu caracteristicile păcurilor care se produc cel mai frecvent în Republica Socialistă România. În acest scop s-a studiat influenţa diametrului iniţial al picăturii şi temperaturii mediului ambiant asupra timpului de ardere în aer atmosferic.

Experimentările s-au efectuat la viteză relativă practic nulă între picătură şi mediul comburant. Picăturile cu diametrul iniţial $d_0 = 0{,}3 - -1{,}1$ mm au fost suspendate de filamente de silică într-un cuptor electric, care a permis reglajul temperaturii mediului ambiant $t_m$ între 700°C şi 1100°C.

Evoluţia procesului de ardere a picăturii a fost cinematografiată, stabilindu-se timpii de ardere a materiilor volatile $\tau_v$ şi cenosferei $\tau_c$. Detalii asupra instalaţiei experimentale au fost date într-o lucrare anterioară [1].

Din tabela 1 rezultă caracteristicile fizico-chimice ale combustibililor experimentaţi.

*Tabela 1*

| Produsul / Caracteristici | Păcură parafinoasă | Păcură astfaltoasă tip 70 | Păcură cracată | Reziduu fenolic |
|---|---|---|---|---|
| Densitate [gr/cm³] | 0,9244 | 0,9849 | 0,9816 | 1,1268 |
| Viscozitate la | | | | |
| 50°C [°E] | 10,42 | — | — | — |
| 75°C [°E] | 3,80 | 11,40 | — | — |
| 100°C [°E] | 2,09 | 4,02 | 13,27 | 10,30 |
| 110°C [°E] | — | — | 8,26 | 6,40 |
| Punct de inflamare [°C] | 159 | 157 | 193 | — |
| Cocs Conradson [%] | 5,39 | 11,40 | 12,61 | 17,38 |
| Sulf [%] | 0,19 | 0,2 | 0,22 | 0,08 |
| Putere calorifică superioară [kcal/kgf] | 10.530 | 10,174 | 10,288 | 8432 |
| Indice de refracţie la 20°C | 1,5148 | 1,5575 | 1,5585 | 1,5975 |
| Cenuşă | 0,11 | 0,18 | 0,25 | 0,62 |
| Greutate moleculară | 364 | 377 | 399 | 485 |
| $C_A$ [%] Procentul de carboni aromatici | 21,45 | 41,16 | 43,13 | 21,16 |
| $C_N$ [%] Procentul de carboni naftenici | 29,98 | 20,07 | 13,02 | 72,86 |
| $C_R$ Procentul de carboni ciclici | 51,43 | 61,23 | 56,15 | 94,02 |
| $C_P$ Procentul de carboni parafinici | 48,57 | 38,77 | 43,85 | 5,98 |
| $R_A$ Numărul de cicluri aromatice | 0,97 | 1,96 | 2,17 | 1,28 |
| $R_T$ Numărul total de cicluri | 2,88 | 3,66 | 3,55 | 11,23 |
| $R_N$ Numărul total de cicluri naftenice | 1,91 | 1,70 | 1,38 | 9,95 |

În figura 1 se prezintă punctele experimentale obţinute la arderea reziduului fenolic, pentru $t_m = 900-1100°C$.

Remarcăm faptul că într-o primă aproximaţie, se poate considera că timpii $\tau_v$ şi $\tau_c$ variază direct proporţional cu $d_0^2$, astfel că :

— pentru aceeaşi valoare $d_0$ se micşorează o dată cu creşterea temperaturii $t_m$, iar

— pentru aceeaşi temperatură $t_m$, se măresc o dată cu creşterea diametrului $d_0^2$.

În figura 2 se prezintă comparativ curbele de variaţie a timpilor $\tau_v$ şi $\tau_c$ pentru reziduul fenolic şi pentru păcurile parafinoase, asfaltoasă şi cracată.

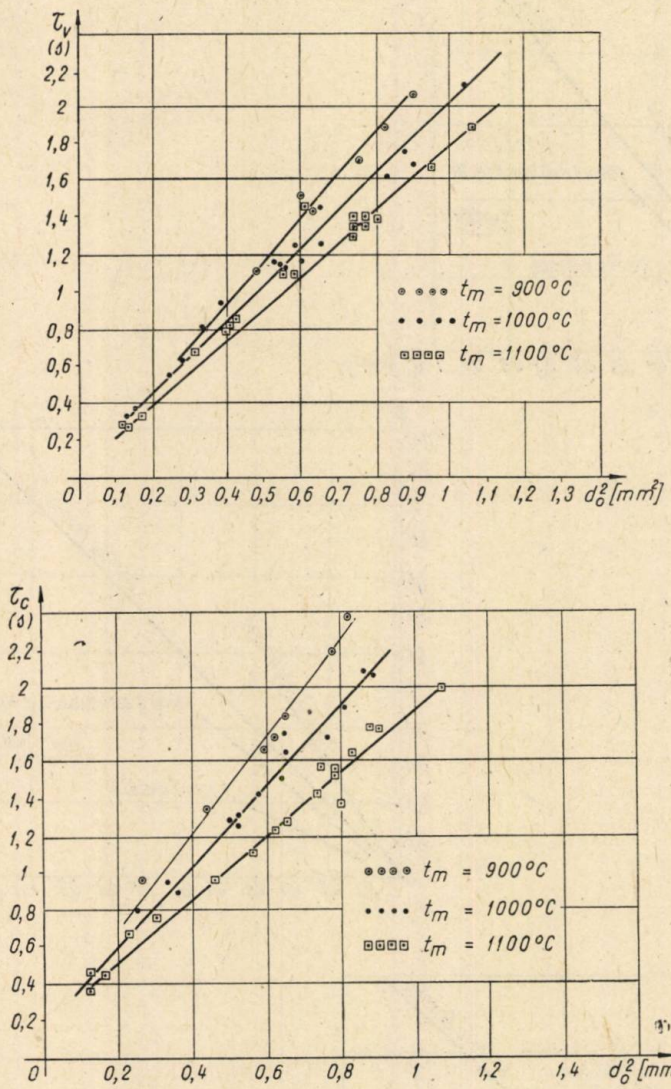
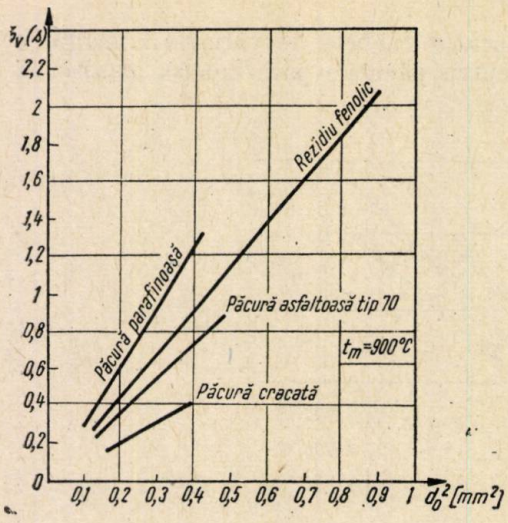


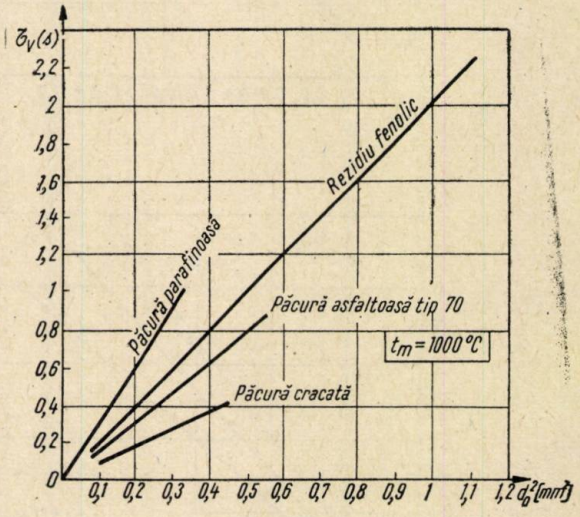

Fig. 1. — Variaţia timpilor $\tau_v$ şi $\tau_c$ cu $d_0$ şi $t_m$

Remarcăm faptul că timpul $\tau_v$ are totdeauna valori mai mari decît pentru păcurile asfaltoasă şi cracată. Păcura parafinoasă are $\tau_v$ mai mare ca la reziduul fenolic, deoarece are un conţinut mărit de materii volatile.

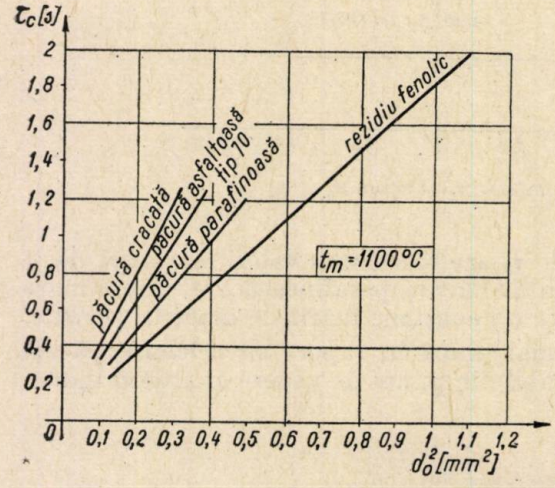
Timpul $\tau_c$ are o valoare mai mică în raport cu celelalte păcuri experimentate, ceea ce este favorabil din punct de vedere al arderii industriale.




a

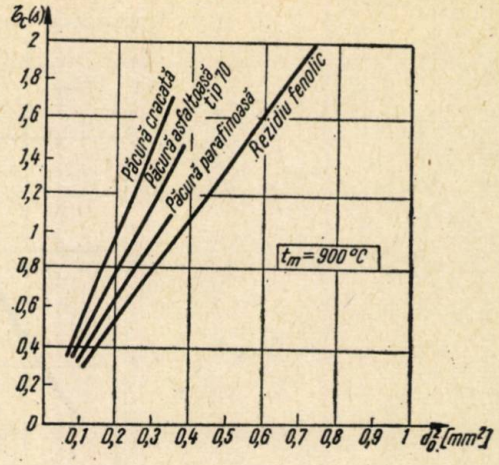



b

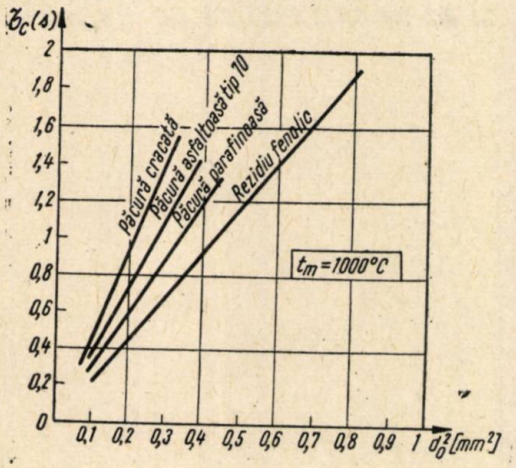


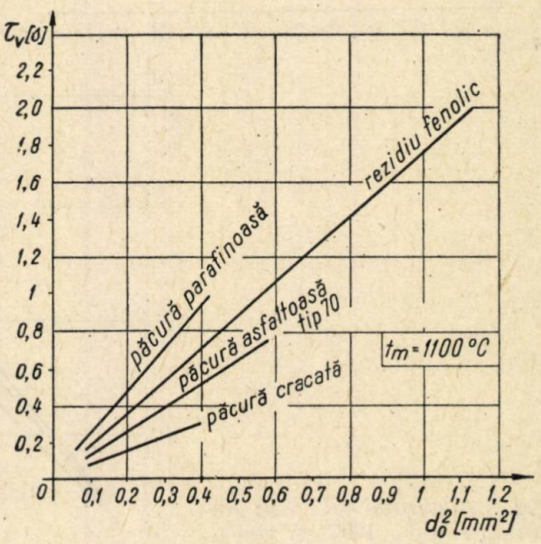

c

Fig. 2. — Valorile comparative ale timpilor $\tau_v$ şi $\tau_c$ pentru combustibilii experimentaţi.


$\tau_c$(d)
2
1,8
1,6
1,4
1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1 $d_0^2$[mm²]
păcură cracată
păcură asfaltoasă tip 70
păcură parafinoasă
Reziduu fenolic
$t_m$ = 900°C

d


$\tau_c$(d)
2
1,8
1,6
1,4
1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1 $d_0^2$[mm²]
păcură cracată
păcură asfaltoasă tip 70
păcură parafinoasă
Reziduu fenolic
$t_m$ = 1000°C


$\tau_v$[d]
2,2
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1 1,1 1,2
$d_0^2$[mm²]
rezidiu fenolic
păcură parafinoasă
păcură asfaltoasă tip 70
păcură cracată
$t_m$ = 1100°C

f

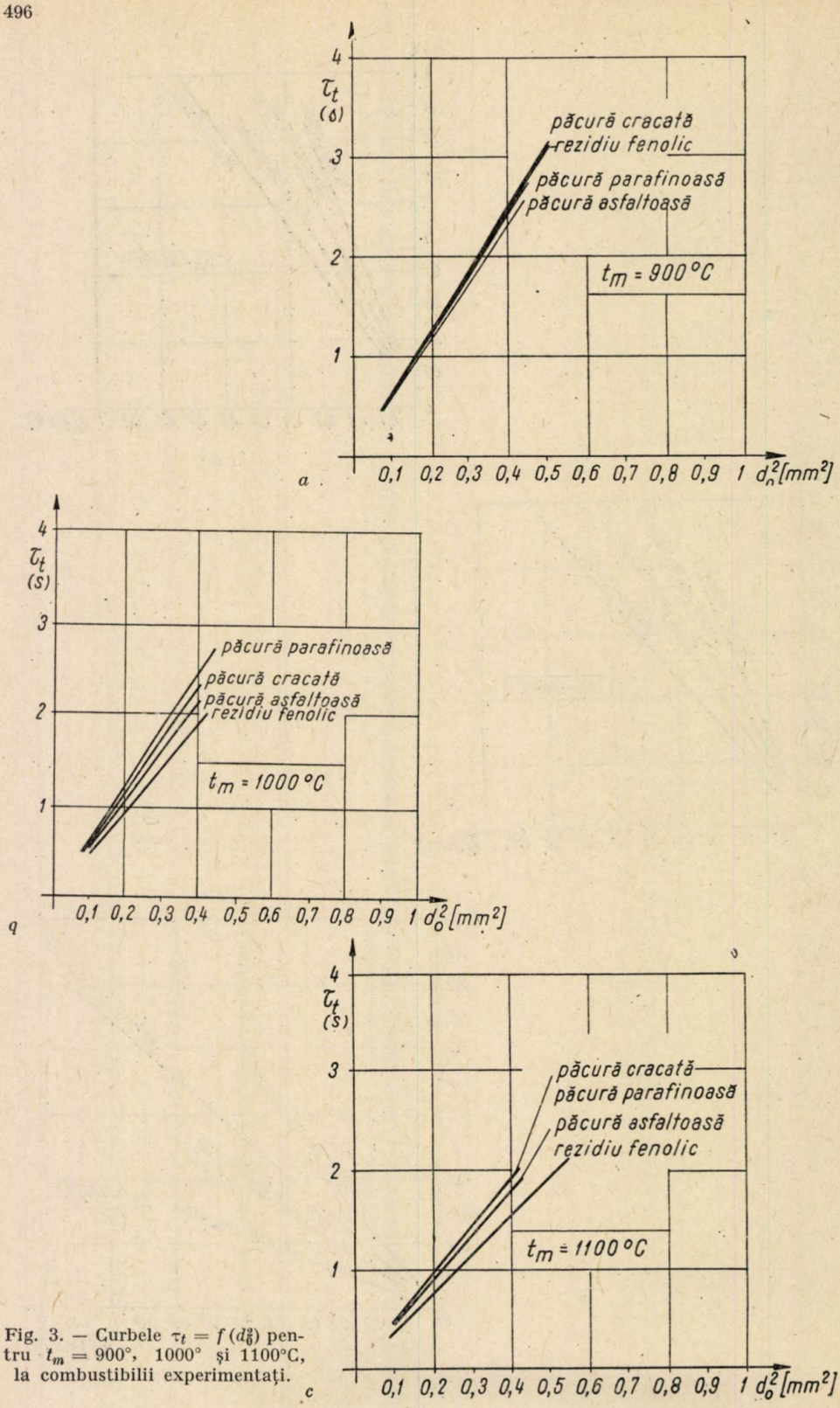



Fig. 3. — Curbele $\tau_t = f(d_0^2)$ pentru $t_m = 900°$, 1000° și 1100°C, la combustibilii experimentați.

În figura 3 se prezintă curbele de variație ale timpului total de ardere [2] $\tau_t = \tau_v + \tau_c$, cu $d_0^2$ pentru cîteva valori ale temperaturii $t_m$.

Se remarcă faptul că la temperaturi $t_m$ relativ ridicate, timpul $\tau_t$ pentru reziduul fenolic este mai scăzut decît la păcurile cercetate. Această diferență se micșorează repede cu scăderea temperaturii $t_m$.

Din experimentările efectuate rezultă cîteva concluzii practice importante.

Picăturile de reziduu fenolic se aprindeau la temperaturi relativ ridicate (circa 900°C). Aceasta constitue un dezavantaj important care poate fi înlăturat numai prin arderea reziduului fenolic în focare cu pereții incandescenți judicios realizate.

Prin ardere se obține o cantitate mărită de cenușă ceea ce va conduce la o murdărire mai rapidă a suprafețelor de încălzire, în comparație cu arderea păcurilor. Aceasta va da greutăți în exploatare.

Viscozitatea mărită a reziduului fenolic va necesita o preîncălzire ridicată, care este indicat să se realizeze în două trepte.

Timpul total de ardere $\tau_t$ micșorat, arată că se poate întrevedea posibilitatea găsirii unei metode raționale de ardere industrială a reziduului fenolic.

## BIBLIOGRAFIE

1. V. V. Ghia, N. Lemneanu, *Influența mediului sărac în oxigen asupra timpilor de ardere a picăturilor de păcură*. St. și cerc. energ. electr. **17**, *4*, p. 837—849.
2. R. H. Essenhigh, *The influence of coal ramk on the buring times of single captive particles*, Journal of engineering for power July, 1963, p. 183—190.

# A V-A CONFERINŢĂ DE ENERGETICĂ INDUSTRIALĂ, PRAGA, 3—9 SEPTEMBRIE 1967

La lucrările conferinţei au participat peste 500 de delegaţi din 14 ţări (Austria 1 delegat, Bulgaria 21, Franţa 2, Finlanda 1, R. D. Germană 46, R. F. a Germaniei 6, Iugoslavia 5, Polonia 46, România 19, Suedia 1, S.U.A. 1, Ungaria 57, U.R.S.S. 10 delegaţi, restul din Cehoslovacia).

S-au prezentat 120 de comunicări în cinci limbi, din care 13 comunicări din ţara noastră. Lucrările s-au desfăşurat în două secţii de specialitate cu cîte două subsecţii :

I. Utilizarea raţională a energiei.

I/1. Producţia, distribuţia şi utilizarea energiei.

I/2. Raporturi reciproce între procese tehnologice şi gospodărirea energiei în întreprinderile industriale.

La această subsecţie afară de şedinţă plenară s-au organizat şi discuţii pe specialităţile : chimie, metalurgie, sticlă — ceramică şi silicaţi, lemn — piele — textile — cauciuc şi alimentară, hîrtie şi celuloză.

II. Probleme de organizare şi planificare a economiei energetice.

II/1. Conducerea — organizarea şi planificarea economiei energetice.

II/2. Probleme economice în economia energetică şi problema învăţămîntului energetic şi a perfecţionării cadrelor.

În afară de şedinţele secţiilor de specialitate au avut loc trei simpozioane cu o largă participare la discuţii şi la unele chiar cu angajamente de a pregăti materiale pentru Conferinţa a VI-a.

Temele simpozioanelor au fost :

— Indicatori de consum specific de energie în industrie.

— Perfecţionarea cadrelor de energeticieni în întreprinderile industriale.

— Termoficare.

Cei 19 cercetători şi specialişti care au participat din ţara noastră la Conferinţă, au profitat de lucrările sesiunii din plin, dînd o contribuţie utilă prin comunicările prezentate şi prin participarea la discuţii. Ea a reprezentat pentru noi un schimb de experienţă foarte util şi strîngerea legăturilor de colaborare ştiinţifică şi tehnică cu specialiştii din străinătate.

Din delegaţia română au făcut parte şapte cercetători din Institutul de energetică, prezentînd patru comunicări în colaborare cu specialiştii din industrie :

Ghiea Victor, *Modernizarea arzătoarelor de păcură pentru rafinării de ţiţei.*
Mihail E., Kovacs St., Caracudovici V., *Criterii energetice pentru schimbarea procesului tehnologic în industria cimentului.*

St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 2, P. 499—517, 1968

CARACUDOVICI, V., GAYRAUD I., MOLDOVEANU N., NAGY Cs., *Metodica pentru determinarea unitară a indicatorilor de consum de energie în industria cimentului.*
BREZOIANU P., BERCOVICI M., MICLESCU T., NICULESCU I., PAP A., SIVRIU M., *Optimizarea bilanțului energetic general.*

Materialele prezentate la conferință au apărut în 4 volume bine întocmite și frumos prezentate.

Menționăm unele din concluziile rezultate la lucrările conferinței :

— Dezvoltarea energetică a întreprinderilor, indroducerea termoficării, a recuperărilor de energie sau a altor metode avansate, trebuie să aibă la bază studii tehnico-economice temeinice și multilaterale.

— Studiile tehnico-economice cer punerea la punct a unor probleme economice legate de determinarea eficienței, printre care problema prețului purtătorilor de energie este de prim ordin, întrucît determină rezultatul calculelor practice.

Dintr-o serie de comunicări a reeșit posibilitatea de a economisi energie la consumatorii industriali prin automatizări.

S-a hotărît ținerea conferinței următoare în R.P. Bulgaria în anul 1969.

Munca rodnică a conferinței și rezultatele bune ale lucrărilor ei se datoresc organizării bune din partea comitetului de organizare și sprijinului larg acordat de autoritățile din R.S. Cehoslovacia.

*CS. NAGY* și *V. CARACUDOVICI*

# MANIFESTĂRI ŞTIINŢIFICE ORGANIZATE ÎN ANUL 1967

## CONFERINŢA REPUBLICANĂ DE MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

Academia Republicii Socialiste România, prin Institutul de Energetică a organizat la Bucureşti, în colaborare cu Ministerul Industriei Construcţiilor de maşini, Ministerul Învăţământului, Ministerul Petrolului, Ministerul Transporturilor Auto Navale şi Aeriene, Ministerul Forţelor Armate, Consiliul Superior al Agriculturii şi Consiliul Naţional al Inginerilor şi Tehnicienilor, între 26 şi 30 septembrie 1967, prima Conferinţă republicană de motoare cu ardere internă, cu participare internaţională.

Şedinţele de comunicări s-au desfăşurat în două secţii; programul a prevăzut de asemenea vizite tehnice şi anumite acţiuni culturale.

## SIMPOZIONUL DE ANALIZA ŞI SINTEZA REŢELELOR ELECTRICE

Academia Republicii Socialiste România, prin Institutul de energetică, a organizat în colaborare cu Ministerul învăţământului, Ministerul Energiei Electrice şi Consiliul Naţional al Inginerilor şi Tehnicienilor primul simpozion republican cu participare internaţională, privind „Analiza şi sinteza reţelelor electrice" în domeniul sistemelor electroenergetice şi al telecomunicaţiilor. Lucrările s-au desfăşurat la Bucureşti între 2 şi 5 octombrie 1967.

Programul simpozionului a cuprins în afară de şedinţa festivă de deschidere, comunicări şi discuţii grupate în nouă secţii, o şedinţă festivă de închidere, vizite tehnice şi obiective culturale.

★

În continuare sînt redate concluzii asupra rezultatelor acestor manifestări ştiinţifice şi titlurile comunicărilor.

# CU PRIVIRE LA CONFERINȚA REPUBLICANĂ DE MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

Între 26 și 30 septembrie 1967 a avut loc în București Conferința republicană de motoare cu ardere internă, cu participare internațională. Inițiată de Academia Republicii Socialiste România prin Institutul de energetică, Conferința s-a aflat în grija organizatorică a încă 7 instituții centrale : Ministerul Industriei Construcțiilor de Mașini, Ministerul Învățământului, Ministerul Petrolului, Ministerul Transporturilor Auto Navale și Aeriene, Ministerul Forțelor Armate, Consiliul Superior al Agriculturii, Consiliul Național al Inginerilor și Tehnicienilor.

Conferința a avut drept scop realizarea unui schimb de experiență între cei ce se ocupă de motoarele cu ardere internă, punerea în discuție a rezultatelor obținute în cercetare, proiectarea, fabricarea și exploatarea acestor motoare în țara noastră și peste hotare, evidențierea principalelor probleme ale specialității și soluționarea lor în raport cu cerințele producției, precum și intensificarea aplicării în practică a studiilor efectuate.

În ședința de deschidere, participanții la Conferință au fost salutați de către Prof. Roman Moldovan, Vicepreședinte al Consiliului de Miniștri, Președinte al Consiliului Național al Cercetării științifice, de Acad. Miron Nicolescu, Președintele Academiei Republicii Socialiste România și pe Prof. Constantin Dinculescu, Președintele Consiliului Național al Inginerilor și Tehnicienilor.

Subliniind succesele obținute de industria constructoare de motoare cu ardere internă, creația statului nostru socialist, ca urmare firească a politicii de industrializare promovată cu consecvență de țara noastră, Tov. Prof. Roman Moldovan a arătat că acestea se datoresc — „străduințelor zecilor de mii de entuziaști lucrători, ingineri și cercetători, care — în uzine și laboratoare — muncesc cu perseverență și talent pentru realizarea unor motoare mai trainice, mai zvelte, mai economice", dar și „activității de cercetare, care a cunoscut la noi un mers ascendent. Plecînd cu 20 de ani în urmă de la tradiții modeste, cercetarea științifică în domeniu s-a dezvoltat necontenit ajungînd la deplină maturitate". Amintind în continuare că împletirea științei cu producția — trăsătură caracteristică a lumii contemporane se reflectă în țara noastră prin existența unui multilateral program de cercetare, Prof. Roman Moldovan a arătat rolul ce revine Conferinței în sprijinirea conlucrării dintre oamenii de știință cu specialiștii din uzine, iar în încheiere a sugerat că „întărirea continuă a frontului celor care și-au legat activitatea de motoarele cu ardere internă, afirmarea producției lor științifice, intensificarea schimbului de idei cu tot mai mulți specialiști și oameni de știință din alte țări, fac oportună afilierea țării noastre la Congresul Internațional de Motoare cu Ardere Internă, asociație care grupează pe cei mai reputați oameni de știință și constructori de specialitate, cu scopul de a asigura progresul cunoștințelor tehnice și științifice în domeniu".

Academicianul Miron Nicolescu, Președintele Academiei Republicii Socialiste România a arătat că „cercetările privind motoarele cu ardere internă au fost abordate în Academie încă de la transformarea ei dintr-un for de consacrare într-o instituție de producție științifică. Dezvoltate continuu, dispunînd de mijloace materiale tot mai ample și mai perfecționate, cercetările în legătură cu această mașină energetică ce are o influență atît de mare asupra vieții oamenilor au devenit an de an mai cuprinzătoare, mai rodnice, ajungînd în scurt timp vîrsta maturității".

„Urmărind cu consecvență valorificarea practică a cercetărilor pe care le întreprinde, Academia socotește totdeauna că manifestări științifice ca cea de azi îi sînt de cel mai mare folos în acțiunea de identificare a problemelor ce reclamă o tratare generală, în raport cu specificul muncii pe care o desfășoară".

Prof. George Bărănescu, Președintele comitetului de organizare, a prezentat țelul urmărit de Conferința republicană de motoare cu ardere internă, iar Prof. C. Dinculescu a arătat răsunetul pe care această conferință l-a avut în rîndul inginerilor și tehnicienilor de specialitate.

Dezbaterea problemelor cuprinse în tematica manifestării a fost organizată în două secții : — Procese energetice din motoarele cu ardere internă și probleme funcționale și constructive ale organelor motoarelor cu ardere internă.

Subiectele puse în discuție în cele 63 de comunicări au evidențiat preocuparea colectivelor de cercetare pentru rezolvarea unor probleme importante ale motoarelor cu ardere internă și deosebit de actuale pentru țara noastră. Astfel, autorii români au prezentat rezultatele cercetărilor întreprinse în vederea măririi economicității motoarelor cu ardere internă, valorificării superioare a unor sorturi de combustibili, perfecționării camerelor de ardere și a instalației de injecție, sporirii puterii motoarelor de tractor și de locomotivă fabricate în țară. Au fost de asemenea analizate funcționarea la altitudine înaltă a motoarelor de autocamion — problemă care s-a pus în urma exportării de către țara noastră a unor autocamioane în țări din America Latină — funcționarea cu combustibili grei a unor motoare cu ardere internă, comportarea în motor a anumitor uleiuri fabricate în țară. Un număr însemnat de comunicări au înfățișat rezultatele obținute de diferite colective în cercetarea problemelor de dinamică a motoarelor cu ardere internă, în analiza funcționării unor organe ale motoarelor, în perfecționarea metodelor de proiectare, în îmbunătățirea exploatării.

Comunicările participanților din străinătate au abordat probleme funcționale, constructive și tehnologice ale motoarelor cu ardere internă, apropiate ca tematică de cele ale autorilor români.

Amploarea și varietatea problemelor tratate și rezultatele obținute au arătat că cercetarea științifică românească din domeniul motoarelor cu ardere internă se împletește strîns cu producția de specialitate și are realizări care reprezintă o contribuție însemnată la îmbogățirea patrimoniului științific al specialității. Remarcăm rezultatele obținute în cercetarea problemelor privind echilibrajul motoarelor cu ardere internă, evaluarea pe cale analitică a proceselor termice, supraalimentarea înaltă, mecanismele motoarelor cu ardere internă și calculul unor organe ale acestor motoare, analiza proceselor din instalațiile principale ale motorului precum și problemele de natură tehnologică în legătură cu exploatarea motoarelor cu ardere internă. Aceasta atestă legătura puternică a cercetării românești cu proiectarea, fabricarea și exploatarea motoarelor cu ardere internă.

Comunicările participanților din străinătate au evidențiat interesul de care se bucură în cercetarea lor motoarele cu ardere internă precum și mijloacele materiale importante folosite pentru continua lor perfecționare.

Prin organizarea Conferinței s-au întrunit practic toți cei care se ocupă în țara noastră de motoarele cu ardere internă. Conferința a permis cunoașterea nemijlocită a preocupărilor colectivelor de specialitate din uzine și laboratoare, din institutele de învățămînt superior și din institutele de cercetare. În cursul lucrărilor Conferinței, în discuțiile purtate după aceste

lucrări, precum și cu prilejul vizitelor tehnice, cercetătorii de specialitate au putut cunoaște problemele cele mai noi ridicate de dezvoltarea producției noastre, la a căror rezolvare trebuie să contribuie și cercetarea științifică. În același timp, specialiștii din producție au luat cunoștință mai amplu de realizările din cercetarea științifică și de posibilitățile de a le valorifica.

Pentru a se cunoaște mai bine rezultatele obținute în țara noastră de cercetarea științifică în domeniu și a stimula valorificarea acestor rezultate s-a tipărit o broșură care a fost distribuită tuturor participanților la Conferință, precum și altor specialiști care nu au putut fi prezenți la lucrări și care cuprinde titlurile celor aproape 500 de lucrări publicate în România în domeniul motoarelor cu ardere internă, începînd cu anul 1948. Ea oglindește activitatea pe care o are la noi cercetarea motoarelor cu ardere internă precum și dezvoltarea producției noastre industriale de specialitate și intensitatea preocupărilor pentru continua ei îmbunătățire.

Dintre specialiștii reputați care au luat parte la Conferință menționăm participarea Prof. Hans List din Austria, Acad. Prof. Slobodan Dobrosavlevič din R.S.F. Jugoslavia, a Prof. Eugen Huber din R.F. a Germaniei, a Prof. Joesef Kožoušek rectorul Universității Tehnice din Praga, a Prof. Iksander Nigmatulin de la Institutul Politehnic Unional din Moscova, a Prof. Robert Buty, Directorul Școlii Superioare de motoare cu ardere internă din Paris, a Prof. Czeslaw Kordzinski de la Institutul Politehnic din Cracovia, a Prof. Larst Collin din Suedia, specialist în motoare diesel mari, a doctorului John Nestorides din conducerea Institutului Național al Angliei pentru cercetarea motoarelor cu ardere internă, a Prof. Arthur Sarsten din Norvegia, precum și a altor specialiști din R.P. Bulgaria, R.S. Cehoslovacă, Danemarca, Franța, R.D. Germană, R.F. a Germaniei, Italia, R.S.F. Jugoslavia și R.P. Polonia.

În cursul Conferinței, specialiștii din țara noastră au avut un fructuos schimb de vederi cu participanții din străinătate. Discuțiile purtate au privit metode noi de cercetare, în domeniu, stadiul de dezvoltare a aparaturii și a tehnicii, de experimentare, folosirea mijloacelor moderne de calcul în cercetarea motoarelor cu ardere internă, automatizarea instalațiilor experimentale ș.a. În cursul lucrărilor Conferinței, al discuțiilor avute în continuare și al participării la vizitele tehnice în industria noastră constructoare de motoare cu ardere internă, participanții străini și-au manifestat un viu interes pentru stabilirea unor legături de colaborare. Informarea cercurilor de specialitate din exterior de către participanții străini asupra nivelului atins în țara noastră în cercetarea științifică și în producția de motoare cu ardere internă, va contribui la mărirea interesului străinătății pentru aceste produse ale industriei noastre constructoare de mașini.

Participarea activă a participanților din străinătate a fost sprijinită prin traducerea în patru limbi a lucrărilor prezentate la Conferință.

Lucrările primei Conferințe republicane de motoare cu ardere internă care au constituit un prilej de afirmare în țară și peste hotare a științei și tehnicii românești, au întărit în rîndul specialiștilor noștri dorința împletirii strînse a cercetării științifice cu producția de specialitate și au arătat necesitatea cuprinderii în cercetare și a altor domenii ale specialității, a dezvoltării bazei materiale după principii noi și a lărgirii cercetării în uzinele de specialitate.

Conferința a prilejuit contacte fructuoase cu reputații specialiști de peste hotare și a creat premise favorabile statornicirii unor multilaterale relații de colaborare.

Rezultatele cercetării noastre științifice prezentate în cadrul Conferinței, diversificarea și amplificarea producției noastre de specialitate susțin propunerea organizării periodice a unei astfel de manifestări, primită în unanimitate de participanții la Conferință.

# LUCRĂRILE PREZENTATE ÎN CADRUL CONFERINȚEI DE MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

**Secția I:** *„PROCESE ENERGETICE DIN MOTOARELE CU ARDERE INTERNĂ"*

1. G. Bărănescu, Tr. Dudaș, B. Grünwald, A. Manole :
   *Calculul procesului de schimbare a încărcăturii cilindrilor motoarelor cu ardere internă, cu considerarea oscilațiilor din conductele de distribuție a gazelor.*
2. J. Kožoušk (R. S. CEHOSLOVACIA) :
   *Vibrații în conductele de admisiune și evacuare ale motorului cu ardere internă.*
3. V. Hoffman, N. Vertemeanu, M. Epureanu, A. Ionescu :
   *Contribuții la studiul experimental al proceselor nestaționare în colectorul de admisiune al motorului cu piston.*
4. H. List (AUSTRIA) :
   *Procedee pentru dezvoltarea și cercetarea motoarelor Diesel.*
5. C. Manea, M. Stratulat, D. S. Munteanu, F. Papuc :
   *Studiul influenței colectorului de admisiune asupra performanțelor unui motor cu aprindere prin comprimare cu injecție directă.*
6. B. Barbescu :
   *Cercetări experimentale privind unele probleme ale schimbării încărcăturii cilindrului la motorul Diesel în patru timpi cu supraalimentare înaltă.*
7. Dim. Stavriev, V. Marinov (R. P. BULGARIA)
   *Unele rezultate ale cercetării motoarelor rapide cu carburator în doi timpi.*
8. A. Guglielmotti (ITALIA) :
   *Considerații asupra măsurării eficacității baleiajului la motoarele în doi timpi.*
9. Iar. Čech (R. S. CEHOSLOVACIA) :
   *Contribuții la problema schimbării încărcăturii la motoarele Diesel în doi timpi cu baleiaj în buclă.*
10. A. Jante (R. D. GERMANĂ) :
    *Asupra ciclurilor de referință pentru motoarele cu ardere internă și modalități practice de realizare a lor.*
11. B. Grünwald, N. Apostolescu :
    *Influența vitezei de creștere a presiunii, în faza arderii violente, asupra unor indici de perfecțiune a ciclului motoarelor cu ardere internă.*
12. C. A. Vasilescu
    *Diagramă entropică pentru calculul evoluțiilor și curgerii amestecurilor de gaze perfecte.*
13. A. Radu-Cernea, B. Grünwald :
    *Contribuție la teoria fazelor procesului de ardere în motorul cu aprindere prin scînteie.*
14. C. A. Vasilescu, I. Ștefan, N. Stoica :
    *Influențe ale formei camerei de ardere tip pană asupra performanțelor motorului cu aprindere prin scînteie.*
15. V. Berindean :
    *Cercetări privind arderea cu „bătăi" a amestecurilor omogene.*
16. C. A. Vasilescu, N. Stoica :
    *Cercetări privind unele procese termice din motoarele cu aprindere prin scînteie prevăzute cu cameră de ardere în piston.*

17. R. HERMANN (FRANȚA) :
*Unele probleme ale motoarelor policombustibile.*
18. ST. KOVACEV, V. MINCEV (R. P. BULGARIA) :
*Unele rezultate ale cercetării procesului de lucru în motoarele Diesel cu cameră separată la utilizarea diferiților combustibili.*
19. SL. DOBROSAVLEVIČ (R. S. F. JUGOSLAVIA) :
*O nouă concepție asupra camerei de ardere a motoarelor Diesel.*
20. V. BERINDEAN
*Contribuții la studiul arderii amsestecurilor omogene aprinse prin compresiune.*
21. M. NĂSTASE :
*Cercetări experimentale privind dependența performanțelor motoarelor Diesel cu antecameră de caracteristicile camerei de ardere.*
22. V. BERINDEAN, N. CARAMAVRU, G. PURI :
*Contribuții la utilizarea amestecurilor de motorină și benzină cu cifră octanică redusă la motoare cu aprindere prin compresiune.*
23. L. TEODORESCU :
*Dependența proceselor energetice din motor de legea de injecție și caracteristicile de pulverizare modificate prin geometria secțiunii de curgere de la pulverizator.*
24. L. TEODORESCU :
*Influența caracteristicilor elastice ale echipamentului de injecție asupra procesului de injecție.*
25. L. TEODORESCU :
*Influența geometriei secțiunii de curgere la acul pulverizatorului, asupra stabilității proceselor de la injector.*
26. AL. IORDĂNESCU :
*Studiul unor probleme ale formării amestecului în carburatoare.*
27. P. J. CARP (CANADA) :
*Grupuri motopropulsoare de „putere constantă".*
28. C. A. VASILESCU, I. ȘTEFAN :
*Metodă pentru stabilirea performanțelor în altitudine ale motorului de autovehicul cu aprindere prin scînteie, din date măsurate în condiții de sol.*
29. N. APOSTOLESCU, B. GRÜNWALD :
*Asupra condițiilor de modelare a transferului convectiv de căldură din cilindrul motorului cu ardere internă.*
30. G. WOSCHNI (R. F. a GERMANIEI) :
*Cercetări privind transmisia de căldură în motorul cu ardere internă.*
31. I. M. UNTARU :
*Influența răcirii diferențiate asupra performanțelor motorului cu aprindere prin scînteie.*

**Secția a II-a:** *„PROBLEME FUNCȚIONALE ȘI CONSTRUCTIVE ALE ORGANELOR MOTOARELOR CU ARDERE INTERNĂ"*

1. S. FAUR :
*Unele probleme ale utilizării combustibililor cu fracții grele în motorul Diesel.*
2. N. BĂȚAGA, ST. KOVACS, R. ATANASIU, V. ROȘ :
*Studiul formării depunerilor cărbunoase și influența acestora asupra procesului de injecție al unui motor Diesel.*

3. S. Faur, Șt. Manea, I. Minea, C. A. Vasilescu :
*Influența unor valori ale indicilor de calitate a motorinelor asupra comportării acestora în motorul Diesel.*
4. M. Bănărescu, I. Zăgănescu, T. Raica, C. Popescu, V. Hoanca, A. Ferencz :
*Utilizarea combustibililor inferiori indigeni la motoarele Diesel de locomotivă.*
5. I. Mihățoiu, Gh. Ciulu :
*Cercetări privind comportarea motoarelor Diesel de tractor cu diverse tipuri de uleiuri.*
6. C. Nestor, N. Moisidis :
*Echivalența între proba de stand și funcționarea în exploatare, la experimentarea unui nou tip de ulei aditivat pentru motoare Diesel supraalimentate.*
7. G. Bărănescu, D. Taraza :
*Studiul echilibrajului motoarelor în linie cu ajutorul programării liniare.*
8. G. Ciliberto, R. Maciotta (ITALIA) :
*Echilibrajul unei serii de motoare feroviare cu regim de turație ridicat.*
9. E. Nestorides (MAREA BRITANIE) :
*Vibrații ale sistemelor de motoare cu mai multe linii de cilindri.*
10. F. Schmidt Sørensen (DANEMARCA) :
*Vibrații axiale în sistemele de arbori ale motorului de marină.*
11. G. Bărănescu, Gh. Zătreanu :
*Asupra echilibrajului forțelor de inerție la motoarele cu două linii de cilindri.*
12. Gh. Bărănescu, Gh. Zătreanu :
*Îmbunătățirea echilibrajului momentelor forțelor de inerție prin plasarea cilindrilor în două linii.*
13. K. J. Němeč (R. S. CEHOSLOVACIA) :
*Cercetări teoretice și experimentale în Republica Socialistă Cehoslovacia asupra amortizoarelor cu silicon pentru oscilațiile de torsiune.*
14. G. Bărănescu, D. Taraza :
*Asupra unei metode utilizate pentru calculul la oboseală a organelor motoarelor cu ardere internă.*
15. G. Bărănescu, Gh. Zătreanu, D. Taraza :
*Unele probleme privind comportarea la oboseală a asamblărilor cu șurub utilizate în construcția motoarelor cu ardere internă.*
16. Gh. Vasilca :
*Persistența stratului superficial de staniu pe suprafața activă a lagărelor de la motoare.*
17. H. Gläser (R. D. GERMANĂ) :
*Dimensionarea optimă a lagărelor de alunecare ale motoarelor cu ardere internă.*
18. Chr. Pellecudi, I. Sava :
*Sinteză asupra legilor de mișcare a mecanismelor cu came.*
19. A. Sarsten, H. Valland (NORVEGIA) :
*Proiectarea cu ajutorul mașinilor de calculat a camelor mecanismului de distribuție cu supape.*
20. I. Popescu :
*Asupra distribuției presiunii radiale determinate de forțele elastice la segmentul de piston.*
21. G. Bărănescu, C. Dobre, R. Manițiu :
*Asupra dimensionării segmenților de piston.*
22. I. Popescu :
*Fenomene de instabilitate ale etanșării cu segmenți (oscilația radială a segmentului de piston).*

23. I. Popescu :
*Calculul zonelor de lubrificație ale segmenților de piston.*
24. I. Vlădea, H. Theil, N. Neiss :
*Cercetări experimentale asupra răcitoarelor de apă și ulei pentru locomotiva 0—60-DA.*
25. P. Quignard (FRANȚA) :
*Fabricarea carterelor de motoare din aluminiu.*
26. H. Barth (R. F. a GERMANIEI) :
*Pistoane pentru motoare de performanțe ridicate.*
27. C. A. Vasilescu, B. Barbescu :
*Influența presiunii de supraalimentare asupra parametrilor constructivi ai anticamerelor.*
28. T. Budu, I. Ciubotariu, D. Abăităncei, T. Nagy, C. Sălăjan, F. Tănase :
*Supraalimentarea motorului D-103.*
29. Al. Groza, C. Georgescu, I. Țigănaș :
*Comportarea în exploatare a carburatoarelor românești pentru autocamioane.*
30. Gh. Tiu, I. Găgenel :
*Modernizarea aparaturii de injecție a motorului D-105.*
31. L. Istrate, M. Chiriță :
*Metode și aparate folosite în sectorul forestier pentru reglarea aprinderii și carburației la motoare.*
32. F. Ionescu :
*Caracteristica de durabilitate în funcționare a motoarelor cu ardere internă cu piston. Influența regimului termic asupra durabilității în funcționare a motoarelor și a pieselor principale componente și asupra consumului sepecific de combustibil la motoarele M. G. 450.*

# ASUPRA LUCRĂRILOR SIMPOZIONULUI DE „ANALIZA ŞI SINTEZA REŢELELOR ELECTRICE"

Simpozionul de „Analiza şi sinteza reţelelor electrice" a reprezentat un prilej de prezentare — în faţa specialiştilor din întreaga ţară — a numeroase probleme noi de teorie şi proiectare, de tehnică şi optimizare în domeniile dezvoltării actuale, pe plan mondial, a reţelelor electrice ale sistemelor electroenergetice, de electronică şi telecomunicaţii. El a fost de asemenea un prilej de a prezenta, în faţa specialiştilor străini prezenţi, soluţii pe care, în frământarea cu nevoile producţiei noastre din ultimele două decenii, am reuşit să le dăm unor probleme ridicate de aceste nevoi. Simpozionul a contribuit şi la mobilizarea activului de cercetători şi proiectanţi din ramurile economiei naţionale care au nevoie de analiza şi sinteza reţelelor, pentru cultivarea şi dezvoltarea în continuare a disciplinelor lor şi pentru aplicarea tot mai deplină a rezultatelor activităţii lor în producţie.

Acad. Şerban Ţiţeica a subliniat din partea Biroului Prezidiului Academiei Republicii Socialiste România, importanţa pe care o acordă consfătuirilor ştiinţifice între cercetătorii din aceeaşi ţară sau din ţări diferite, care au preocupări asemănătoare : „se poate spune că figura omului de ştiinţă izolat, care, între cei patru pereţi ai laboratorului sau ai bibliotecii, se străduieşte să smulgă un secret al naturii sau să pună la punct un proces tehnologic nou, a dispărut aproape complet. Fără a micşora contribuţia fiecărui individ la progresul ştiinţei, această contribuţie este de neconceput fără încadrarea ei într-o vastă activitate colectivă, datorită tuturor celor care lucrează în acelaş domeniu".

Prof. Mircea Biji a arătat din partea Consiliului Naţional al Cercetării ştiinţifice că „aplicabiiitatea în domeniul energeticii, sector hotărîtor al progresului rapid al civilizaţiei moderne, conferă cercetărilor în domeniul reţelelor electrice o importanţă deosebită. Contribuţia românească la prezentul simpozion este un bilanţ al realizărilor din ultimii ani, o confirmare a posibilităţilor ştiinţei româneşti în acest domeniu şi în acelaşi timp un punct de plecare pentru adîncirea şi dezvoltarea coordonată, în continuare, a cercetărilor, în interesul aplicării largi în practică a ultimelor cuceriri ale ştiinţei".

Ing. Adrian Georgescu, adjunct al ministrului, a arătat din partea conducerii Ministerului energiei electrice sarcinile mari, legate de dezvoltarea şi exploatarea reţelelor electrice în ţara noastră, care determină interesul deosebit pe care-l prezintă rezolvarea unor probleme legate de teoria generală a reţelelor electrice, de regimurile de funcţionare şi de optimizare şi planificare a acestora, precum şi unele aspecte speciale în legătură cu fenomene complexe, caracteristice, ca supratensiuni interne şi atmosferice, fenomene de propagare pe linii lungi, efect corona etc.

Prof. Constantin Dinculescu, membru corespondent al Academiei, a arătat din partea Consiliului Naţional al Inginerilor şi Tehnicienilor, interesul cu care este urmărit acest simpo-

zion de către inginerii și tehnicienii români care activează în domeniul proiectării cercetării și construcției de rețele electrice.

Profesorul Alexandru Gheorghiu a subliniat din partea Ministerului Învățământului, semnificația acestui simpozion pentru oamenii de știință din învățământ, cărora le permite să prezinte rezultatele obținute în munca de cercetare, conducînd la îmbogățirea științei în domeniul lor de specialitate și la contribuții concrete ce pot fi valorificate în producție.

Numeroși specialiști străini au elogiat inițiativa organizării unei manifestări cu tema „Analiza și sinteza rețelelor", care este prima consfătuire ce reunește tehnicieni din energetică electronică, telecomunicații și automatizări, care au numeroase contingențe între ele, pentru a discuta probleme noi, de mare actualitate teoretică și practică, ridicate în aceste domenii. Totodată, ei s-au arătat interesați de a cunoaște realizările românești și a avea un schimb de experiențe cu specialiștii noștri.

Pentru a permite participanților să cunoască preocupările științifice și tehnice românești în domeniul rețelelor electrice, acad. R. Răduleț a prezentat comunicarea „Cercetarea în sprijinul dezvoltării electroenergeticii, electronicii și telecomunicațiilor din țara noastră".

Cele 104 comunicări și dezbaterile care le-au însoțit, desfășurate în cele nouă secții ale simpozionului, au abordat numeroase probleme importante.

În domeniul teoriei generale a rețelelor electrice s-au discutat probleme ale topologiei și matricelor folosite în studiul rețelelor reciproce sau nereciproce, precum și alte metode moderne de analiză a rețelelor. O caracteristică a lucrărilor din acest domeniu a fost folosirea unor mijloace moderne de investigație, pentru acoperirea drumului lung care duce dela principii pînă la pregătirea rezultatelor ce pot fi aplicate în practică.

Comunicările prezentate în secțiunea privitoare la fenomene de cîmp electromagnetic în rețele electrice au privit regimul tranzitoriu în circuite și linii cu conductori masivi, eventual și cu pierderi prin relaxație, în izolanții lor, cu excepția unei interesante comunicări privitoare la transmisiunea energiei prin microunde. Perspectivele acestui procedeu de transmisiune, prezentarea unor mijloace de analiză a regimurilor tranzitorii, ca și o teorie a parametrilor tranzitorii, funcții de timp, ai circuitelor și liniilor electrice — care este mai generală decît cele cunoscute și a fost completată cu calculul efectiv al acestor parametri și cu verificări experimentale — sînt elemente clarificate în aceste lucrări.

În domeniul analizei regimurilor permanente ale sistemelor electroenergetice au fost prezentați și comparați diferiți algoritmi de calcul ai regimurilor rețelelor, în privința raționalizării și reducerii volumului de calcul, precum și a adaptării lor la utilizarea mijloacelor tehnice de calcul.

În secțiunea privitoare la modelele și schemele echivalente folosite în studiul rețelelor electrice au fost abordate probleme privind modele fizice aplicate în studiul comportării rețelelor electrice, modele matematice și scheme electrice echivalente avînd aplicații speciale, ca : analiza regimurilor nesimetrice, calculul curenților de scurt-circuit, calculul pierderilor în rețele.

Metodele de analiză a regimurilor dinamice și în special a stabilității sistemelor energetice, au fost dezbătute în numeroase comunicări, în paralel cu prezentări ale metodelor de optimizare a schemelor de reglaj și automatizare.

Clasele de modele și metode, în legătură cu informațiile existente și mijloacele tehnice folosite pentru exploatarea economică a sistemelor electroenergetice, au format obiectul multora din comunicările secției a șasea a simpozionului. În aceeași secție au fost dezbătute cîteva probleme esențiale ale planificării dezvoltării rețelelor electrice : siguranța în funcționare, efectele interconectării, simularea regimurilor de exploatare, considerarea interdependenței problemelor parțiale.

Comunicările secțiunii de sinteză a rețelelor din sisteme de comunicații au avut ca obiect sinteza circuitelor în domeniul frecvenței și în domeniul timpului, sensitivitatea circuitelor active față de parametrii rețelelor. Au fost dezbătute probleme de proiectare și calcul, în special pe

calculatoare, a unor circuite și în special filtre și circuite iterative, ca și probleme actuale privind discriminatoare, circuite nelineare și sisteme evolutive. Un nivel științific ridicat, precum și folosirea unui aparat matematic evoluat, îmbinate cu elaborarea de noi circuite, au caracterizat marele număr de lucrări ale acestei secțiuni.

În secțiunea privitoare la transmisiunea semnalelor în sisteme de comunicații s-au examinat distorsiunea semnalelor cu diferite tipuri de modulație prin sisteme selective rezistență-capacitate, cu contribuții la elaborarea de noi scheme adecvate și noi metode de calcul, nivelul de zgomot pe linii electrice de înaltă tensiune, transmisiunea semnalelor în sistemele de telecomunicații și în special a semnalelor de bandă largă, ca și influența deformării caracteristicii de atenuare sau de fază asupra răspunsului în timp. Din schimbul de idei ce a avut loc în cadrul acestei secțiuni s-au desprins sugestii pentru direcțiile de continuare a lucrărilor sau pentru valorificarea lor în practică.

Secțiunea a noua a dezbătut comunicări privind sinteza, analiza și optimizarea sistemelor de automizări. Remarcăm contribuțiile privind sinteza rețelelor electrice în hiperstabilitate, optimizarea sistemelor de reglaj și a sistemelor energetice sub acțiunea reglajului automat.

Au participat la simpozion cca. 400 specialiști din țară și 50 din 17 țări străine, care au urmărit cu interes comunicările traduse simultan în patru limbi de circulație internațională. Participanții au luat parte la discuții cu intervenții utile, au stabilit contacte directe cu autorii lucrărilor, iar mulți dintre ei au luat cuvîntul la ședința de închidere, manifestîndu-și satisfacția pentru reușita întîlnirii. Propunerea, făcută în cursul ședinței de închidere de a se organiza periodic manifestări pe această temă, a fost unanim acceptată. Lucrările simpozionului, multiplicate în limba de susținere și însoțite de rezumate ample în alte două limbi, au fost legate în cinci volume, dintre care primele trei au fost difuzate chiar în timpul sesiunii. Prin vizitele făcute participanții de peste hotare au avut ocaziunea să cunoască unele din realizările noastre tehnice din domeniul energeticii și telecomunicațiilor, care au trezit un viu interes. În cursul vizitelor s-au desprins posibilități noi de colaborare între specialiști din țară și străinătate, în scopul perfecționării metodelor de calcul și proiectare folosite în studiul rețelelor electrice.

## TITLURILE COMUNICĂRILOR PREZENTATE ÎN CADRUL SIMPOZIONULUI „ANALIZA ȘI SINTEZA REȚELELOR ELECTRICE"

### 1. *TEORIA GENERALĂ A REȚELELOR ELECTRICE*

1. R. Răduleț, Academia Republicii Socialiste România — București :
   *Cîteva principii de analiză pe noduri și pe ochiuri a rețelelor electrice.*
2. M. Bercovici, Academia Republicii Socialiste România — București :
   *Stabilirea numărului arborilor unui graf linear.*
3. A. Calvaer, M. Pavella, Universitatea Liége :
   *Caracterele analitice ale matricelor de imitanță ale rețelelor polifazate conținînd transformatoare de defazaj.*
4. P. Dimo, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București :
   *Analiza nodală în lumina metodei grafurilor de fluență.*
5. R. Baumann, Institutul de matematică. Școala Tehnică Superioară — München :
   *Algoritme de eliminare ordonată pe baze topologice în analiza circulațiilor de puteri,*

6. T. Cholewicki, Academia Polonă de științe — Varșovia :
*Generalizarea giratorilor ideali ai NIC. și NIV.*
7. C. Șora, Institutul Politehnic — Timișoara :
*Despre condiția de nereciprocitate a giratorului cu efect Hall.*
8. C. Mihăileanu, Ministerul Energiei Electrice — București :
*O formă de prezentare duală a teoremei generale a generatorului echivalent în rețele electrice liniare.*
9. N. A. Kartvelisvili, Institutul unional de cercetări electroenergetice — Moscova :
*Problema multidimensionalității în teoria sistemelor energetice și cîteva căi de rezolvare.*
10. M. Preda, Universitatea Craiova, P. Cristea, Institutul Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București :
*Utilizarea matricei de conexiune arbore-coarbore în scrierea ecuațiilor unei rețele electrice.*

## 2. *FENOMENE DE CÎMP ÎN REȚELELE ELECTRICE*

11. R. Răduleț, Al. Timotin, A. Țugulea, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București :
*Teoria parametrilor tranzitorii ai circuitelor electrice lineare cu elemente nefiliforme și pierderi suplimentare.*
12. A. Țugulea, Al. Timotin, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București : *Parametrii tranzitorii ai unei bobine cu miez masiv.*
13. Al. Timotin, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București : *Parametrii tranzitorii ai unui condensator cu pierderi.*
14. A. Cupșa, Institutul Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București :
*Regimuri tranzitorii determinate de condiții inițiale de cîmp în circuite magnetice neomogene ecranate și nesaturate.*
15. A. von Weiss — Academia pentru aplicarea tehnicii. Politehnica Ohm — Nürenberg :
*Alimentarea cu energie folosind transmisia de energie prin microunde.*
16. A. I. Dolghinov, A. I. Stupel, L. S. Levin, Institutul unional de cercetări electroenergetice — Moscova :
*Analiza proceselor electromagnetice tranzitorii în sisteme electrice cu linii lungi.*
17. R. Freyer, Institutul pentru instalații electrice de energie. Universitatea Tehnică — Dresda :
*Stadiul de dezvoltare al analizorului de rețea și de unde călătoare în R.D.G. și realizarea sa tehnică.*
18. R. Răduleț, Al. Timotin, A. Țugulea, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București :
*Cîmpul electromagnetic al liniei electrice lungi și cu pierderi.*
19. R. Răduleț, Al. Timotin, A. Țugulea, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București :
*Ecuațiile de propagare cu parametri tranzitorii pentru liniile electrice cu pierderi.*
20. A. Țugulea, Al. Timotin, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București :
*Parametrii tranzitorii longitudinali ai liniei coaxiale.*
21. Al. Timotin, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București :
*Parametrii tranzitorii longitudinali ai liniei aeriene unifilare subțiri cu întoarcere prin sol.*

### 3. *METODE DE ANALIZĂ A REGIMURILOR PERMANENTE ALE SISTEMELOR ELECTROENERGETICE*

22. P. Dimo, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București, S. Ionescu, P. Vasilescu, Institutul de studii și proiectări energetice — București : *Algoritm unitar de calcul pentru analiza funcționării sistemelor energetice plecînd de la iterația curenților de scurtcircuit.*
23. N. A. Kacianova, Institutul de electrodinamică al Academiei de științe ucrainene — Kiev : *Calculul pe CEN a regimurilor stabilizate ale sistemelor energetice complexe.*
24. H. Edelmann, Siemens-Schuckert — Erlangen : *Măsuri pentru reducerea volumului de calcul la analiza rețelelor vaste cu ajutorul unui calculator automat.*
25. H. Siemaszko, Universitatea Varșovia : *Metodă de calcul pentru sisteme electroenergetice, derivată din metoda modificată a admitanței hibride.*
26. J. Tabor, Societatea de electricitate din Israel — Haifa : *Utilizarea calculatoarelor digitale în analiza , optimizarea și exploatarea sistemelor energetice ale IEC.*
27. V. A. Krîlov, E. V. Hrusciova, Institutul de electrodinamică al Academiei de științe R. S. S. Ucraineană — Kiev : *Calculul curenților de scurt circuit din rețelele electrice pe calculatoare numerice CEN.*
28. G. Hosemann, Institutul de economie energetică — Darmstadt : *Din practica calculelor de scurt circuit.*
29. T. Dordea, Institutul Politehnic — Timișoara : *Repartiția curenților electrici în „n" rețele conectate în paralel prin intermediul transformatoarelor cu „m" înfășurări.*
30. G. Drăgan, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București : A. Cristovici, Institutul de studii și proiectări energetice — București : *Asupra metodelor de studiu al tensiunilor de origină internă.*
31. A. Semlyen, Institutul Politehnic-Timișoara : *Analiza modală a pierderilor provocate de transpunerea fazelor liniilor aeriene.*
32. G. Drăgan, Institutul de energetică al Academiei : D. Cristescu, N. Golovanov, Institutul Politehnic Gh. Gheorghiu-Dej — București : *Repartiția tensiunii de-a lungul unui circuit cu capacități.*
33. L. Farhi, H. Țibranski — Sofia : *Studiul analitic al repartiției tensiunii de-a lungul înfășurării primare la deconectarea transformatorului în gol.*

### 4. *MODELE ȘI SCHEME ECHIVALENTE ÎN STUDIUL REȚELELOR ELECTRICE*

34. G. Catenacci, M. Vian Clerici, CESI — Milano : *Dezvoltarea analizei rețelelor la CESI.*
35. I. Iordănescu, Institutul de studii și proiectări energetice — București : *Mijloace de analiză a sistemelor energetice de la masa de curent continuu la mașina electronică cifrică.*
36. H. Albert, P. Iancovici, Institutul de studii și proiectări energetice — București, M. Pomârleanu, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București : *Scheme echivalente cu sarcină unică utilizate în energetică.*

37. D. V. Timofeev, A. C. Frolov, R. P. Biriucova, Institutul de energetică—Moscova : *Regimurile nesimetrice ale sistemelor electrice și analiza simetrizării lor.*
38. M. Bercovici, Academia Republicii Socialiste România — București, A. Arie, M. Tudose, Institutul Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București : *Aspecte ale aplicării teoriei componentelor simetrice în analiza regimurilor nesimetrice ale rețelelor electrice.*
39. A. Petroianu, Ministerul Energiei Electrice. Direcția sistemului energetic— București : *Metodă pentru determinarea matricei impedanțelor proprii și de transfer a rețelelor electrice folosind calculatoare electronice cifrice.*
40. C. Portela, Compania Națională de Electricitate — Lisabona : *Reprezentarea tensorială a comportării diferențiale a rețelelor electrice. Aplicații.*
41. H. Storch, Institutul de energetică Leipzig : *Un model matematic pentru calculul defectelor transversale și combinate — longitudinale și transversale — în rețelele electrice.*
42. K. Naumann, Institutul de energetică Leipzig : *Calcule de scurt-circuit în rețelele de înaltă tensiune utile în problemele de protecție prin relee.*

## 5. *SISTEME ELECTROENERGETICE ÎN REGIMURI DINAMICE*

43. F. Manea, Institutul Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București, A. Itoafa, Ministerul Energiei Electrice — Direcția Sistemului Energetic — București, D. Popescu — Institutul de Studii și Proiectări Energetice — București : *Analiza criteriilor practice și studiul stabilității statice a sistemelor electroenergetice.*
44. S. T. Despotovich, Institutul „Nicolae Tesla" — Belgrad : *Procedeu rapid pentru verificarea stabilității statice prin metoda micilor oscilații.*
45. G. M. Portnoi, A. A. Haceaturov, Institutul de cercetări electroenergetice-Moscova : *Analiza regimurilor de lucru ale sistemelor energetice interconectate în condiții de avarie și măsuri pentru îmbunătățirea stabilității și siguranței.*
46. Z. Jasicki, Institutul Politehnic — Poznan : *Câteva relații asupra configurației rețelelor și a stabilității lor dinamice.*
47. G. Moraite, Institutul de studii și proiectări energetice — București : *Reconsiderarea principiilor de analiză și de organizare a protecției și automatizărilor de sistem prin introducerea conceptelor figurative ale analizei nodale.*
48. P. N. Ilișeva, K. K. Lohanin, M. G. Portnoi, Institutul de cercetări electroenergetice — Moscova : *Utilizarea CEN pentru calculul stabilității sistemelor energetice.*
49. I. N. Lughinski, Institutul de cercetări electroenergetice — Moscova : *Mașina de calcul specializată pentru calculul stabilității sistemului energetic.*
50. L. Groza, Institutul de studii și proiectări energetice — București : *Introducerea unor indici de calitate pentru siguranța de funcționare a sistemelor energetice.*
51. A. V. Venicov, M. Stroev, Institutul energetic — Moscova : *Sinteza generatorilor reglați din sistemele energetice.*
52. C. Apetrei, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București : *Analiza mașinii sincrone ca element al sistemului electroenergetic.*
53. C. Bălă, P. Oprișan, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România : *Pendulațiile întreținute ale mașinii sincrone.*

54. M. Bîrgăuanu, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București : *Influența constantei de inerție asupra stabilității motoarelor sincrone la goluri de tensiune.*

55. A. Moraru, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București : *Stabilitatea funcționării micromotorului sincron monofazat în funcție de parametrii principali.*

## 6. *OPTIMIZAREA EXPLOATĂRII ȘI PLANIFICĂRII REȚELELOR ELECTROENERGETICE*

56. D. Spohn, Electricité de France — Paris :
*Rezolvarea problemei repartiției economice.*

57. V. Romert, Ministerul Energiei Electrice — Direcția sistemului energetic — București : *Metode noi de analiză cu ajutorul calculatoarelor electronice cifrice a regimului rețelelor sistemelor energetice și adaptarea algoritmelor de calcul la informațiile existente în sistem.*

58. S. A. Ghinsburg, D. V. Șlimovici, Institutul de cercetări Electroenergetice — Moscova : *Repartiția optimă a puterilor active în sistemul energetic, cu ajutorul calculatoarelor electronice analogice și hibride specializate.*

59. E. Pavel, Ministerul Energiei Electrice — București, N. Chirculescu, Institutul de studii și proiectări energetice — București :
*Considerarea pierderilor de putere și a restricțiilor tehnice la studiul regimurilor de funcționare optimă a sistemelor electroenergetice.*

60. P. L. Noferi, P. Basso, M. Valtorta — ENEL — Roma :
*Simularea pe calculator a dezvoltării optime și a exploatării unui sistem cu centrale termoelectrice, cu aplicație în planificare.*

61. E. Arie, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București : *Modele electrice în studiul economic al dezvoltării rețelelor de transport de energie.*

62. M. Petcu, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București : *Modelul DOR (dezvoltarea optimală a rețelei).*

63. K. Theilsiefje, Siemens A. G. — Erlangen :
*Metodă de calcul pentru optimizarea rezervei în funcționarea interconectată.*

64. V. I. Nitu, E. Constantinescu, Institutul de studii și proiectări energetice — București : *Analiza structurii sistemelor electroenergetice pe baze statistice și probabilistice în vederea realizării gradului de siguranță necesar pentru regimurile de funcționare.*

65. I. Bach, Institutul electroenergetic VEIKI — Budapesta :
*Modelul probabilistic al consumatorilor din rețele electrice.*

66. D. Schaller, Institutul de energetică — Leipzig :
*Procedee pentru proiectarea tehnico-economică a rețelelor electrice pe baza optimizării neliniare.*

67. P. M. Vlîcikov, N. T. Ghenkov, T. M. Karafeizov, Institutul de telecomunicații — Sofia : *Determinarea secțiunii conductorilor din condiția căderii de tensiune admisibile și a cheltuielilor totale minime.*

68. K. Kolbinski, Institutul Politehnic — Varșovia :
*Lucrări în domeniul optimizării, planificării și exploatării rețelelor electrice.*

69. S. V. Usov, Institutul Politehnic — Leningrad :
*Optimizarea regimurilor de exploatare a sistemelor energetice.*

## 7. *SINTEZA REȚELELOR ÎN SISTEME DE COMUNICAȚII*

70. G. CARTIANU, Academia Republicii Socialiste România — București, D. POENARU — I.C.M.F — București : *Funcțiile de transfer ale unor tipuri de amplificatoare pentru oscilații modulate — sinteză și analiză.*
71. K. FREITAG, Institutul Politehnic — Dresda : *Asupra unui nou procedeu de sinteză RLC a rețelelor.*
72. S. CONDREA, Institutul Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București : *Metodă unitară de sinteză în domeniul timp și frecvență.*
73. C. VASILIU, Institutul Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București : *Relații între coeficienții și elementele rețelei pentru sinteza funcțiilor de intrare, de ordinul doi.*
74. M. SUHĂREANU, E. SUHĂREANU, Institutul de cercetări de Telecomunicații — București : *Determinarea funcției de intrare cînd ambele părți componente se prescriu grafic și independent într-o bandă finită de frecvență.*
75. GH. CARTIANU, Academia Republicii Socialiste România — București, I. CONSTANTIN, Institutul Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București : *Funcții de transfer cu caracteristici de tip cuasi-Cebîșev obținute pe baza unei transformări derivate Darlington".*
76. S. CONDREA, Institutul Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București : *Sinteza rețelelor cu ajutorul convertorului general de impedanță.*
77. A. MATEESCU, Institutul Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București : *Aproximarea curbei de egalizare a timpului de propagare de grup cu funcții fizic realizabile.*
78. I. CONSTANTIN, Institutul Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București : *Clasa funcțiilor de transfer de tipul maxim plat, al caracteristicilor de atenuare și timp de întîrziere de grup.*
79. P. POSTELNICU, Institutul Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București : *Calculul atenuării compuse a cuadripolilor în punte cu ajutorul unor coeficienți de neadaptare.*
80. S. ȘTEFĂNESCU, Institutul de cercetări de telecomunicații — București : *Determinarea abaterilor elementelor filtrelor cu ajutorul funcției de sensitivitate.*
81. I. UIDILĂ, Ministerul Poștelor și Telecomunicațiilor — București : *Dimensionarea filtrului trece-bandă prin metoda grafo-analitică.*
82. E. RODEANU, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București : *Discriminator de bandă largă cu amplificator operațional.*
83. D. RAICU, Institutul de fizică — București al Academiei R. S. România : *Rețele iterative de bandă largă pentru amplificatorii parametrici cu undă progresivă.*
84. CH. CARTIANU, Academia Republicii Socialiste România, V. VLAD, Institutul de Fizică Atomică — București : *Metodă generală de sinteză în domeniul timpului, a funcțiilor cu discontinuități.*
85. E. NICOLAU, Institutul Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București : *Sinteza sistemelor discrete.*
86. C. VASILIU, Institutul Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București : *O metodă de sinteză a rețelelor pentru semnale sondate.*
87. M. BELIȘ, Institutul Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București : *Sinteza sistemelor evolutive*
88. A. D. ARTÎM, Institutul Politehnic — Leningrad : *Sinteza unui circuit de bandă pe baza înfășurătoarei procesului tranzitoriu.*

89. A. Manolescu, Institutul de Fizică — București :
*Analiza rețelelor R. C. a parametrilor distribuiți utilizați în oscilomotoare tranzistorizate.*

## 8. *TRANSMISIUNEA SEMNALELOR ÎN SISTEME DE COMUNICAȚII*

90. R. Piringer, Institutul Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București :
*Influența defectelor în caracteristica de atenuare sau de fază asupra răspunsului în timp.*
91. A. W. Keen, Universitatea Tehnică — Bristol :
*Analiză în spațiul stărilor, a rețelelor nereciproce.*
92. A. Mircea, Institutul de fizică atomică — București :
*Intermodulație și distorsiuni armonice în transmisiunile cu modulație de frecvență.*
93. K. A. Arabagian, Institutul de cercetări științifice de telecomunicații — Sofia :
*Deformarea semnalelor modulate în amplitudine și frecvență la trecerea lor prin filtre RC.*
94. E. Neguț, I.C.M.F. — București :
*Răspunsul circuitelor la semnale cu modulație de frecvență.*
95. E. Rodeanu, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București : *Răspunsul discriminatorului ideal la impuls treaptă.*
96. V. Bayer, Institutul de cercetări — Brno :
*Nivelul zgomotului de înaltă frecvență pe linii de transmisiune de* 220 *kV.*

## 9. *ANALIZA ȘI SINTEZA SISTEMELOR DE AUTOMATIZĂRI*

97. M. V. Popov, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București : *Un analog al sintezei rețelelor electrice în hiperstabilitate.*
98. S. G. Sapfirov, Institutul de energetică — Moscova :
*Metodă de analiză a sistemelor automate multiple cu modulație.*
99. K. G. Mitiuskin, Institutul de cercetări electroenergetice — Moscova :
*Sinteza schemelor logice serie cu elemente magnetice cu histereză pentru dispozitivele de automatică și telemecanică — cu acționare discretă.*
100. N. Tătaru, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București : *Utilizarea calculatoarelor analogice în probleme de optimizare automată.*
101. C. Penescu, Academia Republicii Socialiste România, V. Ionescu, I.R.M.E. — București :
*Stabilirea regimurilor optime de funcționare a unui sistem energetic cu ajutorul metodei reglajului mixt frecvență-tensiune.*
102. C. Belea, Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — București :
*Calculul efectelor discontinuităților din sistemele electrice.*
103. S. Călin, Institutul Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București :
*Analiza și sinteza sistemelor de reglare automată cu timp mort.*
104. M. Călușiță, Institutul de cercetare și proiectare pentru automatizări — București :
*Studiul sistemelor cu timp mort prin metoda locului rădăcinilor.*

N. LICIU

620.9 ; 622.6.004.14 ; 338.061 ; 519

## OPTIMISATION EN ÉNERGÉTIQUE PAR L'UTILISATION DE LA DUALITÉ DANS LES PROBLÈMES EXTRÉMAUX

Dans l'article on propose l'extension de l'étude concernant la dualité dans les problèmes où l'on cherche un cas extrême conditionné, en insistant sur les multiples utilisations en énergétique des indicateurs nommés évaluations marginales.

On donne l'exemple de la détermination des évaluations marginales par l'optimisation du plan annuel de l'approvisionnement en combustibles et en énergie.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 233—245, Bucureşti, 1968*

V. NITU, H. ALBERT, M. BRĂDESCU

621.311.019.3 ; 621.311.004.6 ; 519.2

## GENERAL METHOD FOR STUDYING THE OPERATION RELIABILITY OF POWER COMPLEXES

The reliability of power complexes is studied as a function of probability having the time and the power system possible behaviour as variables. The mathematical model utilized for the description of power complex operation in time consists of statistical processes of Markov type.

Using the Markov stationary chain theory are determined the reliability indicators which allow an objective estimation of the reliability ensured by various complexes as well as the establishing of the economical efficiency of each analysed solution.

The paper shows numerous examples of digital indicator calculation for various power diagrams.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 259 — 282, Bucureşti, 1968*

ŞT. KOVACS

620.9

## EINHEITLICHE BESTIMMUNG MIT HILFE TECHNISCH-ÖKONOMISCHER KENNZIFFERN DES ENERGIEINTENSIVEN CHARAKTERS EINES VERBRAUCHERS

Von den verallgemeinerten Ausdrücken der energetischen und ökonomischen Kennziffern ausgehend wird nach einer kritischen Analyse der laufend angewendeten Kennziffern, die Kenziffern der „energetischen Ausrüstung der Arbeitskräfte" als die zweckmäßigste zur Bestimmung des energieintensiven Charakters eines Verbrauchers vorgeschlagen.

*St. cerc. energ. electr., Tom.,* **18**, *Nr. 2. p. 247—257, Bucureşti, 1968*

A. SOCI

621.311.019.3 ; 621.004.6; 621.52

## L'INFLUENCE DES INSTALLATIONS D'AUTOMATISATION SUR LA STABILITÉ DES ÉLÉMENTS DES SYSTÈMES ÉLECTROÉNERGÉTIQUES

On présente des aspects méthodologiques de la détermination de l'augmentation de la stabilité des éléments des systèmes électroénergétiques comme suite de leur automatisation, en partant de l'analyse de cas significatifs. On en déduit les effets sur la stabilité de la protection par relais — résultés d'un modèle probabiliste — de l'enclenchement automatique de l'alimentation de réserve au consommateur et de l'enclenchement automatique rapide d'une ligne électrique obtenue par des modèles de Markov.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 283—294, Bucureşti, 1968*

E. CONSTANTINESCU

621.311.1.004.63

## DURÉE ET FRÉQUENCE DES INTERRUPTIONS DANS LES INSTALLATIONS ÉLECTRIQUES À HAUTE TENSION

Dans cet ouvrage sont considérés deux types de schémas de connexion utilisés généralement dans les installations à haute tension, comprenant une seule voie d'alimentation et deux voies séparées. On détermine pour ceux-ci les durées et les fréquences probables des interruptions résultant des avaries et de révisions simples ou simultanées, éléments nécessaires pour l'optimisation de la structure des installations respectives.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 295—301, Bucureşti, 1968*

L. TEODORESCU

621.43.038

## L'INFLUENCE DE LA GÉOMÉTRIE DE LA SECTION D'ÉCOULEMENT À L'AIGUILLE DU PULVÉRISATEUR SUR LA STABILITÉ DES PROCESSUS DE TRAVAIL À L'INJECTEUR

On étudie l'influence exercée par le jeu de la zone cylindrique de la goupille, l'angle du cône du siège, l'angle du cône de raccord, la longueur de la portion cylindrique et le cône de l'angle final de la goupille.

Le modelage du processus sur un calculateur analogique a permis d'analyser l'influence des mêmes facteurs sur les paramètres d'injection.

On met en évidence des aspects nouveaux concernant la stabilité des processus à l'injecteur.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 313—324, Bucureşti, 1968*

N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU

533.536.4

## LA STABILITÉ DES FLAMMES TOURBILLONNAIRES DANS LES CHAMBRES DE COMBUSTION REFROIDIES

Dans une combustion tourbillonnaire on retrouve deux fronts de flamme indépendants qui s'unissent à leurs parties supérieures : l'un central et l'autre périphérique. Les conditions d'allumage — notamment les conditions d'énergie et de distance d'accrochage — sont spécifiques pour chacun des fronts et peuvent être calculées au moyen de la méthode présentée. En ce qui concerne l'extinction de la flamme, elle apparaît toujours comme un résultat de la décroissance de la température, à l'intérieur de la zone de récirculation, au-dessous de la température limite d'inflammation du mélange combustible.

Les différentes formes de front de flamme présentées, typiques pour la combustion tourbillonnaire, démontrent la justesse des hypothèses admises, autant pour le modèle physique que pour la théorie de la stabilisation.

Les courbes de stabilité déduites, $w - \varphi$, peuvent être utilisées dans le calcul des installations techniques.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 303—311, Bucureşti, 1968*

В. РАДЧЕНКО

621.57

## НОВЫЕ ВЕЛИЧИНЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ХОЛОДИЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДЕТАНДЕРНЫХ МАШИН

(Краткое содержание)

В стате анализированы критически величины используемые в теории и проектировании поршневых детандеров и трубодетандеров для оценки холодильной эффективности этих маши. Автор приходит к выводу, что адиабатный и энтропийный к. п. д. $\eta_{ad}$ и $\eta_{en}$ выражают только приблизительно холодильную эффективность, не учитывая влияние Эффекта Джоуля-Фомсона. В работе предлагаются новые величины для оценки холодильной эффективности, которые исключают эти недостатки, а именно холодильный к.п.д. и эксергетический относительный к. п. д. $\eta_q$ $\eta_e$. На основе соотношений между $\eta_q$ и $\eta_{ad}$ автор приходит к выводу, что влияние реальных свойств рабочего тела растет по мере понижения газо-термодинамической Эффективности детандерной машины и температурного уровня расширяемого газа. В отличие от $\eta_q$, эксергетический к.п.д. учитывает не только количественную, но и качественную сторону получаемого холода. Таким образом становится возможным рациональное сравнение детандерных машин, работающих в различных диапазонах температуры.

*St. cerc. energ. electr., Tom.*, **18**, Nr. *2, p. 325—342, Bucureşti, 1968*

I. CARABOGDAN

662.65

## KORRELATION ZWISCHEN BRENNGESCHWINDIGKEIT DER PARTIKEL FESTER BRENNSTOFFE UND GESCHWINDIGKEIT MEDIUM — PARTIKEL

Es werden die Ergebnisse der Forschungen über die Brenngeschwindigkeit der Kohlenpartikel von 500 μ bis 3000 μ, bei Temperaturen von 700° bis 900°C, bei einer relativen Geschwindigkeit Medium — Partikel von 2 m/s und 5 m/s und bei einer Temperatur der eingeblasenen Luft von 20° bis 500° vorgelegt.

Gleichzeitig wird der Einfluß der Brennstoffnatur hervorgehoben.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 343—353, 1968*

A. ŢUGULEA, I. R. CIRIC

## ELECTROMAGNETIC FIELD OF A TURN CARRYING ALTERNATING CURRENT NEAR SPHERICAL CONDUCTING SHELLS

This paper obtains the exact solution for the quasi-stationary state of the electromagnetic field for conducting circular turns, carrying alternating current, wich are situated coaxially inside or outside of a spherical conducting shell of arbitrary thickness. The screening coefficient and the losses in the spherical conducting shell are then deduced. Approximate solutions are obtained and their validity ranges are determined for a shell having its thickness small compared with its radius.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 355—379, Bucureşti, 1968*

C. BĂLĂ, AL. FETIŢA

## PERTES SUPPLÉMENTAIRES DANS LES ENROULEMENTS COMBINÉS DE TYPE INDUIT DE COURANT CONTINU

Dans cet ouvrage on établit les expressions de calcul de la distribution des courants dans les voies d'enroulement d'un enroulement combiné en régime harmonique à partir desquelles on peut déterminer les facteurs de la majoration des pertes durant le refoulement et la circulation des courants.

On présente ensuite les résultats expérimentaux déterminés sur un modèle d'enroulement concernant un enroulement combiné d'un générateur de courant continu de grande puissance, en établissant aussi le type de construction optimal.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 381—402, Bucureşti, 1968*

M. BERCOVICI, A. ARIE

512.99 ; 538.552.9

## APPLICATION D'OPÉRATEURS D'ORTHOGONALITÉ POUR DÉTERMINER LES DÉFAUTS NETS DISSYMÉTRIQUES MULTIPLES DANS LES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES

A l'aide d'une équation matricielle générale, établie pour des réseaux complexes à dissymétries multiples, on présente une méthode unitaire permettant le calcul des régimes des réseaux électriques affectés par des défauts dissymétriques nets : interruption ou court-circuit d'une phase.

Des relations nécessaires et suffisantes pour déterminer les valeurs des courants et des tensions de tous les noeuds du réseau affectés par des défauts nets, ont été obtenues à l'aide des vecteurs ligne orthogonaux.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 403—421, Bucureşti, 1968*

C. FLUERAȘU

621.3.011

## LES PARAMÈTRES TRANSITOIRES D'UNE BOBINE PARALLÈLE À LA SURFACE D'UN DEMI-ESPACE CONDUCTEUR

En utilisant la théorie générale des paramètres transitoires des éléments de circuit, introduits pour la première fois dans [1], on détermine la résistance transitoire et l'inductivité transitoire d'une bobine filiforme, parallèle à la surface d'un demi-espace conducteur.

Les résultats obtenus sont exprimés par des fonctions universelles du temps rapporté à une constante du temps (relations 4.29 et 4.37).

On donne des expressions approximatives valables aux grandes valeurs du temps (rel. 4.32 et 4.40), respectivement aux petites valeurs du temps (rel. 4.20, 4.21, 4.22 et 4.23).

*St. cerc. energ. electr.*, *Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 423—442, Bucureşti, 1968*

L. BOMPA

538.12 ; 621.3.013

## LE CHAMP MAGNÉTIQUE D'UN DISPOSITIF FERROMAGNÉTIQUE AVEC ARMATURE ET PÉRIODICITÉ AXIALE

On étudie le champ magnétique d'un dispositif ferromagnétique à l'aide des fonctions analytiques. On examine le spectre du champ, l'intensité du champ sur la frontière du dispositif et l'influence de la position des sources sur le champ dans l'entrefer.

On étudie la variation du coefficient de dispersion et l'inductance spécifique lors de la variation de l'entrefer.

On compare l'inductance spécifique mesurée expérimentalement avec les valeurs calculées.

*St. cerc. energ. electr.*, *Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 443—459, Bucureşti, 1968*

M. MARINESCU, ȘT DOBOȘ

621.352.6 : 541.135.5

## ÉLECTRODES POUR PILES DE COMBUSTION À COMBUSTIBLE DISSOUS

On présente l'état actuel des recherches concernant la combustion électrochimique.

On met en évidence les critères choisis pour l'électron technologique des électrodes d'une pile de combustion à combustible dissous.

On a effectué des expériences pour obtenir des électrodes par dépôt de platine sur des supports divers.

*St. cerc. energ. electr.*, *Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 461—474, Bucureşti, 1968*

I. PONNER

621.396.622

## CONTRIBUTIONS TO THE CALCULATION OF THE GRID-BIASING BY USING A GRID-LEAK RESISTOR WITH HIGH TEMPERATURE COEFFICIENT

Due to the presence of a grid-leak resistor with high temperature coefficient in the grid circuit of an electronic oscillator or amplifier, it is not possible to calculate algebraically the grid-bias voltage produced by the grid currents.

This paper suggests a relative simple grapho-algebraic method whose results are very near to the experimental ones.

*St. cerc. energ. electr.*, *Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 475—480, Bucureşti, 1968*

M. VARTOLOMEI

681.142 : 62.011.56

## THE STUDY OF THE COUPLE PROCESS-ON LINE COMPUTER BY MODELLING ON A DIGITAL COMPUTER

An algorithm for modelling on a digital computer, a couple process-on line computer is presented.

The use of the algorithm allows to realise and to verify the programs needed by the on-line computer via another digital computer.

The presented algorithm is a typical case of multiprogramming applied to a digital computer which was not designed initially for such purposes.

*St. cerc. energ. electr.*, *Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 481—490, Bucureşti, 1968*

V. V. GHIA, N. LEMNEANU

533.536.4

## RECHERCHES CONCERNANT LA COMBUSTION DES GOUTTES DES RÉSIDUS PHÉNOLIQUES

On présente les résultats des recherches expérimentales concernant la combustion des gouttes des résidus phénoliques et on en déduit les possibilités de combustion dans les installations industrielles.

*St. cerc. energ. electr.*, *Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 491—497, Bucureşti, 1968*

N. LICIU

620.9 : 622.6.004.14 ; 338.061 ; 519

## OPTIMIZĂRI ÎN ENERGETICĂ PRIN UTILIZAREA DUALITĂŢII ÎN PROBLEMELE EXTREMALE

În articol se propune extinderea studiului dualităţii în problemele de căutare a unui extremum condiţionat, insistîndu-se asupra multiplelor utilizări în energetică a indicatorilor denumiţi „evaluări marginale". Se exemplifică prin determinarea evaluărilor marginale din optimizarea planului anual de aprovizionare cu combustibil şi energie.

*St. cerc. energ. electr.*, *Tom.* **18**, *nr. 2, p. 233—245, Bucureşti, 1968*

ŞT. KOVACS

620.9

## DEFINIREA UNITARĂ PRIN INDICATORI TEHNICI-ECONOMICI CURENT UTILIZAŢI A CARACTERULUI ENERGOINTENSIV AL UNOR CONSUMATORI

Pornind de la expresiile cele mai generale ale indicatorilor energetici şi energoeconomici, se analizează critic indicatorii utilizaţi în mod curent pentru definirea energointensivităţii şi se propune utilizarea unui indicator — înzestrarea energetică a forţei de muncă — care satisface cele mai multe cerinţe. În încheiere se arată legătura indicatorului astfel definit cu indicatorii utilizaţi în mod curent.

*St. cerc. energ. electr.*, *Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 247—257, Bucureşti, 1968*

V. NITU, H. ALBERT şi M. BRĂDESCU

621 / 311.019.3 ; 621 : 311.004.6 ; 519.2

## METODA GENERALĂ DE STUDII A SIGURANŢEI FUNCŢIONĂRII COMPLEXELOR ENERGETICE

Siguranţa în funcţionare a complexelor energetice este studiată ca o funcţie de probabilitate avînd ca variabile timpul şi comportarea posibilă a sistemului.

Modelul matematic utilizat pentru descrierea funcţionării în timp a complexelor energetice îl constituie procesele stochastice de tip Markov.

Folosind teoria lanţurilor Markov staţionare, sînt determinaţi indicatori numerici de siguranţă care permit o apreciere obiectivă a siguranţei prezentată de diversele complexe precum şi determinarea eficienţei economice a ficărei soluţii analizate.

În articol sînt date numeroase exemple de calcul a indicatorilor numerici pentru diferite scheme energetice.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 259—282, Bucureşti, 1968*

A. SOCI

621.311.019.3 ; 621.004.6 ; 621.52.

## INFLUENŢA INSTALAŢIILOR DE AUTOMATIZARE ASUPRA SIGURANŢEI DE FUNCŢIONARE A ELEMENTELOR SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

Se prezintă aspecte metodice ale determinării creşterii siguranţei de funcţionare a unor elemente ale sistemelor electro-energetice ca urmare a automatizării lor, pe baza analizei unor cazuri semnificative. Se deduc efectele asupra siguranţei ale protecţiei prin (relee rezultate dintr-un model probabilistic) ale anclaşării automate a rezervei la consumator şi reanclaşării automate rapide a unei linii electrice rezultate din modelări prin procese Markov.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 283—294, Bucureşti, 1968*

E. CONSTANTINESCU

621.311.1.004.64

## DURATA ŞI FRECVENŢA ÎNTRERUPERILOR ÎN INSTALAŢIILE ELECTRICE DE ÎNALTĂ TENSIUNE

În cadrul lucrării se consideră două tipuri de scheme de comutaţie, folosite de obicei în instalaţiile de înaltă tensiune, formate dintr-o singură cale de alimentare şi din două căi separate. Pentru aceasta se determină duratele şi frecvenţele probabile ale întreruperilor datorită avariilor şi reviziilor simple sau simultane, elemente necesare pentru optimizarea structurii instalaţiilor respective.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 295—301, Bucureşti, 1968*

N. ANTONESCU şi I. RĂDULESCU

533.536.4

## STABILITATEA FLĂCĂRILOR TURBIONARE ÎN INCINTE RĂCITE

În arderea turbionară apar două fronturi independente de flacără, care se racordează în partea superioară unul central şi unul periferic. Condiţiile de aprindere exprimate prin fluxurile liniare de energie de aprindere şi distanţele de acroşare sînt specifice fiecărui front şi pot fi calculate după metodica arătată. În ceea ce priveşte ruperea flăcării, ea apare întotdeauna ca rezultat al scăderii temperaturii în zona de recirculaţie sub temperatura limită de aprindere a amestecului combustibil.

Formele de front de flacără prezentate, tipice arderii turbionare, confirmă ipotezele admise cu privire la modelul fizic şi teoria stabilizării. În ansamblu, curbele generale de stabilitate $w - \varphi$ pot fi aplicate în calculul instalaţiilor tehnice de ardere.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 303—311, Bucureşti, 1968*

L. TEODORESCU

## INFLUENȚA GEOMETRIEI SECȚIUNII DE CURGERE LA ACUL PULVERIZATORULUI ASUPRA STABILITĂȚII PROCESELOR DE LUCRU LA INJECTOR

Pornindu-se de la analiza proceselor la pulverizatorul injectorului, ținînd seama de caracteristicile elastice ale combustibilului și ale ansamblului ac-resort, se pune în evidență faptul că stabilitatea proceselor este condiționată în intervalul unei injecții de geometria secțiunii libere de curgere existentă în zona controlată de știftul pulverizatorului.

Studiul teoretic permite să se pună în evidență influența exercitată de jocul din zona cilindrică a știftului, unghiul conului de așezare, unghiul conului de racordare, lungimea porțiunii cilindrice și conul unghiului final al știftului asupra stabilității proceselor la pulverizator.

Modelarea proceselor pe un calculator de tip analogic permite să se evidențieze influența exercitată de aceiași factori asupra variației presiunii de injecție, cursei acului, debitului de combustibil la pulverizator, secțiunii de curgere și vitezei de ridicare a acului.

Sînt puse în evidență aspecte noi privind stabilitatea procesului la injector.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 313—325, București, 1968*

V. RADCENCO

621:57

## CRITERII NOI DE APRECIERE A EFECTULUI FRIGORIFIC AL MAȘINILOR DETENTOARE

În articol sînt analizate critic mărimile utilizate în teoria și proiectarea detentoarelor cu piston și turbodetentoarelor pentru aprecierea efectului frigorific al acestor mașini. A rezultat că randamentul adiabatic $\eta_{ad}$ și entropic $\eta_{en}$ reflectă efectul frigorific al mașinilor detentoare într-un mod aproximativ, prin prisma efectului mecanic, fără a ține seama de proprietățile reale ale agenților de lucru. Pentru a elimina aceste dezavantaje, în lucrare sînt propuse criterii noi de apreciere a efectului frigorific și anume randamentele frigorific $\eta_q$, entropic $\eta_s$ și exergetic relativ $\eta_e$. Pe baza relațiilor de legătură între $\eta_q$, $\eta_{ad}$ și respectiv $\eta_s$, $\eta_{en}$ se ajunge la concluzia că influența proprietăților reale ale agentului destins se amplifică pe măsură ce scade gradul de perfecțiune gazo-termodinamică al mașinilor detentoare și nivelul de temperatură al gazului admis. Spre deosebire de $\eta_q$ și $\eta_s$, care țin seama numai de latura cantitativă a efectului frigorific obținut, randamentul $\eta_e$ ia în considerare și aspectul calitativ al frigului. În acest mod devine posibilă compararea rațională a performanțelor mașinilor detentoare care lucrează la nivele diferite de temperatură.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 325—341, București, 1968*

I. CARABOGDAN

662.65

## CORELAȚIA DINTRE VITEZA DE ARDERE A PARTICULEI DE COMBUSTIBIL SOLID ȘI VITEZA RELATIVĂ MEDIU-PARTICULĂ

Sînt prezentate cercetările efectuate asupra arderii individuale a particulelor cuprinse între 500 $\mu$ și 3000 $\mu$ în condiții în care temperatura incintei a variat între 700°C și 900°C, viteza relativă mediu-particulă între 2m/s și 5 m/s și temperatura aerului insuflat între 20°C și 500°C, punîndu-se în evidență totodată și influența naturii combustibilului.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 343—353, București 1968*

A. ȚUGULEA și I. CIRIC

## CÎMPUL ELECTROMAGNETIC AL UNOR SPIRE PARCURSE DE CURENT ALTERNATIV ÎN PREZENȚA UNOR COJI SFERICE CONDUCTOARE

În lucrare se obține soluția exactă a regimului cuasistaționar al cîmpului electromagnetic al unor spire circulare conductoare parcurse de curent alternativ, coaxiale cu o coajă sferică conducătoare de grosime oarecare, spirale, fiind situate fie în interiorul, fie în exteriorul acesteia. Se calculează coeficientul de ecranare și pierderile în coaja sferică conductoare. Se obțin soluții aproximative și se determină domeniile lor de valabilitate, pentru cazul cojilor subțiri în raport cu raza lor medie.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 355—379, București, 1968*

C. BĂLĂ și AL. FETIȚA

621.313.2.043.017

## PIERDERILE SUPLIMENTARE ÎN ÎNFĂȘURĂRILE COMBINATE TIP INDUS DE CURENT CONTINUU

În lucrare se stabilesc expresiile de calcul ale distribuției curenților pe căile de curent ale unei înfășurări combinate în regim armonic pe baza cărora se pot determina factorii de majorare a pierderilor, datorită refulării și circulației curenților. Se prezintă apoi rezultatele experimentale determinate pe un model de înfășurare cu referire la înfășurarea combinată a unui generator de curent continuu de mare putere stabilindu-se tipul constructiv optim.

*St. cerc. energ. electr., Tom.*, **18**, *Nr. 2, p. 381—402, București, 1968*

M. BERCOVICI, A. ARIE

## APLICAREA UNOR OPERATORI DE ORTOGONALITATE PENTRU DETERMINAREA DEFECTELOR NETE NESIMETRICE, MULTIPLE, ÎN REȚELE ELECTRICE

Folosindu-se o ecuație matricială generală stabilită pentru rețele complexe cu multiple nesimetrii, se dă o metodă unitară pentru rezolvarea cazurilor în care apar în rețelele electrice defecte nete nesimetrice, prin întreruperi de fază sau prin scurt-circuitarea acestora.

Cu ajutorul a trei vectori linie ortogonali se obțin relații necesare și suficiente pentru determinarea valorilor curenților și tensiunilor din nodurile rețelei în care apar defectele nete.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 403—421, București 1968*

C. FLUERAȘU

621.3.011

## PARAMETRII TRANZITORII AI UNEI BOBINE CIRCULARE CU SECȚIUNEA MICĂ, PARALELĂ CU SUPRAFAȚA UNUI SEMISPAȚIU CONDUCTOR

În lucrare se determină rezistența tranzitorie și inductivitatea tranzitorie ale unei bobine realizată din conductor practic filiform, paralelă cu suprafața unui semispațiu conductor infinit.

Rezultatul se prezintă sub forma unor funcții universale de timpul raportat la o constantă de tip adecuată.

Se dau expresii aproximative pentru valori mari, respectiv mici ale timpului raportat. Pentru valori mici ale timpului raportat se dau valori aproximative și pentru conductanța tranzitorie și pentru capacitatea tranzitorie.

*St. cerc. energ. electr., Tom.*, **18**, *Nr. 2, p. 423—442, București, 1968*

L. BOMPA

538.12 ; 621.3.013

## CÎMPUL MAGNETIC AL UNUI DISPOZITIV FEROMAGNETIC CU ARMĂTURĂ ȘI PERIODICITATE AXIALĂ

În lucrare se studiază cîmpul magnetic la un dispozitiv feromagnetic, folosind funcțiile analitice. Se studiază spectrul cîmpului, intensitatea cîmpului pe frontiera dispozitivului și influența poziției surselor asupra cîmpului din întrefier.

Se studiază variația coeficientului de scăpări și inductanței specifice în raport cu variația întrefierului. În final se compară inductanța specifică măsurată experimental cu valorile calculate.

*St. cerc. energ. electr., Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 443—459, București, 1968*

M. M. MARINESCU, ŞT. DOBOŞ

621.352.6 : 541.135.5

## ELECTROZI PENTRU PILE DE COMBUSTIE CU COMBUSTIBIL DIZOLVAT

În lucrare se prezintă stadiul actual al realizării combustiei electrochimice pe plan intern şi extern.

Se scot în evidenţă criteriile pentru alegerea tehnologiei electrozilor la o pilă de combustie cu combustibil dizolvat.

S-au realizat experimentări pentru obţinerea electrozilor prin depunere electrolitică de platină pe suporţi diferiţi.

*St. cerc. energ. electr.*, *Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 461—474, Bucureşti, 1968*

I. PONNER

621.396.622

## CALCULUL NEGATIVĂRII AUTOMATE PRIN CURENŢI DE GRILĂ ÎN CAZUL UNEI REZISTENŢE DE GRILĂ CU UN COEFICIENT DE TEMPERATURĂ DE VALOARE RIDICATĂ

Dacă în circuitele de grilă ale unui oscilator se utilizează o rezistenţă cu un coeficient de temperatură ridicat, calculul tensiunii de negativare automată prin curenţi de grilă nu se poate face pe o cale algebrică directă, deoarece relaţiile care intervin sînt implicite.

În articol se prezintă o metodă de lucru, care permite efectuarea acestui calcul pe o cale relativ simplă şi care conduce la rezultate foarte apropiate de cele găsite experimental.

*St. cerc. energ. electr.*, *Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 475—480, Bucureşti, 1968*

M. VARTOLOMEI

681.142 : 62.011.56

## STADIUL ANSAMBLULUI PROCES-CALCULATOR DE COMANDĂ PRIN MODELARE PE UN CALCULATOR NUMERIC UNIVERSAL

Modelarea matematică modernă, efectuată cu ajutorul calculatoarelor electronice numerice sau hibride permite sinteza la performanţe optime a proceselor şi instalaţiilor industriale, evitînd realizarea de prototipuri — variantă. Ea se aplică şi în cazul sintezei calculatoarelor sau al sistemelor de comandă a proceselor prin calculator.

În lucrare este prezentat un algoritm pentru modelarea pe calculatorul CIFA 102 a funcţionării unui echipament denumit „programator secvenţial de procese PSP 100" şi a legăturilor sale cu procesul".

Utilizarea algoritmului permite înlocuirea şi verificarea de programe destinate calculatorului PSP 100 cu ajutorul unui calculator universal

Algoritmul reprezintă un caz tipic de multiprogramare aplicată unui calculator nedestinat iniţial unui asemenea mod de funcţionare.

*St. cerc. energ. electr.*, *Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 481—490, Bucureşti, 1968*

V.V. GHIA, N.LEMNEANU

533.536.4

## CERCETĂRI PRIVIND ARDEREA PICĂTURILOR DE REZIDUU FENOLIC

Se prezintă rezultatele cercetărilor experimentale privind arderea picăturilor de reziduu fenolic şi se trag concluzii privind posibilităţile de ardere în instalaţii industriale.

*Şt. cerc. energ., electr. Tom.* **18**, *Nr. 2, p. 491—497, Bucureşti, 1968*

## RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică și electrotehnică, termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde și rubricile: discuții, recenzii, informații și altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări științifice și tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoștințelor actuale, va desemna obiectivele și indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărțită pe subcapitole, numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate și va discuta rezultatele, erorile, posibilitățile și comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obținute, limita de valabilitate și aplicațiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la 2 rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenții;

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; figurile pe calc în tuș, însoțite de cîte două copii și de o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, șase rînduri; un rezumat de circa 2 000 semne;

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internațională;

d) Volumul lucrării să nu depășească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacție: București Șos. Vitan nr. 236 sectorul 2.

REVISTELE PUBLICATE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

STUDII ȘI CERCETĂRI DE MECANICĂ APLICATĂ

STUDII ȘI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ȘI ELECTROTEHNICĂ

STUDII ȘI CERCETĂRI DE METALURGIE

REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES

— SÉRIE DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE

— SÉRIE D'ÉLECTROTECHNIQUE ET D'ÉNERGÉTIQUE

— SÉRIE DE MÉTALLURGIE

ORSZÁGOS MŰSZAKI DOKUMENTÁCIÓS 1883

DEC 2 8

## LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

V. M. POPOV, **Hiperstabilitatea sistemelor automate**, 1966, 304 p., 16 lei.

V. PIMSNER, C. A. VASILESCU şi GH. RĂDULESCU, **Energetica turbomotoarelor cu ardere internă**, 1964, 756 p., 45 lei.

D. DAMSKER, **Principii şi mijloace noi de automatizare a acţionărilor electrice**, 1964, 439 p., 24,50 lei.

N. TIPEI, V. N. CONSTANTINESCU, AL. NICA şi O. BITĂ, **Lagăre cu alunecare** (calcul, proiectare, ungere), (în limba rusă), 1964, 459 p., 30 lei.

GH. CARTIANU, **Modulaţia de frecvenţă**, 1966, 693 p., 44 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, **Teoria lubrificaţiei în regim turbulent**, 1965, 343 p., 29 lei.

SUZANA GÎDEA, M. PROTOPOPESCU şi D. DRIMMER, **Metalurgia fizică a semiconductorilor**, 1963, 501 p. + 4 pl., 31 lei.

VASILE MARCU, **Metalizarea prin pulverizare**, 1963, 340 p., 21 lei.

A. MORARU, **Amplidina** (maşina electrică amplificatoare de curent continuu cu cîmp transversal), 1962, 328 p. + 2 pl., 14,90 lei.

T. OROVEANU, **Scurgerea fluidelor prin medii poroase neomogene**, 1963, 329 p., 16,30 lei.

TRAIAN SALĂGEAN, **Fenomene fizice şi metalurgice în sudarea cu arcul electric al oţelurilor**, 1963, 219 p., 12,10 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, PERICLE SVORONOS şi VICTOR PIMSNER, **Exploatarea raţională a gazelor naturale**, 1963, 367 p. + 2 pl., 26,40 lei.

C.C. TEODORESCU, **Teoria şinei fără joante supuse la variaţii de temperatură**, 1965, 260 p. + 3 pl., 19,50 lei.

T. OROVEANU, **Scurgerea fluidelor multifazice prin medii poroase**, 1966, 597 p., 41 lei.

V. MANEA, **Cîteva probleme ale teoriei plăcilor plane elastice**, 1966, 254 p., 8,75 lei.

I. P. „Informaţia" – c. 5189

43821

**Lei 18.–**

F 1736

1969 AUG 22

R

BIBLIOTECA

# STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

3

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 519—738, Bucureşti 1968

## COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ, *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România, *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Prof. C. APETREI;
Dr.-ing. CS. NAGY;
Dr.-ing. V. PIMSNER;
Dr.-ing. C. A. VASILESCU;
Dr.-ing. ECATERINA ARIE, *secretar de redacție.*



Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 72 de lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135, sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență, se trimit la Comitetul de redacție pe adresa BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236.

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 18, nr. 3 1968

## SUMAR

Pag.

### Economie Energetică

ŞT. KOVACS, Analiza aspectelor interşanjabilităţii purtătorilor de energie în vederea stabilirii principiale a ponderii în balanţa energetică a consumatorilor ce nu admit interşanjabilitatea . . . . . 521
M. BERCOVICI şi AL. SZMUK, Model matematic pentru studierea structurii optime a centralelor nucleare într-un program de perspectivă. . . . . 531

### Termoenergetică şi termotehnică

N. ANTONESCU şi I. RĂDULESCU, Caracteristicile procesului de ardere turbionară şi influenţa cîmpului de temperaturi marginale . . . . . 547
N. DĂNILĂ şi D. GRECOV, Metodă pentru determinarea temperaturii finale de preîncălzire regenerativă în centralele termoelectrice cu supraîncălzire intermediară. 561
B. BARBESCU, Schimbarea încărcăturii cilindrului motorului diesel în patru timpi cu supraalimentare înaltă . . . . . 577
G. BĂRĂNESCU, A. MANOLE, R. MANIŢIU şi A. MANEA, Calculul proceselor din pompa de injecţie cu distribuitor rotativ şi pistoane opuse. . . . . 591
V. RADCENCO, Cercetări privind efectul frigorific al evacuării libere. . . . . 611
N. PĂNOIU, Influenţa concentraţiei combustibilului asupra funcţionării focarului ciclon orizontal în regim izotermic . . . . . 625

### Electroenergetică şi electrotehnică

C. I. MOCANU, Calculul adîncimii de pătrundere a cîmpului electromagnetic în conductoare . . . . . 637
N. GALAN, Cîmpul electromagnetic în piesele mărginite de suprafeţele plane încălzite prin inducţie . . . . . 661
A. NICOLAIDE, Rezistenţa electrică dintre doi electrozi situaţi de aceeaşi parte a unui canal MHD . . . . . 673
F. MANEA, Transformări de coordonate pentru studiul regimurilor elementelor şi reţelelor electrice trifazate . . . . . 685
F. MANEA, Scheme echivalente pentru calculul regimurilor tranzitorii din zone de neomogenitate a liniilor cu parametri uniform repartizaţi . . . . . 705
H. CRISTEA, Posibilităţi de obţinere automată a imaginilor nodale cu calculatoare electronice . . . . . 727

* * * *Material documentar* . . . . . 735

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, nr. 3, p. 519 — 738, Bucureşti, 1968

1883

# ANALIZA ASPECTELOR INTERȘANJABILITĂȚII PURTĂTORILOR DE ENERGIE ÎN VEDEREA STABILIRII PRINCIPIALE A PONDERII ÎN BALANȚA ENERGETICĂ A CONSUMATORILOR CE NU ADMIT INTERȘANJABILITATEA

DE

ȘTEFAN KOVACS

620.9

Pornind de la analiza multilaterală a aspectelor legate de posibilitatea schimbării purtătorilor de energie la un consumator definit în modul cel mai general, aspecte care au în vedere dinamica în timp, latura tehnică și economică a posibilității de interșanjare, și punînd un accent deosebit asupra reflectării problemei la nivelul și în structura resurselor de energie primară, se urmărește definirea principală a consumatorilor ce nu admit schimbarea purtătorilor de energie.

După ce se scot în evidență cîteva categorii de astfel de consumatori, care ridică în fața economiei energetice probleme deosebite, se propune o metodă de separare din balanța energetică la un anumit nivel, întreprindere, ramură, sector sau economie, a părții ce revine acestui consum neinterșanjabil.

## 0 INTRODUCERE

Studiul amănunțit al consumatorilor de purtători de energie a scos în evidență o categorie de consumatori care ridică probleme deosebite. Este vorba de consumatorii care necesită un anumit fel de purtător de energie, bine definit calitativ, fără care activitatea de producție sau de prestație nu se poate desfășura. Acestei categorii de consumatori, o dată ce necesitatea existenței activității a fost stabilită de considerente situate în afara economiei energetice, trebuie să i se asigure — indiferent de unde, din resurse interne sau din import — purtătorii de care are nevoie.

Acest deziderat ridică în fața economiei energetice o serie de probleme, cum ar fi :

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, nr. 3, p. 521—529, București, 1968

— necesitatea producerii cantităţilor respective de purtători de energie în orice condiţii de economicitate;

— limitarea schimbărilor de structură ale balanţei energetice de solicitările pentru aceste activităţi;

— în problemele de optimizare a structurii resurselor primare, a aprovizionării cu combustibil şi energie, aceste activităţi ocupă un loc aparte;

— în măsura în care producerea purtătorilor de energie pentru aceste activităţi atrage după sine producerea şi a altor purtători de energie, de acest lucru trebuie ţinut cont în problemele de optimizare;

— cunoaşterea exactă a acestor activităţi şi a necesarului lor de combustibil şi de energie trebuie avută în vedere şi în prognozele pentru perioadele de perspectivă;

— planurile de exploatare pentru perspectivă a rezervelor de resurse energetice trebuie astfel făcută, încît activităţilor respective să li se asigure, cel puţin pentru o perioadă egală cu durata lor de viaţă, purtătorii de energie ceruţi.

Evidenţierea acestor categorii de consumatori se regăseşte în literatura de specialitate din străinătate [1], [2] şi de la noi [3], unde au fost remarcate ca atare fără a intra în amănuntele legate de caracterizarea lor multilaterală.

În majoritatea cazurilor, această categorie de comsumatori a fost semnalată în opoziţie cu categoria consumatorilor care admit schimbarea purtătorilor de energie şi pentru care se pun o serie de probleme de natură tehnică-economică de alegerea celor mai eficienţi purtători de energie.

Tot în această categorie se încadrează şi o mare parte din aşa-numitul consum „pentru scopuri neenergetice", adică în general utilizarea unor purtători de energie ca materie primă, şi satisfacerea necesarului de purtători de energie al acestor consumatori se face în contul resurselor de energie primară în ultima instanţă, fiind tot o problemă de economie energetică.

În cele ce urmează se va face o analiză a caracteristicilor acestor consumatori, căutînd a scoate în evidenţă aspectele comune acestor activităţi şi care interesează la nivelul consumatorului propriu-zis.

De asemenea se va căuta să se schiţeze o metodică cu ajutorul căreia să se poată separa din balanţa energetică, la un anumit nivel, partea de consum de purtători de energie care revine acestei categorii de activităţi.

## 1. ANALIZA ASPECTELOR INTERŞANJABILITĂŢII PURTĂTORILOR DE ENERGIE ŞI STABILIREA PRINCIPIALĂ A ACTIVITĂŢILOR CARE NU ADMIT INTERŞANJABILITATEA ÎNTR-O RAMURĂ, UN SECTOR SAU PE ECONOMIE

Pentru a putea defini cît mai exact consumatorul de purtători de energie care nu admite interşanjarea, va trebui să se analizeze în primul rînd cîteva probleme importante legate de posibilitatea de a se schimba la un consumator dat purtătorul sau purtătorii de energie curent utilizaţi.

### 1.1. INTERȘANJABILITATEA CA O PROBLEMĂ DE TIMP

Instalațiile consumatoare de purtători de energie corespunzătoare unei activități de producție sau prestare de serviciu existente, în funcțiune, în general sînt dimensionate să lucreze în condiții optime pentru un anumit fel de alimentare cu purtători de energie, avînd o structură bine determinată calitativ și cantitativ.

În cazul general, nu poate fi deci vorba de o interșanjabilitate a purtătorilor de energie momentană. Sînt foarte puține instalații care sînt astfel dimensionate încît să permită o trecere ușoară de la utilizarea unor purtători de energie la alți purtători.

Dacă problema se analizează pentru o perioadă mai îndelungată, în care se pun în funcțiune instalații noi care asigură creșterea unei anumite activități, respectiv înlocuirea de instalații vechi ce se scot din funcțiune datorită uzurii morale sau fizice, la nivelul activității pot interveni schimbări în ceea ce privește alimentarea cu purtători de energie în sensul că în timp, datorită unor factori de natură tehnică sau economică, un purtător de energie este înlocuit cu altul. Aceste schimbări au loc și la nivelul ramurii, sectoarelor economice și a economiei, aspectele respective fiind analizate în amănunt într-o lucrare anterioare [4].

Prognozele în legătură cu structura consumului de energie se fac cu o mare greutate; în mod corect, rezultatul prognozei ar trebui să fie o serie de structuri posibile.

### 1.2. INTERȘANJABILITATEA CA O PROBLEMĂ TEHNICĂ

Scopul pentru care diferitele acitivități economice solicită un consum de purtători de energie sînt în final pentru transformarea energiei acestor purtători în :

a) energie mecanică — în instalații fixe;
b) energie mecanică — în instalații mobile;
c) căldură de potențial scăzut;
d) căldură de potențial ridicat;
e) energie chimică;
f) energie radiantă.

Se poate afirma în primă aproximație că din punct de vedre tehnic în afară de activitățile ce se încadrează din punctul de vedere al consumului final în categoria e) și f), la care se adaugă utilizarea purtătorilor de energie pentru scopuri neenergetice care sînt în general univoc determinate, fiecărei activități corespunzîndu-i un purtător de energie bine determinat, pentru celelalte categorii există în general numeroase soluții de alimentare cu purtători de energie posibile tehnic pentru a realiza necesarul de forme de energie finală.

Din soluțiile tehnic posibile, o parte sînt eliminate din considerente economice.

### 1.3. INTERŞANJABILITATEA CA PROBLEMĂ ECONOMICĂ

Soluţiile tehnice posibile pentru realizarea unei activităţi de producţie sau de prestare de servicii se pot ordona din punct de vedere economic aplicîndu-se un criteriu de eficienţă.

Un astfel de studiu [5] pentru activităţile energointensive mari consumatoare plecînd de la un criteriu economic general cum ar fi cel al cheltuielilor de calcul sau al duratei de recuperare a investiţiei totale a stabilit un cost de echivalenţă al purtătorului de energie faţă de un purtător de energie considerat într-o soluţie de bază cu care este interşanjabil. Raportul dintre acest cost de echivalenţă şi costul real al purtătorului de energie considerat este o măsură a eficienţei utilizării purtătorului în procesul respectiv. În calculul costului de echivalenţă a purtătorului de energie se ţine cont de investiţiile cu baza energetică, cheltuielile de producţie, costul purtătorului de energie, randamentul de utilizare al purtătorilor de energie.

Alegerea optimă a purtătorului de energie se poate face din acest punct de vedere dacă soluţiile tehnice diferă între ele numai prin alimentarea cu purtători de energie.

În alte situaţii, în afară de activităţile energointensive mari consumatoare, nu criteriile energoeconomice sînt cele hotărîtoare; soluţiile tehnice ce se adoptă sînt desemnate pe baza unui calcul economic general în afara economiei energetice.

De reţinut este în orice caz faptul că şi într-un caz şi în altul există posibilitatea de a afecta fiecare soluţie tehnic posibilă cu un indicator de natură economică care să indice ordinea de preferinţă după criteriul economic ales.

Pentru consumatorii pentru care a rezultat o singură soluţie tehnică şi care au deci şi o singură posibilitate de alimentare cu energie, problemele de ordin economic, neexistînd posibilitatea de alegere între variante, nu mai au aceeaşi semnificaţie.

Pentru aceşti consumatori, pe care i-am defini într-o primă instanţă ca fiind consumatori de purtători de energie neinterşanjabili cu o structură a consumului rigidă, indicatorii economici curent utilizaţi nu permit analizarea aspectelor legate de necesitatea asigurării în orice condiţii a unei structuri a consumului de purtători, aspect care, într-o perspectivă îndepărtată, ar putea influenţa direct asupra acestor indicatori în sensul înrăutăţirii lor, de exemplu faptul că structura trebuie asigurată cu orice preţ face să apelăm uneori pentru aceşti consumatori la importul de purtători de energie sau la exploatarea unor rezerve cu indicatori economici defavorabili.

### 1 4. INTERŞANJABILITATEA CA PROBLEMĂ A STRUCTURII RESURSELOR PRIMARE

Aspectele cele mai importante ale posibilităţii, respectiv ale imposibilităţii interşanjării purtătorilor de energie utilizabilă la consumator, din punctul de vedere al economiei energetice, al prognozei necesarului de energie, al optimizării balanţei energetice generale, constau în felul în

care se reflectă aceste aspecte la nivele mai superioare ale balanței, la treapta energiei transformate, dar mai ales la treapta energiei primare. Pentru aceasta este nevoie să facem o succintă analiză a purtătorilor de energie utilizabilă și a proveniență lor.

### 1.4.1. Purtătorii de energie la nivelul energiei utilizabile

În principiu, purtătorii de energie la nivelul energiei utilizabile sînt :

a) purtători de energie primară, prelucrați și preparați pentru consum, cum ar fi :

— combustibilii solizi după sortare, spălare, brichetare ;
— combustibilii lichizi după rafinare ;
— combustibilii gazoși naturali.

Aceștia formează o mare grupă de purtători de energie, care în balanța energiei primare reprezintă partea aferentă consumului nemijlocit sau direct ;

b) purtătorii de energie transformată, proveniți dintr-o primă, dublă sau triplă transformare și care ajung la consumator în primul rînd sub formă de :

— energie electrică ;
— abur și apă caldă ;
— gaze calde ;
— combustibil gazos artificial ;
— aer comprimat etc.

Acești purtători de energie provin din purtători de energie primară de toate felurile, care formează partea din balanța energiei primare destinată trasformării.

Indicatorul care ne arată în ce raport sînt cantitățile de energie utilizabilă din grupa a), respectiv b) față de totalul de energie utilizabilă caracterizează ca o mărime sintetică gradul de tehnicitate al gospodăriei energetice respective. Acest grad este cu atît mai ridicat, cu cît ponderea categoriei b) este mai mare. În timp statisticile arată că această pondere este în creștere continuă. Tot mai puține procese consumă purtătorii de energie sub formă de energie primară.

O altă caracteristică importantă a celor două categorii de purtători de energie este faptul că la prima categorie există o relație univocă : purtători de energie utilizabilă — energie primară — resursă primară, adică există un singur lanț energetic de la resursa primară la energia utilizabilă, pe cînd la cea de-a doua categorie relația nu mai este univocă, există o serie de lanțuri energetice care, pornind de la diferite resurse de energie primară, trec prin energie primară — energie transformată — la energie utilizabilă. Prima categorie reprezintă o serie de lanțuri distincte, rigide iar a doua categorie, datorită multiplelor posibilități, reprezintă o rețea de lanțuri energetice, elastice din punctul de vedere al posibilităților de producere a purtătorilor respectivi.

Problema recalculării purtătorilor de energie utilizabilă la treapta energiei primare a fost tratată în [4], stabilindu-se coeficienții de recalculare la treapta energiei primare.

### 1.4.2. Structura purtătorilor de energie primară

Pentru purtătorii de energie utilizabilă din categoria a) se poate determina precis care este solicitarea resurselor primare. În acest sens se poate afirma că consumul impus al acestor purtători de energie este un consum neinterşanjabil la nivelul energiei primare.

Din punctul de vedere al economiei naţionale, trebuie stabilite aceste cantităţi de purtători de energie primară cît mai precis, ele constituind partea impusă a balanţei energiei primare. Cunoaşterea cît mai exactă a acestei părţi în perioada de perspectivă prezintă o importanţă şi mai mare. În acest sens este necesară cunoaşterea exactă a consumatorilor, respectiv a activităţilor care au pe ansamblu o singură posibilitate de alimentare cu purtători de energie, acestea fiind caracterizate printr-un singur vector-coloană al indicatorilor de structură [3].

Dacă pentru aceşti consumatori care nu admit interşanjabilitatea se separă partea de consumuri de purtători de energie din categoria a) şi se recalculează aceste consumuri la treapta energiei primare, se obţine partea impusă din balanţa energiei primare, care este bine determinată, structura ei nefiind supusă unor considerente de natură economică.

Acest lucru nu însemnează că resursele primare vor fi solicitate numai în acest fel; ele vor fi solicitate în plus de ceilalţi consumatori care într-una din variantele posibile de alimentare, dovedită a fi cea mai economică, solicită din nou cu anumite cantităţi resursele de energie primară.

## 2. METODICĂ PENTRU SEPARAREA DIN BALANŢA ENERGETICĂ A UNEI RAMURI A UNUI SECTOR SAU PE ECONOMIE A PĂRŢII CARE REVINE PURTĂTORILOR DE ENERGIE NEINTERŞANJABILI

Pentru abordarea problemei enunţate este nevoie de a avea o schemă sintetică a balanţei energetice la un nivel al economiei: ramură, sector, sau pe întreaga economie.

Plecînd de la cele stabilite într-o lucrare anterioară [6], notăm cu indicele $k$ un consumator din ramura $j$ al sectorului $j$ şi cu indicatorul $n$ faptul că mărimea respectivă se referă la purtătorul de energie $n$ şi cu indicatorul 0 faptul că se referă la un consum total.

În acest caz, un consumator este caracterizat din punct de vedere energetic de consumurile în valori absolute exprimate în unităţi naturale:

$Q_{1ijk}, Q_{2ijk}, \ldots, Q_{(w-2)ijk}$, reprezentînd consumuri de combustibili;

$G_{ijk}$ — consumuri de abur şi apă caldă;

$W_{ijk}$ — consumul de energie elctrică.

Aceste consumuri în expresie naturală formează un vector-coloană $\| Q_{nijk} \|_{w,1}$ $n = 1, 2, \ldots, w$, care face parte dintr-o matrice, matricea consumului de energie a ramurii $j$ în expresie naturală, şi care conţine $u$ vectori-coloană corespunzătoare celor $u$ procese de consum de purtători de energie:

$$\| Q_{nijk} \|_{w,u} \qquad \begin{matrix} n = 1, \ldots, w, \\ k = 1, \ldots, u. \end{matrix}$$

În cele de mai sus și în continuare vom înțelege prin consumator de purtători de energie o activitate de producție sau de prestare de serviciu ce se materializează pe baza unui proces sau unui agregat tehnologic la care purtătorul, respectiv purtătorii de energie asigură buna desfășurare a procesului sau agregatului tehnologic și nu reapar după desfășurarea acestora sub nici o formă (avem de-a face cu consumatori finali). Purtători de energie care alimentează acești consumatori sînt, din considerente de natura evidenței energetice, a posibilității de măsurare și definire precisă purtători de energie utilizabilă [7].

Vectorul-coloană, respectiv matricea care caracterizează consumul în valori absolute, nefiind omogenă, se folosesc pentru transformarea cantităților de purtători în expresie naturală într-o unitate echivalentă coeficienți de transformare.

Dacă se înmulțește matricea $\| Q_{nijk} \|_{w,u}$, cu o matrice diagonală $\| k_n \|_{w,w}$ care conține acești coeficienți de transformare, se obține matricea consumului de purtători de energie în unități echivalente :

$$\| E_{nijk} \|_{w,u} = \| k_n \|_{w,w} \| Q_{nijk} \|_{w,u}, \tag{2.1}$$

în care vectorul $\| E_{nijk} \|_{w,1}$ caracterizează mai bine consumatorul de analizat.

Dacă se prezintă bilanțul purtătorilor de energie utilizabilă la nivelul ramurii pe tipuri de comsumatori sub formă de matrice $\| E_{nijk} \|_{w,u}$ $n = 1, \ldots, w$, unde de data aceasta presupunem că fiecare vector-coloană $k = 1, \ldots, u$, $\| E_{nijk} \|_{w,1}$ reprezintă consumul care caracterizează o anumită activitate de producție sau de prestare de serviciu și rezultă ca find pentru procesele neinterșanjabile un consum bine determinat, iar pentru cele interșanjabile varianta cea mai economică din cele posibile a fi adoptate sau în cazul general o variantă de alimentare, pentru consumatorii care admit interșanjabilitatea se evidențiază separat consumul instalațiilor vechi încă în funcțiune și care în marea lui majoritate se consideră consum neinterșanjabil.

Considerînd că din cei $u$ consumatori din ramura $j$ primii $r$ reprezintă consumatori neinterșanjabili, următorii $s$ consumatori reprezintă consumul instalațiilor în funcțiune din cadrul consumatorilor care în ansamblu sînt interșanjabili, iar ultimii $t$ consumatori reprezintă consumatorii de purtători de energie interșanjabili propriu-zișI :

$$r + s + t = u. \tag{2.2}$$

Matricea consumului de energie în unități echivalente se poate împărți în trei submatrice corespunzător acestor categorii :

$$\| E_{nijk} \|_{w,u} = \| A \mid B \mid C \|, \tag{2.3}$$

$$\| E_{nijk} \|_{w,r} = \| A \|,$$

$$\| E_{nijk} \|_{w,s} = \| B \|$$

$$\| E_{nijk} \|_{w,t} = \| C \| \tag{2.4}$$

Dacă se iau submatricele corespunzătoare celor $r + s$ consumatori de purtători de energie neinterşanjabili $\| A \mid B \|$, se obţine la nivelul energiei utilizabile matricea balanţa pe purtători de energie şi consumul total sub formă de matrice :

$$\| E_{nij} \|_{w,1} = \| E_{nijk} \|_{w,r+s} \| 1 \|_{r+s,1} \tag{2.5}$$

Dacă se separă din aceasta din urmă submatricea corespunzătoare purtătorilor de energie din categoria *a*) — cea a consumului nemijlocit

$$\| E_{nij} \|_{w,1} = \left\| \frac{E_{nij}}{E'_{nij}} \right\|_{w,1} \tag{2.6}$$

Presupunînd că primii $p$ purtători sînt cei corespunzători consumului nemijlocit, dacă se înmulţeşte submatricea respectivă cu matricea diagonală a coeficienţilor de recalculare la treapta energiei primare, $\| \alpha_n \|_{p,p}$,

$$\alpha_n = \prod_i \frac{1}{\eta_i}, \tag{2.7}$$

unde $\eta_i$ este randamentul treptelor lanţului direct de la energia primară la energia utilizabilă.

Pentru această categorie de consumatori, consumul impus de purtători de energie primară pe care eonomia trebuie să-l asigure cu orice preţ la nivelul ramurii $j$ este

$$\| \bar{E}_{nij} \|_{p,1} = \| \alpha_n \|_{p,p} \| E_{nij} \|_{p,1}, \tag{2.8}$$

consumul la nivele mai superioare obţinîndu-se prin însumare.

Astfel, la nivelul sectorului $i$ care cuprinde $v$ ramuri :

$$\| \bar{E}_{ni} \|_{p,1} = \| \bar{E}_{nij} \|_{p,v} \| 1 \|_{v,1} \quad \begin{matrix} n = 1, \ldots, p. \\ j = 1, \ldots v, \end{matrix} \tag{2.9}$$

Respectiv la nivelul economiei care cuprinde $z$ sectoare

$$\| \bar{E}_{n} \|_{p,1} = \| \bar{E}_{ni} \|_{p,z} \| 1 \|_{z,1} \quad \begin{matrix} n = 1, \ldots, p, \\ i = 1, \ldots, z, \end{matrix} \tag{2.10}$$

Bara deasupra mărimilor consumurilor de purtători de energie arată că este vorba de consumuri recalculate la treapta energiei primare.

De la cunoaşterea acestui consum trebuie să plece orice calcul de optimizare a structurii balanţei energetice.

### 3. CONCLUZII

S-a căutat să se scoată în evidenţă locul pe care consumatorii de purtători de energie neinterşanjabili îl ocupă în ansamblul economiei energetice, problemele de natură tehnică, energetică şi economică pe care le ridică, remarcînd în mod deosebit faptul că aspectele de natură economică privitoare la aceşti consumatori se deosebesc de cele ale consumatorilor de purtători de energie interşanjabili.

Se face o analiză a aspectelor interșanjabilității purtătorilor de energie, punînd un accent deosebit pe consecințele acesteia la nivelul și în structura energiei primare.

Metodica schițată este susceptibilă de îmbunătățiri, care vor putea să apară și să fie sezizate în momentul în care se va trece la întocmirea unei balanțe concrete, eventual pe date din trecut, din care, pe baza metodicii propuse, să se încerce separarea părții care revine consumatorilor neinterșanjabili.

Un alt aspect de cercetat este în ce măsură fluxurile informaționale care ne stau la dispoziție sub formă de dări de seamă statistice, indicatori de plan etc. pot fi de folos pentru rezolvarea problemei.

## BIBLIOGRAFIE

1. F. Friedensburg, *Present Situation and Future Prospects for the Utilisation of Energy Resources in the Federal Republic of Germany*, paper 45 I 2/6 VI WPC, Melbourne, 1962.
2. * * * *Une étude sur les produits énergétiques substituables ou non en Europe 1965 et 1970*. Revue française d'énergie, **13**, *138* (1962).
3. St. Kovacs, *Contribuții la studierea modificărilor de structură ale bilanțului energetic general*. St. cerc. energ. electr., **XVII**, *1* (1967).
4. St. Kovacs, *Interșanjabilitatea purtătorilor de energie în procese energointensive*. Memoriu 1965—1966, biblioteca Institutului de energetică.
5. St. Kovacs, *Elaborarea metodologiilor specifice industriei cimentului și sticlei de calculare a eficienței comparative a utilizării diferiților purtători de energie pentru procesele de producție*. Memoriu 1967, biblioteca Institutului de energetică.
6. St. Kovacs, *Energetische Kennziffern zur Charakterisierung der Struktur der allgemeinen Energiebilanz*. Revue Roumaine des Sciences Techniques, Serie Electrotechnique et Energétique, **XII**, *1* (1967).
7. V. Caragudovici, *Asupra treptei finale a bilanțului energetic general*, St. cerc. energ. electr., **XVII**, *2* (1967).

# MODEL MATEMATIC PENTRU STUDIEREA STRUCTURII OPTIME A CENTRALELOR NUCLEARE ÎNTR-UN PROGRAM DE PERSPECTIVĂ

DE

MARTIN BERCOVICI și ALEXANDRU SZMUK

621.301.25

Se prezintă relații analitice care permit calcularea cu ajutorul unui calculator cifric a mai multor variante privind structura unui sistem de centrale nucleare, format din cîte un tip de centrală conservatoare și un tip de centrală reproducătoare cum și alegerea variantei optime.

Cu ajutorul relațiilor din capitolul 2 se poate calcula pentru numeroase variante de program, puterile instalate în centralele convertoare și în cele reproducătoare, termenele de punere în funcțiune a acestora în baza producției de plutoniu și a disponibilului de plutoniu prelucrat pentru diferite perioade. În capitolul 3 se prezintă formularea analitică a unor funcții economice de cost care permit alegerea variantei pentru care funcția economică luată drept criteriu prezintă valori minime.

Modelul prezentat are un dublu scop : pe de o parte să contribuie la întocmirea unui program de perspectivă optimizat, privind dezvoltarea centralelor nucleare, iar pe de altă parte să poată fi folosit la studierea problemei de ansamblu a structurii optime a resurselor de purtători primari de energie pentru Republica Socialistă România.

## 1. GENERALITĂȚI

În condițiile țării noastre și în preajma perioadei în care se prevede începerea construcției de centrale nucleare, este util ca în continuarea studiilor efectuate în țara noastră [1] — [4] să se studieze problemele legate de întocmirea unui program de perspectivă optimizat, care să contribuie și la fundamentarea deciziilor de luat în viitorul apropiat.

Principala problemă a unui astfel de program constă în găsirea soluțiilor optime cu privire la structura centralelor nucleare de construit într-un interval mai lung de timp. Această problemă prezintă o particu-

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, nr. 3, p. 531—545, București, 1968

laritate deosebită în domeniul nuclear. În acest sens, în prezent este unanim recunoscut că tipul de centrală nucleară a viitorului (începînd din jurul anului 1980) va fi centrala cu reactori reproducători (cu neutroni rapizi), atît pentru că asigură cea mai bună utilizare a resurselor de combustibil nuclear, cît şi pentru că va avea, în baza previziunilor făcute, indicatori economici mai favorabili decît cei ai centralelor cu reactori convertori (cu neutroni termici).

Pornirea centralelor reproducătoare cu neutroni rapizi este însă condiţionată de înzestrarea iniţială cu plutoniu, care nu există în natură şi care se produce în reactori termici şi apoi în înşăşi reactori rapizi.

Din această cauză, un program nuclear de perspectivă pentru următoarele decenii trebuie să se bazeze pe preexistenţa centralelor convertoare şi pe coexistenţa acestora cu centralele reproducătoare.

Este necesar deci să se studieze strategii de tipuri multiple de centrale nucleare convertoare şi reproducătoare, şi în primul rînd este de studiat un sistem de centrale bazat pe o economie echilibrată în plutoniu, adică fără intrări şi ieşiri din acest combustibil în şi din sistem, din următoarele motive :

— nu este previzibilă posibilitatea unui import de plutoniu, întrucît timpul de producţie în reactoare a cantităţii necesare de plutoniu pentru înzestrarea iniţială a centralelor reproducătoare este de peste un deceniu, deci probabil că nu se vor crea disponibilităţi suficiente pentru export, deţinătorii de plutoniu fiind interesaţi pentru construcţia de centrale reproducătoare proprii ;

— înzestrarea iniţială a centralelor reproducătoare cu uraniu puternic îmbogăţit (în loc de plutoniu) este posibilă, dar este mai puţin economică decît înzestrarea cu plutoniu.

Problema intervenţiei centralelor reproducătoare într-un program de perspectivă a fost sesizată în lucrări sovietice, americane şi engleze, dar a fost tratată analitic în ultimii ani mai ales în lucrări franceze [5]—[9] şi germane [10]—[12].

În vederea efectuării studiilor pentru elaborarea unui program de perspectivă al dezvoltării centralelor nucleare în ţara noastră, s-a considerat util să se stabilească un model matematic care să răspundă la următoarele cerinţe :

— să permită calcularea mai multor variante privind structura centralelor nucleare într-un program format din cîte un tip de centrală convertoare şi un tip de centrală reproducătoare, folosindu-se deci o strategie de două tipuri de centrale ;

—să permită alegerea variantei optime în baza unei funcţii economice luate drept criteriu de optimizare ;

— să poată fi folosit pentru studierea problemei de ansamblu a structurii resurselor de purtători primari de energie în perspectivă, adică să poată furniza date privind variante suboptimizate în sectorul nuclear sau să poată fi cuprins într-un model mai general ce se va întocmi în acest scop în viitor.

Pentru moment neexistînd un astfel de model general, se consideră că curba evoluţiei în timp a necesarului de putere nucleară este dată.

Se consideră că acoperirea acestor curbe se va face în trepte, în așa fel ca stocul de putere să fie minim, adică să nu se construiască și să se pună în funcțiune centralele decît la termenele strict necesare.

Treptele de acoperire vor fi formate din puteri unitare egale pe întreaga perioadă de program sau cel puțin pe subperioade mai îndelungate ale acestuia, ținînd seama de avantajele unor puteri unitare constante atît din punct de vedere constructiv, cît și al exploatării.

## 2. RELAȚII PENTRU STABILIREA STRUCTURII CENTRALELOR NUCLEARE (C.N.E.)

### 2.1. MODUL DE EVOLUȚIE ȘI DE ACOPERIRE A NECESARULUI DE PUTERE NUCLEARĂ

2.1.1. Se consideră dată evoluția în timp a puterii nucleare $N$ necesară a fi acoperită în perioada de program sub forma unei curbe exponențiale

$$N = N_0(e^{\lambda t} - 1), \tag{2.1}$$

unde $N_0$ reprezintă puterea nucleară instalată și pusă în funcțiune la începutul perioadei de program, $\lambda$ parametrul care caracterizează ritmul de creștere a puterii nucleare și $t$ timpul exprimat în ani și zecimi dintr-un an. Perioada de program cuprinde un număr $T$ de ani suficient de mare, de exemplu 20—30 de ani.

Se consideră că acoperirea necesarului de putere se va face în trepte egale de putere $U$ (inclusiv $N_0 = U$), în ipoteza că pentru perioada de program se adoptă aceeași putere unitară $U$ atît pentru CNE convertoare, cît și pentru cele reproducătoare.

Acoperirea necesarului de putere nucleară în trepte (vezi fig. 2.1) presupune că prima centrală cu puterea instalată $U$ va începe să funcționeze în momentul $t_0 = 0$ și se va încărca progresiv pînă la atingerea capacității nominale care va egala puterea nucleară necesară de acoperit în momentul $t_1$, termen la care intră în funcțiune a doua centrală, de putere unitară $U$. În general, notînd cu $i$ numărul de ordine al unei centrale puse în funcțiune la termenul $t_{i-1}$, sarcina ei va atinge puterea nominală în momentul $t_i$ și va funcționa cu sarcina incompletă în perioada

$$\tau_i = t_i - t_{i-1}, \tag{2.2}$$

unde $\tau_i$ reprezintă perioada elementară între punerea în funcțiune a două CNE succesive, după care centrala va funcționa cu întreaga putere instalată.

Se împarte deci perioada de program $T$ în perioade elementare de timp $\tau_i$, la care $i$ variază de la 1 la $n$, și, întrucît în fiecare perioadă elementară se instalează o singură centrală, mărimea $i$ va fi egală cu numărul centralelor în funcțiune în perioada $\tau_i$, avînd o putere totală

$$N_i = iU = U(e^{\lambda t_i} - 1), \tag{2.3}$$

așa că $n$ reprezintă numărul centralelor în funcțiune la sfîrșitul perioadei de program $T = t_n$.

Se menţionează că în baza celor de mai sus se constată că curba puterii instalate $N'$ se poate exprima sub forma $N' = N_0 e^{\lambda t}$, iar puterea nucleară necesară de acoperit la sfîrşitul perioadei $\tau_i$ este egală cu puterea instalată la începutul acestei perioade, adică $N_i = N'_{i-1}$.

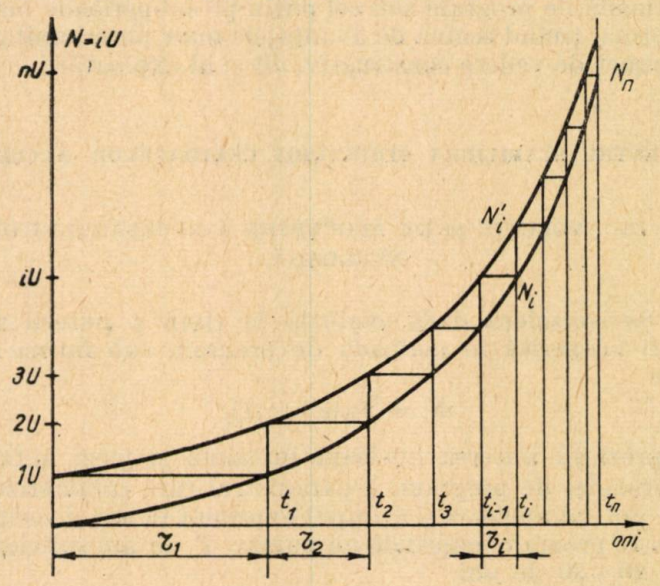



Fig. 2.1. — Graficul acoperirii necesarului de putere nucleară.

2.1.2. Pentru calculul termenelor de punere în funcţiune $t_i$ a centralelor şi pentru calculul perioadelor $\tau_i$ se explicitează timpul din relaţia (2.3) :

$$t_i = \frac{1}{\lambda} \ln (i + 1) \tag{2.4}$$

şi, ţinînd seama de relaţia (2.2), se obţine

$$\tau_i = \frac{1}{\lambda} [\ln (i + 1) - \ln i] = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{i + 1}{i}. \tag{2.5}$$

Este de observat că, în ipoteza instalării de puteri unitare constante (inclusiv pentru prima centrală), perioadele elementare $\tau_i$ sînt determinate de $\lambda$ şi sînt independente de mărimea puterii unitare.

## 2.2. CALCULUL PUTERILOR INSTALATE ÎN CENTRALE CONVERTOARE ŞI REPRODUCĂTOARE

2.2.1. Notînd cu $X_i$ numărul centralelor convertoare şi cu $Y_i$ numărul centralelor reproducătoare, fiecare de putere unitară $U$, numărul total al centralelor funcţionînd în perioada $\tau_i$ va fi

$$i = X_i + Y_i, \tag{2.6}$$

iar puterea totală a centralelor în funcțiune în perioada $\tau_i$ conform relației (2.3)

$$N_i = iU = X_iU + Y_iU. \tag{2.7}$$

2.2.2. Se admite ipoteza unei economii echilibrate în plutoniu și anume că instalarea de CNE reproducătoare se face în baza disponibilităților de plutoniu produse în CNE convertoare și reproducătoare proprii. De asemenea se admite ipoteza că CNE reproducătoare vor fi mai avantajoase decît cele convertoare și deci între aceste două tipuri se va alege întotdeauna, ori de cîte ori va fi cazul, construirea unei centrale reproducătoare.

În baza acestor ipoteze se va instala o centrală reproducătoare la începutul unei perioade $\tau_i$ ori de cîte ori la sfîrșitul perioadei anterioare $\tau_{i-1}$ va exista o cantitate de plutoniu disponibilă mai mare sau cel puțin egală cu $sU$, unde $s$ reprezintă cantitatea de plutoniu fisionabil necesar pentru înzestrarea centralei reproducătoare în kg/MWe.

Se introduce un termen $K_i$ care permite luarea deciziei dacă la începutul unei perioade elementare $\tau_i$ se poate pune în funcțiune o centrală reproducătoare, $K_i$ fiind în acest caz egal cu 1; în caz negativ, $K_i$ este egal cu 0 și urmează să se instaleze o centrală convertoare. Exprimînd numărul de centrale dintr-o perioadă $\tau_i$ în funcție de numărul de centrale din perioada anterioară $\tau_{i-1}$, obținem

$$Y_i = Y_{i-1} + K_i; \qquad X_i = X_{i-1} + (1 - K_i). \tag{2.8}$$

Dacă se notează cu $\pi_{i-1}$ cantitatea disponibilă de plutoniu exprimată în kilograme la sfîrșitul perioadei $\tau_{i-1}$, adică la termenul $t_{i-1}$, valoarea lui $K_i$ se determină în felul următor:

dacă $\pi_{i-1} \geqslant sU$, atunci $K_i = 1$; (2.9)

dacă $\pi_{i-1} < sU$, atunci $K_i = 0$.

2.2.3. Producția de plutoniu se calculează pentru fiecare perioadă $\tau_i$, făcîndu-se o ipoteză simplificatoare, și anume că variația puterii în perioada respectivă este liniară, ceea ce se poate exprima prin luarea în calcul a unui număr echivalent de centrale mai mic cu 0,5, definit prin relațiile

$$x_i + y_i = i - 0{,}5; \quad y_i = Y_i - 0{,}5\,K_i; \quad x_i = X_i - (1 - K_i)\,0{,}5, \tag{2.10}$$

unde $x_i$ și $y_i$ reprezintă numărul echivalent de centrale convertoare, respectiv reproducătoare.

Exprimînd acestea în funcție de numărul echivalent al centralelor din perioada anterioară, obținem

$$y_i = y_{i-1} + K_i + g_i; \quad x_i = (1 - 0{,}5) - (y_{i-1} + K_i + g_i), \tag{2.11}$$

unde $g_i$ exprimă efectul modului de succesiune a instalării centralelor de un tip sau altul în ultimele două perioade $\tau_i$ și $\tau_{i-1}$ asupra numărului echivalent de centrale din perioada $\tau_i$ $\pi$, ținînd seama de faptul că, în prima perioadă după punerea sa în funcțiune, o centrală produce jumătate din capacitatea sa normală de producție, dar, începînd cu perioada următoare, ea intervine cu capacitatea sa nominală.

Valoarea lui $g_i$ se determină în funcţie de $K_i$ şi $K_{i-1}$, conform tabelei de mai jos :

| dacă | $K_i$ | 1 | | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|
| şi dacă | $K_{i-1}$ | 1 | 0 | 1 | 0 |
| atunci | $g_i$ | 0 | −0,5 | 0,5 | 0 |

2.2.4. Producţia de plutoniu $P_i$ din perioada $\tau_i$, în care numărul orelor de utilizare anuale a puterii instalate este $h_i$ va fi proporţională cu energia electrică produsă şi se poate exprima prin relaţia

$$P_i = h_i \tau_i U (x_i a + y_i b), \tag{2.12}$$

unde $a$ reprezintă producţia specifică netă de plutoniu fisionabil în CNE cu reactori termici, iar $b$ producţia specifică netă de plutoniu fisionabil în CNE cu reactori rapizi, în care s-a ţinut seama şi de pierderile de plutoniu în ciclul de combustibil. Aceste producţii specifice, exprimate în kg/MWe $h$, sînt considerate constante pentru perioada de program.

Ţinînd seama de relaţiile (2.5), (2.11) şi făcînd înlocuirile în (2.12), obţinem

$$P_i = h_i U \frac{1}{\lambda} \ln \frac{i+1}{i} \{(y_{i-1}+K_i+g_i) b - [(i-0{,}5)-(y_{i-1}+K_i+g_i)] a\}. \tag{2.13}$$

2.2.5. În cazul cînd se presupune că plutoniul produs şi acumulat pînă la sfîrşitul unei perioade s-ar putea folosi pentru înzestrarea unei centrale reproducătoare intrînd în funcţiune la începutul perioadei imediat următoare, disponibilul de plutoniu $\pi'_i$ de la sfîrşitul perioadei $\tau_i$, adică la termenul $t_i$, ar fi egală cu cantitatea totală de plutoniu produsă minus cantitatea prelevată pentru înzestrarea tuturor centralelor reproducătoare instalate pînă la aceea dată, adică

$$\pi'_i = \sum_{v=1}^{i} P_v - Y_i s U \tag{2.14}$$

sau, exprimat în funcţie de disponibilul din perioada anterioară,

$$\pi'_i = \pi'_{i-1} + P_i - K_i s U. \tag{2.15}$$

Întrucît plutoniul produs nu poate fi folosit decît cu întîrziere, după descărcarea elementelor de combustibil iradiate din reactor extragerea plutoniului şi înglobarea în elemente de combustibil noi se fac, pentru a ţine seama de această împrejurare, următoarele ipoteze simplificatoare :

— se consideră că plutoniul produs într-o anumită perioadă devine disponibil sub formă de element de combustibil nou după un interval de timp $\gamma$, socotit de la sfîrşitul perioadei respective ;

— acest interval este acelaşi atît pentru plutoniul produs în reactorii termici, cît şi în cei rapizi.

Ca urmare, cantitatea de plutoniu $P_j$, produsă în perioada $\tau_j$, va fi disponibilă la termenul $t_j + \gamma$ și se transferă la sfîrșitul acelei perioade $\tau_i$ $(i > j)$ pentru care este valabilă condiția

$$t_{i-1} < t_j + \gamma \leqslant t_i. \tag{2.16}$$

Dacă notăm cu $\mu_{ij}$ cantitatea de plutoniu prelucrat, egală cu cantitatea de plutoniu $P_j$ produsă în perioada $\tau_j$ și transferată la sfîrșitul perioadei $\tau_i$, vom obține la această din urmă dată $(t_i)$ următorul disponibil de plutoniu cumulat (analog cu 2.15):

$$\pi_i = \pi_{i-1} + \mu_{ij} - K_i s U. \tag{2.17}$$

Această din urmă relație folosește pentru determinarea lui $K_i$ conform condițiilor formulate la (2.9), bineînțeles dînd pentru $i$ valoarea $i - 1$.

Se observă că, întrucît în general $t_j + \gamma$ este mai mic decît $t_i$, vom avea o imobilizare de plutoniu prelucrat proporțională cu durata $t_i - (t_j + \gamma)$.

2.3. Funcția exprimînd evoluția în timp a puterii nucleare a fost considerată ca exponențială. În general este posibil să se admită orice altă curbă de evoluție a necesarului de putere nucleară totală în funcție de timp $N = f(t)$. Această ipoteză va avea consecințe asupra termenelor de punere în funcțiune a centralelor, adică asupra duratei perioadelor elementare $\tau_i$. Notînd cu $t = \varphi(N)$ funcția inversă, perioadele $\tau_i$ vor fi determinate de relația generală

$$\tau_i = \varphi(N_i) - \varphi(N_{i-1}). \tag{2.18}$$

De asemenea, dacă parametrul $\lambda$ al funcției exponențiale, considerat drept o constantă, devine variabil în timp, aceasta va avea consecințe tot asupra perioadelor elementare $\tau_i$.

## 3. STABILIREA FUNCȚIEI ECONOMICE

### 3.1. CALCULUL CHELTUIELILOR DE PROGRAM

În baza elementelor cu privire la structura centralelor nucleare, obținute în capitolul 2, se pot calcula cheltuielile pe care le comportă diferite variante de program.

3.1.1. Se introduc următoarele notații (indicele $A$ se referă la CNE convertoare și $B$ la CNE reproducătoare):

$I_A$, $I_B$ — investițiile specifice în lei/MWe;
$C_A$, $C_B$ — cheltuielile de producție a energiei electrice în lei/MWeh;
$C_A$, $C_B$ — componenta de combustibil din cheltuielile de producție, exprimată prin cheltuieli în ciclul de combustibil în lei/MWe h;
$d_A$, $d_B$ — componenta de exploatare și întreținere din cheltuielile de producție în lei/MWe an;
$\delta_A I_A$, $\delta_B I_B$ — componenta de amortizare din cheltuieile de producție în lei/MWe an, în care $\delta_A$ și $\delta_B$ reprezintă cotele de amortizare.

Toate aceste mărimi se consideră constante pe întreaga perioadă de program.

3.1.2. Investiţia totală în CNE pe întreaga perioadă de program notată cu $I$ (lei) se poate exprima prin

$$I = X_n U I_A + Y_n U I_B, \tag{3.1}$$

iar cheltuielile totale de producţie $C$ (lei) se pot exprima prin

$$C = \sum_{i=1}^{n} U h_i \tau_i (x_i C_A + y_i C_B). \tag{3.2}$$

3.1.3. Pentru a permite o comparaţie justă a diverselor variante, cheltuielile se actualizează la începutul perioadei de program $t_0 = 0$. Se poate folosi în acest scop formula dobînzi simple cu factorul de actualizare $(1 + \alpha_1 t)$, a dobînzii compuse cu factorul de actualizare $(1 + \alpha_1)^t$ sau, folosind formula dobînzii compuse cu factorul de actualizare $e^{\alpha t}$, unde $\alpha_1$ este cota de actualizare anuală, iar $\alpha = \ln (1 + \alpha_1)$ cota de actualizare continuă.

În cele ce urmează se foloseşte formula actualizării continue.

3.1.4. Investiţiile specifice $I_A$ şi $I_B$ pot fi considerate că includ actualizările pe durata de construcţie a centralelor, adică conţin efectul imobilizărilor de fonduri din timpul construcţiei.

Conform ipotezei făcute anterior, centrala nouă din perioada $\tau_i$ este pusă în funcţiune la termenul $t_{i-1}$.

Ţinînd seama de acestea, cheltuielile actualizate totale de investiţii în centrale pentru întregul program : $I^*$ (lei) se pot exprima prin relaţia următoare

$$I^* = U \sum_{i=1}^{n} [(1 - K_i) I_A + K_i I_B] \frac{1}{e^{\alpha t_{i-1}}}. \tag{3.3}$$

Cheltuielile actualizate de producţie pe toată perioada de program $C^*$ (lei) pot fi exprimate folosind relaţia (3.2) şi făcînd ipoteza că cheltuielile de producţie sînt concentrate la mijlocul fiecărei perioade $\tau_i$ prin

$$C^* = \sum_{i=1}^{n} U h_i \tau_i (x_i C_A + y_i C_B) \frac{1}{e^{\alpha\left(t_i - \frac{\tau_i}{2}\right)}}. \tag{3.4}$$

Ţinînd seama de relaţiile (2.4), (2.8), (2.9), se poate deduce că

$$e^{\alpha t_{i-1}} = i^{\frac{\alpha}{\lambda}}; \qquad e^{\alpha\left(t_i - \frac{\tau_i}{2}\right)} = [i\,(i+1)]^{\frac{\alpha}{2\lambda}}. \tag{3.5}$$

Înlocuind expresiile (3.5) în (3.3) şi (3.4), se obţin

$$I^* = U \sum_{i=1}^{n} [(1 - K_i) I_A + K_i I_B] \frac{1}{i^{\frac{\alpha}{\lambda}}}, \tag{3.6}$$

$$C^* = U h \tau_r (x_i C_A + y_i C_B) \frac{1}{[i\,(i+1)]^{\frac{\alpha}{2\lambda}}}. \tag{3.7}$$

3.1.5. Cheltuielile de producție totale actualizate pentru perioada de program pot fi defalcate în componente :

$$C^* = \sum_{i=1}^{n} Uh_i\tau_i (x_i C_A + y_i C_B) \frac{1}{[i(i+1)]^{\frac{\alpha}{2\lambda}}} + \\ + \sum_{i=1}^{n} U\tau_i (X_i d_A + Y_i d_B) \frac{1}{[i(i+1)]^{\frac{\alpha}{2\lambda}}} + \\ + \sum_{i=1}^{n} U\tau_i (X_i \delta_A I_A + Y_i \delta_B I_B) \frac{1}{[i(i+1)]^{\frac{\alpha}{2\lambda}}}, \tag{3.8}$$

din care rezultă o împărțire pe cheltuieli variabile (primul termen) și cheltuieli fixe (ultimii doi termeni din membrul al doilea).

3.1.6. La sfîrșitul perioadei de program rămîne o cantitate de plutoniu disponibilă. Valoarea actualizată $V^*_{PR}$ a acestei cantități de plutoniu rezidual, aflat în stoc la sfîrșitul perioadei de program, se poate exprima prin relația

$$V^*_{PR} = \left[\sum_{i=1}^{n} P_i - Y_n s U\right] C_{P_u} \frac{1}{e^{\alpha T}}, \tag{3.9}$$

în care $C_{P_u}$ reprezintă prețul unui kilogram de plutoniu fisionabil.

Înlocuind factorul de actualizare, analog cu (3.5) se obține

$$V^*_{PR} = \left[\sum_{i=1}^{n} P_i - Y_n s U\right] C_{P_u} \frac{1}{(n+1)^{\frac{\alpha}{2\lambda}}}. \tag{3.10}$$

3.1.7. Investițiile conexe în uzinele ciclului de combustibil, inclusiv în cele pentru producerea materialelor speciale ca apa grea, formează un obiect de studiu separat. Ele sînt determinate de fluxurile de materiale care se deduc din programul de CNE. Stabilirea capacităților acestor uzine se face pe baza unor suboptimizări.

După ce se stabilesc capacitățile de producție, costurile și termenele de punere în funcțiune a uzinelor conexe, se poate ține seama în calculul funcției economice a programului nuclear de investițiile conexe totale actualizate pe perioada de program $I^*_{\text{comb}}$.

În cazul unor calcule orientative preliminare, se pot considera investițiile conexe drept o cotă-parte din investițiile în centrala de un anumit tip, afectîndu-se acestora cîte un coeficient $\beta_A$ și $\beta_B$ și considerîndu-se aceleași termene de actualizare. În acest caz, ținînd seama de relația (3.6), se obține

$$I^*_{\text{comb}} = U \sum_{i=1}^{n} [(1 - K_i)\beta_A I_A + K_i \beta_B I_B] \frac{1}{i^{\frac{\alpha}{\lambda}}}. \tag{3.11}$$

### 3.2. CRITERII ECONOMICE. STABILIREA FUNCŢIEI ECONOMICE.

3.2.1. Folosind relaţiile stabilite mai sus, se pot exprima funcţiile economice care să servească pentru compararea diferitelor variante de program şi alegerea soluţiilor optime.

Funcţia economică poate fi exprimată prin cheltuielile totale actualizate, adică investiţiile plus cheltuielile de producţie actualizate la o dată de referinţă. Aceste cheltuieli pot fi considerate fie pe perioada de program, fie pe toată durata de viaţă a centralelor instalate în perioada de program.

De asemenea se pot concepe şi funcţii exprimînd cheltuieli anuale echivalente de calcul sau preţul de cost mediu al energiei electrice produse pe toată durata de program.

3.2.2. Dacă se ia drept criteriu minimul cheltuielilor totale pe întreaga perioadă de program $C_T^*$ actualizate la data începerii acestei perioade, funcţia economică se poate exprima sub forma

$$C^* = I^* + I^*_{\text{comb}} + C^* - V^*_{PR}. \tag{3.12}$$

Ţinînd seama de relaţiile (3.6), (3.7), (3.10) şi făcînd înlocuirile conform relaţiilor (2.5) şi (2.10), se obţine

$$\begin{aligned} C_T^* = {} & U \sum_{i=1}^{n} [(1 - K_i) I_A + K_i I_B] \frac{1}{i^{\frac{\alpha}{\lambda}}} + I^*_{\text{comb}} + \\ & + U \sum_{i=1}^{n} h_i \frac{1}{\lambda} \ln \frac{i+1}{i} \{[i - Y_i + 0{,}5 (K_i - 1) C_A + \\ & + (Y_i - 0{,}5 K_i) C_B\} \frac{1}{[i (i+1)]^{\frac{\alpha}{2\lambda}}} - \\ & - \left[\sum_{i=1}^{n} P_i - Y_n s U\right] C_{P_u} \frac{1}{(n+1)^{\frac{\alpha}{\lambda}}}. \end{aligned} \tag{3.13}$$

Termenul investiţiilor conexe poate fi exprimat conform celor prevăzute la punctul 3.1.7 putîndu-se folosi pentru calcule orientative expresia (3.11).

3.2.3. Dacă se consideră drept criteriu minimul totalului de cheltuieli actualizate ($C^*_{D+T}$), luîndu-se în considerare întreaga durată de viaţă a tuturor centralelor nucleare instalate în cursul perioadei de program, este necesar să se examineze trei perioade (vezi figura 3.1) şi anume :

— perioada de program, $T$ (ani) ;

— perioada I de după program, $D - T$ (ani), în care nu iese din funcţiune nici o centrală, $D$ fiind durata de viaţă a unei centrale nucleare ;

— perioada II-a de după program, $T$ (ani), în care ies din funcţiune treptat toate centralele instalate în perioada de program.

S-a considerat că durata de viaţă a CNE este aceeaşi la convertori şi la reproducători şi este mai mare decît durata de program $T$.

Funcția economică se poate exprima în felul următor (actualizarea făcîndu-se tot pentru începutul perioadei de program) :

$$C^* = I^* + I^*_{comb} + C^*_T + C^*_I + C^*_{II} - V^*_{PR} - V^*_{PRI} - V^*_{PRII}, \quad (3.14)$$

în care :

$C^*_I$ reprezintă cheltuielile actualizate de producție în perioada I de după program, considerînd că toate cheltuielile sînt concentrate la mijlocul acestei perioade, exprimate prin relația

$$C^*_I = (D-T)\, Uh_i\, [(n - Y_n)\, C_A + Y_n C_B] \frac{1}{e^{\alpha \frac{1}{2}(D+T)}}; \quad (3.15)$$

$C^*_{II}$ — cheltuielile actualizate de producție din perioada a II-a de după program și care se poate exprima prin diferența dintre cheltuie-

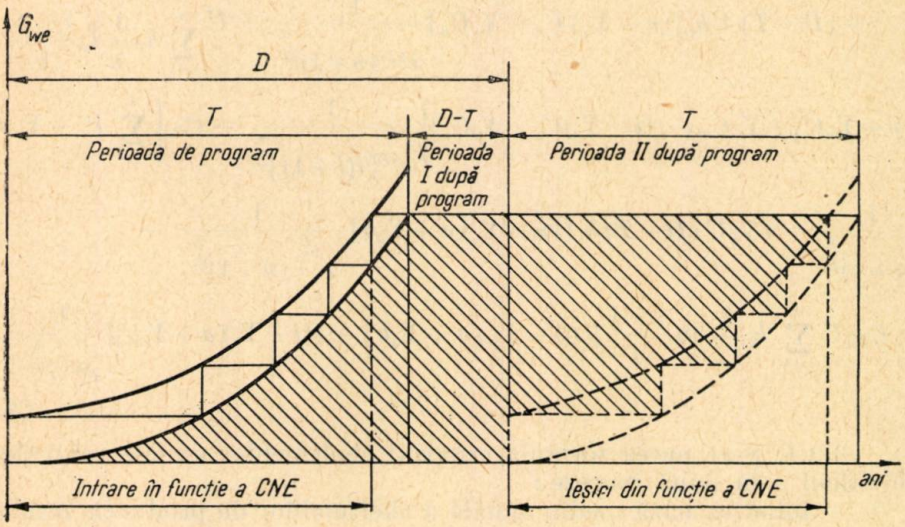



Fig. 3.1. — Graficul pe durata de viață a centralelor nucleare.

lile aferente energiei care s-ar produce dacă ar funcționa toate centralele și cheltuielile aferente energiei ce s-ar fi produs de centralele care ies treptat din funcțiune (vezi 3.1) :

$$C^*_{II} = U \sum_{i=1}^{n} h_i \tau_i \{[(n-Y_n)\, C_A + Y_n C_B] - [(i-Y_i)\, C_A + Y_i C_B]\} \frac{1}{e^{\alpha\left(D+t_i-\frac{\tau_i}{2}\right)}}; \quad (3.16)$$

$V^*_{PRI}$ și $V^*_{PRII}$ — valorile actualizate ale cantităților de plutoniu produse și acumulate în cursul perioadei I, respectiv a II-a de după program :

$$V^*_{PRI} = U\,(D-T)\, h_i\, [(n-Y_n)\, a + Y_n b]\, C_{Pu} \frac{1}{e^{\alpha \frac{1}{2}(D+T)}} \quad (3.17)$$

$$V^*_{PRII} = UC_{P_u} \sum_{i=1}^{n} h_i \tau_i \{[(n-Y_n)a + Y_n b] - [(i-Y_i)a + Y_i b]\} \frac{1}{e^{\alpha\left(D+t_i-\frac{\tau_i}{2}\right)}}. \tag{3.18}$$

Înlocuind în relaţia (3.14) expresiile obţinute şi făcînd înlocuirile ce rezultă din relaţiile (2.5), (2.10), se obţine

$$C^*_{D+T} = U \sum_{i=1}^{n} [(1-K_i)I_A + K_i I_B] \frac{1}{i^{\frac{\alpha}{\lambda}}} + I^*_{\text{comb}} +$$

$$+ U \sum_{i=1}^{n} h_i \frac{1}{\lambda} \ln \frac{i+1}{i} \Big\{ [i - Y_i + 0{,}5(K_i-1)]C_A + (Y_i - 0{,}5\,K_i)C_B \frac{1}{[i(i+1)]^{\frac{\alpha}{2\lambda}}} +$$

$$+ (D-T)\,Uh_i [(n-Y_n)\,C_A + Y_n C_B] \frac{1}{e^{\alpha D}\,(n+1)^{\frac{\alpha}{2\lambda}}} + U \sum_{i=1}^{n} h_i \frac{1}{\lambda} l_n \frac{i+1}{i}$$

$$\Big\{ [n - Y_n C_A + Y_n C_B] - [(i-Y_i)C_A + Y_i C_B] \Big\} \frac{1}{e^{\alpha D}[i(i+1)]^{\frac{\alpha}{2\lambda}}} - C_{P_u} \Big[ \sum_{i=1}^{n} P_i - Y_n s U \Big]$$

$$\frac{1}{(n+1)^{\frac{\alpha}{2\lambda}}} - C_{P_u} U (D-T)\, h_i [(n-Y_n)a + Y_n b] \frac{1}{e^{\alpha\frac{D}{2}}\,(n+1)^{\frac{\alpha}{2\lambda}}} -$$

$$- C_{P_u} U \sum_{i=1}^{n} h_i \frac{1}{\lambda} \ln \frac{i+1}{i} \{[(n-Y_n)a + Y_n b] - [(i-Y_i)a + Y_i b]\} \frac{1}{e^{\alpha D}\, i^{\frac{\alpha}{\lambda}}}. \tag{3.19}$$

3.2.4. S-ar putea formula criteriul cheltuielilor anuale echivalente de calcul $z$ în două ipoteze :

— luînd ca bază media anuală a cheltuielilor de producţie neactualizate ;

— luînd ca bază cheltuielile de producţie din ultimul an al programului sau al unui an oarecare din perioada cînd proporţia dintre centralele reproducătoare şi convertoare devine constantă.

Notînd cu $p$ coeficientul de eficacitate a investiţiilor, obţinem pentru primul caz în baza relaţiilor (3.1) şi (3.2)

$$z = pU [(n-Y_n)I_A + Y_n I_B] + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{n} h_i \frac{1}{\lambda} \ln \frac{i+1}{i} (i-Y_i)\, C_A + (Y_i - 0{,}5\,K_i)C_B], \tag{3.20}$$

iar pentru cel de-al doilea caz

$$z = pUn\,[I_A - r(I_A - I_B) + Uh_n n\,[C_A - r(C_A - C_B)], \tag{3.21}$$

în care s-a notat cu $r = \frac{Y_n}{n}$ coeficientul de penetraţie a centralelor reproducătoare.

3.2.5. Calculul prețului de cost mediu al unității de energie electrică produsă în întreaga perioadă de program de sistemul de centrale nucleare, notat cu $C_{CNE}$, se poate calcula în baza metodei bilanțurilor actualizate prin raportul dintre :

— cheltuielile de producție totale actualizate ale perioadelor $\tau_i$, minus valoarea actualizată a plutoniului rezidual, și

— suma producției de energie electrică în toate perioadele $\tau_i$ de asemenea actualizate ($E^*$) :

$$C_{CNE} = \frac{C^* - V^*_{PR}}{E^*}. \tag{3.22}$$

Dacă se consideră că recuperarea cheltuielilor de producție se face prin cota-parte a încasărilor pentru energia livrată și care sînt concentrate tot la mijlocul perioadelor $\tau_i$, energia produsă și actualizată poate fi exprimată prin relația

$$E^* = \sum_{i=1}^{n} U_i h_i \tau_i \frac{1}{[i(i+1)^{2\lambda}]^{\alpha}}. \tag{2.23}$$

Prețul de cost poate fi calculat și pentru fiecare perioadă $\tau_i$ în parte.

Întrucît pentru un anumit tip de centrală convertoare și un anumit tip de centrală reproducătoare cheltuielile totale de producție sînt determinate de proporția dintre puterile instalate în cele două feluri de centrale, prețul de cost mediu al energiei nucleare variază în timp chiar dacă cheltuielile specifice ale celor două tipuri de centrale se iau constante în timp, bineînțeles în perioada de variație a coeficientului de penetrație.

## 4. CONCLUZII

4.1. Relațiile stabilite în capitolul 3 permit calcularea pe un calculator numeric a valorii funcției economice adoptate pentru numeroase variante, calculate în baza relațiilor din capitolul 2, privind structura programului de centrale nucleare formate din cîte un tip de centrală convertoare și un tip de centrală reproducătoare, cum și alegerea variantei pentru care funcția economică de criteriu prezintă valori minime.

Variantele diferă între ele atît prin indicatorii tehnici și economici ai diferitelor tipuri de centrale nucleare luate în considerație, cît și prin alți parametri care intervin în formule ; varianta optimă determină deci în primul rînd alegerea tipurilor de centrale.

Relațiile stabilite în capitolul 2 permit, pentru varianta rezultată ca optimă sau pentru oricare din celelalte variante, explicitarea cu ajutorul unui calculator a puterilor nucleare instalate în centralele reproducătoare și cele convertoare, termenele de instalare a acestora, cum și calcularea producției de plutoniu și a disponibilului de plutoniu prelucrat pentru diferite perioade.

În consecință, modelul poate fi folosit pentru studiile privind întocmirea unui program de perspectivă optimizat de dezvoltare a centralelor nucleare în țara noastră.

4.2. Indicatorii tehnici şi economici caracterizînd tipurile de centrale nucleare au fost considerate în formulele prezentate drept constante pe perioada de program. Datorită metodei de calcul pas cu pas adoptate, aceşti parametri, pot fi luaţi şi ca variabile pe diferite perioade elementare delimitate de termenele de punere în funcţiune succesivă a centralelor nucleare. Pare raţional însă a nu varia aceşti parametri decît cel mult pe subperioade mai mari (5—10 ani) din program pentru care pot exista unele previziuni pe o perioadă de perspectivă îndelungată, care exprimă tendinţele progresului tehnic aşteptat în domeniile respective. În acest scop, relaţiile de calcul pot fi dezvoltate conform noilor ipoteze.

4.3. Modelul prezentat are ca scop de a fi folosit şi pentru studierea în viitor a problemei optimizării structurii resurselor energetice interne şi externe interesînd dezvoltarea energeticii din ţara noastră.

Modelul prezentat permite studierea încadrării resurselor nucleare în bilanţul energetic general al ţării noastre în funcţie de cerinţele unui model mai general ori prin furnizarea de date tehnice-economice pentru diferite variante, respectiv pentru varianta rezultată din optimizarea domeniului nuclear (suboptim) ori prin includerea modelului parametrizat într-un viitor model mai general.

Modelul prezentat permite parametrizarea funcţiei economice cel puţin în funcţie de parametrul care exprimă evoluţia în timp a puterii nucleare, respectiv a energiei din resurse nucleare.

De asemenea modelul poate furniza pentru diferite variante analizate date de bază necesare pentru rezolvarea unor modele cu privire la optimizarea structurii sistemului electroenergetic naţional.

Metoda calculului de executat pas cu pas permite calcularea economicităţii domeniului nuclear în orice perioadă şi compararea în momentele respective cu valorile care exprimă economicitatea altor purtători sau forme de energie cu care sînt menite să intre în competiţie în perioada respectivă. Acest lucru poate interveni în momente de modificare mai substanţială a structurii resurselor de purtători primari, cum ar fi plafonarea unei resurse interne sau necesitatea intervenţiei în mod masiv a importului de un anumit purtător de energie.

4.4. Prezentul model nu a detaliat aspectele privind fluxurile de materiale nucleare, regimurile de încărcare-descărcare ale reactorilor, cum şi problema necesităţii şi a oportunităţii creării de uzine ale industriei atomice în condiţii optime sau, ca alternativă, recurgerea la importul de materiale nucleare.

În acest scop, modelul prezentat asigură elementele de bază şi totodată permite dezvoltarea sa în vederea cuprinderii şi a acestor aspecte.

## BIBLIOGRAFIE

1. C. Dinculescu, N. Dănilă, C. Wlezek, *Determinarea tipului optim de centrală electrică nucleară şi a competivităţii dintre centralele electrice nucleare şi cele clasice*, Comunicare Inst. polit. Bucureşti, 1966.
2. C. Haiduc, *Metoda de determinare a tipului optim de centrală electronucleară*, Memoriu Inst. de energetică al Academiei, 1966.

3. C. Haiduc, A, Szmuk, *Model matematic de analiză a eficacității utilizării combustibilului în diferite tipuri de reactori nucleari energetici și cicluri de combustibili*, Memoriu Inst. de energetică al Academiei, 1967.
4. A. Szmuk, *Orientarea programelor de dezvoltare a centralelor nuclearoelectrice*, Referat Inst. de energetică al Academiei, 1966.
5. R. Gibrat, *L'économie énergétique nucléaire à long terme*, Energie nucléaire oct.-dec., 1963.
6. R. Gibrat, G. Gaussens, F. Lichtenberger, *Programme et économie des réacteurs rapides*, Rap. Congres III FORATOM Londra, Bulletin ATEN 65 /1967.
7. I. Gaussens, H. Paillot *Etudés des valeurs et des prix du plutonium à long terme; un modèle paramétré simplifié*. Rap. CEA, R 2795, 1965.
8. J. Gaussens, Grimer, Paillot, Thiriet, Zaleski, *Optimisation des réacteurs et structure d'un programme des centrales à neutrons uapides*. Symposium on the use of plutonium as a reactor fuel. Bruxelles SM 88/32, 1967.
9. * * * *Valeur du plutonium à long terme*, EUR 2967 f, 1966.
10. H. Grümm, D. Grupta, W. Häfele, *Ergänzendes Material zum Bericht „Kernbrennstoffbedarf und Kosten verschiedener Reaktorstypen in Deutschland"*, Rap. 466 KFK, Karlsruhe, 1966.
11. H. Grümm, *Wachstumgesetze von Brutreaktor-Systemen*, Nukleonik, *6* (1966)
12. C. Steinert, *Spaltstoffnützung in einer Verbundwirtschaft von Konvertern und Brütern*, Atomwirtschaft, *2* (1967).

# CARACTERISTICILE PROCESULUI DE ARDERE TURBIONARĂ ȘI INFLUENȚA CÎMPULUI DE TEMPERATURI MARGINALE

DE

N. ANTONESCU și I. RĂDULESCU

662.661.662.93

Modelul fizic stabilit pentru arderea turbionară în care suprafața de ardere este considerată ca fiind compusă din două fronturi independente de flacără racordate în partea superioară este corect și se verifică prin datele experimentale obținute. Stabilitatea-limită a flăcării turbionare este condiționată de capacitatea de căldură și de masă a zonelor de recirculație, ceea ce poate fi urmărit pe baza analizei gradienților de temperatură lîngă peretele răcit al incintei din interiorul zonei periferice de recirculație. Formele de front de flacără prezentate, tipice arderii turbionare, precizează gradul de intensificare al procesului de ardere în focar și dependența acestuia de unghiul de turbionare și de parametrii fizico-chimici ai procesului. O metodă analitică de calcul, bazată pe scrierea principalelor ecuații ale fenomenelor care intervin și pe determinarea experimentală a valorii medii pe secțiune a unor parametri, realizează posibilitatea calculului procesului de ardere turbionar în focare de instalații.

În procesele de ardere turbionară, frontul de flacără este compus din două suprafețe de ardere distincte : o suprafață periferică, constituind un front de flacără de tip Λ, caracteristic stabilizărilor periferice, și o suprafață centrală, constituind un front de flacără de tip V, caracteristic stabilizării cvasipunctiforme. Cele două suprafețe sînt racordate în partea superioară la terminarea procesului de ardere.

Stabilizarea frontului periferic de flacără este dată de zona de recirculație marginală care ia naștere pe circumferința focarului, în partea de admisie a amestecului combustibil, ca urmare a faptului că secțiunea de intrare este mai mică decît secțiunea focarului. De notat, de asemenea, că zona de recirculație periferică este în contact cu pereții focarului și, în consecință, parametrii termici ai curenților de recirculare sînt condiționați de caracteristica de răcire a pereților incintei.

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 547 — 559, București, 1968

Stabilizarea frontului de flacără central este dată de circulaţia inversă care apare în zona centrală a unui turbion. Această circulaţie inversă aduce gaze de ardere fierbinţi din regiunea focarului în care arderea este terminată spre regiunea anterioară în care acestea intră în contact cu amestecul combustibil admis în focar. Prin poziţia ei centrală, zona de recirculaţie centrală nu este în contact cu pereţii focarului şi, în consecinţă, parametrii ei termici vor fi funcţie numai de parametrii termici ai gazelor rezultate din ardere.

Modelul fizic al flăcării turbionare descris mai sus este prezentat schematic în figura 1.

Din cercetările anterioare [1] şi în concordanţă cu măsurătorile efectuate asupra cîmpului de viteze care apare într-o curgere turbionară în incinta focarului, momentul cantităţii de mişcare $M$ imprimat iniţial jetului este unul dintre criteriile principale de analiză a arderii turbionare, fie că se acceptă o lege de tipul $M_0 = M = \text{const}$, lege care caracterizează cu suficientă precizie procesele din focare cu turbionare elicoidală, fie că se alege o lege mai generală de tipul $M_0 = cM = \text{const}$, unde $c$ este un coeficient constant supraunitar (1,1—1,3), lege găsită de L. L. Kalişevski [2] pentru procesele din focare-ciclon cu admisie tangenţială.

Principalele legi care se aplică în plus la studiul arderii turbionare în incinte sînt : legea conservării masei, legea de legătură între creşterea vitezei tangenţiale şi vitezei axiale, conservarea impulsului vitezelor axiale, conservarea energiei şi legea care dă poziţia frontului de flacără : conservarea masei amestecului combustibil.

Existenţa a două fronturi de flacără independente care limitează zona ocupată de amestecul combustibil proaspăt în incinta de ardere, stabilizate în condiţii diferite şi plasate în zone cu caracteristici aerodinamice diferite, avînd ca singur punct comun punctul extrem de joncţiune, face ca rezolvarea analitică a sistemului de ecuaţii care descriu legile fundamentale ale procesului să fie practic imposibilă în coordonate cilindrice ca la flăcările liniare. Metoda adoptată pentru acest caz este alegerea unui sistem de axe de coordonate în care una dintre axe este axa de simetrie a frontului de flacără. Simplificarea adusă presupune însă determinarea exprimentală a axei flăcării şi, în consecinţă, determinarea funcţie de viteză, dozaj şi unghi de turbionare a formei frontului de flacără în focar. Ulterior sistemul de ecuaţii va putea fi completat şi cu o condiţie de tip experimental, relaţie care să precizeze pentru diferitele valori ale parametrilor iniţiali axa în raport cu care se face integrarea. Mai trebuie precizat că, zonele de recirculaţie fiind din punct de vedere aerodinamic zone închise, se poate accepta ca ipoteză de calcul existenţa unei incinte de secţiune variabilă, echivalentă cu secţiunea efectivă de circulaţie a produselor în focar, în care caz este necesară numai determinarea mărimii zonelor de recirculaţie, determinare posibil de făcut experimental, după cum se va arăta în continuare şi introducerea unor condiţii de contur privind fluxurile de căldură introduse şi cedate.

Ca rezultat al unui număr mare de determinări experimentale, efectuate pe o instalaţie de cercetare permiţînd varierea în domenii largi a vitezei amestecului combustibil, dozajului combustibil-aer şi unghiurilor caracteristice de turbionare, s-a putut elabora un tablou complet al arderii în focare turbionare. Dacă din punctul de vedere al aprinderii cele

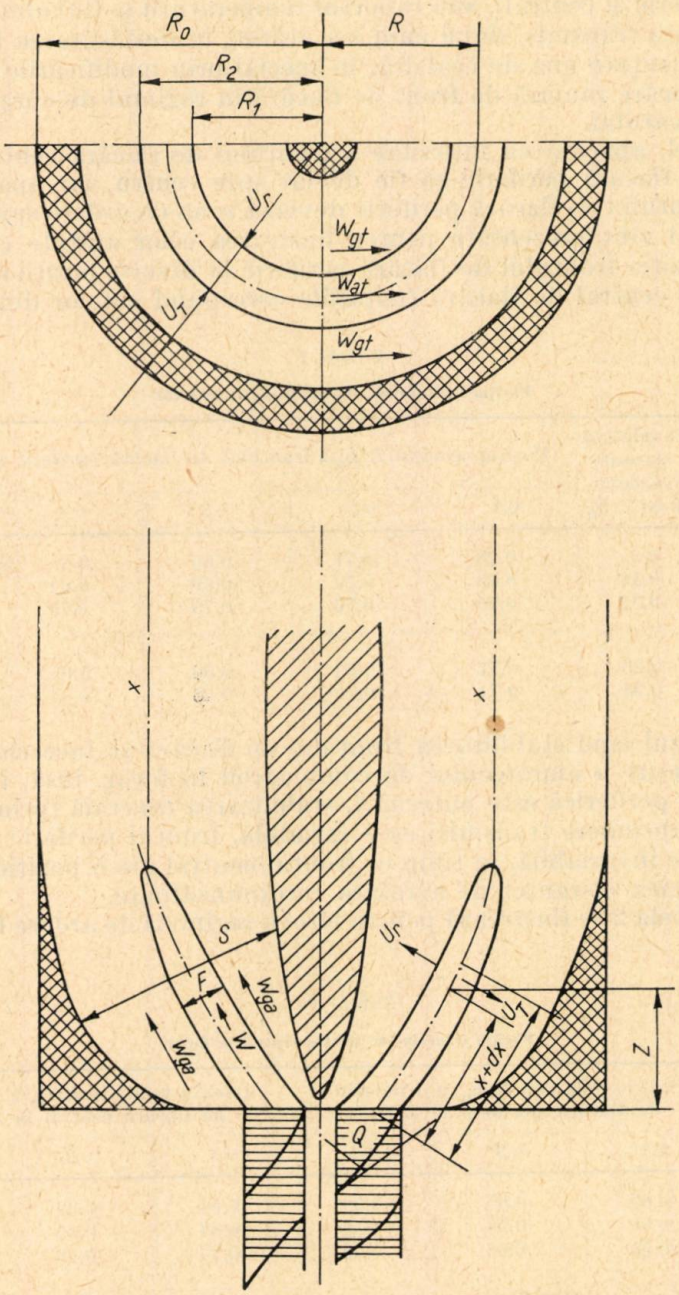



Fig. 1. — Modelul fizic al flăcării turbionare.

două ramuri din care se compune frontul de flacără sînt independente unul în raport cu celălalt ca urmare a independenţei zonelor de recirculaţie (periferic şi central), sub raportul temperaturii şi fluxului de energie de aprindere transmis, după cum s-a arătat, în desfăşurarea lor ele sînt totuşi influenţate una de cealaltă, în special prin modificările pe care le produce fiecare ramură de front de flacără în regimul de curgere din interiorul focarului.

Astfel, apariţia cu întîrziere a frontului de flacără central face ca frontul de flacără periferic să fie deviat spre centru, iar apariţia întîrziată a frontului de flacără periferic deviază zona de ardere spre periferie. În tabela 1 sînt prezentate pentru ilustrarea celor arătate cîteva date privind poziţia frontului de flacără periferic la diverse poziţii de acroşare a frontului central de flacără (notaţiile corespund cotelor din figura 1).

*Tabela 1*

**Poziţia frontului de flacără periferic în focar**

| $\theta = 30°$ | Cota relativă de acroşare a frontului central $Z/R_0$ | Poziţia relativă $R/R_0$ a frontului de flacără periferic la $Z/R_0$ = | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
| $w = 20 \frac{m}{s}$ | 0 | 0,73 | 0,71 | 0,60 | 0 — | — |
| | 0,16 | 0,73 | 0,72 | 0,69 | 0,64 | — |
| | 0,32 | 0,75 | 0,76 | 0,75 | 0,73 | 0,70 |
| $w = 30 \frac{m}{s}$ | 0,26 | 0,71 | 0,69 | 0,66 | 0,65 | — |
| | 0,34 | 0,71 | 0,70 | 0,68 | 0,65 | — |

În cazul cînd stabilizarea frontului de flacără se face chiar în secţiunea de ieşire a amestecului de combustibil în focar, însă, în timp ce stabilizarea periferică este puternică, stabilizarea centrală (prin fluxul de energie de aprindere transmis) este variabilă, frontul periferic de flacără are o poziţie invariabilă, în timp ce frontul central are o poziţie variabilă după mărimea distanţei de acroşare corespunzătoare.

În tabela 2 se ilustrează pentru cîteva regimuri de ardere fenomenul analizat.

*Tabela 2*

**Poziţia frontului de flacără central în focar**

| $\theta = 45°$ | Poziţia relativă $R/R_0$ a frontului de flacără periferic la $Z/R_0$ = | | | Poziţia relativă $R/R_0$ a frontului de flacără central la $Z/R_0$ = | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,1 | 0,2 | 0,3 |
| $w = 30 \frac{m}{s}$ | 0,69 | 0,64 | 0,59 | 0,91 | 0,92 | 0,95 |
| | 0,69 | 0,64 | 0,59 | 0,84 | 0,85 | 0,90 |
| | 0,69 | 0,64 | 0,59 | 0,77 | 0,78 | 0,85 |

Un ultim caz, întîlnit în general la unghiuri de turbionare mari, este acela cînd atît stabilizarea centrală, cît şi cea periferică au aproximativ aceeaşi eficienţă. Fronturile de flacără se prezintă atunci ca suprafeţe

ce se înfășoară una pe alta, simetric așezate față de o suprafață de simetrie invariabilă.

În figurile 2—5 sînt prezentate rezultatele experimentale privind poziția frontului de flacără în focar pentru un domeniu larg de variație a parametrilor de funcționare a focarelor.

Ca o apreciere generală privind suprafața de ardere în regimuri turbionare se remarcă, în primul rînd, că arderea intensivă duce la lungimi foarte mici ale flăcării și, în al doilea rînd, că forma flăcării este mult influențată de unghiul de turbionare inițial.

La unghiuri de turbionare mici ($\theta = 30°$), suprafața de ardere este mai apropiată de centrul focarului și distanța dintre frontul central și cel periferic este mare. La unghiuri mari ($\theta = 60°$), flăcările sînt mult mai evazate și subțiri, aceste efecte fiind o consecință a modificării regimului aerodinamic al focarului.

În ceea ce privește lungimea flăcării, variația cu parametrii definitori ai regimului poate fi urmărită tot în figurile prezentate. Valorile de lungimi de flacără pot fi folosite în calculele de proiectare, acestea reprezentînd și valorile minime ale porțiunii libere a focarului.

Datele experimentale prezentate completează funcțiile specifice care intervin în sistemul analitic de ecuații ce descrie modelul fizic prezentat la începutul lucrării. Efectuînd unele transformări și simplificări în scrierea ecuațiilor de bază [3] și notînd rezultatele integralelor pe secțiune a diferiților parametri prin paranteze barate, se obține în final un sistem de ecuații diferențiale cu ajutorul căruia se pot determina cele opt necunoscute ale problemei:

$w_{aa}$ — viteză axială a amestecului combustibil în focar;
$w_{ag}$ — viteza axială a gazelor de ardere în focar;
$w_{ta}$ — viteza tangențială a amestecului combustibil;
$w_{tg}$ — viteza tangențială a gazelor de ardere;
$p$ — presiunea pe o linie de curent;
$F$ — suprafața secțiunii ocupată de amestecul combustibil în focar;
$Q$ — efectul termic al arderii;
$R$ — proporția de gaze de ardere în secțiune.

$$R = \frac{\int_F^S \rho_g w_{ag} \mathrm{d}F}{\int_0^S \rho_a w_{aa_0} \mathrm{d}F},$$

care fiind determinată dintr-o relație de debite masice, afectează numai vitezele axiale (cu indicele $o$ sînt notate mărimile inițiale la intrare în incintă);
$x$ — coordonată în lungul focarului.

Din cele nouă variabile, una se alege ca parametru, astfel că toate rezultatele se obțin într-un sistem de referință, cel mai convenabil din punctul de vedere al calculului fiind alegerea presiunii ca parametru.

Ecuația conservării masei

$$\mathrm{d}F\,[(\overline{\rho_g w_{ag}}) - (\overline{\rho_a w_{aa}})] + \rho_g (S - F)\,\mathrm{d}w_{ag} + \overline{\rho}_a \cdot F \cdot \mathrm{d}w_{aa} = 0. \qquad (1)$$

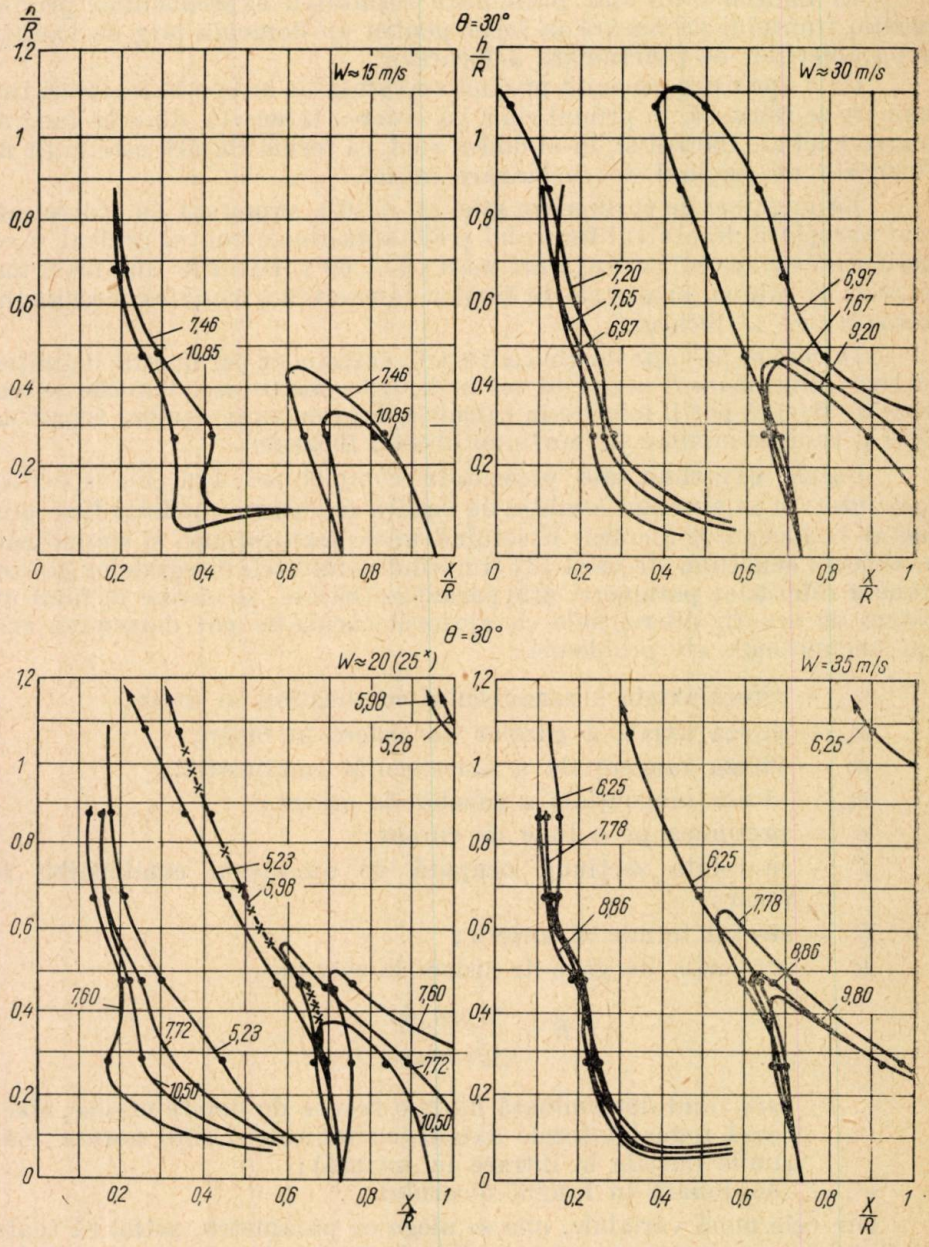



Fig. 2. — Poziția frontului de flacără în focar pentru $\theta = 30°$ și viteze de admisie $w = 15$, $w = 20$, $w = 25$, $w = 30$, $w = 35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

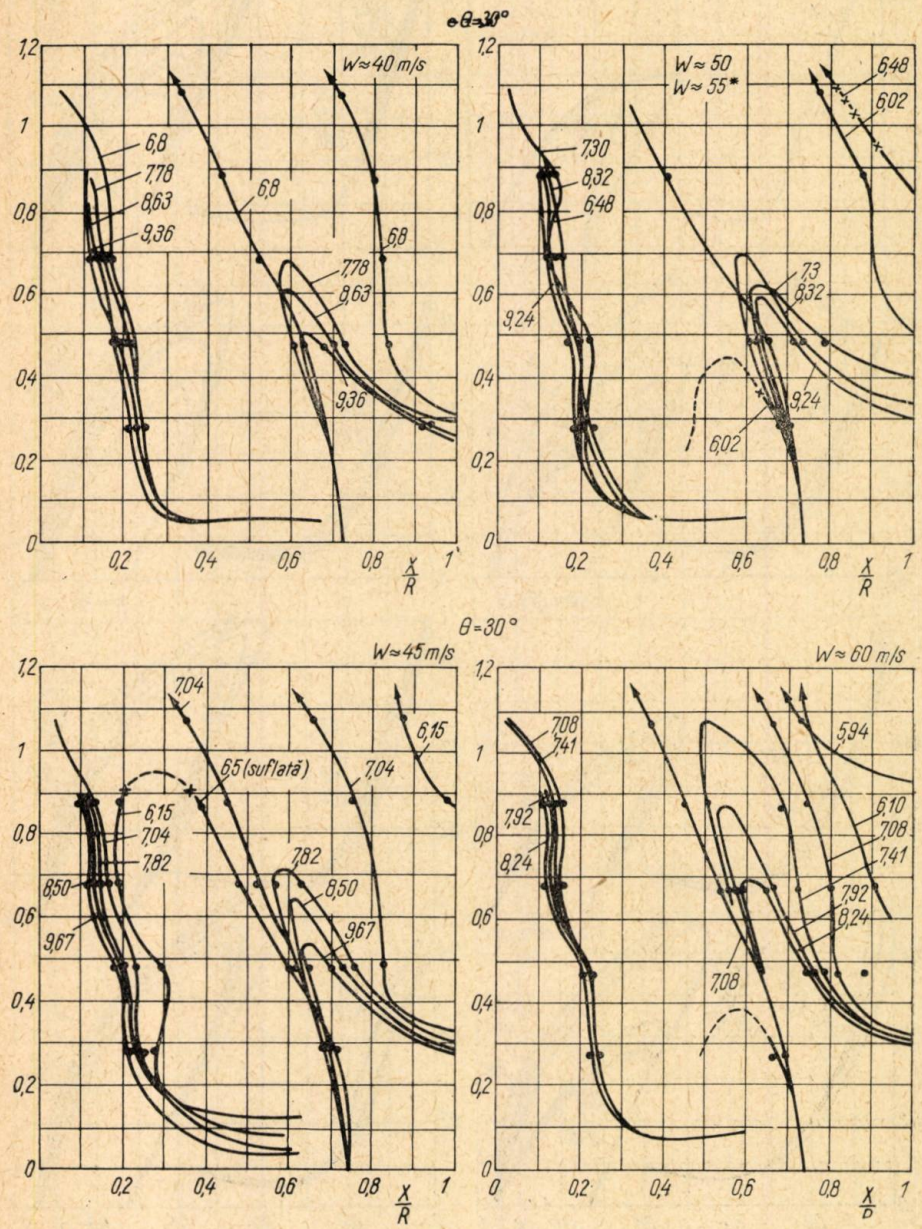



Fig. 3. — Poziția frontului de flacără în focar pentru $\theta = 30°$ și viteze de admisie $w = 40$, $w = 45$, $w = 50$, $w = 55$, $w = 60 \frac{m}{s}$.

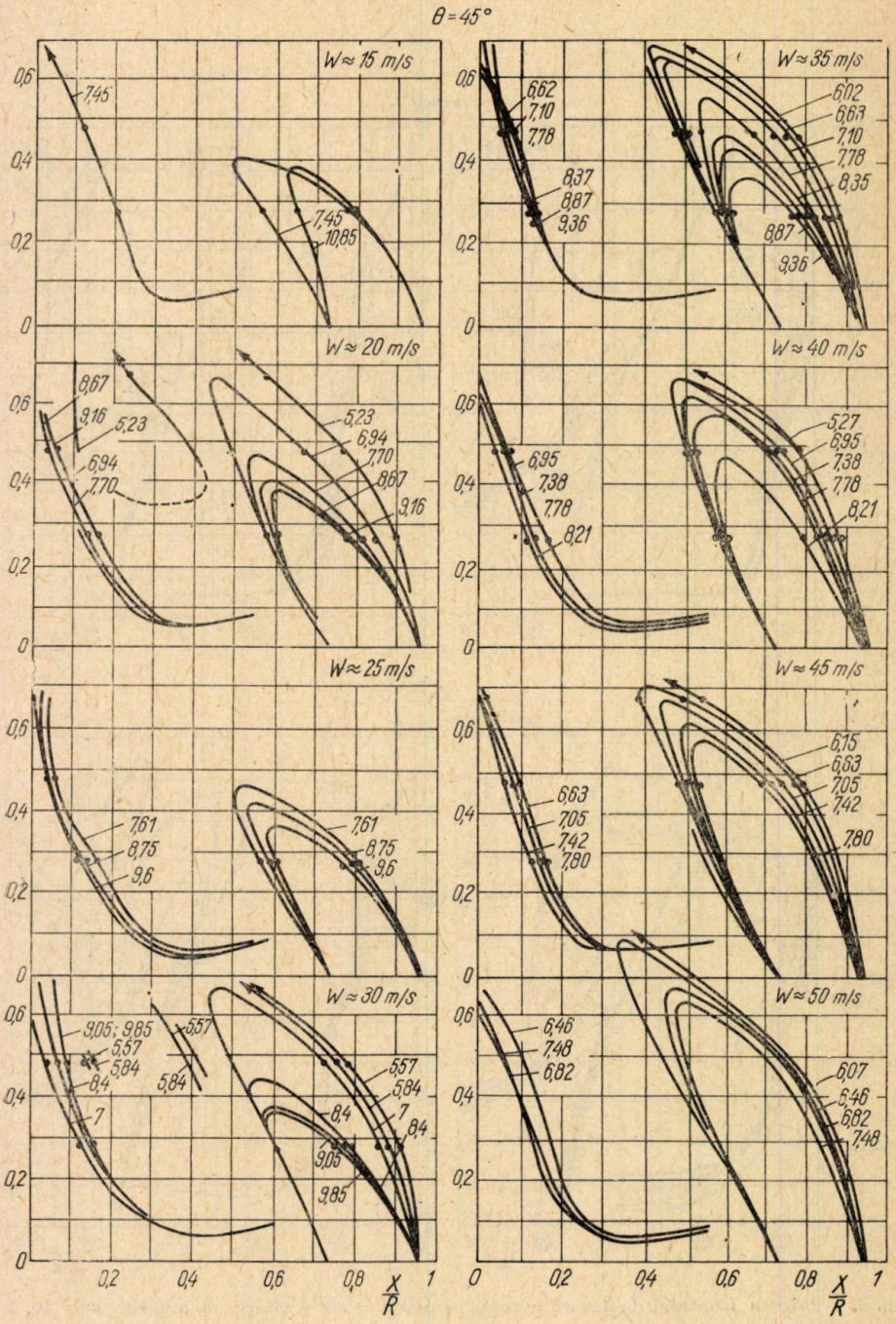



Fig. 4. — Poziția frontului de flacără în focar pentru $\theta = 45°$ și viteze de admisie $w = 15$, $w = 20$, $w = 25$, $w = 30$, $w = 35$, $w = 40$, $w = 45$, $w = 50 \frac{m}{s}$.

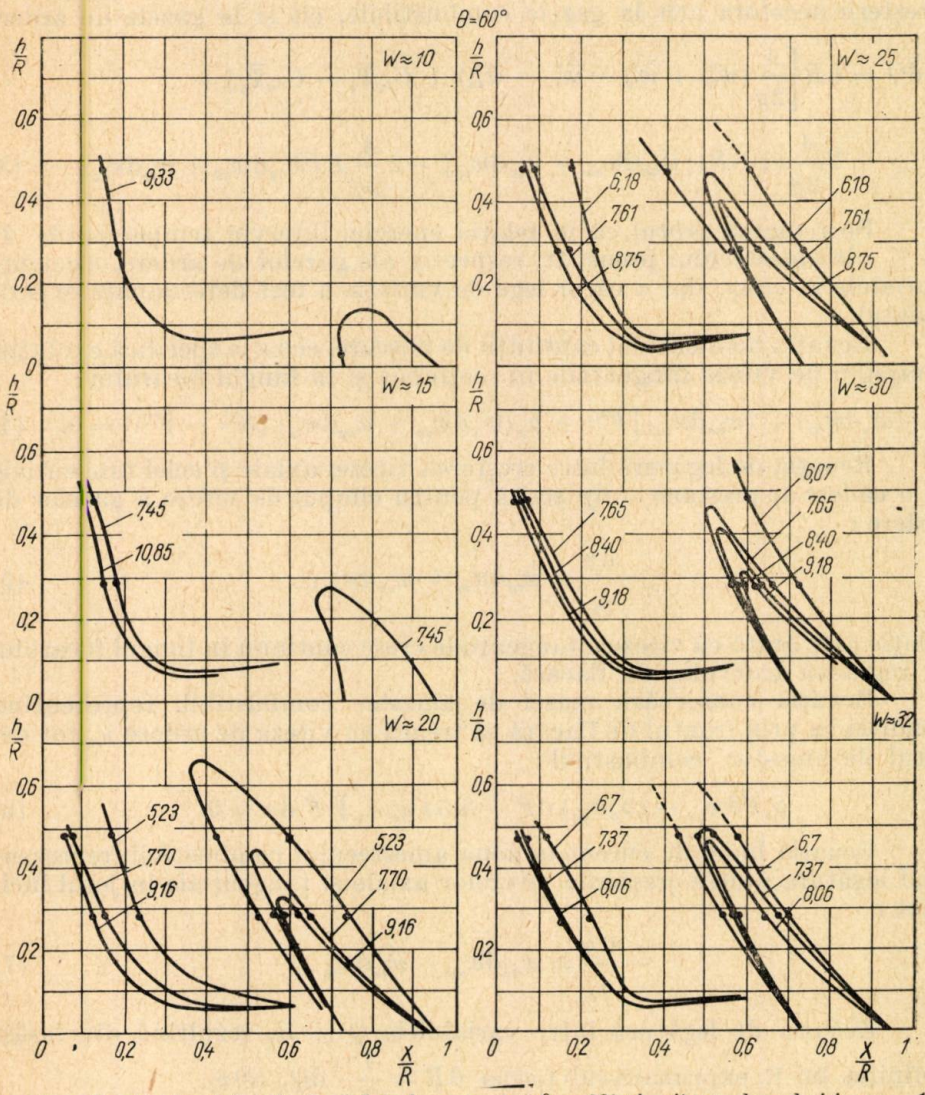



Fig. 5. — Poziţia frontului de flacără în focar pentru $\theta = 60°$ şi viteze de admisie $w = 10$, $w = 15$, $w = 20$, $w = 25$, $w = 30$, $w = 32 \frac{m}{s}$.

Ecuaţia impulsului, ecuaţie care priveşte de asemenea numai componentele axiale ale cîmpului de viteze

$$-S\mathrm{d}p=\mathrm{d}F\left[(\overline{\rho_g w_{ag}})^2-(\overline{\rho_a w_{aa}})^2\right]+2(\overline{\rho_g w_{aa}})F\mathrm{d}w_{aa}+2(\overline{\rho_g w_{ag}})(S-F)\mathrm{d}w_{ag}. \quad (2)$$

Ecuaţia conservării energiei, în care pe lîngă efectul termic al reacţiei vor apărea şi energiile cinetice respective ale vitezelor tangenţiale şi creşterii acestora atît la gazele combustibile, cît şi la gazele de ardere

$$\mathrm{d}Q=\mathrm{d}R\left[\frac{A}{2g}(\overline{w}_{ag}^2+\overline{w}_{tg}^2-\overline{w}_{aa}^2-\overline{w}_{ta}^2)+C_{pg}\overline{T}_g-C_{pa}\overline{T}_a\right]+$$

$$+2\frac{A}{2g}(1-R)\left[\overline{w_{aa}}\mathrm{d}w_{aa}+\overline{w_{ta}}\mathrm{d}w_{ta}\right]+2\frac{A}{2g}R\left[\overline{w_{ag}}\mathrm{d}w_{ag}+w_{tg}\mathrm{d}w_{tg}\right]. \quad (3)$$

Se remarcă faptul că în relaţia energiei intervin temperaturile $T_a$ şi $T_g$ ale amestecului proaspăt, respectiv ale gazelor de ardere, elemente variabile în cîmp, dar a căror lege de variaţie a fost determinată experimental.

Ecuaţia momentului cantităţii de mişcare, ecuaţie specifică evoluţiei cîmpului de viteze tangenţiale în secţiunea şi în lungul focarului :

$$\overline{\rho}_a\left[(\overline{w}_{ta}\mathrm{d}w_{aa})+(\overline{w}_{aa}\mathrm{d}w_{ta})\right]F^{3/2}+\overline{\rho}_g(\overline{w}_{tg}\mathrm{d}w_{ag}+\overline{w}_{ag}\mathrm{d}w_{tg})(S^{3/2}-F^{3/2})=0. \quad (4)$$

Ecuaţia de legătură între creşterea vitezei axiale şi celei tangenţiale la o cădere de presiune $-\mathrm{d}p$ scrisă pentru cîmpul de viteze a gazelor de ardere :

$$-\frac{\mathrm{d}p}{\rho_g}=\overline{w}_{tg}\mathrm{d}w_{tg}+\overline{w}_{ag}\mathrm{d}w_{ag}, \quad (5)$$

relaţie care arată că vitezele tangenţiale cresc continuu în lungul focarului în regiunea frontului de flacără.

Ecuaţia conservării masei de amestec combustibil, reprezentînd condiţia ca prin frontul de flacără să treacă cu viteza de ardere $u_T$ tot debitul de amestec combustibil :

$$\overline{\rho}_a F\mathrm{d}w_{aa}-(\overline{\rho_a w_{aa}})\,\mathrm{d}F+3{,}54\,u_T\,\overline{\rho}_a\sqrt{F}\,\mathrm{d}x=0. \quad (6)$$

Ecuaţia liniei de curent în zona amestecului combustibil, reprezentînd legătura dintre creşterile vitezelor axiale şi tangenţiale în jetul incident :

$$-\frac{\mathrm{d}p}{\rho_a}=\overline{w}_{aa}\mathrm{d}w_{aa}+\overline{w}_{ta}\mathrm{d}w_{ta}. \quad (7)$$

Ecuaţia de legătură între variabilele $Q$ şi $R$, rezultînd din însăşi definiţia lui R exprimată sub forma $\mathrm{d}R=\frac{1}{Q_0}\cdot\mathrm{d}Q$, este

$$\mathrm{d}Q=Q_0\cdot\mathrm{d}R. \quad (8)$$

Sistemul de ecuaţii de mai sus se rezolvă cu ajutorul maşinii analogice de calcul, nefiind diferit ca structură de cel rezolvat anterior pentru arderea în curent liniar [4]. Sistemul are drept condiţii de contur cîmpul

de temperaturi în vecinătatea peretelui focarului, condiții introduse, pe de o parte, în determinarea valorii medii a temperaturilor și, pe de altă parte, prin exprimarea gradienților de temperatură la perete, după cum se va arăta în continuare. În ceea ce privește valorile inițiale ale vitezelor gazelor de ardere se vor adopta formulele

$$(\bar{w}_{ag})_0 = \frac{1}{\rho_g}\,\overline{(w_{aa} \cdot \rho_a)_0} \tag{9}$$

și

$$(\bar{w}_{tg})_0 = \frac{1}{\rho_g}\,\overline{(w_{ta} \cdot \rho_a)_0}, \tag{10}$$

rezultate din trecerea la limită a relațiilor (1), (5), (7).

Determinarea gradientului de temperatură la perete aduce o serie de precizări importante în cunoașterea modelului fizic al arderii turbionare, și în special în explicarea fenomenelor la limita de stabilitate. În același timp, fiind o condiție determinantă pentru un anumit regim de ardere, valoarea gradienților de temperatură la perete, exprimată sub formă de relație de variație cu coordonatele alese, poate înlocui în sistemul de ecuații diferențiale prezentat anterior oricare dintre ecuațiile care caracterizează un cîmp de parametrii.

Măsurătorile de temperatură realizate experimental au permis calculul gradienților de temperatură la perete într-un domeniu larg de variație a parametrilor fizico-chimici ai procesului de ardere. Un interes deosebit îl prezintă gradienții de temperatură în zona de stabilizare periferică cuprinsă între peretele focarului și frontul de flacără).

În figura 6 sînt prezentate sub formă de curbe medii valorile gradienților de temperatură în zona de stabilizare periferică pentru diferite viteze de admisie a amestecului combustibil, la fiecare regim fiind date două curbe : una (figurată punctat) reprezintă gradienții la arderea stabilă atunci cînd dozajul combustibil-amestec combustibil este în jurul valorii stoechiometrice ($\varphi$ = 8,2...10,5) și a doua (figurată cu linie plină) reprezintă gradienții la limita de rupere în general la dozaje mici ($\varphi$ = = 5,2...6,3). Numerele care indică curbele au următoarea semnificație :

1) gradienți medii în zona din vecinătatea peretelui cuprinsă între 0 și 10 mm ;
2) gradienți medii în zona 10—20 mm ;
3) gradienți medii în zona 20—30 mm.

Curbele caracteristice 3) nu întrec în general cota pe axul focarului $h/R_0 = 0{,}5$, deoarece se atinge limita superioară a zonei periferice de recirculație.

Analiza curbelor prezentate aduce cîteva precizări asupra efectului de răcire al pereților. Astfel, în cazul arderii stabile, gradienții de temperatură sînt mari, ceea ce arată posibilitatea de existență în vecinătatea peretelui a unui front de flacără de temperatură înaltă și transmiterea unui important flux de căldură la peretele răcit. În acest caz, fluxul de energie de aprindere trebuie să fie mic, iar fluxul preluat din frontul de flacără suficient de mare, astfel încît bilanțul termic al zonei de recirculație să se închidă pentru o temperatură medie a gazelor din zonă mai mare decît

temperatura de aprindere limită. Aceste condiţii sînt îndeplinite în general la concentraţii de combustibil în amestec în vecinătatea proporţiei stoechiometrice şi la viteze mari de curgere. La regimuri caracterizate prin arderea unui amestec combustibil cu un dozaj redus de combustibil, pe de o parte datorită creşterii puternice a energiei de aprindere, pe de altă parte datorită micşorării temperaturii gazelor de ardere în frontul

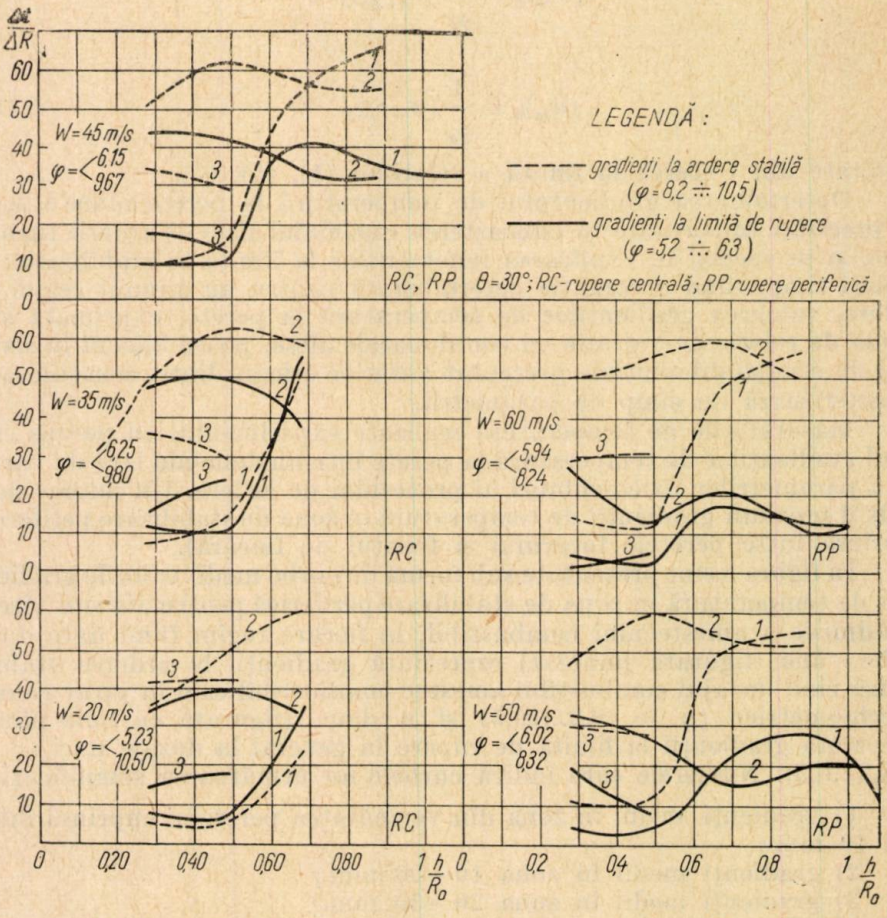



Fig. 6. — Curbe medii de gradienţi de temperatură în zona de stabilizare periferică.

de flacără, gradienţii de temperatură care pot fi realizaţi în zona de recirculaţie periferică sînt mici şi, în consecinţă, stabilitatea aprinderii scade atît de mult, încît se atinge regimul de rupere.

Curbele de gradienţi de temperatură prezintă o importanţă mare şi în calculul funcţiilor criteriale de schimb de căldură în zonele de stabilizare, date pentru determinarea distanţei de acroşare a frontului de flacără [5].

Existenţa unui schimb complex de căldură şi de masă în aceste zone face ca determinarea coeficienţilor de calcul să poată fi făcută numai

experimental pe cazuri similare, una dintre posibilitățile de calcul fiind tocmai determinarea gradienților de temperaturi în zone.

★

În concluzie se poate afirma că modelul fizic stabilit pentru arderea turbionară, în care suprafața de ardere este considerată ca fiind compusă din două fronturi independente de flacără racordate în partea superioară, este corect și se verifică prin datele experimentale obținute. Stabilitatea-limită a flăcării turbionare este condiționată de capacitatea de schimb de căldură și de masă a zonelor de recirculație, ceea ce poate fi urmărit pe baza analizei gradienților de temperatură lîngă peretele răcit al incintei din interiorul zonei periferice de recirculație.

Formele de front de flacără prezentate în diagramele de sintetizare a datelor experimentale, tipice arderii turbionare, precizează gradul de intensificare a procesului de ardere în focar și dependența acestuia de unghiul de turbionare și de parametrii fizico-chimici ai procesului. O metodă analitică de calcul, bazată pe scrierea principalelor ecuații ale fenomenelor care intervin și pe determinarea experimentală a valorii medii pe secțiune a unor parametri, realizează posibilitatea calculului procesului de ardere turbionar în focare de instalații termice.

## BIBLIOGRAFIE

1. N. Antonescu, L. Costea, C. Arieșanu, *Unele aspecte privind desfășurarea procesului de ardere în curent turbionar*, St. cerc. energ. S.C.E. *XII*, 2 (1962).
2. Л. Л. Калишевкси, *Структура потока и аэродинамические характеристики циклонной камери при горении*, Сборник *Исследование котельнотопоных процессов*, nr. 4, Машгиз, Москва, 1958 pg. 55—57
3. N. Antonescu, I. Rădulescu, *Procese staționare de aprindere și stabilizare a arderii amestecurilor de combustibil omogene turbionare în incinte semiînchise*, memoriu I.E., 1967.
4. — *Procese staționare de aprindere a amestecului combustib il gazos în curent liniar din incinte semiînchise*, memoriu I.E., 1966.
5. — *Stabilitatea flăcărilor turbionare în incinte răcite*, St. cerc. energ. electr., *XIII*, 2 (1968).

# METODĂ PENTRU DETERMINAREA TEMPERATURII FINALE DE PREÎNCĂLZIRE REGENERATIVĂ ÎN CENTRALELE TERMOELECTRICE CU SUPRAÎNCĂLZIRE INTERMEDIARĂ

DE

NICOLAE DĂNILĂ şi DAMIAN GRECOV

621.311.22

Se stabileşte o metodă de calcul pentru determinarea temperaturii finale optime de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare la centralele termoelectrice cu supraîncălzirea intermediară a aburului pentru diferitele cazuri de realizare a schemei termice a centralei. Calculele numerice efectuate atestă precizia formulelor propuse.

Necesitatea de a se obţine un minim al consumului specific de combustibil în proiectarea şi exploatarea centralelor termoelectrice de mare putere cu parametri înalţi şi supraîncălzire intermediară a aburului impune o analiză termodinamică aprofundată a influenţei diferiţilor parametri de lucru asupra economicităţii instalaţiei energetice. Din acest punct de vedere, un rol important îl joacă alegerea temperaturii adecvate de preîncălzire finală a apei de alimentare a instalaţiei regenerative.

Lucrarea de faţă îşi propune găsirea unei metode de calcul a temperaturii optime finale de preîncălzire regenerativă, ţinîndu-se seama de influenţa procesului de supraîncălzire intermediară asupra pierderilor ireversibile în sistemul regenerativ şi asupra condiţiilor de realizare a schemei termice din cadrul centralei termoelectrice.

În schemele centralelor termoelectrice existente [1] se pot întîlni atît cazurile în care sistemul regenerativ are 1 sau 2 preîncălzitoare regenerative la presiuni superioare presiunii de supraîncălzire intermediară, cît şi cazul cînd presiunea de supraîncălzire intermediară corespunde presiunii prizei regenerative de alimentare a primului preîncălzitor.

Avînd în vedere că temperatura optimă finală de preîncălzire a apei de alimentare este funcţie de economicitatea schemei regenerative adoptate [2], în lucrare se vor analiza mai întîi cazurile extreme, adică atît schemele cu toate preîncălzitoarele de amestec $C_z$, care, deşi nu au o

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 561—575, Bucureşti, 1968

aplicaţie practică la ciclurile cu supraîncălzire intermediară, prezintă teoretic economicitatea cea mai ridicată, cît şi schemele cu toate preîncălzitoarele de suprafaţă $F_z$ fără răcirea drenajului, care posedă economicitatea cea mai redusă.

Schemele reale regenerative formate din combinarea preîncălzitoarelor de suprafaţă $F$ şi a preîncălzitoarelor de amestec $C$ vor avea o economicitate cuprinsă între economicitatea schemelor $C_z$ şi $F_z$.

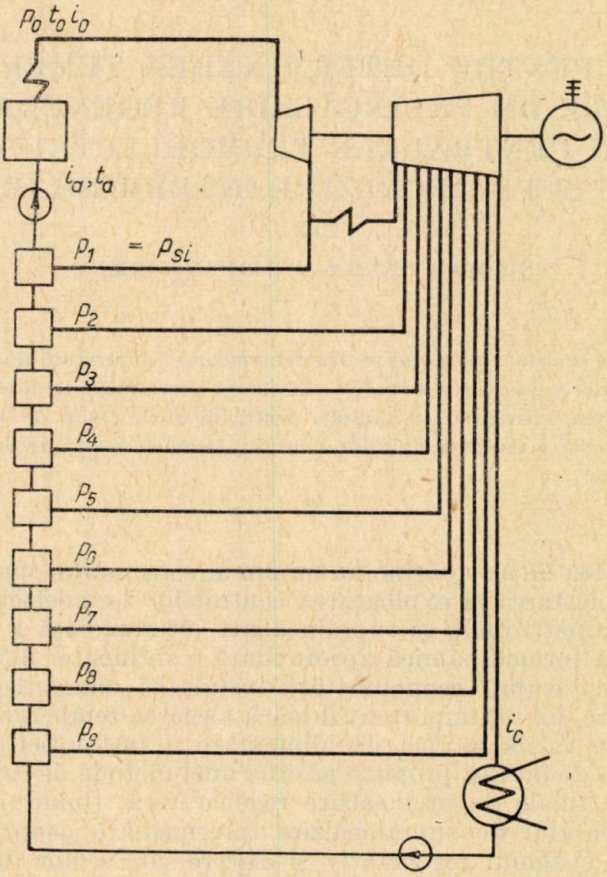



Fig. 1. — Schema regenerativă teoretică $I_z$ cu supraîncălzire intermediară.

Se va trata la început cazul în care presiunea de supraîncălzire intermediară este aleasă, pe baza unui antecalcul, corespunzător zonei de optim (presiunea optimă de supraîncălzire intermediară se poate determina conform metodei date în [3]), iar temperatura finală de preîncălzire $t_a$ poate varia independent de valoarea presiunii de supraîncălzire intermediară, scoţîndu-se în evidenţă influenţa economicităţii schemei regenerative asupra valorii optime $t_a^{opt}$.

În partea a doua a lucrării se tratează cazul mai complex cînd valoarea presiunii de supraîncălzire intermediară $p_{si}$ corespunde prizei de

abur regenerativ a primului preîncălzitor, adoptîndu-se pentru acest caz schema teoretică regenerativă $I_z$ (fig. 1), care posedă o economicitate medie [2].

### 1. DETERMINAREA VALORII $t_a^{opt}$ PENTRU CAZUL SCHEMEI REGENERATIVE TEORETICE $C_z$ ($p_{si}$ = const)

Dacă se notează cu $Z_1$ numărul de preîncălzitoare regenerative situate la presiuni superioare valorii $p_{si}$ şi cu $Z_2$ numărul de preîncălzitoare alimentate cu abur din prizele corpului de joasă presiune al turbinei, atunci numărul total de preîncălzitoare, ţinînd seama şi de preîncălzitorul alimentat din priza de presiune $p_{si}$ va fi $Z = Z_1 + 1 + Z_2$.

Se poate demonstra că, dacă se consideră 1 kgf agent de lucru la intrarea în cazanul de abur, cantitatea de abur trimisă în supraîncălzitorul intermediar va fi

$$\alpha_{si} = \prod_{Z_1} (1 - x_{1i})\,(1 - x_1^*), \tag{1}$$

în care

$$1 - x_{1i} = \frac{q_{1i}}{q_{1i} + \dfrac{i_a - i_g}{Z_1}}; \qquad 1 - x_1^* = \frac{q_1^*}{q_1^* + i_g - i_{g+1}} \tag{2}$$

În relaţiile (1) şi (2) s-au introdus următoarele notaţii :

$q_{1i}\left[\dfrac{\text{kcal}}{\text{kgf}}\right]$ — căldura cedată prin condensare a unui kgf de abur prelevat din prizele $i$ ale turbinei la presiuni superioare valorii $p_{si}$ ;

$q_1^*\left[\dfrac{\text{kcal}}{\text{kgf}}\right]$ — valoarea $q_{1i}$ pentru priza corespunzătoare valorii $p_{si}$ ;

$i_g, i_{g+1}\left[\dfrac{\text{kcal}}{\text{kgf}}\right]$ — entalpiile apei de alimentare, respectiv la ieşire din şi la intrare în preîncălzitorul regenerativ corespunzător prizei de presiune $p_{si}$.

Se remarcă faptul că valoarea creşterii de entalpie $i_g - i_{g+1}$ în preîncălzitorul situat la presiunea $p_{si}$, conform cu [4] şi [5], va trebui să fie mai mare decît în restul preîncălzitoarelor alimentate cu abur din prizele $p < p_{si}$ în vederea micşorării pierderilor ireversibile suplimentare care apar în sistemul regenerativ datorită aplicării procesului de supraîncălzire intermediară.

După cum se va observa în continuare, alegerea creşterii de entalpie $i_g - i_{g+1}$ nu influenţează sensibil valoarea optimă $i_a$ pentru o valoare impusă $i_g$ care corespunde prizei de presiune $p_{si}$. Cantitatea de abur care ajunge în condensator va fi

$$\alpha_c = \prod_{Z_1} (1 - x_{1i}) \cdot \prod_{Z_2} (1 - x_{2i})\,(1 - x_1^*), \tag{3}$$

în care

$$1 - x_{2i} = \frac{q_{2i}}{q_{2i} + \frac{i_{g+1} - i_c}{Z_2}}, \tag{4}$$

iar

$q_{2i}\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}\right]$ — căldura cedată prin condensare de un kgf abur prelevat din prizele situate la presiuni $p < p_{si}$,

$i_c\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}\right]$ — entalpia condensatului.

Ţinînd seama de faptul că valorile $q_{1i}$ se pot considera cu aproximaţie egale între ele : $q_{11} = q_{12} = q_{13} = \ldots = q_{1z_1} = q_1^* = q_1$, iar pentru valorile $q_{2i}$ se poate scrie de asemenea $q_{21} = q_{22} = \ldots = q_{2z_2} = q_2$, expresia randamentului termodinamic al ciclului regenerativ cu supraîncălzire intermediară pe baza relaţiilor (1) şi (3) va fi

$$\eta_t = 1 - \frac{(1 - x_1)^{z_1}(1 - x_2)^{z_2}(1 - x_1^*)\, q_2}{q_0 - (i_a - i_c) + (1 - x_1^*)(1 - x_1)^{z_1}\Delta i_{si}}, \tag{5}$$

în care s-au notat suplimentar :

$q_0 = i_0 - i_c\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}\right]$ — căldura primită de un kgf de agent de lucru prin încălzire de la temperatura condensatului $t_c$ pînă la parametrii finali ($p_0$, $t_0$) la ieşirea din cazan,

$\Delta i_{si}\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}\right]$ — căldura primită de 1 kgf abur în supraîncălzitorul intermediar.

Conform relaţiilor (2) şi (4) rezultă că în expresia randamentului (5) numai mărimea $x_1$ depinde de temperatura finală de preîncălzire $t_a$, deoarece mărimea $t_g$, fiind legată univoc de presiunea de supraîncălzire intermediară, va fi constantă. În continuare se calculează derivata

$$\frac{\partial (1 - x_1)^{z_1}}{\partial t_a} = - c_p \frac{(1 - x_1)^{z_1 + 1}}{q_1}, \tag{6}$$

în care

$c_p\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}\cdot\text{grd}}\right]$ — este căldura specifică medie a apei la presiunea existentă în linia de alimentare în preîncălzitoarele $Z_1$.

Ţinînd seama de relaţia (6), condiţia de maximum a randamentului, $\frac{\partial \eta_t}{\partial t_a} = 0$, conduce la următoarea formă a ecuaţiei de optim pentru mărimea $t_a$ :

$$(1 - x_1)^{opt} [q_0 - (i_g - i_c) - (i_a - i_g)] = q_1, \tag{7}$$

în care, dacă se înlocuieşte mărimea $(1 - x_1)^{opt}$ cu expresia (2), se obţine în final

$$i_a^{opt} = i_g + \frac{q_0^* - q_1}{Z_1 + 1} \cdot Z_1, \tag{8}$$

unde s-a notat

$$q_0^* = q_0 - (i_g - i_c) = i_0 - i_g.$$

Din relaţia (8) se observă că, în cazul schemei $C_z$, valoarea $t_a^{opt}$ nu este influenţată de procesul de supraîncălzire intermediară decît prin valoarea $i_g$ impusă de alegerea prealabilă a presiunii de supraîncălzire intermediară.

Valoarea medie a mărimii $q_1$ pentru aburul prelevat din $Z_1$ prize ale turbinei se poate calcula uşor pe baza unui calcul direct pentru un caz concret dat, considerînd o destindere izoentropică a aburului în turbină (conform [6], valoarea optimă $i_a$ depinde într-o măsură neglijabilă de mărimea randamentului relativ intern al turbinei).

Astfel, folosind relaţia

$$\sum_{1}^{Z_1+1} \alpha_i = 1 - (1 - x_1)^{Z_1} \cdot (1 - x_1^*), \tag{8'}$$

se poate calcula mărimea $q_1$ respectivă de calcul, care se introduce în (8).

Pentru a ilustra modul de aplicare al formulei (8) se va considera cazul ciclului teoretic regenerativ, cu parametrii iniţiali $p_0 = 300$ ata; $t_0 = 650°C$; $t_1 = 600°C$; $Z_1 = 1$; $Z_2 = 6$ (numărul total de preîncălzitori $Z = 8$). Presiunea de supraîncălzire intermediară se determină pe baza unui antecalcul în apropierea valorii optime $p_{si} = 100$ ata, pentru care corespunde : $i_g = 334{,}2$ kcal/kgf, $q_0^* = 529{,}2$ kcal/kgf. Dacă se alege în prealabil valoarea temperaturii $t_a$ în zona de optim prezumtiv $t_a = 350°C$, din relaţia (8') se obţine $q_1 = 420$ kcal/kgf. Introducînd valorile de calcul obţinute în relaţia (8), se obţine entalpia optimă a apei de alimentare :

$$i_a^{opt} = 334{,}2 + \frac{592{,}2 - 420}{2} = 389{,}2 \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}\right],$$

căreia îi corespunde, la presiunea $p_0 = 300$ ata, o temperatură $t_a = 355°C$, apropiată de valoarea aleasă preliminar şi care corespunde cu rezultatele variantelor de calcul.

Dacă se măreşte numărul $Z_1$ de preîncălzitoare $Z_1 = 2$, se obţine în acelaşi mod $t_a = 364°C$, adică o creştere a valorii optime $t_a^{opt}$ cu 9°C.

## 2. DETERMINAREA VALORII $t_a^{opt}$ PENTRU CAZUL SCHEMEI REGENERATIVE $F_z(p_{si} = \text{const})$

În cazul schemei $F_z$ în care se adoptă aceeaşi notaţie pentru numărul de preîncălzitoare de suprafaţă cu scurgerea drenajului în cascadă, se va determina valoarea $t_a^{opt}$ pentru $Z_1 = 1$; $Z_1 = 2$, avînd în vedere că pentru $Z_1 > 2$ calculul se complică mult (de altfel, în schemele reale ale centralelor termoelectrice moderne, $Z_1 \leqslant 2$). Valoarea $\alpha_c$ (cantitatea de abur la intrarea în condensatorul turbinei pentru un kgf de abur la intrarea în turbină) va fi în cazul general a $Z$ preîncălzitoare

$$\alpha_c = 1 + \left\{ \cdots \left\{ \left\{ \left\{ [y_1(y_1-1) - y_2]_2 (1-y_3) - y_3 \right\}_3 (1-y_4) - y_4 \right\}_4 \cdots \right\}_{Z_1-1} (1-y_z) - y_z, \right. \tag{9}$$

în care $y_1, y_2, \ldots; y_z$ se calculează pe baza relaţiei

$$y_i = \frac{\tau_i}{q_i}, \tag{10}$$

unde $\tau_i \left[ \frac{\text{kcal}}{\text{kgf}} \right]$ este creşterea de entalpie a apei de alimentare în preîncălzitoarele regenerative $Z_i$.

Dacă se adoptă aceeaşi notaţie pentru valorile $q_1$; $q_1^*$ şi $q_2$ ca şi în cazul schemei $C_z$ cu supraîncălzire intermediară, rezultă

$$y_1 = \frac{i_a - i_g}{Z_1 q_1}; \qquad y_1^* = \frac{i_g - i_{g+1}}{q_1}; \qquad y_2 = \frac{i_{g+1} - i_c}{Z_2 q_2}. \tag{11}$$

În acest caz, din relaţia (9) rezultă pentru $Z_1 = 1$

$$\alpha_c = 1 + a^{Z_2 - 1} \cdot b\,(y_1^2 - y_1 - y_1^*) - y_2 \frac{1 - a^{Z_2}}{1 - a}, \tag{12}$$

în care s-au notat

$$\begin{aligned} a &= 1 - y_2, \\ b &= 1 - y_1^*. \end{aligned} \tag{13}$$

Cantitatea de abur care participă în procesul de supraîncălzire intermediară rezultă din relaţia (9):

$$\alpha_{si} = 1 + y_1^2 - y_1 - y_1^*. \tag{14}$$

Expresia randamentului termodinamic al ciclului, ţinînd seama de căldura cedată în condensator de suma drenajelor, va fi

$$\eta_t = 1 - \frac{\alpha_c q_2 + (1 - \alpha_c)\,(i_z - i_c)}{i_0 - i_a + \alpha_{si} \cdot \Delta i_{si}} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \tag{15}$$

Valoarea optimă a mărimii $t_a$ se va obține in ecuația de maxim $\frac{\partial \eta_t}{\partial t_a} = 0$, sau

$$\frac{\partial \alpha_c}{\partial t_a} \cdot A \cdot Q_1 = \frac{\partial [i_0 - i_a + \alpha_{si} \cdot \Delta i_{si}]}{\partial t_a} \cdot Q_2, \tag{16}$$

în care s-a notat

$$A = q_2 - (i_z - i_c),$$

sau, ținînd seama de (15), se obține

$$\frac{\partial \alpha_c}{\partial t_a} \cdot A = \left( - c_p + \frac{\partial \alpha_{si}}{\partial t_a} \right) (1 - \eta_t^{\max}). \tag{17}$$

Luîndu-se în considerație expresiile $\alpha_c$; $\alpha_{si}$ date prin relațiile (12) și (14), rezultă

$$\frac{\partial \alpha_c}{\partial t_a} = \frac{a^{Z_2 - 1} \cdot b\,(2y_1 - 1)}{q_1}; \qquad \frac{\partial \alpha_{si}}{\partial t_a} = \frac{2y_1 - 1}{q_1}, \tag{18}$$

care, introduse în ecuația de optim (17), conduc la expresia finală

$$i_a^{\text{opt}} = i_g + \frac{q_1}{2} \left[ 1 - \frac{(1 - \eta_t^{\max})\, q_1}{a^{Z_2 - 1} \cdot b \cdot A - \Delta i_{si} (1 - \eta_t^{\max})} \right]. \tag{19}$$

Se observă din (19) că influența supraîncălzirii intermediare în cazul schemei $F_z$ apare atît sub forma mărimii impuse $i_g$, cît și prin valoarea $\Delta i_{si}$.

În cazul schemei regenerative $F_z$, în care $Z_1 = 2$, ecuația de optim devine

$$(3y_1^2 - 6y + 2) \left[ a^{Z_2 - 2} \cdot b \cdot A - \Delta i_{si} (1 - \eta_t^{\max}) \right] = 2 c_p (1 - \eta_t^{\max})\, q_1, \tag{20}$$

care, rezolvată în raport cu $y_1$, permite calculul valorii optime $i_a$:

$$i_a^{\text{opt}} = i_g + 2 q_1 \cdot y_1^{\text{opt}}. \tag{21}$$

Pentru exemplificare se va calcula valoarea $i_a^{\text{opt}}$ pentru aceiași parametri ai ciclului ca în exemplul anterior, pentru cazul schemei $F_8$, ($Z_1 = 1$; $Z_2 = 6$) fiind necesar să se calculeze suplimentar valorile $q_2$ $\Delta i_{si}$ și să se aproximeze valoarea $\eta_t$ în zona de maxim. Se remarcă, conform [3] și [7], că valoarea $\eta_t$ variază foarte lent în zona de optim, ceea ce face suficientă o singură iterație în calculul valorii $i_a^{\text{opt}}$. Luînd în prealabil valoarea $t_a = 330°\text{C}$, se calculează valorile:

$$q_1 = 440 \left[ \frac{\text{kcal}}{\text{kgf}} \right]; \quad q_2 = 545 \left[ \frac{\text{kcal}}{\text{kgf}} \right]; \quad y_1^* = \frac{i_g - i_{g+1}}{q_1} = \frac{70}{440} = 0{,}164;$$

$$y_2 = 0{,}0735; \quad \Delta i_{si} = 125 \left[ \frac{\text{kcal}}{\text{kgf}} \right]; \quad \eta_t = 0{,}495; \quad A = 540,$$

care, introduse în ecuaţia (19), conduc la valoarea

$$i_a^{opt} = 334{,}2 + \frac{440}{2}\left[1 - \frac{(1-0{,}495)\cdot 440}{(1-0{,}0735)^2(1-0{,}164)\cdot 540-(1-0{,}495)\,125}\right] =$$

$$= 360\ \text{kcal/kgf}],$$

pentru care corespunde $t_a = 335°C$. Se observă că valoarea $t_a$ obţinută prin calcul este foarte apropiată de valoarea aleasă preliminar şi corespunde rezultatelor variantelor de calcul. Se remarcă faptul că în cazul schemei $F_8$ valoarea $t_a^{opt}$ scade cu circa 20°C în comparaţie cu valoarea $t_a$ obţinută pentru schema $C_8$.

Trebuie subliniat că influenţa economicităţii schemei regenerative adoptate poate fi în general mai mare de 20°C în funcţie de parametrii iniţiali ai ciclului şi ai procesului de supraîncălzire intermediară, precum şi de numărul de preîncălzitoare regenerative $Z_1$; $Z_2$, ceea ce impune luarea în consideraţie a schemelor reale adoptate, metoda expusă putînd fi extinsă pentru cazul schemei $F_{z_1} \cdot C \cdot F_{z_2}$[2].

### 3. DETERMINAREA VALORII $t_a^{opt}$ PENTRU CAZUL $t_a = f(p_{si})$ (PENTRU SCHEMA REGENERATIVĂ TEORETICĂ $I_z$)

În cazul schemei termice la care $Z_1 = 0$, temperatura finală de preîncălzire $t_a$ va fi legată de presiunea de supraîncălzire intermediară, care coincide cu presiunea primei prize regenerative.

Valoarea optimă a mărimii $t_a$ în cazul $t_a = f(p_{si})$ va corespunde randamentului maxim ce se obţine din combinarea influenţelor proceselor de preîncălzire regenerativă şi de supraîncălzire intermediară asupra randamentului ciclului.

Economicitatea schemei regenerative teoretice $I_z$ comportă o valoare medie între economicitatea schemei $C_z$ şi $F_z$, ceea ce permite folosirea acestei scheme în analiza valorii optime $t_a$.

Calculul variaţiei de entropie în sistemul regenerativ cu $Z$ preîncălzitoare în cazul schemei $I_z$ conduce la relaţia

$$\Delta S_r = c_p\left(\frac{T_a - T_2}{T_a} + \frac{T_2 - T_3}{T_2} + \ldots + \frac{T_{z-1} - T_z}{T_{z-1}} - \frac{T_z - T_c}{T_z}\right), \qquad (22)$$

sau, dacă se admite o repartiţie optimă a creşterii de temperatură în preîncălzitoarele regenerative conform egalităţii creşterii de entropie în fiecare preîncălzitor (repartiţia în progresie geometrică a temperaturilor) din (22) rezultă

$$\Delta S_r = Z \cdot c_p \cdot \left[1 - \left(\frac{T_c}{T_a}\right)^{\frac{1}{z}}\right], \qquad (23)$$

unde

$c_p\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}}\right]$ este căldura specifică medie a apei de alimentare.

Expresia randamentului ciclului regenerativ teoretic va fi de forma [7]

$$\eta_{lt} = 1 - \frac{T_k(\Delta S_0 + \Delta S_i - \Delta S_r)}{i_0 - i_a + \Delta i_{si}} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}, \tag{24}$$

unde s-a notat:

$\Delta S_0\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}\cdot\text{grd}}\right]$ — creşterea de entropie a agentului de lucru în procesul de încălzire de la temperatura $t_c$ la temperatura finală $t_0$ de la ieşire din cazan;

$\Delta S_i\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}\cdot\text{grd}}\right]$ — creşterea de entropie a agentului de lucru în supraîncălzitorul intermediar.

Valorile $\Delta S_i$ şi $\Delta i_{si}$ se pot calcula conform relaţiilor

$$\Delta S_i = c_p^* \ln \frac{T_{si}}{T_p}; \qquad \Delta i_{si} = c_p^* (T_1 - T_p), \tag{25}$$

unde

$c_p^*\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}\cdot\text{grd}}\right]$ — este căldura specifică medie a aburului în procesul de supraîncălzire intermediară,

$T_1$[°K] — temperatura finală de supraîncălzire intermediară,

$T_p$[°K] — temperatura agentului la intrarea în supraîncălzitorul intermediar.

Se remarcă faptul că, în cazul analizat, temperatura finală de preîncălzire $t_a$ este univoc legată de presiunea de supraîncălzire intermediară, deci şi de valoarea temperaturii $t_p$.

În figura 2 se arată curbele $T_a = f(T_p)$ construite pentru parametrii iniţiali $p_0 = 300$ ata; $t = 650/600$ °C şi $p_0 = 200$ ata $t = 600/560$°C.

Din figura 2 rezultă că se poate lua cu suficientă aproximaţie o variaţie liniară în zona optimului valorii $t_a$ de forma

$$T_a = c + e\,T_p, \tag{26}$$

în care s-a notat $e = \frac{\partial T_a}{\partial T_p}$.

În acest caz, din condiţia de optim $\frac{\partial \eta_{lt}}{\partial t_a} = 0$ rezultă

$$c_p \cdot e\left(\frac{T_c}{T_a}\right)^{\frac{Z+1}{Z}} + c_p^* \cdot \frac{T_c}{T_p} = (1 - \eta_{lt}^{\max})(c_p \cdot e). \tag{27}$$

Ecuaţia (27) poate fi rezolvată în raport cu $T_a$ sau $T_p$, deoarece între $T_a$ şi $T_p$ există relaţia de legătură (26).

Pentru a exemplifica modul de aplicare a ecuaţiei (27) se vor analiza valorile optime $t_a$ şi $t_p$ pentru cazul ciclului cu parametrii iniţiali $p_0 = 200$ ata; $t = 600/560$°C şi $Z = 6$.

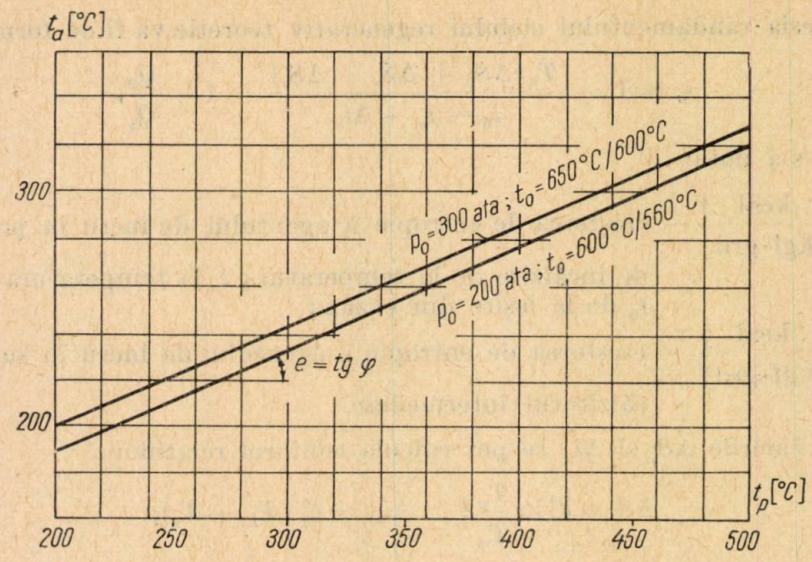



Fig. 2. — Curbele de variaţie $t_a = f(t_p)$ R pentru parametrii iniţiali ai aburului : $p_0 = 300$ ata ; $z = 650/600$°C şi $p_0 = 200$ ata ; $t = 600/560$°C.

În prealabil, pe baza datelor diagramei $i - s$ se formează tabela cu ajutorul căreia se obţine relaţia $T_a = f(T_p)$.

*Tabela 1*

| $t_p$ | °C | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_{si}$ | ata | 13,55 | 20,75 | 30,36 | 44,00 | 62,00 |
| $t_a$ | °C | 192,50 | 213,33 | 233,23 | 254,87 | 276,43 |

Din tabela 1 se poate obţine relaţia liniară

$$T_a = 0{,}4\ T_p + 277{,}8\ [°\mathrm{K}],$$

$$e = 0{,}4.$$

Dacă se alege în prealabil $T_p = 623$°K ($t_p = 350$°C), din relaţia liniară (28) se obţine $T_a = 528$ °K, ceea ce ne permite să calculăm valorile : $c_p^* = 0{,}57\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}\cdot\text{grd}}\right]$; $c_p = 1{,}048\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kgf}\cdot\text{grd}}\right]$; $\eta_t = 0{,}539$. Introducînd valorile calculate în ecuaţia (27), se obţine

$$F(T_a) = 1{,}048\cdot 0{,}4\left(\frac{297}{528}\right)^{7/6} + 0{,}57\,\frac{297}{623} - (1-0{,}539)(0{,}57+1{,}048\cdot 0{,}4) = 0{,}024 > 0.$$

Dacă se alege o nouă valoare pentru $T_p = 673°K$ ($t_p = 400°C$), pentru care $T_a = 549°K$, $\eta_t = 0{,}5395$, $c_p^* = 0{,}575$, $c_p = 1{,}06$, se obține

$$F(T_a) = -0{,}006 < 0.$$

Deci valoarea $F(T_a) = 0$ corespunde valorii $t_a^{opt} = 276°C$, $t_p = 400°C$ $p_{si} = 62$ ata, ceea ce este în concordanță cu rezultatele variantelor de calcul.

## 4. INFLUENȚA RANDAMENTULUI CAZANULUI $\eta_c$ ȘI A RANDAMENTULUI INTERN AL TURBINEI $\eta_{oi}$ ASUPRA TEMPERATURII OPTIME DE PREÎNCĂLZIRE A APEI DE ALIMENTARE

În calculul temperaturii finale de preîncălzire $t_a^{opt}$ nu se poate neglija influența randamentelor relative ale cazanului și turbinei asupra economicității generale a instalației regenerative, avînd în vedere că variația parametrului $t_a$ conduce la variații importante atît ale randamentului cazanului, cît și ale randamentului turbinei.

Pentru valori ridicate ale presiunii $p_0$, cînd, chiar la puteri unitare mari ale turbinei, volumul de abur trecut prin primele ajutaje ale turbinei este relativ redus, trebuie să se țină seama și de influența temperaturii $t_a$ asupra randamentului relativ intern al turbinei $\frac{\partial \eta_{oi}}{\partial t_a} \neq 0$; în cazul cînd se consideră cu suprafețele de schimb de căldură ale cazanului nu variază, mărirea temperaturii $t_a$ atrage o micșorare a randamentului cazanului $\eta_c \left( \frac{\partial \eta_c}{\partial t_a} \neq 0 \right)$. În concluzie, determinarea temperaturii optime trebuie făcută în ipoteza obținerii randamentului maxim al centralei termoelectrice $\eta_e = \eta_t \cdot \eta_{oi} \cdot \eta_c \cdot k$, de unde condiția de optim:

$$\frac{\partial \eta_e}{\partial t_a} = \frac{\partial \eta_t}{\partial t_a} \cdot \eta_{oi} \cdot \eta_c + \frac{\partial \eta_{oi}}{\partial t_a} \cdot \eta_t \cdot \eta_c + \frac{\partial \eta_c}{\partial t_a} \cdot \eta_t \cdot \eta_{oi} = 0. \tag{28}$$

Randamentul cazanului se va micșora cu creșterea temperaturii $t_a$, deoarece se ridică temperatura gazelor arse la ieșirea din cazan (cresc pierderile $q_2$), iar randamentele treptelor de înaltă presiune ale turbinei se pot mări, deoarece crește debitul de abur ce se destinde în corpul de înaltă presiune al turbinei.

Variația randamentului intern al turbinei $\eta_{oi}$ este funcție în special de puterea unitară a grupului și de parametrii inițiali ai aburului viu.

La parametrii supracritici ai aburului, volumul specific al aburului se micșorează mult, ceea ce conduce la o micșorare a debitului volumetric de abur sau, conform criteriului de evaluare a randamentului $\eta_{oi}$, conduce la o micșorare a secțiunii echivalente de ajutaj:

$$F_a = \frac{D}{36.2{,}03 \sqrt{\frac{p_0}{v_0}}} \text{ [cm}^2\text{]}, \tag{29}$$

în care

$p_0$ [ata] este presiunea inițială a aburului viu

$v\left[\frac{m^3}{kgf}\right]$ — volumul specific al aburului viu la parametrii inițiali $p_0$, $t_0$,

$D\left[\frac{kgf}{h}\right]$ — debitul de abur la intrarea în turbină.

Din formula (29) se observă că valoarea $F_a$ este funcție de debitul de abur viu, deci depinde direct de puterea unitară a grupului.

La valori mici ale secțiunii echivalente de ajutaj ($F_a < 70-80$ cm$^2$), conform datelor din literatură randamentul intern al turbinei variază într-o proporție însemnată cu schimbarea valorii $F_a$ (valorile mici ale lui $F_a$ corespund puterilor unitare mici sau presiunii aburului viu ridicată).

În figura 3 se indică variația randamentului relativ intern al turbinei în corpul ei de înaltă presiune în funcție de secțiunea echivalentă de ajutaj $F_a$. Se observă că valoarea $F_a$ scade pe măsura creșterii presiunii de supraîncălzire intermediară $p_{si}$ la $p_0 = \text{const}$.

Pentru corpul de joasă presiune, valoarea $\eta_{oi}$ este influențată de mărimea $F_a$, conform figurii 4. Se remarcă însă că în domeniul aburului saturat, la un titlu al aburului $x$, randamentul treptelor turbinei scade pe măsură ce titlul aburului scade, conform relației $\eta_{oi} = \eta_{oi}^0 \cdot x$ (unde $\eta_{oi}^0$ este randamentul relativ intern la $x = 1$). Deoarece cu creșterea presiunii de supraîncălzire intermediară titlul aburului în ultimele trepte ale turbinei scade, rezultă că valoarea optimă a presiunii de supraîncălzire intermediară va avea tendința să se micșoreze.

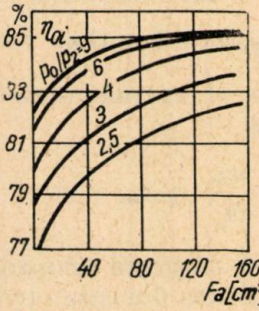



Fig. 3. — Randamentul relativ intern al corpului de înaltă presiune al turbinei cu supraîncălzire intermediară, în funcție de raportul $p_0/p_{si}$ și de secțiunea echivalentă cu ajutaj $F_a$.

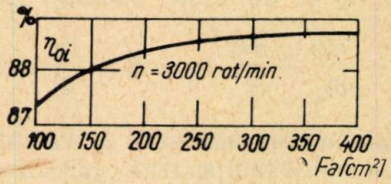



Fig. 4. — Randamentul relativ intern al corpului de joasă presiune al turbinei cu supraîncălzire intermediară în funcție de secțiunea echivalentă de ajutaj $F_a$.

În general se poate considera în mod aproximativ

$$\eta_{oi} = \eta_{oi}^0 + \delta_1 (t_a - t_a^0), \tag{30}$$

în care $\eta_{oi}^0$ este randamentul relativ intern corespunzător temperaturii de preîncălzire $t_a^0$, iar $\delta_1 = \frac{\partial \eta_{oi}}{\partial t_a}$.

Pentru determinarea aproximativă a influenței parametrului $t_a$ asupra randamentului cazanului, pornind de la relația în care se exprimă temperatura gazelor arse la ieșirea din cazan în funcție de temperatura apei de alimentare

$$t_{g2} = (t_a + \Delta t_{cc})(1 - \psi) + (t_{aer} + \Delta t_{pr.a})\psi \tag{31}$$

sau

$$t_{g2} \cong t_a (1 - \psi) + 40 \ [°C]$$

în care $\psi = \dfrac{\alpha v_0 c_{pa}}{V_g \cdot c_{pg}}$ reprezintă raportul capacităților termice ale aerului de ardere și gazelor arse în treapta inferioară a preîncălzitorului de aer.

Coeficientul $\psi$ depinde de tipul combustibilului, de umiditatea sa și de cantitatea de aer fals absorbit în sistemul de pregătire a prafului, în focar și în drumul convectiv al gazelor arse. În general, mărimea coeficientului $\psi$ variază în limitele 0,6—0,8. Dacă se exprimă randamentul cazanului prin expresia

$$\eta_c = 1 - q_2 - \sum_3^6 q_j, \tag{32}$$

în care se poate considera că numai pierderile $q_2$ depind de temperatura gazelor la ieșirea din cazan $t_{g2}$:

$$q_2 = \frac{\Sigma V_g c_{pg} t_{g2} - \Sigma V_g c_{pg} t_{gu}}{Q_i^i}, \quad \text{sau} \quad q_2 \cong \frac{\Sigma V_g c_{pg} t_{g2}}{Q_i^i}, \tag{33}$$

rezultă că expresia derivatei $\dfrac{\partial \eta_c}{\partial t_a}$ (ținînd seama de relația (31) și neglijînd variația căldurii specifice a gazelor $c_{pg}$ cu temperatura)

$$\delta_2 = \frac{\partial \eta_c}{\partial t_a} = \frac{\partial \eta_c}{\partial t_{g2}} \cdot \frac{\partial t_{g2}}{\partial t_a} = -\frac{\Sigma V_g c_{pg}}{Q_i^i}(1 - \psi), \tag{34}$$

în care $Q_i^i \left[\dfrac{\text{kcal}}{\text{kgf}}\right]$ este puterea calorifică inferioară a combustibilului.

Pentru un calcul aproximativ al valorii $\delta_2 = \dfrac{\partial \eta_c}{\partial t_a}$ se poate lua

$$\frac{\Sigma V_g c_{pg}}{Q_i^i} \cong \frac{1}{t_g}\left[\frac{1}{\text{grd}}\right], \tag{35}$$

în care $t_g (°C)$ reprezintă o valoare apropiată de temperatura teoretică a gazelor în focar (neglijînd transferul de căldură prin radiație în focar și variația căldurii specifice a gazelor $c_{pg}$ cu temperatura, precum și căldura care se introduce în focar de către aerul de ardere).

Astfel, pentru $\psi = 0{,}6$ și o temperatură $t_g = 1\,800°C$, se poate evalua

$$\delta_2 = \frac{\partial \eta_c}{\partial t_a} = -\frac{0{,}4}{1800} \cong -0{,}22.10^{-3}\left[\frac{1}{\text{grd}}\right].$$

Pentru o determinare exactă a valorii $\delta_2$ trebuie determinată experimental variaţia randamentului cazanului cu parametrul $t_a$, efectuîndu-se la un debit constant de combustibil, deoarece, în zona de optim a temperaturii de preîncălzire $t_a^{opt}$, variaţia lui $t_a$ atrage o variaţie foarte mică a economicităţii totale a instalaţiei $\eta_e$ (puterea unitară a grupului rămîne deci aproximativ constantă).

Conform literaturii [1], pentru tipul de cazan 67 SP la un debit constant de combustibil s-a obţinut o variaţie a randamentului cazanului în limitele 0,91—0,8846 corespunzătoare creşterii parametrului $t_a$ de circa 115°C, deci

$$\delta_2 = -\frac{0{,}91 - 0{,}8846}{115} = -0{,}00022\left[\frac{1}{\text{grd}}\right],$$

ceea ce corespunde valorii antecalculate pe baza considerentelor teoretice.

În general, pentru exprimarea randamentului cazanului în funcţie de temperatura apei de alimentare se poate considera o relaţie de forma

$$\eta_c = \eta_c^0 + \delta_2 (t_a - t_a^0), \tag{36}$$

în care $\eta_c^0$ este randamentul cazanului corespunzător temperaturii apei de alimentare $t_a^0$.

Pe baza considerentelor de mai sus, avînd în vedere condiţia generală de maxim a randamentului centralei termoelectrice (ecuaţia (28)) şi introducînd notaţia

$$\delta_1 \eta_e + \delta_2 \eta_{oi} = B, \tag{37}$$

se poate deduce ecuaţia generală de optim pentru cazul complex $t_a = f(p_{si})$:

$$\eta_{0i}^0 \eta_c^0 c_p \left(\frac{T_c}{T_a}\right)^{\frac{z+1}{z}} + c_p^* \frac{T_c}{T_p} \eta_{oi}^0 \eta_c^0 - eB(c_p T_a + c_p^* T_p) =$$

$$= (c_p e + c_p^*)(1 - \eta_t^{max}) \eta_{0i}^0 \eta_c^0 - eB(i_0 + c_p \cdot 273 + c_p^* T_1) \tag{38}$$

Prin aplicarea formulei (38) rezultă că $t_a^{opt}$ se micşorează cu 15—20 % cînd se ţine seama de influenţa mărimii $t_a$ asupra randamentului cazanului şi asupra randamentelor relative interne ale turbinei.

## 5. CONCLUZII

Calculul temperaturii finale optime de preîncălzire regenerativă $t_a^{opt}$ în cazul aplicării procesului de supraîncălzire intermediară depinde de schema adoptată, remarcîndu-se două cazuri diferite de realizare a schemei regenerative. Primul caz corespunde schemei cu 1 sau 2 preîncălzitoare situate la presiuni ale prizelor regenerative $p > p_{si}$, iar în cazul al doilea presiunea de supraîncălzire intermediară coincide cu presiunea primei prize regenerative. În lucrare se deduc formulele de calcul ale valorii $t_a^{opt}$ pentru cele două cazuri în condiţiile aplicării schemelor regenerative cu diferite economicităţi $C_z$, $F_z$, $I_z$.

În cazul al doilea se remarcă faptul că determinarea valorii $t_a$ conduce totodată la calculul valorii optime a presiunii de supraîncălzire intermediară, deoarece în acest caz există o legătură univocă între mărimile $t_a$ și $p_{si}$.

Valoarea optimă a mărimii $t_a$ în cazul $t_a = f(p_{si})$ va corespunde randamentului maxim care se obține din combinarea influențelor proceselor de preîncălzire regenerativă și de supraîncălzire intermediară asupra randamentului ciclului. La alegerea soluției practice se va ține cont de asemenea de indicii tehnici-economici.

## BIBLIOGRAFIE


1. K. Schröder, *Grosse Dampfkraftwerke*, vol. II, Springer Verlag, Berlin, Göttingen. Heidelberg, 1962.
2. D. Grecov, *Über die Bestimmung der Vorwärmetemperatur des Speisewassers in neuzeitlichen Dampfkraftwerken*, Revue d'électrotechnique et d'énergétique, *2* (1961).
3. — *Studiu asupra parametrilor optimi ai supraîncălzirii intermediare a aburului în centralele termoelectrice cu parametri înalți*, Energetica, *1* (1959).
4. N. Dănilă, A. Leca, *Determination de la division en marches de l'intervalle total de réchauffage de l'eau, dans les cycles thermiques des centrales thermoélectriques à resurchauffe de la vapeur*, Revue Roumaine des Sciences Techniques-Série d'électrotechnique et d'énergétique, *4* (1966).
5. D. Grecov, *Determinarea repartiției temperaturilor de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare în CTE moderne*, St. cerc. energ., *3* (1961).
6. D. Kalafati, *Osnovî teorii regheneraţivnîh ţiklov parosilovîh ustanovok vîsokovo davlenia*, Trudî M.E.I., **XI** (1953).
7. N. Dănilă, D. Grecov, *L'étude de l'optimisation des cycles à plusieurs resurchauffes*, Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej", București, **XXVIII**, *1*, (1966).
8. A. V. Şcegleaev, *Parovîe turbinî*, Gosenergoizdat, Moskva-Leningrad, 1955.

# SCHIMBAREA ÎNCĂRCĂTURII CILINDRULUI MOTORULUI DIESEL ÎN PATRU TIMPI CU SUPRAALIMENTARE ÎNALTĂ

DE

B. BARBESCU

621.436

Se prezintă rezultatele unor experimentări efectuate pe un motor diesel în patru timpi pentru determinarea coeficientului de umplere şi a cantităţii aerului de baleiaj în funcţie de presiunea de admisie şi evacuare, precum şi de reglajul distribuţiei în domeniul presiunilor mari la admisie (4 kgf/cm$^2$).

Se arată necesitatea realizării unui raport redus între presiunea de evacuare şi cea de admisie, în scopul îmbunătăţirii umplerii cilindrului, al micşorării încărcării termice şi a scăderii consumului specific de combustibil.

Se deduc concluzii privind posibilitatea evaluării coeficientului de umplere şi a domeniului de reglaj optim pentru distribuţie la presiuni mari de supraalimentare.

## 1. INTRODUCERE

O dată cu creşterea gradului de supraalimentare, procesul de evacuare şi de admisie din cilindrul motorului capătă unele particularităţi, datorită atît creşterii presiunilor din conductele de admisie şi de evacuare, cît şi schimbării raportului acestora. Particularităţile se manifestă sub forma măririi pierderilor gazodinamice de curgere, a măririi schimbului de căldură gaz-perete şi a modificării cantităţii aerului de baleiaj. Decurg de aici unele consecinţe asupra comportării motorului, în special în ceea ce priveşte;

— calitatea procesului de umplere a cilindrului, deci gradul de utilizare a unei cilindrei date, şi

— starea termică a camerei de ardere sub efectul simultan al creşterii aportului de căldură şi a răcirii prin baleiaj, deci capacitatea motorului de a suporta grade mari de supraalimentare.

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 577—589, Bucureşti, 1968

Pentru precizarea influenței presiunii de admisie asupra acestor procese, am efectuat unele cercetări experimentale, ale căror rezultate se prezintă în cele ce urmează.

## 2. METODA DE DETERMINARE A SCHIMBULUI DE GAZE DIN CILINDRU

Sînt utilizate de obicei două metode pentru calculul încărcăturii cilindrului : una se bazează pe expresia analitică a coeficientului de umplere, stabilită prin ecuația de bilanț energetic scrisă pentru faza de admisie [1], și a doua reprezintă rezultatul integrării prin metoda de rezolvare pe intervale elementare (pas cu pas) a ecuațiilor diferențiale care descriu procesele de curgere în și din cilindru [2], [3]. Precizia acestor două metode este afectată de necesitatea adoptării unor ipoteze simplificatoare cu privire la proprietățile gazelor reale și a transformărilor acestora, ca și a unor coeficienți (transfer de căldură, pierderi gazodinamice) a căror introducere îndepărtează modelul de calcul de cazul real. În afară de aceasta, la sistemul obișnuit de supraalimentare prin turbocompresor cu gaze de evacuare, gradul de supraalimentare operează și asupra contraresiunii la evacuare ; această lege de dependență, insuficient precizată prin calcul, implică o nouă sursă de erori o dată cu ipotezele adoptate.

Deși metodele de calcul au ca avantaj principal față de cele experimentate faptul că sînt mai expeditive și, în absența instalației experimentale, reprezintă singura posibilitate de preevaluare a parametrilor ciclului termodinamic, experimentarea devine necesară atunci cînd se abordează domenii noi, așa cum este cazul prezentei teme, a supraalimentării înalte.

În cadrul experimentărilor care se fac și care permit măsurarea cantității totale de aer admise în motor, este necesar să se separe prin măsurători cantitatea de aer de baleiaj de cantitatea de aer rămasă în cilindru la sfîrșitul admisiei.

Autorul a folosit în acest scop analiza compoziției chimice a două categorii de gaze de ardere : gaze care provin din cilindru în faza de evacuare forțată, admițînd că ele nu conțin decît produse de ardere și excesul de aer, și gaze colectate dintr-un recipient de evacuare în care sînt amestecate gazele de ardere au aerul de baleiaj. Diferența în conținutul de aer al acestor două categorii de gaze reprezintă cantitatea de aer de baleiaj [4].

S-a folosit în acest scop relația care precizează excesul de aer cu care a avut loc arderea în ipoteza arderii complete :

$$\alpha = \frac{0{,}21}{\sigma}\left[\frac{1}{CO_2} + \sigma - 1,\right] \tag{1}$$

unde

$\alpha$ este coeficientul excesului de aer față de arderea stoechiometrică,

$\sigma$ — caracteristica combustibilului, precizată prin analiza elementară ;

$\sigma = 1 + 3\dfrac{h - \dfrac{o}{8}}{c}$ în care $h$, $o$ și $c$ sînt participațiile gravimetrice ale hidrogenului, oxigenului și carbonului în combustibil ;

$CO_2$ — conținutul procentual în volume de bioxid de carbon din gazele analizate.

Metoda poate conduce la două categorii de erori :

— erori de măsură la stabilirea conținutului de bioxid de carbon din gaze ;

— erori provenite din neîndeplinirea condițiilor de ardere perfectă ; la apariția oxidului de carbon sau a fumului ca rezultat al arderii incomplete, relația (1) nu mai poate fi aplicată.

Pentru verificarea rezultatelor și înlăturarea celor eronate s-a folosit în paralel o măsurătoare a consumului total de aer al motorului prin introducerea în circuitul de admisie a trei elemente de măsurare a debitului de aer (pentru mărirea preciziei în diferite domenii de măsură prin compararea rezultatelor) : diafragmă, ajutaj de măsură și contor volumetric. Cunoscînd consumul de combustibil pe perioada considerată, s-a calculat coeficientul excesului de aer, a cărei valoare, comparată cu aceea stabilită prin analiza de gaze de ardere, a permis înlăturarea datelor eronate.

Prelevarea de gaze de ardere din faza de evacuare forțată s-a realizat prin intermediul unei supape montate în imediata apropiere a supapei de evacuare și comandată periodic de o camă calată pe arborele de distribuție ; deschiderea supapei s-a plasat pe o durată de 10° rotație arbore motor la sfîrșitul cursei de evacuare, înainte de deschiderea supapei de admisie

## 3. INSTALAȚIA EXPERIMENTALĂ

Experimentările s-au executat pe un motor monocilindric diesel în patru timpi, cu următoarele caracteristici :

— alezaj 175 mm ;
— cursă 205 mm ;
— turație nominală $n = 1\,300$ rot/min ;
— raport volumetric de compresiune $\varepsilon = 16$ ;
— cameră de ardere cu cameră de precombustie.

Reglajele și regimul de lucru :

— turație 700—1 300 rot/min ;
— presiune la admisie 1—4 ata ;
— temperatură la admisie $T_0 = 307°K$ ;
— presiune la evacuare 1—4 ata ;
— avans la injecție $\beta = 24°$ ;
— sarcină 0,5 ; 0,8 din sarcina nominală ;
— reglajele distribuției : s-a echipat motorul succesiv cu patru arbori de distribuție, cu reglajele conform datelor din tabela 1, urmărindu-se influența avansurilor și întîzierilor la comanda supapelor asupra comportării motorului.

*Tabela 1*

**Reglajele distribuției ° RAM**

| Tipul arborelui de distribuție | ADA | IIA | ADE | IIE | θ |
|---|---|---|---|---|---|
| I | 20 | 40 | 44 | 20 | 40 |
| II | 70 | 40 | 44 | 45 | 115 |
| III | 84 | 50 | 66 | 66 | 150 |
| IV | 84 | 50 | 90 | 66 | 150 |

θ — unghiul de suprapunere a deschiderilor supapelor.

Pentru supraalimentare s-a folosit o sursă independentă de aer comprimat (compresor volumic de 15 m³/min la 6 ata).

Schema generală a instalației este redată în figura 1.

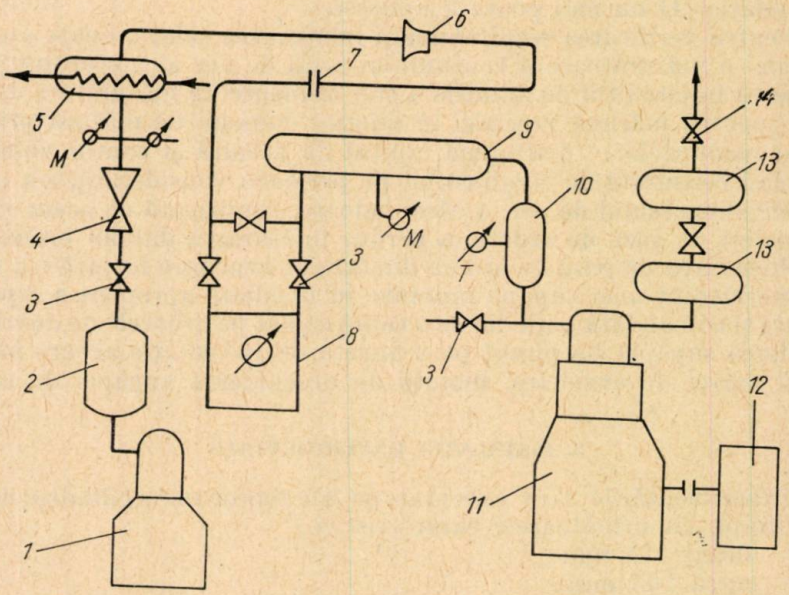



Fig. 1 — Schema instalației experimentale: *1* — compresor volumetric; *2* — rezervor de acumulare; *3* — ventil; *4* — reductor de presiune; *5* — schimbător de căldură pentru aer *6* — ajutaj de măsură; *7* — diafragmă de măsură; *8* — contor volumetric;; *9* — rezervor de liniștire; *10* — rezervor de admisiune; *11* — motor diesel experimental; *12* — frînă hidraulică; *13* — rezervoare de acumulare la evacuare; *14* — ventil de laminare la evacuare.

Figura 2 prezintă schema dispozitivului de prelevare a gazelor de ardere, iar figura 3 mecanismul de comandă a supapei de prelevat periodic gaze.

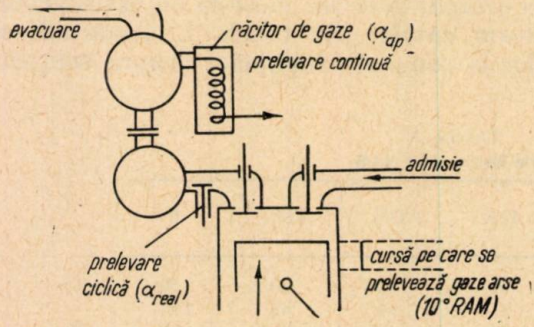



Fig. 2. — Schema pentru prelevarea gazelor de ardere.

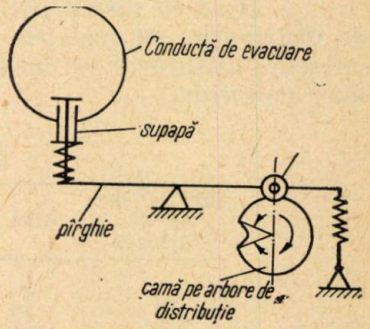



Fig. 3. — Mecansimul de comandă al supapei pentru prelevarea periodică a gazelor de ardere.

## 4. REZULTATELE EXPERIMENTĂRILOR

În cele ce urmează se prezintă rezultatele experimentărilor şi concluziile ce se deduc asupra comportării motorului în legătură cu consumul de aer, gradul de baleiaj, regimul termic al camerei de ardere şi consumul specific de combustibil funcţie de regimurile de lucru şi reglajele adoptate.

### 4.1. VARIAŢIA CONSUMULUI DE AER AL MOTORULUI

Cantitatea de aer admisă în motor este influenţată în special de următorii factori :

— raportul dintre contrapresiunea din conducta de evacuare şi presiunea de admisie, factor care hotărăşte viteza de curgere a aerului de la admisie spre evacuare ;

— durata suprapunerii deschiderilor supapelor, care reprezintă durata procesului de baleiaj ;

— pierderile de presiune care însoţesc curgerea, determinate de secţiunile de admisie şi de parametrii fluidului la intrare ;

— intensitatea transferului de căldură de la pereţii canalizaţiilor şi ai cilindrului la încărcătura proaspătă, în urma căreia se modifică volumul specific al fluidului admis.

Pentru asigurarea unei curgeri substanţiale în fază de baleiaj este necesar ca raportul presiunilor din conducta de evacuare şi cea de admisie să atingă valori care să permită atît accelerarea aerului, cît şi compensarea pierderilor de presiune la curgerea prin secţiunile înguste de supape. Datele existente în literatură arată că în cazul general acest raport trebuie să fie în domeniul valorilor $p_{ev}/p_s < 0{,}9$. A doua condiţie pentru producerea baleiajului este existenţa unei durate suficient de mari de suprapunere a deschiderilor supapelor prin avans la admisie şi întîrziere la închiderea evacuării.

Precizarea cantitativă a influenţei acestor factori prin relaţii analitice este dificilă, datorită în principal caracterului nestaţionar al proceselor de curgere şi de transfer de căldură. Sensul influenţei factorilor amintiţi este însă bine precizat, ţinînd seama de faptul că la producerea unui baleiaj eficace urmează a se înregistra atît o creştere a cantităţii de aer ce trece prin motor, cît şi o îmbunătăţire substanţială a umplerii, curăţirea cilindrului de gazele arse reziduale avînd ca efect mărirea spaţiului disponibil pentru fluid proaspăt şi înlăturarea principalei cauze de încălzire a aerului admis. Aceste determinări cantitative se vor urmări din datele experimentale prezentate în cele ce urmează.

Ţinînd seama că la motorul supraalimentat cu turbocompresor contrapresiunea la evacuare este dependentă funcţional de presiunea la admisie, s-au reprezentat toate rezultatele ca funcţie de raportul acestor presiuni $p_{ev}/p_s$ avînd ca parametri celelalte mărimi : $p_s$, $n$, reglaje ale distribuţiei, sarcină etc.

În figura 4 se prezintă variaţia cunsumului de aer $G$ raportat la cantitatea teoretică de aer corespunzătoare cilindreii motorului $G_0$ pentru o distribuţie cu unghiul de suprapunere a supapelor redus, $\theta = 40^\circ$ (arbore de distribuţie I), şi avînd ca parametru presiunea la admisie $p_s$.

Se constată o creştere neînsemnată a consumului de aer o dată cu scăderea contrapresiunii la evacuare, datorată faptului că durata redusă a suprapunerii deschiderii supapelor nu permite trecerea unei cantităţi suficiente de aer necesară baleiajului. Apare aici în evidenţă influenţa presiunii

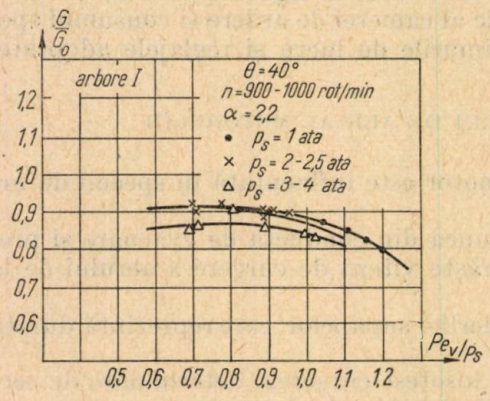
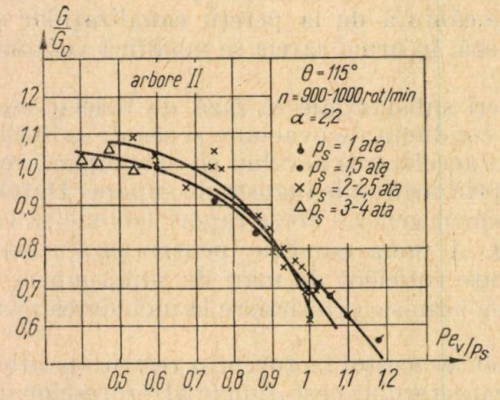
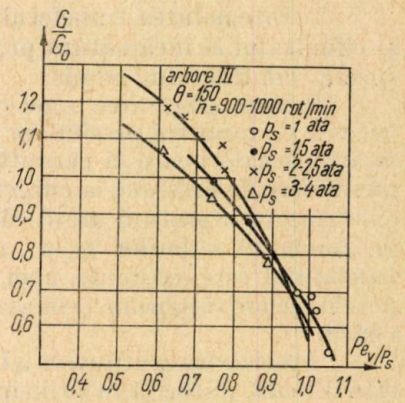



Fig. 4. — Variaţia consumului relativ de aer pentru arborele de distribuţie I.

Fig. 5. — Variaţia consumului relativ de aer pentru arborele de distribuţie II.

Fig. 6. — Variaţia consumului relativ de aer pentru arborele de distribuţie III.




de supraalimentare, consumul de aer scăzînd datorită măririi pierderilor de curgere la greutatea specifică mărită a aerului.

Figura 5 prezintă aceeaşi funcţie, variaţia consumului relativ de aer cu raportul presiunilor de evacuare şi admisie avînd ca parametru gradul de supraalimentare pentru un arbore de distribuţie cu suprapunerea supapelor de 115° (arborele II). Se remarcă aici creşterea mai importantă a consumului relativ de aer o dată cu micşorarea contrapresiunii la evacuare şi scăderea sa la presiuni de admisie mărite. Aceeaşi alură de variaţie se păstrează şi la arbori de distribuţie cu suprapuneri mai mari ale supapelor (fig. 6). Scăderea debitului volumetric de aer o dată cu creşterea greutăţii specifice a aerului la admisie este mai pregnantă ca urmare a debitului mărit de gaze vehiculate.

Influenţa distribuţiei asupra consumului de aer este evidenţiată în figura 7. Arborele de distribuţie care dă curba 1 prezintă o suprapunere redusă a supapelor în raport cu arborii II şi III ($\theta = 40°$ faţă de $\theta = 115°$. la arborele II şi $\theta = 150°$ la arborele III). În condiţiile admisiei naturale

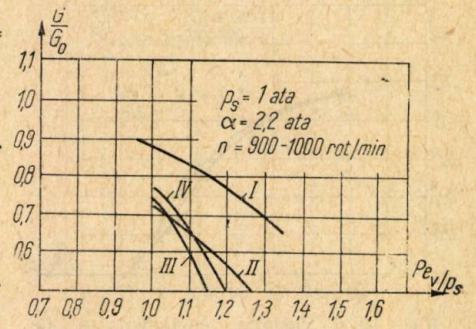
presiunea la evacuare fiind mai ridicată decît la admisie ($p_{ev}/p_s > 1$), se produce în faza de suprapunere a supapelor o curgere în sensul evacuare-admisie. Debitul de aer astfel vehiculat și care deci micșorează consumul de aer este cu atît mai mare cu cît durata suprapunerii este mai mare.

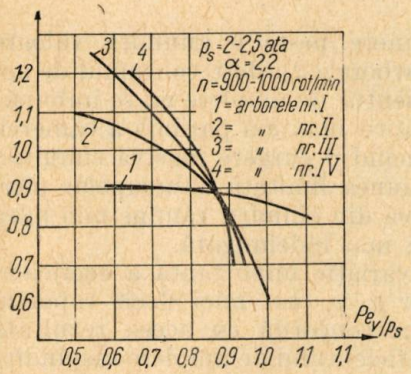
Figurile 8 și 9 pun în evidență influența distribuției la grade de supraalimentare mărite; consumul de aer crește mult o dată cu durata suprapunerii supapelor și cu scăderea presiunii la evacuare.

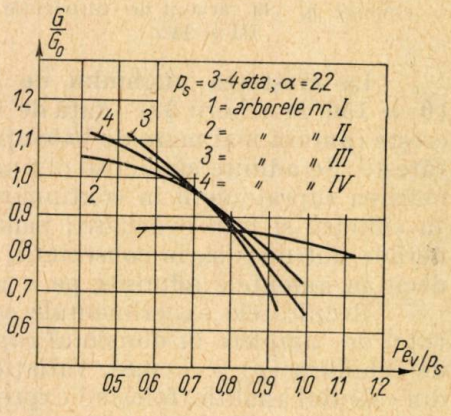
Fig. 7. — Variația consumului de aer la $p_s$ = =1 ata.

Fig. 8. — Variația consumului relativ de aer $p_s$ = 2... 2,5 ata.

Fig. 9. — Variația consumului relativ de aer la $p_s$ = 3... 4 ata.




Se pune aici în evidență existența așa-numitului raport de echilibru al presiunilor, definit ca raport dintre presiunea de evacuare și cea de admisie pentru care consumul de aer nu depinde de reglajul distribuției. În domeniul acestor valori ale raportului $p_{ev}/p_s = 0{,}75...0{,}8$, diferența de presiune dintre colectorul de evacuare și cel de admisie abia egalează pierderile de curgere prin supape. La creșterea contrapresiunii ($p_{ev}/p_s > 0{,}9$), baleiajul nu mai este posibil, începînd să apară curgerea în sens invers, evacuare-admisie, cu atît mai importantă cu cît durata suprapunerii supapelor este mai mare. Deplasarea spre stînga a raportului de echilibru este consecința creșterii pierderilor de curgere o dată cu creșterea greutății specifice a aerului, deci cu gradul de supraalimetare.

### 4.2. VARIAȚIA COEFICIENTULUI DE UMPLERE

Influența presiunii de admisie și a distribuției asupra coeficientului de umplere rezultă din figura 10 pentru o distribuție cu suprapunere a

supapelor mare ($\theta = 150°$) şi din figura 11 pentru o presiune la admisie dată.

În distribuţiile cu suprapuneri mari ale supapelor, $\theta = 115°$ şi $\theta = 150°$, umplerea se îmbunătăţeşte ca urmare a baleiajului în domeniul rapoartelor de presiuni la care acesta se produce.

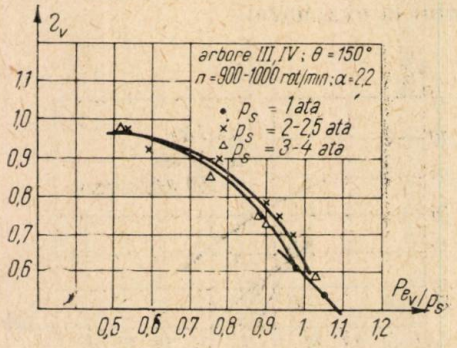



Fig. 10. — Variaţia coeficientului de umplere $\eta_v$ la arborii de distribuţie III şi IV.

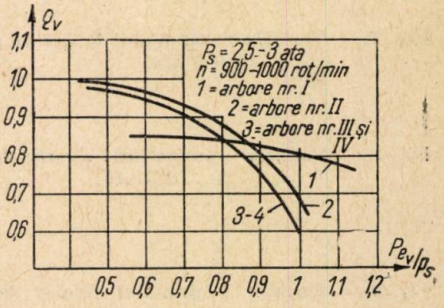



Fig. 11. — Variaţia coeficientului de umplere $\eta_v$ funcţie de reglajele distribuţiei.

La creşterea unghiului de suprapunere peste o anumită valoare ($\theta = 150°$ la arborii 3 şi 4 faţă de 115° la arborele 2), deşi consumul de aer creşte (durată mai mare de baleiaj), coeficientul de umplere nu se îmbunătăţeşte. Se admite că aici se obţine o curăţire maximă posibilă a camerei, mărirea suprapunerii în continuare producînd o curgere masivă simultan în cilindru şi prin evacuare; pentru secţiunea limitată a supapelor pierderilor sînt mari şi, în consecinţă, presiunea din cilindru rămîne mai mică decît în amontele admisiei pe o perioadă mai îndelungată.

Rezultatele experimentale arată o variaţie importantă a coeficientului de umplere în domeniul rapoartelor $p_{ev}/p_s$ mai mici decît raportul de echilibru ($p_{ev}/p_s < 0,8$), variaţie care nu concordă cu aceea rezultată din calculul analitic, folosind expresiile coeficientului de umplere răspîndite în literatură. Pentru ilustrarea acestei neconcordanţe este concludentă următoarea analiză. Considerăm expresia coeficientului de umplere stabilită pentru cazul motoarelor supraalimentate după [1], ca fiind cea mai reprezentativă. Aceasta are forma

$$\eta_v = \frac{\lambda}{\delta}\,\frac{1}{x}\,\frac{p_a}{p_s}\left[\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} + (x-1)\,\mu - \frac{1}{\varepsilon - 1}\,\frac{p_r}{p_a}\,\rho\right], \qquad (2)$$

unde

$\lambda$ este coeficient pentru efectul de postumplere inerţială,
$\delta$ — coeficient pentru încălzirea de la pereţi a aerului admis,
$x$ — exponentul adiabatic al aerului,
$p_a$, $p_s$ — presiunile la sfîrşitul aspiraţiei în cilindru, respectiv în amontele supapei de admisie,
$\varepsilon$ — raportul volumetric de compresiune al motorului,
$\mu$ — coeficient al lucrului mecanic pe faza de admisie,
$p_r$ — presiunea gazelor de ardere reziduale,
$\rho$ — coeficient de curăţire prin baleiere a camerei de ardere.

În această expresie, influența procesului de baleiaj asupra coeficientului de umplere este exprimată prin ultimul termen, $\frac{p_r}{p_a}\rho$. Luînd valori statistice pentru ceilalți termeni relația (2) se reduce la

$$\eta_v = \frac{1{,}05}{1{,}1}\cdot\frac{1}{1{,}4}\cdot 0{,}88\left[\frac{17}{16}+(1.4-1)\,0{,}8-\frac{1}{16}\frac{p_r}{p_a}\rho\right]=0{,}6\left(1{,}38-\frac{1}{16}\frac{p_r}{p_a}\rho\right). \tag{3}$$

Termenul $\frac{1}{16}\frac{p_r}{p_a}\rho$ poate varia între valoarea maximă $\frac{1}{16}.1{,}2\cdot 1 = 0{,}075$ și minimă zero (cînd $\rho = 0$, curățirea completă a camerei de ardere).

Din expresia (3) se constată că aceste limite pot conduce la o variație maximă a coeficientului de umplere de 5,3 %, ceea ce nu concordă cu rezultatele experimentale, unde s-au înregistrat variații de 30 %. Neconcordanța trebuie pusă pe seama faptului că termenul de corecție al procesului de baleiaj nu este exprimat în relațiile analitice cu ponderea cuvenită. Este suficient pentru aceasta să arătăm că, dintre cele două aspecte ale influenței cantității gazelor arse reziduale asupra coeficientului de umplere, de participare volumetrică și de conținut de căldură, singur cel de-al doilea poate influența coeficientul de umplere, între cazurile-limită de baleiaj total sau nul, în proporție de 15—20 %.

O concordanță bună cu rezultatele experimentate s-ar obține la folosirea unei relații pentru coeficientul de umplere care să conțină distinct influența procesului de baleiaj, expresie de forma

$$\eta_{v_b} = \eta_{v_0}\cdot\rho,$$

unde

$\eta_{v_b}$ este coeficientul de umplere la un grad de baleiaj oarecare,
$\eta_{v_0}$ — coeficient de umplere de referință, corespunzînd cazului cu admisie naturală,
$\rho$ — factor de influență al baleiajului, depinzînd de raportul presiunilor de evacuare și admisie ($p_{ev}/p_s$) și de reglajul distribuției (durata suprapunerii deschiderilor supapelor).

În conformitate cu rezultatele experimentale urmează pentru $\rho$ valorile din diagrama 12.

### 4.3. REGIMUL TERMIC AL MOTORULUI

S-a căutat o indicație pentru influența schimbului de gaze asupra regimului termic al motorului. În acest sens s-au montat termocuple expuse la gazele din camera de ardere, amplasate în direcția curentului principal de baleiaj (între supapele de admisie și cele de evacuare) (fig. 13). După cum rezultă din schema de montaj, se poate admite că termocuplele dau o indicație asupra unei temperaturi medii existente în camera de ardere, între fundul chiulasei și al pistonului. În acest fel, temperatura măsurată poate constitui o indicație asupra regimului termic al pieselor (fundul chiulasei, supapele, fundul pistonului), expuse încălzirii de către același

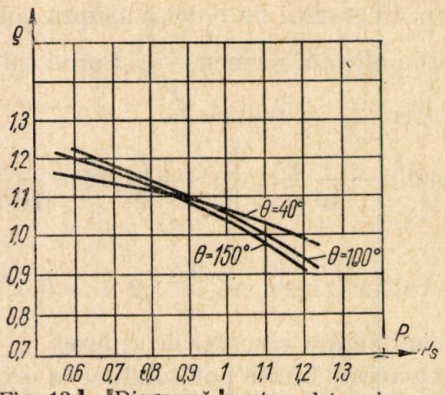



Fig. 12. — Diagramă pentru determinarea coeficientului de umplere; $\varphi$ — factor de influenţă al baleiajului; $\theta$ — unghiul de suprapunere al deschiderilor supapelor.

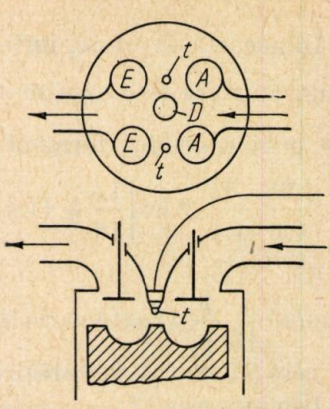



Fig. 13. — Montajul termocuplelor în camera de ardere: $t$ — termocuple Fe-Copel; $A$ — supape de admisie; $E$ — supape de evacuare; $D$ — difuzorul antecamerei.

mediu. Ipoteza asupra indicaţiilor de temperatură date de termocuple corespunde relaţiei

$$t_m = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} t \, d\tau ,$$

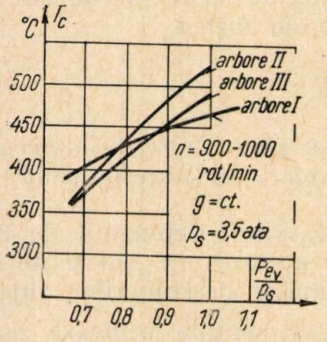



Fig. 14

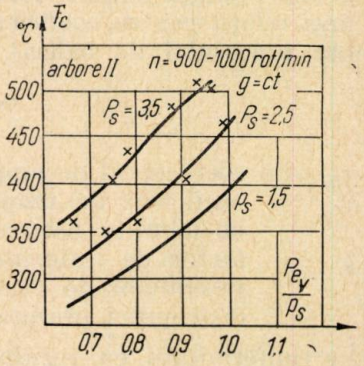



Fig. 15

Fig. 14. — Variaţia temperaturii în camera de ardere funcţie de reglajul distribuţiei la $p_s$ = 3,5 ata.

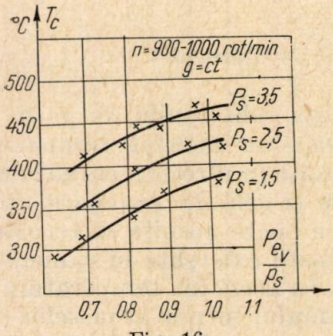



Fig. 16

Fig. 15. — Variaţia temperaturii în camera de ardere la arborele de distribuţie II ($\theta$ = 115°).

Fig. 16. — Variaţia temperaturii în camera de ardere la arborele de distribuţie I ($\theta$=40°).

unde

$t_m$ este temperatura indicată de termocuple,
$\tau$ — durata ciclului motor,
$t$ — temperatura instantanee a gazelor.

Această variaţie de temperatură corespunde unui flux termic de la gaze la piese conform relaţiei

$$Q = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} \alpha_g \, \Delta t \, d\tau,$$

unde

$\alpha_g$ este coeficientul de transmisie a căldurii prin convecţie de la gaze,
$\Delta t$ — diferenţa instantanee de temperatură dintre gaze şi piesele în contact.

Diagrama din figura 14 ilustrează influenţa redusă a raportului de presiuni $p_{ev}/p_s$ la o distribuţie redusă ($\theta = 40°$) şi influenţa mai puternică a acestui raport la distribuţia cu suprapunere mare de supape ($\theta = 115°$).

În figurile 15 şi 16 se reprezintă variaţia temperaturii funcţie de raportul presiunilor $p_{ev}/p_s$, avînd ca parametru presiunea de supraalimentare. Temperatura scade mult la contrapresiuni de evacuare coborîte, datorită efectului aerului de baleiaj, şi creşte o dată cu presiunea de supraalimentare, datorită prelungirii duratei arderii.

Rezultă de aici că unele piese (fundul chiulasei şi al pistonului, difuzorul antecamerei şi supapele) sînt supuse încălzirii de către gaze cu temperatura cu atît mai coborîtă cu cît baleiajul este mai eficace, ceea ce oferă posibilitatea menţinerii solicitărilor termice în limite acceptabile.

## 4.4. CONSUMUL SPECIFIC DE COMBUSTIBIL

Prin supraalimentarea motorului de la sursa de aer comprimat independentă, măsurătorile de consum specific pot fi transpuse prin analogie la cazul real al supraalimentării prin turbocompresor, deoarece s-a lucrat cu contrapresiune variabilă, modelîndu-se astfel prezenţa turbinei de evacuare. Regimurile experimentale urmează a se substitui celor reale după condiţia identităţii valorilor raportului dintre contrapresiunea la evacuare şi presiunea de admisie ($p_{ev}/p_s$).

Diagramele din figurile 17 şi 18 arată scăderea importantă a consumului specific de combustibil o dată cu contrapresiunea la evacuare drept consecinţă a creşterii lucrului mecanic al diagramei de pompaj. Influenţa reglajului distribuţiei este ilustrată de curbele corespunzătoare arborilor de distribuţie nr. III şi IV, cu suprapuneri mari ale deschiderilor supapelor şi avansuri mari la deschiderea evacuării. Aceste reglaje au drept consecinţă înrăutăţirea umplerii la contrapresiuni de evacuare mari (circulaţie de gaze inversă sensului de baleiaj) şi micşorarea diagramei utile pe faza de destindere, ca urmare avansului mare la deschiderea evacuării (arborele IV). Influenţa duratei suprapunerii supapelor este redusă în zona raportului de echilibru ($p_{ev}/p_s \simeq 0{,}8$).

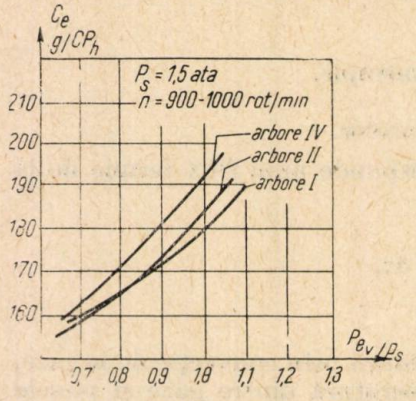



Fig. 17. — Variația consumului specific de combustibil cu reglajul distribuției, arborele I, $\theta = 40°$, arborele II, $\theta = 115°$, arborele IV, avans la deschiderea evacuării ADA = 90° $p_s$ = 1,5 ata

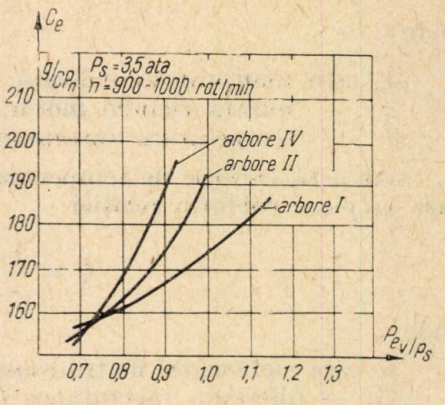



Fig. 18. — Variația consumului specific de combustibil cu reglajul distribuției ($p_s$ = 3,5)

## 5. CONCLUZII

Din analiza comparativă a rezultatelor obținute cu cele patru variante de arbori de distribuție se deduce că cerințele de umplere bună sînt în concordanță cu cele de încărcare termică redusă și de consum economic. Valorile optime care să nu conducă la un consum exagerat de aer livrat de compresor și la afectarea consumului specific de combustibil se află în următoarele domenii :

— avans la deschiderea admisiei ADA = 75—85° RAM;

— întîrziere la închiderea admisiei IIA = 40—50°;

— avans la deschiderea evacuării ADE = 45—60°;

— întîrziere la închiderea evacuării I.I.E. = 45—60°;

Determinările coeficientului de umplere arată că pentru evaluarea prin calcul a acestui coeficient este necesar să se introducă un factor de corecție pentru considerarea efectului de curățire a camerei de ardere de gazele reziduale, a cărui influență conduce la variații mari ale cantității de aer disponibile în cilindru.

O concluzie importantă ce se deduce din analiza rezultatelor experimentale arată că principalele criterii de apreciere a performanțelor motorului, și anume coeficientul de umplere, deci gradul de utilizare al cilindreii, încărcarea termică a motorului și consumul specific de combustibil, sînt puternic influențate de mărimea contrapresiunii din conducta de evacuare, raportată la presiunea de admisie. Decurge de aici necesitatea unui studiu atent al condițiilor de amplasare a turbinei de evacuare : în general se apreciază că gazele de evacuare conțin energie în exces față de lucrul mecanic solicitat de compresorul de supraalimentare și că, în consecință, supraalimentarea înaltă nu introduce probleme speciale din acest punct de vedere. Rezultatele prezentate mai sus arată că în cazul unei utili-

zări raţionale a energiei gazelor de evacuare, scăderea contrapresiunii la evacuare ce se obţine în acest mod are efecte deosebit de favorabile asupra comportării motorului la funcţionarea cu supraalimentare înaltă.

## BIBLIOGRAFIE

1. M. M. Maslenicov, M. S. Pappiport, *Motoare cu piston pentru aviaţie*, Edit. tehnică, 1953.
2. G., Bărănescu, *Motoare cu ardere internă*, în *Manualul inginerului termotehnician*, Edit. tehnică, 1961.
3. H. List, G. Reyl, *Der Ladungswechsel der Verbrennungskraftmaschine*, I, Springer, Wien, 1949.
4. B. Barbescu, *Über die Möglichkeit der Abgasanalysevermendung bei Bestimmung der Viertaktdieselmotorspülung*, Revue Roumaine des Sciences Techniques, *2* (1968).

# CALCULUL PROCESELOR DIN POMPA DE INJECȚIE CU DISTRIBUITOR ROTATIV ȘI PISTOANE OPUSE

DE

G. BĂRĂNESCU, A. MANOLE, R. MANIȚIU şi A. MANEA

621.65

Se prezintă o metodă de calcul a proceselor din pompa de injecţie cu distribuitor rotativ şi pistoane opuse. Rezolvarea ecuaţiilor care descriu starea sistemului se face prin metoda grafo-analitică. Se prezintă trei variante ale acestei metode, alegerea uneia dintre ele făcîndu-se în funcţie de precizia cerută calculului.
Sînt analizate condiţiile de apariţie a golului la pompa de injecţie şi metodele de rezolvare a sistemului de ecuaţii în acest caz particular.
Aplicarea metodei de calcul, care descrie procesele cu o precizie deosebită, permite stabilirea soluţiei funcţionale şi constructive optime.

## 1. INTRODUCERE

În alimentarea cu combustibil a motoarelor cu aprindere prin comprimare se manifestă tendinţa folosirii pompelor de injecţie, care permit alimentarea tuturor cilindrilor motorului de către un element de pompare unic. Această soluţie prezintă în principal avantajul unei uniformităţi sporite a alimentării cu combustibil a cilindrilor; pompa de injecţie este mai compactă, mai convenabilă din punctul de vedere al antrenării, mai ieftină.

Datorită interdependenţei proceselor care condiţionează performanţele pompei, determinarea valorilor optime pentru parametrii funcţionali şi constructivi ai acestui tip de pompă este o operaţie complicată; ea necesită o amplă cercetare experimentală, efectuată în condiţii funcţionale diferite, pe pompe ce se deosebesc din punct de vedere constructiv. De

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 591—610, Bucureşti, 1968

aceea restrîngerea prin calcul a domeniului în care se situează soluția optimă este deosebit de utilă. O metodă de calcul care permite îndeplinirea acestui deziderat face obiectul prezentei lucrări.

## 2. STABILIREA ECUAȚIILOR CARE DESCRIU PROCESELE DIN POMPĂ

Se folosesc următoarele notații :

$x$ — deplasare (m) ;
$D$ — diametru (m) ;
$S$ — secțiune de curgere ($m^2$) ;
$V$ — volum ($m^3$) ;
$R$ — forța de strîngere a arcului (N) ;
$K$ — constanta elastică a arcului (N/m) ;
$F$ — forță de frecare constantă (N) ;
$\delta \frac{dx}{dt}$ — forță de frecare variabilă cu viteza (N) ;
$p$ — presiune ($N/m^2$) ;
$E$ — modulul de elasticitate al combustibilului ($N/m^2$) ;
$\rho$ — masa specifică a combustibilului ($kg/m^3$) ;
$Q$ — debit de combustibil ($m^3/s$) ;
$\mu$ — coeficient de debit (—) ;
$m$ — masă (kg) ;
$a$ — viteza de propagare a undelor de presiune sau viteza sunetului prin combustibil (m/s) ;
$c$ — viteza de curgere a combustibilului (m/s) ;
$\alpha$ — unghiul de rotație al distribuitorului (grd) ;
$n$ — turația distribuitorului (rot/min) ;
$t$ — timp (s).

Pentru a referi notațiile precedente la diferitele secțiuni ale instalației (fig. 1), indicele $\Phi$ se referă la pompa de circulație, 0 la rezervor, $f$ la supapa filtrului de combustibil, $o$ la orificiul calibrat al filtrului de combustibil, $ft$ la conducta dintre filtru și pompa de transfer, $s$ la supapa de descărcare, $tr$ la pompa de transfer, $l$ la sertarul de laminare, $tu$ la canalizația de la pompa de transfer la carterul pompei, $u$ la circuitul de ungere, $z$ la distribuitorul rotativ, $j$ la admisia în distribuitor, $q$ la canalele de refulare spre injectoare, $i$ la unda incidentă și $r$ la unda reflectată.

### 2.1. POMPA DE CIRCULAȚIE

Pompa de circulație, de tipul cu roți dințate sau cu palete, este antrenată de arborele cotit. În cazul general, debitul $Q_\Phi$ depinde de turația pompei și de presiunea din avalul pompei :

$$Q_\Phi = \varphi(n, p_\Phi). \tag{1}$$

Cu suficientă aproximație se poate considera pentru pompele de circulație uzual folosite că debitul $Q_\Phi$ este constant și egal cu debitul mediu al pompei.

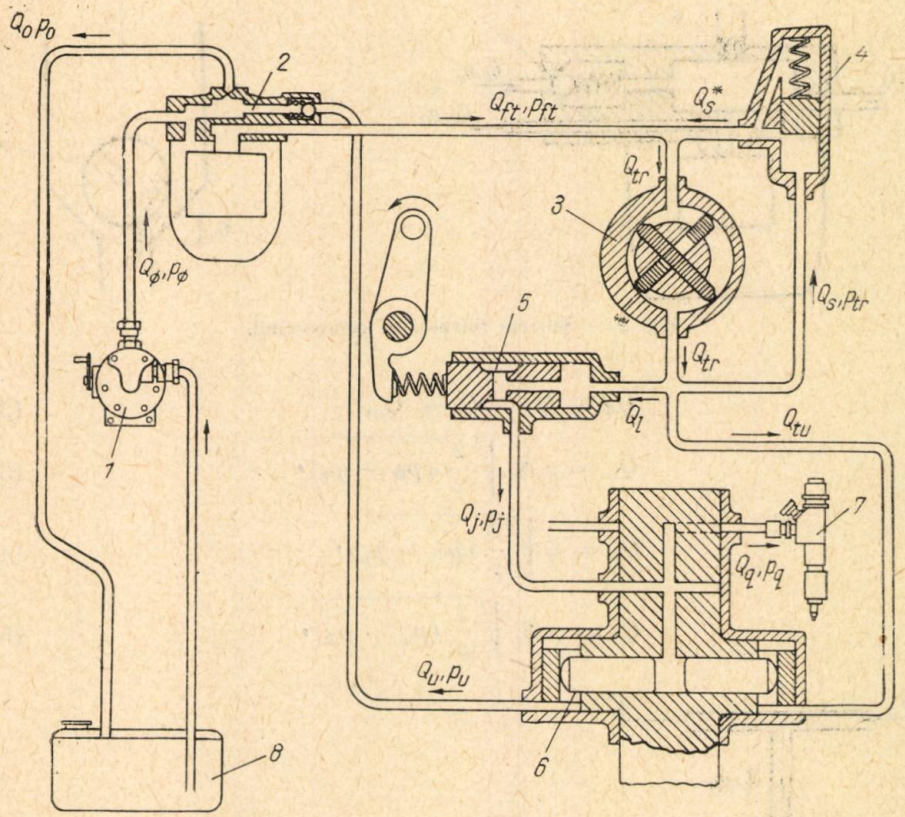


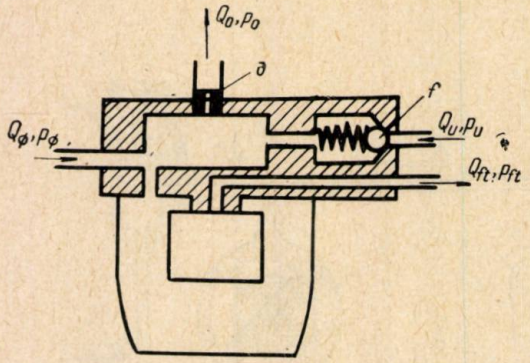

Fig. 1. — Schema instalației de alimentare :

*1* — pompa de circulație; *2* — filtrul de combustibil; *3* — pompa de transfer; *4* — supapa de descărcare a pompei de transfer; *5* — sertarul de laminare; *6* — pompa de injecție; *7* — injectorul; *8* — rezervorul de combustibil.

## 2.2. FILTRUL DE COMBUSTIBIL

Din cantitatea de combustibil vehiculată spre filtru de către pompa de circulație, o parte trece prin elementul de filtrare și apoi către pompa de transfer, restul fiind refulat spre rezervor prin orificiul *o*. În filtru mai pătrunde, printr-un orificiu controlat de o supapă automată, o cantitate de combustibil provenită din circuitul de ungere al pompei de injecție (fig .2).

Debitele de combustibil care pătrund sau ies din filtru sînt date de următoarele relaţii :



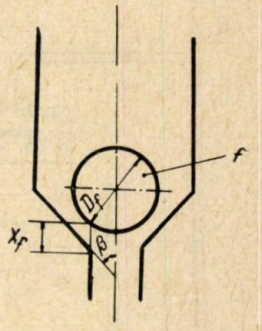




Fig. 2. — Schema filtrului de combustibil.

$$Q_\Phi + Q_u = Q_0 + Q_{ft}, \tag{2}$$

$$Q_0 = \mu_o S_o \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_\Phi - p_0)}, \tag{3}$$

$$Q_{ft} = \psi \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_\Phi - p_{ft})}, \tag{4}$$

$$Q_u = \mu_f S_f \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_u - p_\Phi)}, \tag{5}$$

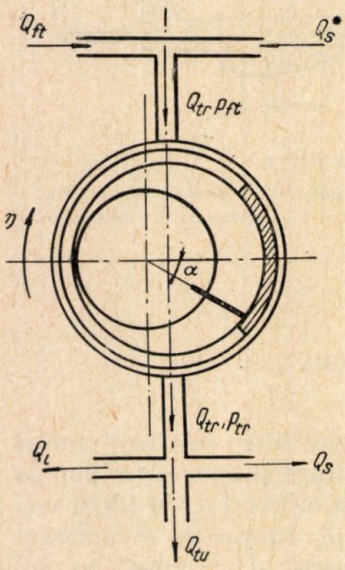



Fig. 3. — Schema pompei de transfer.

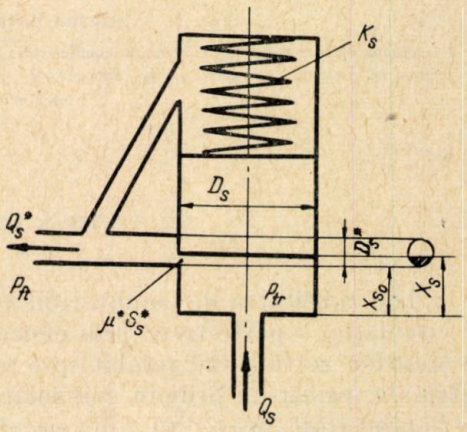



Fig. 4. — Schema supapei de descărcare a pompei de transfer.

$\psi$ fiind coeficientul de trecere prin filtru. Cu notațiile din figura 2, secțiunea $S_f$ are expresia

$$S_f = \frac{\pi}{2}[D_f + x_f \sin \beta] x_f \sin 2 \beta. \tag{6}$$

La un calcul foarte precis trebuie să se ia în considerare și mișcarea supapei. Echilibrul dinamic al acesteia este exprimat de ecuația

$$m_f \frac{d^2 x_f}{dt^2} + R_f + K_f x_f - \frac{\pi D_f^2}{4}(p_u - p_\Phi) = 0. \tag{7}$$

### 2.3. POMPA DE TRANSFER

Debitul pompei de transfer (fig. 3) este dat de relația

$$Q_{tr} = 6 \, neb \left( D_{tr} - e \sin^2 \alpha + \cos \alpha \sqrt{\frac{D_{tr}^2}{4} - e^2 \sin^2 \alpha} \right), \tag{8}$$

în care $e$ reprezintă excentricitatea rotorului față de stator, $b$ lățimea paletelor și $D_{tr}$ diametrul interior al statorului.

Relația (8) nu ține seama de grosimea paletelor și de debitul invers care apare la trecerea paletelor din spațiul de refulare în spațiul de aspirație. Totodată s-a presupus că turația rotorului este egală cu turația distribuitorului.

Din condiția de continuitate rezultă

$$Q_{ft} + Q_s^* = Q_{tr}, \tag{9}$$

$$Q_{tr} = Q_l + Q_{tu} + Q_s. \tag{10}$$

### 2.4. SUPAPA DE DESCĂRCARE A POMPEI DE TRANSFER

Pentru aceasta (fig. 4), condiția de continuitate are expresia

$$Q_s = Q_s^* + \frac{\pi D_s^2}{4} \frac{dx_s}{dt} + \frac{V_s}{E} \frac{dp_{tr}}{dt}, \tag{11}$$

unde debitul $Q_s^*$ este dat de formula

$$Q_s^* = \mu_s^* S_s^* \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{tr} - p_{ft})}, \tag{12}$$

iar $V_s$ este volumul de combustibil aflat în momentul $t$ în camera limitată de pistonul supapei.

Secțiunea $S_s^*$ se calculează cu relația

$$S_s^* = \frac{D_s^*}{4}\left[\frac{D_s^*}{2} \arccos \frac{D_s^* - 2(x_s - x_{s0})}{D_s^*} - \sqrt{(D_s^* - x_s + x_{s0})(x_s - x_{s0})}\right], \tag{13}$$

unde $D_s^*$ și $x_{s0}$ au semnificația din figura 4.

Ecuația de mișcare a pistonului supapei este

$$m_s \frac{d^2x_s}{dt^2} + R_s + K_s x_s \pm F_s + \delta_s \frac{dx_s}{dt} - \frac{\pi D_s^2}{4}(p_{tr} - p_{ft}) = 0. \quad (14)$$

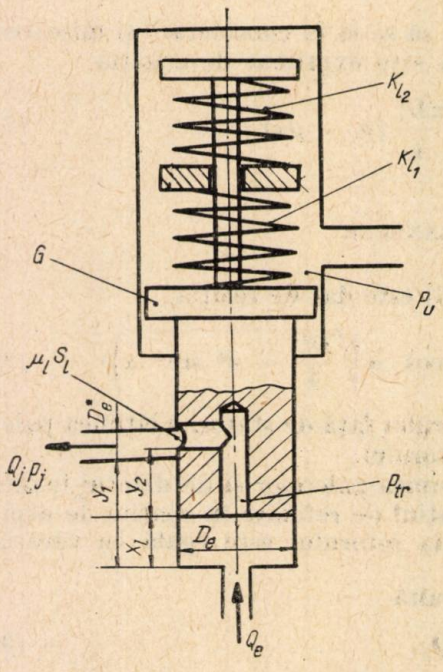



Fig. 5. — Schema sertarului de laminare.

Forțele care acționează pistonul sînt considerate pozitive cînd deplasarea acestuia se efectuează în sensul creșterii volumului $V_s$. La deplasarea pistonului în acest sens, viteza pistonului este socotită pozitivă.

## 2.5. SERTARUL DE LAMINARE

Condiția de contiuitate pentru sertarul de laminare are expresia

$$Q_l = Q_j + \frac{\pi D_l^2}{4}\frac{dx_l}{dt} + \frac{V_l}{E}\frac{dp_{tr}}{dt}, \quad (15)$$

unde

$$Q_j = \mu_l S_l \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{tr} - p_j)}, \quad (16)$$

iar $V_l$ este volumul de combustibil aflat în momentul $t$ în camera limitată de sertar (fig. 5). Secțiunea $S_l$ este determinată de formula

$$S_l = \frac{D_l^*}{4}\left[D_l^* \arccos\frac{y_2 - y_1 + x_l}{D_l^*} - \sqrt{D_l^{*2} - (y_1 - y_2 - x_l)^2}\right]. \quad (17)$$

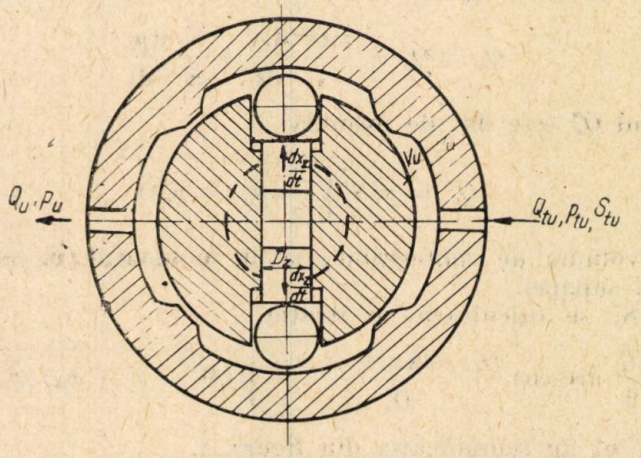



Fig. 6. — Schema carterului pompei.

Ecuația de mișcare a sertarului de laminare este

$$m_l \frac{d^2x_l}{dt^2} + R_l + K_l x_l \pm F_l + \delta_l \frac{dx_l}{dt} - \frac{\pi D_l^2}{4}(p_{tr} - p_u) = 0, \quad (18)$$

unde $R_l = R_{l_1} - R_{l_2}$ este forța de strîngere rezultantă a celor două arcuri, iar $K_l = K_{l_1} - K_{l_2}$ constanta ansamblului arcurilor; $F_l$ și $\delta_l$ țin seama atît de frecarea sertarului, cît și de cea corespunzătoare gulerului $G$ al regulatorului.

Forțele care acționează sistemul sînt considerate pozitive cînd deplasează sertarul în sensul creșterii volumului $V_l$. Pentru același sens de deplasare, viteza sertarului este pozitivă.

## 2.6. CIRCUITUL DE UNGERE

Debitul de combustibil vehiculat prin circuitul de ungere are expresia

$$Q_{tu} = \mu_{tu} S_{tu} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{tr} - p_u)}, \quad (19)$$

unde $S_{tu}$ este secțiunea canalizației care aduce combustibilul de la pompa de transfer la carterul pompei (fig. 6).

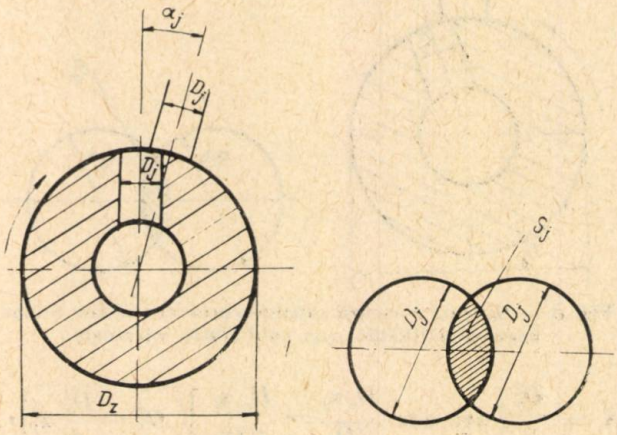



Fig. 7. — Schema comenzii canalului prin care se face aspirația combustibilului în distribuitor.

Ecuația de continuitate pentru carterul pompei de injecție are forma

$$Q_{tu} + 2\frac{\pi D_z^2}{4}\frac{dx_z}{dt} = Q_u + \frac{V_u}{E}\frac{dp_u}{dt}. \quad (20)$$

## 2.7. DISTRIBUITORUL ROTATIV

Se presupune că distribuitorul se află în legătură atît cu sertarul de laminare, cît şi cu unul din injectoare. Condiţia de continuitate este pentru acest caz general

$$Q_j = Q_q + 2\frac{\pi D_z^2}{4}\frac{\mathrm{d}x_z}{\mathrm{d}t} + \frac{V_z}{E}\frac{\mathrm{d}p_z}{\mathrm{d}t}, \tag{21}$$

unde

$$Q_q = \mu_z S_z \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_z - p_q)}, \tag{22}$$

$V_z$ fiind volumul de combustibil aflat în momentul $t$ în interiorul distribuitorului.

Debitul $Q_j$ este dat de formula

$$Q_j = \mu_j S_j \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_j - p_z)}. \tag{23}$$

Cu notaţiile din figurile 7 şi 8, secţiunile $S_j$ şi $S_z$ au expresiile

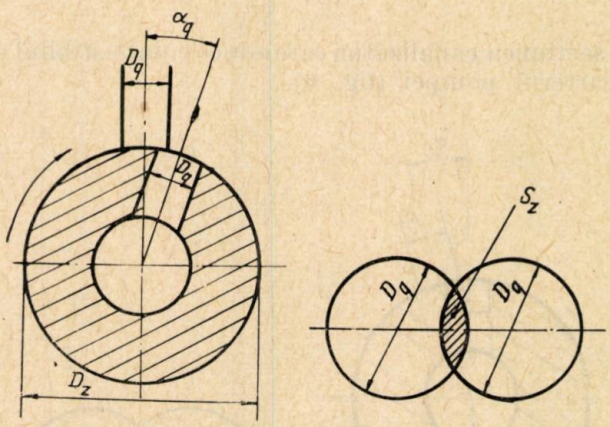



Fig. 8. — Schema comenzii canalului prin care se face refularea combustibilului spre unul dintre injectoare.

$$S_j = \frac{D_j^2}{2}\left(\arccos\frac{D_z\alpha_j}{2D_j} - \frac{D_z\alpha_j}{2D_j^2}\sqrt{D_j^2 - \frac{D_z^2}{4}\alpha_j^2}\right), \tag{24}$$

$$S_z = \frac{D_q^2}{2}\left(\arccos\frac{D_z\alpha_q}{2D_q} - \frac{D_z\alpha_q}{2D_q^2}\sqrt{D_q^2 - \frac{D_z^2}{4}\alpha_q^2}\right). \tag{25}$$

Ecuaţia de mişcare a pistoanelor antrenate de distribuitor este

$$m_z\frac{\mathrm{d}^2x_z}{\mathrm{d}t} - \left[m_z x_z + \rho\frac{\pi D_z^2}{4}\frac{(x_z - b)^2}{2}\right]\frac{\pi^2 n^2}{900} \pm F_z + \delta_z\frac{\mathrm{d}x_z}{\mathrm{d}t} - \frac{\pi D_z^2}{4}(p_z - p_u) = 0, \tag{26}$$

unde $m_z$ este masa pistoanelor, iar $b$ distanța de la centrul de masă al unui piston pînă la extremitatea dinspre interiorul distribuitorului a pistonului respectiv (fig. 9).

Dacă valoarea variabilei $x_z$ rezultată din ecuația (26) este mai mare decît valoarea corespunzătoare profilului camelor, mișcarea pistoanelor este determinată de came.

La extremitatea dinspre distribuitor a conductelor dintre pompă și injectoare, presiunea, viteza și debitul combustibilului, exprimate în funcție de amplitudinile undelor incidentă și reflectată, sînt

$$p_q = p_0' + p_i + p_r, \tag{27}$$

$$c_q = k(p_i - p_r), \tag{28}$$

$$Q_q = c_q S_q, \tag{29}$$

unde $p_0'$ este presiunea remanentă în conductă între două injecții, iar $k = \dfrac{1}{\rho a}$.

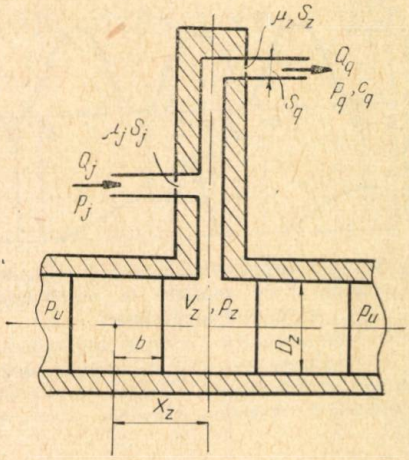



Fig. 9. — Schema distribuitorului rotativ.

### 3. REZOLVAREA ECUAȚIILOR CARE DESCRIU PROCESELE DIN POMPĂ

#### 3.0. CONSIDERAȚII GENERALE

La rezolvarea ecuațiilor care descriu procesele din pompă se consideră drept date ale problemei dimensiunile tuturor organelor, calajul rotorului pompei de transfer față de distribuitorul rotativ, poziția relativă a canalelor practicate în distribuitorul rotativ, precum și mărimile $R$, $K$, $F$, $\delta$, $E$, $\rho$, $\mu$, $a$ și $n$. De asemenea este cunoscută, din calculul proceselor de la injector, presiunea $p_r$ a undelor reflectate.

În funcție de poziția relativă a canalelor din distribuitorul rotativ se pot prezenta cazurile caracteristice din figurile 10 și 11, primul fiind mai general.

Din punctul de vedere al calculului, aceste cazuri pot fi socotite ca diferite succesiuni ale următoarelor situații:

— orificiile de admisie și cel de refulare se află deschise;
— este deschis numai orificiul de admisie;
— este deschis numai orificiul de refulare;
— ambele orificii sînt închise.

În continuare se prezintă rezolvarea ecuațiilor care descriu procesele de la pompă pentru aceste situații. Datorită complexității sistemului de

ecuații, rezolvarea este făcută prin metode grafo-analitice. Pentru exprimarea diferențialelor care intervin în unele ecuații se consideră două intervale de timp consecutive și egale, pe fiecare interval curba de variație

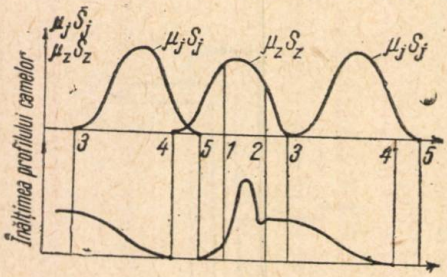



Fig. 10. — Suprapunerea comenzii orificiilor de admisie și de refulare la deschiderea orificiului de refulare :

*1* — începutul refulării ; *2* — sfîrșitul primei descărcări ; *3* — închiderea orificiului de refulare, deschiderea orificiului de admisie ; *4* — deschiderea orificiului de refulare ; *5* — închiderea orificiului de admisie.

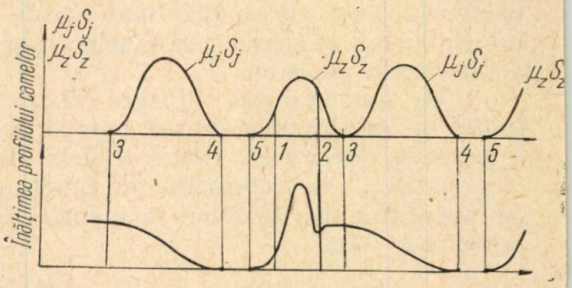



Fig. 11. — Comanda fără suprapunere a orificiilor de admisie și de refulare :

*1* — începutul refulării ; *2* — sfîrșitul primei descărcări ; *3* — închiderea orificiului de refulare, deschiderea orificiului de admisie ; *4* — închiderea orificiului de admisie ; *5* — deschiderea orificiului de refulare.

fiind înlocuită cu coarda determinată de valorile mărimii respective la capetele intervalului (fig. 12) ; în aceste condiții se poate scrie

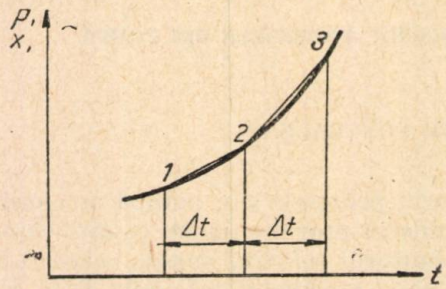



Fig. 12. — Înlocuirea variației reale cu o variație liniară.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{p_3 - p_2}{\Delta t}, \tag{30}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x_3 - x_2}{\Delta t}, \tag{31}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{x_3 - 2x_2 + x_1}{\Delta t^2}. \tag{32}$$

Mărimea intervalului $\Delta t$ se alege în raport cu precizia dorită, ținînd seama totodată și de cerințele calculului proceselor din conductele dintre pompă și injectoare.

### 3.1. SITUAȚIA 1 : ORIFICIUL DE ADMISIE ȘI CEL DE REFULARE SÎNT DESCHISE

Această situație este descrisă de sistemul de ecuații (1)—(29).

Sistemul poate fi adus la o formă mai simplă ținînd seama de următoarele : în amontele distribuitorului, variațiile de presiune sînt mici și, ca urmare, termenii de forma $\frac{V}{E}\frac{dp}{dt}$ pot fi neglijați. Necunoscutele $Q_o$, $Q_u$, $Q_{fl}$, $Q_s$, $Q_s^*$, $Q_l$, $Q_{lu}$, $Q_q$, $Q_f$, $c_q$ pot fi eliminate. Aplicînd ecuațiile

rămase în punctul (3) și înlocuind diferențialele prin diferențe finite potrivit relațiilor (30)—(32), se obține următorul sistem :

$$Q_{\Phi_3} = \varphi(n,\ p_{\Phi_3}), \tag{33}$$

$$Q_{\Phi_3} + \mu_f S_{f_3} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{u_3} - p_{\Phi_3})} = \mu_o S_o \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{\Phi_3} - p_o)} + \psi \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{\Phi_3} - p_{ft_3})}, \tag{34}$$

$$S_{f_3} = \frac{\pi}{2}\ [D_f + x_{f_3} \sin \beta]\ x_{f_3} \sin 2\beta, \tag{35}$$

$$m_f \frac{x_{f_3} - 2x_{f_2} + x_{f_1}}{\Delta t^2} + R_f + K_f x_{f_3} - \frac{\pi D_f^2}{4}(p_{u_3} - p_{\Phi_3}) = 0, \tag{36}$$

$$Q_{tr_3} = 6\, neb \left(D_{tr} - e \sin^2 \alpha_3 + \cos \alpha_3 \sqrt{\frac{D_{tr}^2}{4} - e^2 \sin^2 \alpha_3}\right), \tag{37}$$

$$\psi \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{\Phi_3} - p_{ft_3})} + \mu_s^* S_{s_3}^* \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{tr_3} - p_{ft_3})} = Q_{tr_3}, \tag{38}$$

$$Q_{tr_3} = \mu_l S_l \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{tr_3} - p_{j_3})} + \frac{\pi D_l^2}{4} \frac{x_{l_3} - x_{l_2}}{\Delta t} + \mu_{tu} S_{tu} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{tr_3} - p_{u_3})} +$$

$$+ \mu_s^* S_{s_3}^* \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{tr_3} - p_{ft_3})} + \frac{\pi D_s^2}{4} \frac{x_{s_3} - x_{s_2}}{\Delta t}, \tag{39}$$

$$S_{s_3}^* = \frac{D_s^*}{4}\left[\frac{D_s^*}{2} \arccos \frac{D_s^* - 2(x_{s_3} - x_{s_0})}{D_s^*} - \sqrt{(D_s^* - x_{s_3} + x_{s_0})(x_{s_3} - x_{s_0})}\right], \tag{40}$$

$$m_s \frac{x_{s_3} - 2x_{s_2} + x_{s_1}}{\Delta t^2} + R_s + K_s x_{s_3} \pm F_s + \delta_s \frac{x_{s_3} - x_{s_2}}{\Delta t} - \frac{\pi D_s^2}{4}(p_{tr_3} - p_{ft_3}) = 0, \tag{41}$$

$$S_{l_3} = \frac{D_l^*}{4}\left[D_l^* \arccos \frac{y_2 - y_1 + x_{l_3}}{D_l^*} - \sqrt{D_l^{*2} - (y_1 - y_2 - x_{l_3})^2}\right], \tag{42}$$

$$m_l \frac{x_{l_3} - 2x_{l_2} + x_{l_1}}{\Delta t^2} + R_l + K_l x_{l_3} \pm F_l + \delta_l \frac{x_{l_3} - x_{l_2}}{\Delta t} - \frac{\pi D_l^2}{4}(p_{tr_3} - p_{u_3}) = 0, \tag{43}$$

$$\mu_{tu} S_{tu} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{tr_3} - p_{u_3})} + 2 \frac{\pi D_z^2}{4} \frac{x_{z_3} - x_{z_2}}{\Delta t} = \mu_f S_{f_3} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{u_3} - p_{\Phi_3})}, \tag{44}$$

$$\mu_j S_{j_3} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{j_3} - p_{z_3})} = \mu_z S_{z_3} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{z_3} - p_{q_3})} + \frac{2\pi D_z^2}{4} \frac{x_{z_3} - x_{z_2}}{\Delta t} + \frac{V_z}{E} \frac{p_{z_3} - p_{z_2}}{\Delta t}, \tag{45}$$

$$\mu_l S_{l_3} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{tr_3} - p_{j_3})} = \mu_j S_{j_3} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{j_3} - p_{z_3})}, \tag{46}$$

$$S_{j_3} = \frac{D_j^2}{2}\left(\arccos \frac{D_z \alpha_{j_3}}{2D_j} - \frac{D_z \alpha_{j_3}}{2D_j^2} \sqrt{D_j^2 - \frac{D_z^2}{4} \alpha_{j_3}^2}\right), \tag{47}$$

$$S_{z_3} = \frac{D_q^2}{2}\left( \arccos \frac{D_z \alpha_{q_3}}{2D_q} - \frac{D_z \alpha_{q_3}}{2D_q^2}\sqrt{D_q^2 - \frac{D_z^2}{4}\alpha_{q_3}^2}\right), \tag{48}$$

$$m_z \frac{x_{z_3} - 2x_{z_2} + x_{z_1}}{\Delta t^2} - \left[ m_z x_{z_3} + \rho \frac{\pi D_z^2}{4}\frac{(x_{z_3} - b)^2}{2}\right]\frac{\pi^2 n^2}{900} \pm F_z + \delta_z \frac{x_{z_3} - x_{z_2}}{\Delta t} -$$

$$- \frac{\pi D_z^2}{4}(p_{z_3} - p_{u_3}) = 0, \tag{49}$$

$$p_{q_3} = p_0' + p_{i_3} + p_{r_3}, \tag{50}$$

$$\mu_z S_{z_3}\sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{z_3} - p_{q_3})} = S_q k (p_{i_3} - p_{r_3}) \cdot \tag{51}$$

Rezolvarea pe cale grafo-analitică a sistemului (33)—(51) se face prin aproximări succesive în modul următor : se separă din sistem ecuaţiile (45) şi (49) ce urmează a fi folosite pentru verificarea soluţiilor determinate în timpul calculelor. În vederea rezolvării sistemului rămas, se alege o valoare a necunoscutei $x_{z_3}$ în concordanţă cu tendinţa precizată de valorile acestei variabile, determinate pe intervalele precedente ; fie $x'_{z_3}$ valoarea aleasă. Se trasează pentru intervalul considerat ecuaţiile (36), (43) şi (44) ; în coordonatele respective, ecuaţiile (36) şi (43) reprezintă fiecare cîte o dreaptă, iar ecuaţia (44) constituie o familie de curbe care are ca parametru pe $x_{f_3}$ (fig. 13).

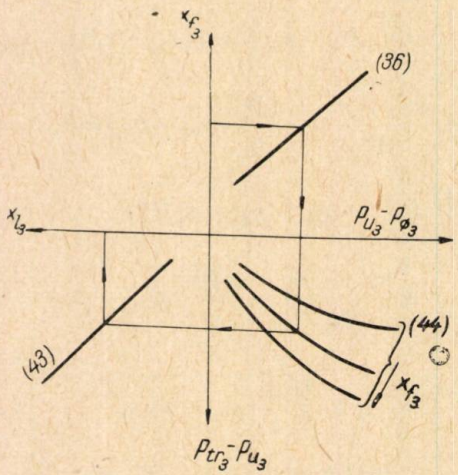



Fig. 13. — Diagramă de calcul.

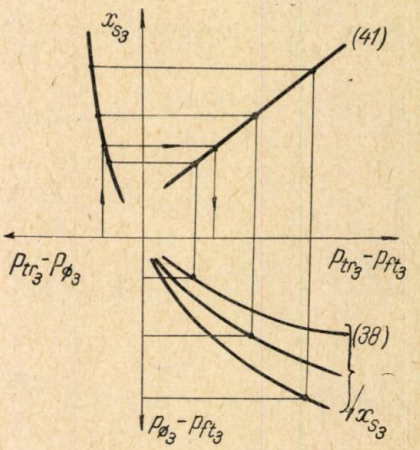



Fig. 14. — Diagramă de calcul.

În continuare, se trasează pentru acelaşi interval ecuaţia (41), care reprezintă o dreaptă, şi ecuaţia (38), care reprezintă o familie de curbe, avînd ca parametru pe $x_{s_3}$ (fig. 14).

La diverse valori ale diferenţei $(p_{tr_3} - p_{ft_3})$ se deduc din diagrama reprezentată în primul cadran valorile variabilei $x_{s_3}$, iar din diagrama re-

prezentată în cadranul al patrulea valorile corespunzătoare ale diferenței $(p_{\Phi_3} - p_{ft_3})$. Se calculează diferența

$$(p_{tr_3} - p_{ft_3}) - (p_{\Phi_3} - p_{ft_3}) = p_{tr_3} - p_{\Phi_3}$$

și se reprezintă curba $x_{s_3}(p_{tr_3} - p_{\Phi_3})$ (cadranul 2, fig. 14).

În scopul determinării valorilor necunoscutelor pentru intervalul considerat, se alege o valoare oarecare pentru $x_{f_3}$ și se determină din figura 13 valorile $(p_{u_3} - p_{\Phi_3})$, $(p_{tr_3} - p_{u_3})$ și $x_{l_3}$. Se calculează suma

$$(p_{tr_3} - p_{u_3}) + (p_{u_3} - p_{\Phi_3}) = p_{tr_3} - p_{\Phi_3},$$

cu care se precizează în figura 14 valorile $x_{s_3}$ și $(p_{tr_3} - p_{ft_3})$.

Din ecuația (34) se calculează $p_{\Phi_3}$, iar apoi presiunile $p_{tr_3}$, $p_{ft_3}$ și $p_{u_3}$ din diferențele de presiune obținute cu ajutorul figurilor 13 și 14. Celelalte necunoscute se determină în ordinea următoare : $p_{j_3}$ din (39) $p_{z_3}$ din (46), $p_{q_3}$ și $p_{i_3}$ din (50) și (51).

Înlocuind variabilele din relația (45) cu valorile obținute, se deduce valoarea variabilei $x_{z_3}$ care ar corespunde valorii $x_{f_3}$ alese.

Repetînd calculul pentru diferite valori $x_{f_3}$ se obțin din (45) valorile $x_{z_3}$ care precizează o curbă în planul $x_{f_3}$, $x_{z_3}$ ; ordonatei $x'_{z_3}$ îi corespunde pe această curbă abscisa $x'_{f_3}$ (fig. 15).

Pentru $x'_{f_3}$ astfel stabilit se poate calcula diferența $(p_{z_3} - p_{u_3})$, care, introdusă în ecuația (49), determină o valoare $x'^{*}_{z_3}$ în general diferită de $x'_{z_3}$ ales inițial. Se alege pentru o nouă valoare, $x''_{z_3}$ și se repetă calculul, obținîndu-se în final o nouă pereche de valori, $x'_{f_3}$, $x'^{*}_{z_3}$.

În coordonate $x_{f_3}$, $x_{z_3}$, perechile de valori $x'_{f_3}$, $x'^{*}_{z_3}$ ; $x''_{f_3}$, $x''^{*}_{z_3}$ etc. determină o curbă (fig. 16). În același sistem de coordonate se reprezintă și curba precizată prin punctele $x'_{f_3}$, $x'_{z_3}$ ; $x''_{f_3}$, $x''_{z_3}$ etc. La intersecția celor două curbe se găsesc valorile $x_{f_3}$ și $x_{z_3}$, care verifică sistemul (33)—(51).

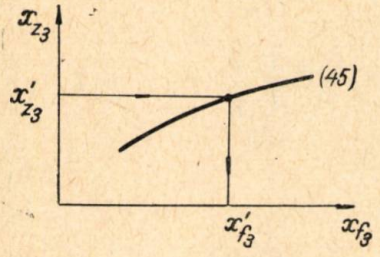



Fig. 15. — Diagramă de calcul.

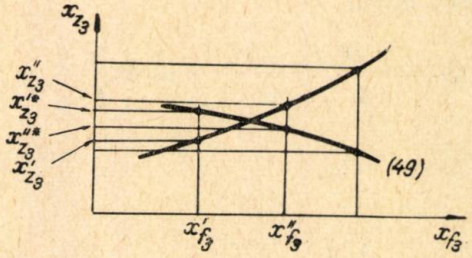



Fig. 16. — Diagramă de calcul.

Dacă pistoanele urmăresc profilul camei în sistem se produc următoarele modificări : ecuația (49) se înlocuiește cu legea de mișcare a pistoanelor determinată de profilul camei :

$$x_{z_3} = \theta(\alpha), \tag{52}$$

iar familia de curbe (44) din figura 13 rămîne neschimbată pe interval.

Stabilirea necunoscutelor $x_{l_3}$, $x_{s_3}$, $p_{\Phi_3}$, $p_{u_3}$, $p_{tr_3}$, $p_{ft_3}$, $p_{j_3}$, $p_{z_3}$, $p_{q_3}$ şi $p_{i_3}$ pentru o valoare oarecare $x_{f_3}$ urmează calea prezentată anterior. În continuare se poate trasa curba de variaţie a membrului stîng (MS) şi a membrului drept (MD) din ecuaţia (45) în funcţie de $x_{f_3}$ (fig. 17); la intersecţia celor două curbe se găseşte valoarea $x_{f_3}$, care verifică sistemul.

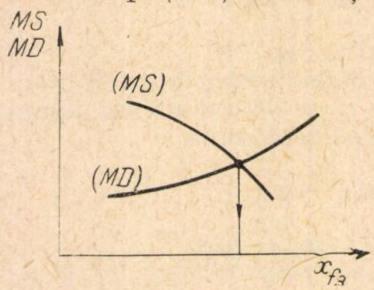



Fig. 17. — Diagramă de calcul.

### 3.2. SITUAŢIA 2: ESTE DESCHIS NUMAI ORIFICIUL DE ADMISIE

Această situaţie este exprimată analitic prin condiţia $S_z = 0$, care produce în sistemul de ecuaţii (33) — (51) următoarele modificări: ecuaţia (48) dispare, iar ecuaţiile (45) şi (51) devin

$$\mu_j S_{j_3} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{j_3} - p_{z_3})} = 2\frac{\pi D_z^2}{4}\frac{x_{z_3} - x_{z_2}}{\Delta t} + \frac{V_z}{E}\frac{p_{z_3} - p_{z_2}}{\Delta t}, \tag{53}$$

$$S_q k (p_{i_3} - p_{r_3}) = 0. \tag{54}$$

Rezolvarea sistemului astfel transformat se face după metoda descrisă la punctul 3.1. Necunoscutele $p_{i_3}$ şi $p_{q_3}$ rezultă direct din ecuaţiile (50) şi (54).

### 3.3. SITUAŢIA 3: ESTE DESCHIS NUMAI ORIFICIUL DE REFULARE

Dacă orificiul de admisie este închis, curgerea combustibilului de la sertarul de laminare la distribuitorul rotativ este întreruptă. În acest caz, $S_j = 0$; ecuaţia (47) dispare din sistem, iar ecuaţiile (39), (45) şi (46) devin

$$Q_{tr_3} = \frac{\pi D_l^2}{4}\frac{x_{l_3} - x_{l_2}}{\Delta t} + \mu_{tu} S_{tu}\sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{tr_3} - p_{u_3})} + \mu_s^* S_{s_3}^*\sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{tr_3} - p_{ft_3})} + \frac{\pi D_s^2}{4}\frac{x_{s_3} - x_{s_2}}{\Delta t}, \tag{55}$$

$$\mu_z S_{z_3}\sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{z_3} - p_{q_3})} + 2\frac{\pi D_z^2}{4}\frac{x_{z_3} - x_{z_2}}{\Delta t} + \frac{V_z}{E}\frac{p_{z_3} - p_{z_2}}{\Delta t} = 0, \tag{56}$$

$$p_{tr_3} = p_{j_3}. \tag{57}$$

Deoarece în această situaţie $p_{z_3}$ nu mai poate fi determinat din (57), ecuaţiile (56) şi (49) care conţin această necunoscută nu pot servi pentru stabilirea adevăratelor valori $x_{f_3}$ şi $x_{z_3}$. În locul lor trebuie folosite ecuaţiile (55) şi (56).

Sistemul se rezolvă după metoda prezentată la punctul 3.1. Pentru stabilirea valorii $x'_{f_3}$ se reprezintă, în funcție de $x_{f_3}$, variația membrului drept al ecuației (55) (fig. 18); ordonatei $Q_{tr_3}$ îi corespunde pe această curbă valoarea $x'_{f_3}$ căutată.

Valorile $x_{f_3}$ și $x_{z_3}$ care verifică sistemul rezultă din reprezentarea ecuațiilor (55) și (56) în coordonate $x_{f_3}$, $x_{z_3}$, ca în figura 16.

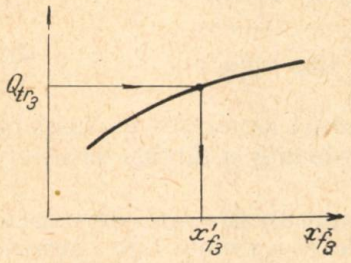



Fig. 18. — Diagramă de calcul.

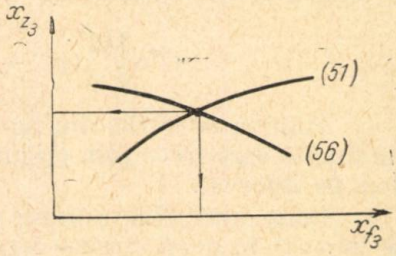



Fig. 19. — Diagramă de calcul.

Dacă pistoanele urmăresc profilul camei, se obțin două sisteme: primul este format din ecuațiile (33)—(38), (55), (40)—(44) și (57), iar al doilea din ecuațiile (56), (48), (52), (50) și (51).

Pentru rezolvarea primului sistem se folosește metoda prezentată anterior. Sistemul al doilea se rezolvă reprezentînd în coordonate $p_{q_3}$ și $p_{z_3}$ ecuațiile (51) și (56). La intersecția curbelor obținute se găsesc valorile care verifică sistemul (fig. 19). Ecuația (50) servește apoi pentru determinarea lui $p_{i_3}$.

### 3.4. SITUAȚIA 4: ORIFICIILE DE ADMISIE ȘI DE REFULARE SÎNT ÎNCHISE

Această situație, exprimată analitic prin condiția $S_j = S_z = 0$, produce următoarele modificări în sistemul de ecuații (33)—(51): ecuațiile (47) și (48) dispar, ecuațiile (39) și (46) se înlocuiesc cu (55), respectiv (57), iar ecuațiile (45) și (51) devin

$$2\,\frac{\pi D_z^2}{4}\,\frac{x_{z_3}-x_{z_2}}{\Delta t}+\frac{V_z}{E}\,\frac{p_{z_3}-p_{z_2}}{\Delta t}=0, \tag{58}$$

$$p_{i_3}=p_{r_3}. \tag{59}$$

Sistemul se rezolvă ca în situația 3, folosind în locul ecuației (56) ecuația (58).

Dacă pistoanele urmăresc profilul camei, rezolvarea celui de-al doilea sistem se face mai comod pe cale analitică, întrucît necunoscutele $p_{z_3}$ și $p_{i_3}$ rezultă direct din ecuațiile (58) și (59).

## 4. METODE SIMPLIFICATE DE REZOLVARE A SISTEMULUI DE ECUAȚII

Metoda descrisă ia în considerare influența tuturor parametrilor care condiționează desfășurarea proceselor din pompă. Necesitatea trasării

curbelor (38) și (44) din diagramele prezentate în figurile 13 și 14 pentru fiecare valoare inițial aleasă a variabilei $x_{z_3}$ și a diagramelor în ansamblu pentru fiecare interval $\Delta t$ sporesc considerabil volumul calculelor.

În scopul reducerii acestora este utilă folosirea unor ipoteze simplificatoare.

De pildă, neglijînd influența mișcării pistoanelor asupra debitului de combustibil în circuitul de ungere, ecuația (44) devine

$$\mu_{tu} S_{tu} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{tr_3} - p_{u_3})} = \mu_f S_{f_3} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{u_3} - p_{\Phi_3})}. \tag{60}$$

Familia de curbe din figura 13 se transformă astfel într-un fascicul de drepte care trece prin origina axelor de coordonate și rămîne neschimbat pe interval.

Dacă orificiul de admisie este închis (situația 3), sistemul de ecuații se împarte în două sisteme legate prin variabila $p_{u_3}$; primul este format din ecuațiile (33)—(38), (55), (40)—(43), (60) și (57), iar al doilea din ecuațiile (56) și (48)—(51).

Primul sistem, care nu conține pe $x_{z_3}$ se rezolvă pe calea prezentată în cazul general la situația 3. Valoarea $p_{u_3}$ determinată din primul sistem se înlocuiește apoi în al doilea, după care aceasta din urmă se rezolvă în modul următor: se reprezintă în coordonate $p_{z_3}$, $p_{q_3}$ ecuația (51), în care $p_{i_3}$ și $S_{z_3}$ au fost înlocuite cu expresiile lor rezultate din (48) și (50) (fig. 20). În același grafic se trasează în coordonate $p_{z_3}$ și $x_{z_3}$ ecuația (49) și familia de drepte paralele corespunzătoare ecuației (56), în care diferența $(p_{z_3} - p_{q_3})$ este considerată parametru.

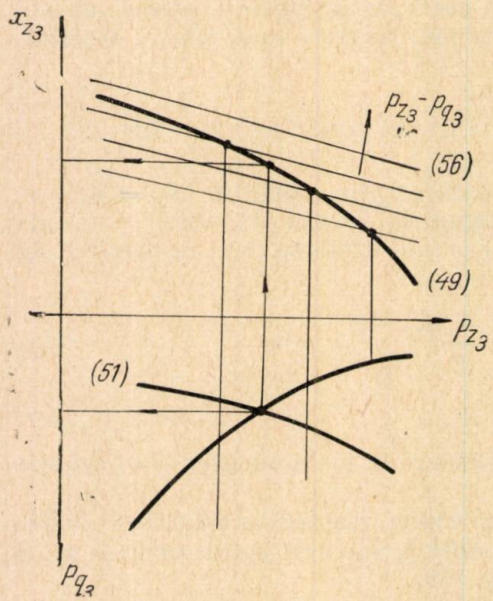


Fig. 20. — Diagramă de calcul.

Pentru fiecare punct de intersecție al curbei (49) cu dreptele (56) se poate determina $p_{q_3}$ ca diferență între abscisa punctului și parametrul dreptei pe care se află punctul. Cu valorile găsite se trasează o curbă în coordonate $p_{z_3}$, $p_{q_3}$. Intersecția dintre această curbă și (51) determină valorile $p_{z_3}$ și $p_{q_3}$, care verifică sistemul.

Dacă orificiile de admisie și de refulare sînt ambele închise (situația 4), cel de-al doilea sistem cuprinde ecuațiile (58), (49), (50) și și (59); ecuațiile (50) și (59) permit stabilirea directă a variabilelor $p_{i_3}$ și $p_{q_3}$, iar din (58) și (49) rezultă $p_{z_3}$ și $x_{z_3}$.

Pentru simplificarea în continuare a calculelor, curbele din figurile 2.13 și 2.14 pot fi aproximate cu linii drepte. În esență, problema se reduce la înlocuirea unei funcții de tipul $\sqrt{p_{v_3} - p_{w_3}}$ cu o funcție liniară de

$p_{v_3}$ și $p_{w_3}$. Se dezvoltă în serie Taylor funcția $\sqrt{p_{v_3} - p_{w_3}}$ în jurul punctului $(p_{v_2} - p_{w_2})$, considerînd ca necunoscută diferența $(p_{v_3} - p_{w_3})$ :

$$\sqrt{p_{v_3} - p_{w_3}} = \sqrt{p_{v_2} - p_{w_2}} + \frac{(p_{v_3} - p_{w_3}) - (p_{v_2} - p_{w_2})}{1!} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{p_{v_3} - p_{w_3}}} \right)_{p_{v_2} - p_{w_2}} -$$

$$- \frac{[(p_{v_3} - p_{w_3}) - (p_{v_2} - p_{w_2})]^2}{2!} \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\sqrt{(p_{v_3} - p_{w_3})^3}} \right)_{p_{v_2} - p_{w_2}} + \dots$$

Dacă se reţin numai primii doi termeni, rezultă

$$\sqrt{p_{v_3} - p_{w_3}} \approx \frac{p_{v_3} - p_{w_3}}{\sqrt{p_{v_2} - p_{w_2}}}.$$

Pentru ca eroarea să nu depăşească o valoare impusă $\varepsilon$, este necesar ca raportul diferenţelor de presiune la capetele intervalului să fie cuprins între $(1 - \varepsilon)^2$ şi $(1 + \varepsilon)^2$. Precizia calculului se măreşte o dată cu micşorarea intervalului.

### 5. CALCULUL PROCESELOR DE LA POMPĂ CÎND APARE GOL ÎN CONDUCTĂ

În cursul procesului de admisie este posibil ca în conductă presiunea să scadă la zero. Apariţia golului schimbă condiţiile de curgere a combustibilului din distribuitor în conductă, deoarece presiunea în gol rămîne constantă, $p_q = 0$, pînă la umplerea acestuia. Ecuaţia (50) permite în acest caz stabilirea presiunii undei incidente :

$$p_{i_3} = -(p'_0 + p_{r_3}). \tag{61}$$

Dacă orificiile de admisie şi de refulare sînt ambele deschise (situaţia 1), fenomenele sînt descrise de sistemul de ecuaţii (33) — (49), (61), în care ecuaţia (45), ţinînd seama de condiţia $p_q = 0$, devine

$$\mu_j S_{j_3} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{j_3} - p_{z_3})} = \mu_z S_{z_3} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_{z_3}} + 2 \frac{\pi D_z^2}{4} \frac{x_{z_3} - x_{z_2}}{\Delta t} + \frac{V_z}{E} \frac{p_{z_3} - p_{z_2}}{\Delta t}. \tag{62}$$

Rezolvarea sistemului se face după metoda descrisă la 3.1.

Dacă este deschis numai orificiul de refulare (situaţia 3), în sistemul precizat la punctul 3.3 intervin următoarele modificări : ecuaţia (50) se înlocuieşte cu (61), ecuaţia (51) îşi pierde valabilitatea datorită întreruperii golului dintre distribuitor şi coloana de combustibil din conductă, iar ecuaţia (56) devine

$$\mu_z S_{z_3} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_{z_3}} + 2 \frac{\pi D_z^2}{4} \frac{x_{z_3} - x_{z_2}}{\Delta t} + \frac{V_z}{E} \frac{p_{z_3} - p_{z_2}}{\Delta t} = 0. \tag{63}$$

Pentru rezolvare se vor folosi sistemele astfel modificate pînă în momentul umplerii golului.

Durata golului este determinată de egalitatea cantităţilor de combustibil vehiculate prin suprafeţele care îl limitează. Deoarece aceste

cantități se află la aceeași presiune, condiția precedentă poate fi exprimată prin egalitatea volumelor respective.

Dinspre distribuitor se introduce în conductă volumul $\frac{1}{6n}\int_{\alpha_{g_1}}^{\alpha} Q_q \, d\alpha$, unde

$$Q_q = \mu_z S_{z_3} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_{z_3}}.$$

Cantitatea de combustibil transportată la limita golului spre injector este $\frac{1}{6n}\int_{\alpha_{g_1}}^{\alpha} Q'_q \, d\alpha$, unde $Q'_q$ rezultă din (28), (29) și (61):

$$Q'_q = S_q k (-p'_0 - 2 p_{r_3}).$$

Golul încetează când este satisfăcută egalitatea

$$\int_{\alpha_{g_1}}^{\alpha_{g_2}} \mu_z S_{z_3} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_{z_3}} \, d\alpha = \int_{\alpha_{g_1}}^{\alpha_{g_2}} S_q \, k (-p'_0 - 2 p_{r_3}) \, d\alpha.$$

Pentru determinarea valorii $\alpha_{g_2}$ corespunzătoare momentului umplerii golului se reprezintă grafic variația mărimilor $Q_q$ și $Q'_q$ în funcție de

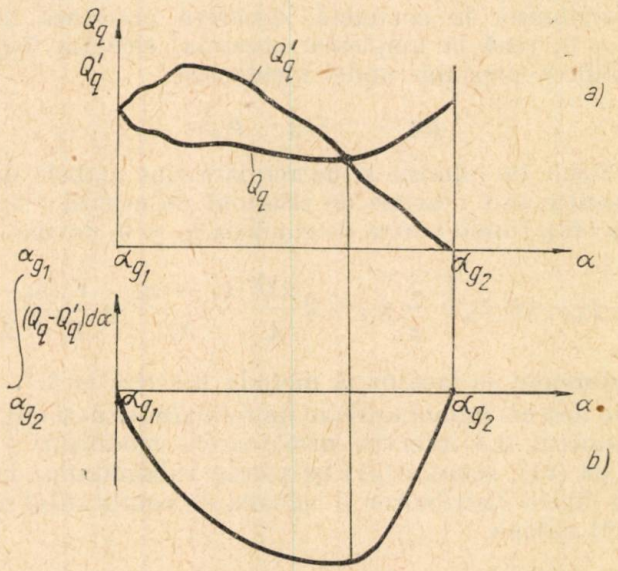



Fig. 21. — Diagramă de calcul.

unghiul $\alpha$ (fig. 21 *a*) și se construiește curba de variație a suprafeței cuprinse între cele două curbe (fig. 21 *b*). Intersecția acestei curbe cu axa absciselor determină valoarea $\alpha_{g_2}$ căutată.

### 6. STABILIREA MOMENTULUI DE DECLANȘARE A CALCULELOR

Drept moment de declanșare a calculului se alege începutul cursei de refulare, deoarece pentru acest moment se pot formula cu mai multă siguranță ipoteze asupra stării probabile din distribuitorul rotativ și din conducta de înaltă presiune.

La o sarcină oarecare, cursa de refulare începe într-un moment 1 situat după momentul corespunzător punctului 5 (fig. 10 și 11), presiunea în distribuitor fiind $p_u$. Pentru sarcina maximă, începutul refulării are loc în punctul 5. În acest caz-limită, presiunea în distribuitor și în conducta dintre pompă și injector la începutul refulării poate fi considerată egală cu $p_{tr}$ în condițiile din figura 10 și egală cu $p_u$ în condițiile din figura 11.

Pentru declanșarea metodei de calcul se presupune că singurele forțe care acționează asupra supapei de descărcare, sertarului de laminare, supapei din corpul filtrului și pistoanelor plonjoare sînt cele datorite presiunii. Ecuațiile sistemului devin în acest caz

$$Q_\Phi = \varphi(n,\ p_\Phi), \tag{64}$$

$$Q_\Phi + \mu_f S_f \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_u - p_\Phi)} = \mu_0 S_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_\Phi - p_0)} + \psi \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_\Phi - p_{ft})}, \tag{65}$$

$$S_f = \frac{\pi}{2}[D_f + x_f \sin\beta]\, x_f \sin 2\beta, \tag{66}$$

$$R_f + K_f x_f - \frac{\pi D_f^2}{4}(p_u - p_\Phi) = 0, \tag{67}$$

$$Q_{tr} = 6\, neb\left(D_{tr} - e\sin^2\alpha + \cos\alpha \sqrt{\frac{D_{tr}^2}{4} - e^2\sin^2\alpha}\right), \tag{68}$$

$$\psi \frac{2}{\rho}(p_\Phi - p_{ft}) + \mu_s^* S_s^* \frac{2}{\rho}(p_{tr} - p_{ft}) = Q_{tr}, \tag{69}$$

$$Q_{tr} = \mu_{tu} S_{tu} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{tr} - p_u)} + \mu_s^* S_s^* \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{tr} - p_{ft})}, \tag{70}$$

$$S_s^* = \frac{D_s^*}{4}\left[\frac{D_s^*}{2}\arccos\frac{D_s^* - 2(x_s - x_{s_0})}{D_s^*} - \sqrt{(D_s^* - x_s + x_{s_0})(x_s - x_{s_0})}\right], \tag{71}$$

$$R_s + K_s x_s - \frac{\pi D_s^2}{4}(p_{tr} - p_{ft}) = 0, \tag{72}$$

$$S_l = \frac{D_l^*}{4}\left[D_l^* \arccos\frac{y_2 - y_1 + x_l}{D_l^*} - \sqrt{D_l^{*2} - (y_1 - y_2 - x_l)^2}\right], \tag{73}$$

$$R_l + K_l x_l - \frac{\pi D_l^2}{4}(p_{tr} - p_u) = 0, \tag{74}$$

$$\mu_{tu} S_{tu} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{tr} - p_u)} = \mu_f S_f \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_u - p_\Phi)}. \tag{75}$$

Rezolvarea sistemului de ecuaţii (64)—(75) urmează calea folosită pentru sistemul (33)—(51).

Stabilirea poziţiei pistoanelor în momentul declanşării calculului se face ţinînd seama de următoarele considerente.

La începutul cursei de refulare, volumul cuprins între pistoane şi injector are expresia

$$v = V_q + V_{z'} + V_{z''} + V_{\text{ciclu}} + V^*, \tag{76}$$

unde $V_q$ este volumul conductei, $V_{z'}$ volumul canalelor din distribuitorul rotativ, $V_{z''}$ volumul cuprins între pistoanele plonjoare în momentul închiderii injectorului, considerat egal cu volumul minim dintre pistoane, $V_{\text{ciclu}}$ volumul cantităţii de combustibil $m_c$ care trebuie injectată pe ciclu, măsurat la presiunea de închidere a injectorului $p_{in}$, şi $V^*$ variaţia de volum necesară creşterii presiunii de la $p_u$ la $p_{in}$.

Notînd cu $\rho_c$ masa specifică a combustibilului la presiunea de referinţă $p_0$, volumul $V_{\text{ciclu}}$ este dat de relaţia

$$V_{\text{ciclu}} = \frac{m_c}{\rho_c}\left(1 - \frac{p_{in} - p_0}{E}\right), \tag{77}$$

Volumul $V^*$ rezultă din formula

$$\frac{V^*}{v} = \frac{p_{in} - p_u}{E},$$

în care, ţinînd seama de (76), se deduce

$$V^* = \frac{V_q + V_{z'} + V_{z''} + V_{\text{ciclu}}}{\dfrac{E}{p_{in} - p_u} - 1}, \tag{78}$$

Poziţia căutată a pistoanelor rezultă din egalitatea

$$2\frac{\pi D_z^2}{4}(x_z - b) = V_{z''} + V_{\text{ciclu}} + V^*;$$

avînd în vedere relaţiile (77) şi (78), se obţine după transformări

$$x_z = \frac{2}{\pi D_z^2}\left[\frac{(V_q + V_{z'})(p_{in} - p_u) + EV_{z''} + \dfrac{m_c}{\rho_c}(E - p_{in} + p_0)}{E - p_{in} + p_u}\right] + b.$$

## 7. CONCLUZII

Metoda de calcul expusă are un caracter de largă generalitate, descriind cu o înaltă precizie procesele care se petrec în pompa de injecţie şi în elementele componente ale instalaţiei de alimentare. Totodată, metoda permite evidenţierea corelaţiei dintre procese şi stabilirea influenţei cantitative pe care acestea o au asupra funcţionării pompei de injecţie.

# CERCETĂRI PRIVIND EFECTUL FRIGORIFIC AL EVACUĂRII LIBERE

DE

VSEVOLOD RADCENCO

621.57

În articol este precizat domeniul de utilizare a procesului de evacuare liberă în criotehnică, subliniindu-se importanţa lui pentru detentoarele cu piston. Pe baza analizei termodinamice a procesului teoretic de evacuare liberă a fost stabilită ecuaţia diferenţială de tip liniar şi neomogen a acestui proces, care stabileşte legea de variaţie a temperaturii gazului din conducta de evacuare în funcţie de presiunea momentană din cilindru.

Raportînd căderea de temperatură a gazului destins ireversibil prin evacuare liberă la cea corespunzătoare unei destinderi izentropice în acelaşi interval de presiuni, a fost obţinută expresia randamentului frigorific teoretic al evacuării libere, demonstrîndu-se că, datorită ireversibilităţii procesului, valoarea maximă a acestui randament nu poate depăşi 50%. A fost stabilită şi expresia randamentului exergetic al evacuării libere, care, spre deosebire de randamentul frigorific ţine seama şi de temperatura gazului la deschiderea supapei sau ferestrelor de evacuare.

Procesul de evacuare liberă ocupă un loc important printre procesele de lucru care asigură funcţionarea detentoarelor cu piston. În cazul detentoarelor lente, în contracurent, cu supape de admisie şi evacuare care funcţionează pe baza diagramei teoretice [11] arătate în figura 1, existenţa acestui proces este impusă, printre altele şi de necesitatea reducerii lungimii cilindrului. În ultimii ani se manifestă tendinţa de a mări turaţia de funcţionare a detentoarelor cu piston prin aplicarea schemei de deplasare în echicurent a gazului în interiorul cilindrului. Pe această linie se situează construcţia detentorului cu piston rapid, în echicurent, cu supapă de admisie şi ferestre de evacuare pentru aer de înaltă presiune realizată de Gridin [8], precum şi cea a detentorului cu ferestre de admisie şi evacuare propusă de Doll şi Eder [2] pentru instalaţiile de lichefiere a heliului. Utilizarea în criotehnică a detentoarelor cu piston rapide, în echicurent, de greutate şi dimensiuni reduse, prevăzute cu sisteme de distri-

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 611—624, Bucureşti, 1968

buţie mai simple, a fost impusă şi de necesitatea realizării unor instalaţii transportabile pentru lichefierea gazelor. Diagramele teoretice de funcţionare ale acestor detentoare sînt arătate în figurile 2 şi 3. Eliminarea etapei de evacuare forţată *3—4* (fig. 1) ca urmare a înlocuirii supapei de evacuare

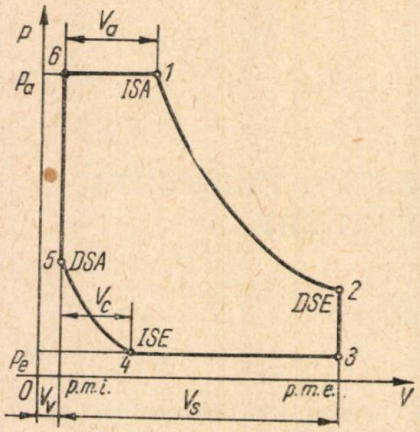



Fig. 1.

Fig. 1. — Diagrama teoretică a detentorului cu supape de admisie şi evacuare.

Fig. 2. — Diagrama teoretică a detentorului cu supapă de admisie şi ferestre de evacuare.

Fig. 3. — Diagrama teoretică a detentorului cu ferestre de admisie şi evacuare.

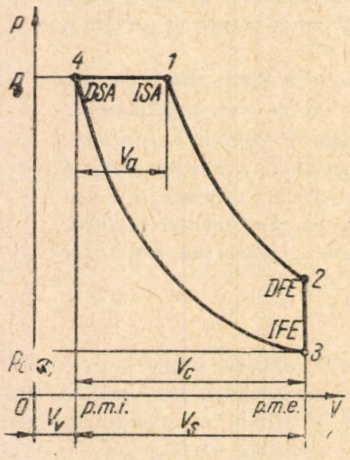



Fig. 2.

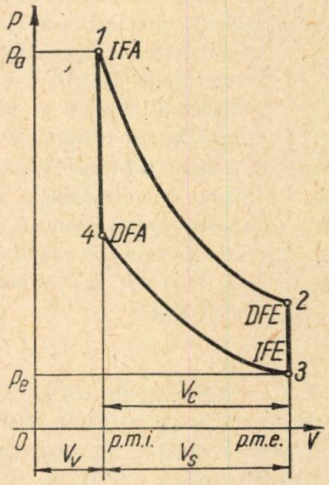



Fig. 3.

prin ferestre face ca procesul de evacuare a cilindrului să se reducă numai la etapa de evacuare liberă *2—3* (fig. 2 şi 3).

Domeniul de utilizare a evacuării libere cuprinde, pe lîngă detentoarele cu piston şi instalaţiile frigorifice de tipul pompelor termice propuse de Gifford şi Mc Mahon [6], [9], caracterizate prin aceea că efectul frigorific se obţine numai pe seama evacuării libere. Indirect, evacuarea liberă a gazului este utilizată în aparatele de lichefiere a heliului cu expansiune propuse de Simon [13].

Încercările de a preciza pe cale teoretică efectul frigorific al procesului de evacuare liberă s-au soldat cu rezultate parţiale [7], [14], neconcludente şi chiar eronate [3], [4].

## ECUAȚIA DIFERENȚIALĂ A EVACUĂRII LIBERE

Pentru descrierea matematică din punct de vedere termodinamic a evacuării libere, se precizează următoarele ipoteze în cadrul diagramelor teoretice de funcționare a detentoarelor cu piston :

1) agentul de lucru care evoluează în cilindrul detentorului se comportă ca un gaz ideal ;

2) trecerea gazului prin organele de distribuție ale detentorului are loc fără pierderi de presiune ;

3) deschiderea supapei de evacuare (DSE) și, respectiv, a ferestrelor de evacuare (DFE) are loc la punctul mort exterior (p.m.e.) ;

4) procesul de evacuare liberă *2—3* este un proces ireversibil care se desfășoară în condiții adiabatice la volum constant, pistonul aflîndu-se la p.m.e. ;

5) destinderea gazului rămas în cilindru la finele evacuării libere are un caracter izentropic.

Ireversibilitatea procesului de evacuare liberă este o consecință a diferenței finite care există între presiunea gazului din cilindru $p_2$ în momentul deschiderii supapei sau a ferestrelor de evacuare și presiunea $p_e$ din conducta de evacuare.

Pentru stabilirea ecuației diferențiale a evacuării libere se consideră două momente intermediare în desfășurarea acestui proces, arătate în figura 4.

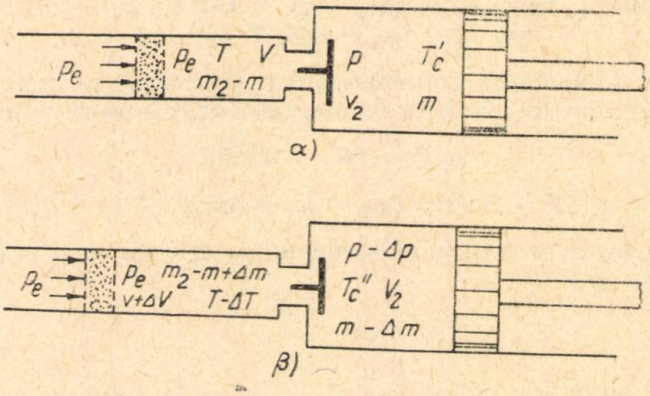



Fig. 4. — Două momente intermediare în desfășurarea evacuării libere.

În primul moment (fig. 4, α), cantitatea de gaz $m$ din cilindru ocupă volumul $V_2$ la presiunea $p$ și temperatura $T'_c$. În conducta de evacuare se află, evident, cantitatea de gaz $m_2 - m$, care ocupă volumul $V$, la presiunea $p_e$ și temperatura $T$. Ea este separată de restul gazului din conducta de evacuare printr-un piston imaginar aflat sub acțiunea contrapresiunii $p_e$.

După trecerea unui timp $\Delta\tau$ (fig. 4, β), datorită evacuării din cilindru a cantității de gaz $\Delta m$, presiunea gazului rămas în cilindru scade cu $\Delta p$, iar temperatura devine $T''_c$, volumul menținîndu-se constant. Creșterea cantității de gaz din conducta de evacuare determină mărirea volumului

ocupat cu $\Delta V$ la aceeaşi presiune $p_e$. Ca urmare a amestecului cantităţilor de gaz $m_2 - m$ şi $\Delta m$, temperatura gazului din conducta de evacuare scade cu $\Delta T$. Se aplică expresia matematică a primului principiu al termodinamicii, scrisă sub forma

$$\mathrm{d}U = \delta Q - \delta L, \tag{1}$$

în care $\mathrm{d}U$ este variaţia infinit mică a energiei interne a gazului ca urmare a schimburilor elementare de energie sub formă de căldură $\delta Q$ şi de lucru mecanic $\delta L$ cu exteriorul ale agentului.

Ţinînd seama că $\delta Q = 0$ şi $\delta L = p_e \mathrm{d}V$, se integrează expresia (1) între cele două momente $\alpha$ şi $\beta$ considerate (fig. 4):

$$U_\beta - U_\alpha + p_e(V_\beta - V_\alpha) = 0, \tag{2}$$

în care

$$U_\alpha = mc_v T_c' + (m_2 - m)\, c_v T, \tag{3}$$

$$U_\beta = (m - \Delta m)\, c_v T_c'' + (m_2 - m + \Delta m)\, c_v (T - \Delta T), \tag{4}$$

$$V_\alpha = V_2 + V, \tag{5}$$

$$V_\beta = V_2 + V + \Delta V, \tag{6}$$

$c_v$ fiind căldura specifică la volum constant a gazului.

Efectuînd înlocuirile lui $U_\alpha$, $U_\beta$, $V_\alpha$ şi $V_\beta$ în expresia (2), se ajunge la

$$\begin{aligned}(m - \Delta m)\, c_v T_c'' + (m_2 - m + \Delta m)\, c_v (T - \Delta T) - \\ - mc_v T_c' - (m_2 - m) c_v T + p_e \Delta V = 0.\end{aligned} \tag{7}$$

Pentru prelucrarea matematică a expresiei (7) se aplică ecuaţia de stare gazului aflat în conducta de evacuare în cele două momente $\alpha$ şi $\beta$:

$$p_e V = (m_2 - m)\, RT, \tag{8}$$

$$p_e (V + \Delta V) = (m_2 - m + \Delta m) R\, (T - \Delta T), \tag{9}$$

cu ajutorul cărora se determină termenul $p_e \Delta V$ din ecuaţia (7).

Notînd cu

$$\varkappa = \frac{c_p}{c_v} \tag{10}$$

exponentul adiabatic al gazului, după efectuarea înlocuirilor, reducerea termenilor asemenea şi neglijarea infiniţilor mici de ordin superior ecuaţia (7) devine

$$\left[\left(1 - \frac{\Delta m}{m}\right)\frac{T_c''}{T_c'} - 1\right] T_c' + \varkappa\left[\frac{\Delta m}{m} - \left(\frac{m_2}{m} - 1\right)\frac{\Delta T}{T}\right] T = 0. \tag{11}$$

Factorul $1 - \dfrac{\Delta m}{m}$ se determină aplicînd ecuaţia de stare gazului aflat în cilindru în cele două momente $\alpha$ şi $\beta$:

$$pV_2 = mRT_c' \tag{12}$$

$$(p - \Delta p) V_2 = (m - \Delta m) RT_c''. \tag{13}$$

Rezultă

$$1 - \frac{\Delta m}{m} = \left(1 - \frac{\Delta p}{p}\right)\frac{T_c'}{T_c''}. \tag{14}$$

Pentru obținerea termenului $m_2/m$ se raportează ecuația de stare aplicată în punctul *2* al diagramei,

$$p_2 V_2 = m_2 R T_2, \tag{15}$$

la ecuația (12) și rezultă

$$\frac{m_2}{m} = \frac{p_2}{p}\cdot\frac{T_c'}{T_2}. \tag{16}$$

Efectuînd înlocuirile pe baza relațiilor (14) și (16) și ținînd seama că

$$\frac{T_c''}{T_c'} = \left(1 - \frac{\Delta p}{p}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} \text{ și } \frac{T_c'}{T_2} = \left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}, \tag{17}$$

ecuația (11) devine

$$\left\{1 + \left[1 - \left(\frac{p_2}{p}\right)^{\frac{1}{\varkappa}}\right]\frac{\Delta T}{T} - \left(1 - \frac{\Delta p}{p}\right)^{\frac{1}{\varkappa}}\right\} T = \frac{1}{\varkappa} T_2 \left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} \frac{\Delta p}{p}. \tag{18}$$

Se dezvoltă în serie termenul

$$\left(1 - \frac{\Delta p}{p}\right)^{\frac{1}{\varkappa}} = 1 - \frac{1}{\varkappa}\cdot\frac{\Delta p}{p} + \left(\frac{1}{\varkappa} - 1\right)\left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \ldots,$$

și se neglijează infiniții mici de ordin superior, astfel încît

$$\left(1 - \frac{\Delta p}{p}\right)^{\frac{1}{\varkappa}} \approx 1 - \frac{1}{\varkappa}\cdot\frac{\Delta p}{p}. \tag{19}$$

După înlocuirea pe baza relației (19) și trecerea la limită, se ajunge în fi nal la următoarea ecuație diferențială liniară și neomogenă :

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}p} + \frac{1}{\varkappa}\cdot\frac{1}{p^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\left(p^{\frac{1}{\varkappa}} - p_2^{\frac{1}{\varkappa}}\right)} T = \frac{1}{\varkappa}\cdot\frac{1}{p_2^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\left(p^{\frac{1}{\varkappa}} - p_2^{\frac{1}{\varkappa}}\right)} T_2. \tag{20}$$

Notînd cu

$$F_1(p) = \frac{1}{\varkappa}\cdot\frac{1}{p^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\left(p^{\frac{1}{\varkappa}} - p_2^{\frac{1}{\varkappa}}\right)}, \tag{21}$$

$$F_2(p) = \frac{1}{\varkappa}\cdot\frac{1}{p_2^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\left(p^{\frac{1}{\varkappa}} - p_2^{\frac{1}{\varkappa}}\right)} T_2, \tag{22}$$

ecuaţia (20) se poate scrie sub o formă mai simplă astfel:

$$\frac{dT}{dp} + F_1(p) \cdot T = F_2(p). \tag{23}$$

Soluţia generală a acestei ecuaţii diferenţiale este dată de

$$T = e^{-\int F_1(p)\cdot dp}\left[\int F_2(p) \cdot e^{-\int F_1(p)\cdot dp} dp + C\right], \tag{24}$$

$C$ fiind constanta de integrare.

Se observă că

$$\int F_1(p) \cdot dp = \ln\left(p^{\frac{1}{\varkappa}} - p_2^{\frac{1}{\varkappa}}\right), \tag{25}$$

$$\int F_2(p) \cdot e^{\int F_1(p)\cdot dp} dp = \frac{1}{\varkappa} \cdot \frac{T_2}{p_2^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}} p. \tag{26}$$

Ţinînd seama de expresiile (25) şi (26), soluţia ecuaţiei diferenţiale devine

$$T = \frac{\frac{1}{\varkappa} \cdot \frac{T_2}{p_2^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}} p + C}{p^{\frac{1}{\varkappa}} - p_2^{\frac{1}{\varkappa}}} \tag{27}$$

Constanta de integrare se determină cu ajutorul condiţiilor iniţiale

$$C = -\frac{1}{\varkappa} T_2 p_2^{\frac{1}{\varkappa}}, \tag{28}$$

astfel încît în final se obţine

$$\frac{T}{T_2} = \frac{1}{\varkappa} \cdot \frac{1 - \frac{p}{p_2}}{1 - \left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{1}{\varkappa}}} \tag{29}$$

Reprezentînd grafic funcţia $\frac{T}{T_2} = f\left(\frac{p_2}{p}, \varkappa\right)$ precizată de expresia (29) pentru $\varkappa = 1{,}4$, se obţine curba arătată în figura 5. Pentru comparaţie s-a reprezentat şi curba de destindere izentropică a gazului pe baza ecuaţiei

$$\frac{T_{ad}}{T_2} = \left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}. \tag{30}$$

Se observă că, datorită ireversibilităţii, scăderea temperaturii gazului în procesul de evacuare liberă este sensibil mai redusă decît în cazul des-

tinderii izentropice. Limita inferioară a raportului $T/T_2$ se obţine pentru $p_2/p \to \infty$, fiind egală cu $1/\varkappa$.

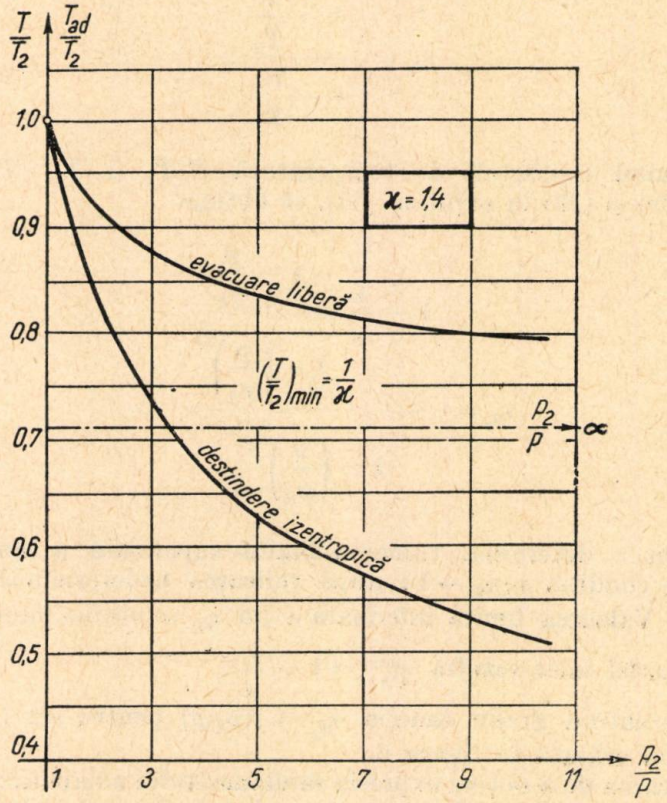



Fig. 5. — Reprezentarea grafică a funcţiilor $T/T_2 = f(p_2/p)$ şi $T_{ad}/T_2 = f(p_2/p)$ în evacuare liberă şi destindere izentropică.

## RANDAMENTUL FRIGORIFIC AL EVACUĂRII LIBERE

Pentru aprecierea efectului frigorific al evacuării libere se aplică noţiunea de randament frigorific [12], definit ca raport între puterea frigorifică specifică a gazului evacuat pe cale liberă $q_v$ şi cea corespunzătoare destinderii izentropice în acelaşi interval de presiuni $q_{ad_v}$:

$$\eta_{q_v} = \frac{q_v}{q_{ad_v}}. \tag{31}$$

În cazul gazelor ideale,

$$q_v = c_p (T_2 - T), \tag{32}$$

$$q_{ad_v} = c_p (T_2 - T_{ad}). \tag{33}$$

Dacă se ţine seama de relaţiile (32) şi (33), expresia (31) devine

$$\eta_{q_v} = \frac{1 - \frac{T}{T_2}}{1 - \frac{T_{ad}}{T_2}}. \tag{34}$$

Înlocuind rapoartele de temperatură $T/T_2$ şi $T_{ad}/T_2$ pe baza relaţiilor (29) şi (30) în expresia (34), se obţine

$$\eta_{q_v} = \frac{1 - \frac{1}{\varkappa} \cdot \frac{1 - \frac{p}{p_2}}{1 - \left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{1}{\varkappa}}}}{1 - \left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}}. \tag{35}$$

Pentru a determina valoarea limită superioară a randamentului $\eta_{q_v}$ se pune condiţia $p/p_2 \to 1$; după ridicarea nedeterminării se obţine $\eta_{q_v}^{\max} = 0{,}5$. Valoarea limită inferioară a lui $\eta_{q_v}$ se obţine punînd condiţia $p/p_2 \to 0$, astfel încît rezultă $\eta_{q_v}^{\min} = 1 - \frac{1}{\varkappa}$.

Reprezentînd grafic funcţia $\eta_{q_v} = f(p_2/p)$ pentru aer ($\varkappa = 1{,}4$) se obţine curba arătată în figura 6.

Încercarea de a obţine expresia randamentului adiabatic al evacuării libere (identic cu cel frigorific în cazul gazelor ideale) pe baza unor ipoteze simplificatoare a condus pe Epifanova şi Ghilman [3] la stabilirea expresiei

$$\eta_{ad_v} = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \cdot \frac{1 - \frac{p}{p_2}}{1 - \left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}}, \tag{36}$$

folosită ulterior şi în lucrarea [14].

Se observă că pentru $p/p_2 \to 0$ se obţine $\eta_{ad_v}^{\min} = 1 - \frac{1}{\varkappa}$, rezultat identic cu cel stabilit pe baza expresiei (35); în schimb însă, pentru $p/p_2 \to 1$, după ridicarea nedeterminării se constată că $\eta_{ad_v}^{\max} = 1$. Acest rezultat stă la baza afirmaţiei lui Gherş [4], conform căreia „pentru $p/p_2 = 0{,}7 \ldots 0{,}5$ randamentul adiabatic al evacuării libere atinge valori mari de ordinul a 70% şi mai mult, ceea ce arată eficienţa frigorifică a evacuării libere în intervalul de presiuni dat". Dacă se ţine seama de faptul că randamentul

frigorific al evacuării libere nu poate depăşi valoarea de 50 %, rezultă că afirmaţia lui Gherş nu corespunde realităţii.

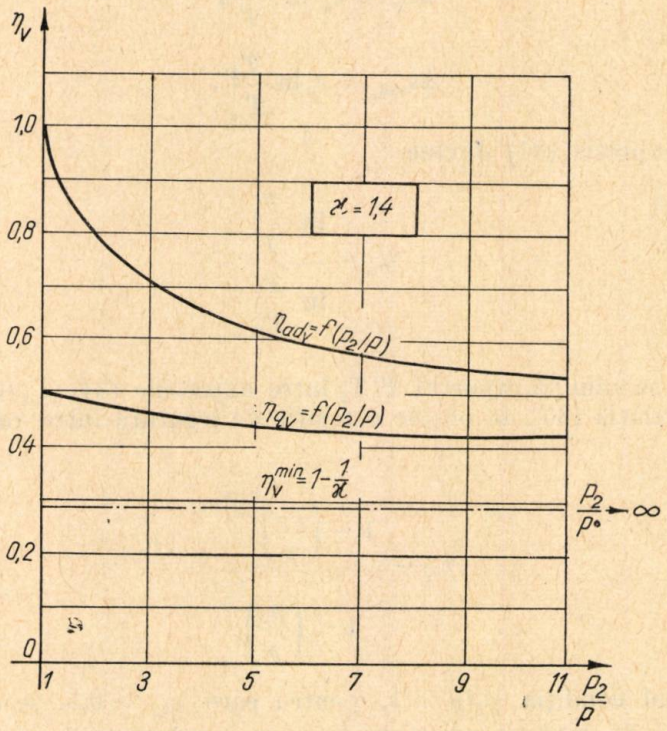



Fig. 6. — Reprezentarea grafică a funcţiilor $\eta_{q_v} = f(p_2/p)$ şi $\eta_{ad_v} = f(p_2/p)$.

Reprezentînd grafic (fig. 6) funcţia $\eta_{ad_v} = f(p_2/p)$, se constată că, indiferent de valoarea raportului $p_2/p$, $\eta_{ad_v} > \eta_{q_v}$; diferenţa dintre cele două randamente se micşorează pe măsură ce $p_2/p$ creşte, astfel încît pentru $p_2/p \to \infty$ cele două randamente au aceeaşi limită inferioară $\eta_v^{min} = 1 - \frac{1}{\varkappa}$.

## RANDAMENTUL ENTROPIC AL EVACUĂRII LIBERE

Acest randament [5], [12] este definit ca raport între variaţiile de entropie specifică a gazului $\Delta s_{qv}$ şi $\Delta s_{qad_v}$ în procesele izobare de încălzire de la temperatura $T$, respectiv $T_{ad}$, pînă la temperatura $T_2$, adică :

$$\eta_{s_v} = \frac{\Delta s_{qv}}{\Delta s_{qad_v}} \tag{37}$$

În cazul gazelor ideale,

$$\Delta s_{q_v} = c_p \ln \frac{T_2}{T}, \tag{38}$$

$$\Delta s_{qad_v} = c_p \ln \frac{T_2}{T_{ad}}, \tag{39}$$

astfel că expresia (37) devine

$$\eta_{s_v} = \frac{\ln \frac{T_2}{T}}{\ln \frac{T_2}{T_{ad}}}. \tag{40}$$

Dacă se elimină raportul $T/T_2$ între expresiile (34) și (40) și se ține seama de relația (30), se obține o relație de legătură între randamentele $\eta_{q_v}$ și $\eta_{s_v}$:

$$\eta_{q_v} = \frac{1 - \left(\frac{p_2}{p}\right)^{\frac{1-\varkappa}{\varkappa}\eta_{s_v}}}{1 - \left(\frac{p_2}{p}\right)^{\frac{1-\varkappa}{\varkappa}}} \tag{41}$$

Punînd condiția $p_2/p \to 1$, pentru care $\eta_{q_v} = 0{,}5$, se constată că și $\eta_{s_v} = 0{,}5$. O dată cu creșterea lui $p_2/p$, randamentul $\eta_{s_v}$ scade, rămînînd însă permanent mai mic decît $\eta_{q_v}$; pentru $p_2/p \to \infty$ rezultă că $\eta_{s_v} = 0$. Dacă se reprezintă grafic funcțiile $\eta_{q_v} = f(p_2/p)$ și $\eta_{s_v} = f(p_2/p)$ în aceeași diagramă, se obțin curbele arătate în figura 7.

## RANDAMENTUL EXERGETIC AL EVACUĂRII LIBERE

Spre deosebire de randamentele $\eta_{q_v}$ și $\eta_{s_v}$, care apreciază numai latura cantitativă a efectului frigorific al procesului de evacuare liberă, randamentul exergetic relativ ia în considerare și nivelul de temperatură al frigului produs cu ajutorul acestui proces. El este definit [12] ca raport între exergiile puterilor frigorifice specifice ale gazului $e_{q_v}$ și $e_{q_{ad_v}}$ corespunzătoare proceselor de evacuare liberă și destindere izentropică

$$\eta_{e_v} = \frac{e_{q_v}}{e_{q_{ad_v}}}, \tag{42}$$

în care

$$e_{q_v} = \int_T^{T_2} \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \delta q, \tag{43}$$

$$e_{q_{ad_v}} = \int_{T_{ad}}^{T_2} \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \delta q, \tag{44}$$

$T_0$ fiind temperatura mediului ambiant.

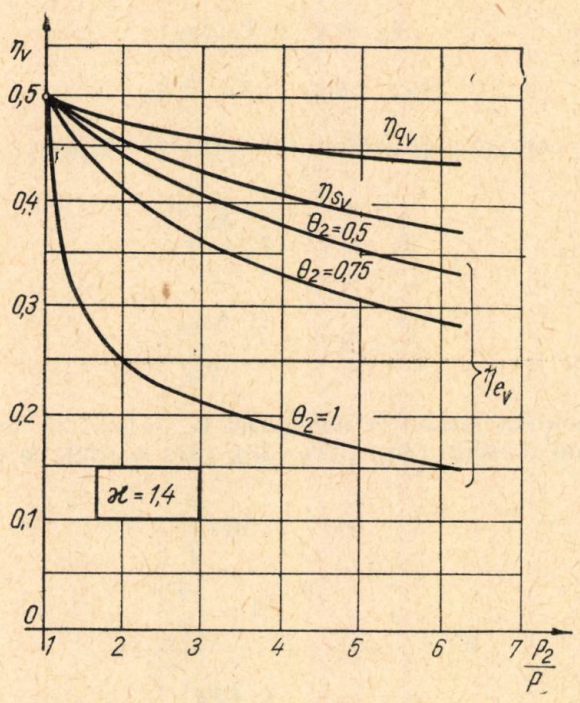



Fig. 7. — Reprezentarea grafică a funcțiilor $\eta_{q_v} = f(p_2/p)$, $\eta_{s_v} = f(p_2/p)$ și $\eta_{e_v} = f(p_2/p)$

Ținînd seama de definiția temperaturii exergetice [1] sau facto rului exergetic de temperatură [10] $\theta_e = 1 - \frac{T_0}{T}$, rezultă că

$$e_{q_v} = \bar{\theta}_{e_v} \cdot q_v, \tag{45}$$

$$e_{q_{ad_v}} = \bar{\theta}_{e_{ad_v}} \cdot q_{ad_v}, \tag{46}$$

în care $\bar{\theta}_{e_v}$ și $\bar{\theta}_{e_{ad_v}}$ reprezintă factorii exergetici medii de temperatură ai puterilor frigorifice specifice $q_v$ și $q_{ad_v}$.

Notînd cu

$$\bar{\theta}^*_{e_v} = \frac{\bar{\theta}_{e_v}}{\bar{\theta}_{e_{ad_v}}} \tag{47}$$

factorul exergetic mediu relativ de temperatură al evacuării libere, rezultă că

$$\eta_{e_v} = \bar{\theta}^*_{e_v} \cdot \eta_{q_v}. \tag{48}$$

Pentru stabilirea expresiei de calcul a lui $\bar{\theta}^*_{e_v}$ se observă că

$$e_{q_v} = q_v - T_0 \cdot \Delta s_{q_v}, \tag{49}$$

$$e_{q_{ad_v}} = q_{ad_v} - T_0 \cdot \Delta s_{q_{ad_v}}. \tag{50}$$

Dacă se compară relaţiile (45), (49) şi respectiv (46), (50), rezultă că

$$\bar{\theta}_{e_v} = 1 - T_0 \frac{\Delta s_{q_v}}{q_v}, \tag{51}$$

$$\bar{\theta}_{e_{ad_v}} = 1 - T_0 \frac{\Delta s_{q_{ad_v}}}{q_{ad_v}}. \tag{52}$$

Prin înlocuirea factorilor exergetici $\bar{\theta}_{e_v}$ şi $\bar{\theta}_{e_{ad_v}}$ în expresia (47) şi ţinînd seama de relaţiile (30), (32), (33), (38) şi (39), se obţine

$$\bar{\theta}^*_{e_v} = \frac{1 - \frac{1}{\theta_2} \cdot \frac{\ln \frac{T_2}{T}}{1 - \frac{T}{T_2}}}{1 - \frac{1}{\theta_2} \cdot \frac{\ln \left(\frac{p_2}{p}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}}{1 - \left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}}}. \tag{53}$$

în care

$$\theta_2 = \frac{T_2}{T_0} \tag{54}$$

ţine seama de nivelul de temperatură al gazului evacuat pe cale liberă în momentul deschiderii supapei sau ferestrelor de evacuare.

Deoarece $T/T_2 = f(p_2/p)$, rezultă că $\bar{\theta}^*_{e_v} = f(p_2/p, \theta_2)$, astfel încît şi $\eta_{e_v} = f(p_2/p, \theta_2)$. Se observă că, pentru $p_2/p \to 1$ rezultă $\bar{\theta}^*_{e_v} = 1$ şi $\eta_{e_v} = 0{,}5$, iar în cazul $p_2/p \to \infty$ se obţine $\bar{\theta}^*_{e_v} = 0$, astfel că $\eta_{e_v} = 0$.

Reprezentînd grafic funcţia $\bar{\theta}^*_{e_v} = f(p_2/p)$ în cazul aerului ($\varkappa = 1{,}4$) pentru $\theta_2 = 0{,}5 \ldots 1$, se obţin curbele arătate în figura 8. Se constată că, o dată cu creşterea lui $p_2/p$, $\bar{\theta}^*_{e_v}$ înregistrează o scădere, care este cu

atît mai accentuată cu cît temperatura $T_2$ este mai apropiată de cea a mediului ambiant. Pentru aceleaşi valori ale lui $\theta_2$ a fost reprezentată grafic (fig. 7) şi funcţia $\eta_{e_v} = f(p_2/p, \theta_2)$. Se remarcă faptul că, indiferent de valoarea raportului $p_2/p$, este respectată inegalitatea $\eta_{e_v} < \eta_{s_v} < \eta_{q_v}$, scăderea cea mai importantă a lui $\eta_{e_v}$ fiind înregistrată în ipoteza evacuării libere de la temperatura mediului ambiant ($\theta_2 = 1$).

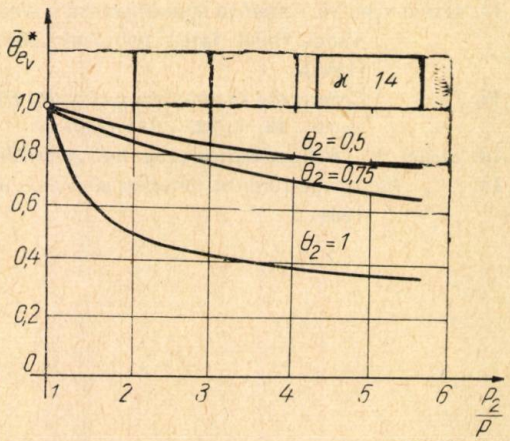



Fig. 8. — Reprezentarea grafică a funcţiei $\bar{\theta}^*_{e_v} = f(p_2/p)$ pentru $\theta_2 = 0{,}5 \ldots 1$.

## CONCLUZII

Pe baza analizei termodinamice a evacuării libere utilizate pe scară largă în criotehnică a rezultat că :

1) ecuaţia diferenţială care descrie acest proces este o ecuaţie liniară şi neomogenă, a cărei soluţie precizează legea de variaţie a temperaturii gazului din conducta de evacuare în funcţie de presiunea momentană din cilindru;

2) efectul frigorific al evacuării libere nu poate depăşi 50% din cel corespunzător destinderii izentropice în acelaşi interval de presiuni;

3) pentru un raport de presiuni dat, randamentul exergetic al evacuării libere creşte o dată cu scăderea temperaturii gazului în momentul deschiderii supapei sau ferestrelor de evacuare.

## BIBLIOGRAFIE

1. Brodianski, V. M., *Ob ekserghetičeskoi temperaturnoi şkale*, Izvestiia vîsşih ucebnîh zavedenii, Energhetika, *5*, 65—72 (1964).
2. Doll, R., Eder, F. X., *Neuartige Expansions maschine zur Erzeugung tiefer Temperaturen*, „Kältetechnik", *1*, 5—11 (1964).
3. Epifanova, V. I., Ghilman, I, I., *Rabocii proţess porşnevogo detandera*, „Kislorod", *3*, 1—16 (1951).
4. Gherş, S. I., *Glubokoe ohlajdenie*, vol. II, Gosenergoizdat, 1960.
5. Ghilman, I. I., *Oţenka termodinamiceskoi effektivnosti porşnevîh detanderov, Trudi VNII-KIMAS, 8*, 141—162 (1964).
6. Gifford, W. E., Mc Mahon, H. O., *A low-temperature heat pump*, Proc. X Internat. Congr. Refrig., *1*, 100—104 (1959).
7. Golovinţov, A. G., *K voprosu o rasciote porşnevogo detandera*, „Issledovanie proţessov maşin glubokogo holoda", MVTU, *75*, 21—32 (1958).
8. Gridin, V. B., *Priamotocinti porşnevoi detander s obratnim sjatiem*, „*Kislorod*", *3*, 16—25 (1959).

9. Mc Mahon, H. O., *Recent developments in gas cryogenics*, „Cryogenics", **1**, *2*, 65 — 70 (1960).
10. Nicolescu, Tr., Dănescu, Al., Radcenco, Vs., *Considerații privind analiza exergetică a proceselor de schimb de căldură din instalațiile termice și frigorifice*, Bul. Instit. politehnic ,,Gh. Gheorghiu-Dej", București, **30**, *1*, 117—131 (1968).
11. Radcenco, Vs., *Analiza termodinamică a diagramei teoretice de funcționare a detentorului cu piston*, Bulet. Instit. politehnic ,,Gh. Gheorghiu-Dej", București, **27**, *4*, 103—120 (1965).
12. — *Criterii noi de apreciere a efectului frigorific al mașinilor detentoare*, St. cerc. energ. electr., **18**, *2*, 325—341 (1968).
13. Simon, F., *Heliumverflüssigung mit Arbeitsleistung*, Zs. Kälte-Industrie, **39**, 89 (1932).
14. *** *Razdelenie vozduha metodom glubokogo ohlajdenia*, vol. II, Mașinostroienie, Moscova, 1964.

# INFLUENȚA CONCENTRAȚIEI COMBUSTIBILULUI ASUPRA FUNCȚIONĂRII FOCARULUI CICLON ORIZOTAL ÎN REGIM IZOTERMIC

DE

N. PĂNOIU

662.921

După stabilirea teoretică a traiectoriei suspensiei solide în cazul funcționării bifazice a focarului-ciclon, se integrează ecuațiile cu ajutorul calculatorului analogic. Se verifică experimental rezultatele teoretice și se analizează influența concentrației și diametrului suspensiei solide asupra traiectoriilor și asupra debitului de fluid, a presiunii statice pe periferia ciclonului și asupra gradului său de separare.

1. Creșterea încărcării termice a spațiului de ardere se realizează conform relației (1), la același volum și la același combustibil, prin creșterea cantității combustibilului ce se arde în volumul considerat :

$$q_v = \frac{B_r Q_i^i}{V_f}. \qquad (1)$$

Caracteristicile hidrodinamice speciale ale focarelor-ciclon permit menținerea în suspensie a unei cantități mari de combustibil și, ca urmare, focarele-ciclon reliefează cele mai ridicate încărcări termice volumetrice [1].

În continuarea unor preoeupări anterioare în care s-a cercetat influența caracteristicilor fizice ale suspensiei solide [2], [3] și a vitezei mediului de antrenare [4] asupra traiectoriei și timpului de separare a suspensiei solide, în lucrarea de față se analizează influența concentrației combustibilului asupra traiectoriilor și timpilor de separare a particulelor solide.

Influența concentrației fazei solide asupra funcționării aparatelor centrifugale a fost studiată pentru prima dată în cadrul separatoarelor centrifugale de praf. Cu această ocazie, Kirpicev [2] a arătat că la o creștere a concentrației suspensiei solide de la 10 la 75 g/m$^3$ gradul de separare al ciclonului a crescut de la 65 la 70%. În literatura de specialitate sînt publicate unele rezultate privind influența concentrației fazei

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 625–636, București, 1968

solide asupra caracteristicilor aerodinamice ale camerei centrifugale [3] şi ale focarului-ciclon [4], precum şi influenţa concentraţiei fazei solide asupra gradului de separare şi asupra coeficientului de rezistenţă hidrodinamică a focarului [5], [6], [7], [8]. Cercetările ajung la concluzia că prezenţa fazei solide în volumul focarului nu produce modificări esenţiale asupra structurii aerodinamice. Toate zonele caracteristice la funcţionarea în regim monofazic se păstrează şi la funcţionarea în regim bifazic, cu observaţia că se schimbă valorile numerice ale mărimilor respective. Astfel, la creşterea concentraţiei fazei solide, creşte energia necesară transportului pneumatic şi se reduce corespunzător energia fluidului portant. Pe de altă parte, energia cinetică a particulelor solide care se consumă în ciocnirea reciprocă a particulelor şi în ciocnirea acestora cu pereţii focarului reduce mai departe energia fluxului portant. Ca urmare, existenţa suspensiei solide în volumul focarului reduce coeficientul de rezistenţă aerodinamică şi măreşte coeficientul de debit faţă de funcţionarea în regim monofazic.

Caracteristic funcţionării în regim bifazic este un nivel mai scăzut al vitezelor tangenţiale la acelaşi debit de fluid şi la aceeaşi geometrie a focarului. Corespunzător scăderii turbionului real din focar se micşorează şi presiunea statică la periferia ciclonului, se reduc dimensiunile nucleului central şi se modifică într-o oarecare măsură structura cîmpului vitezelor axiale [9]. Toate aceste modificări fac ca la creşterea concentraţiei fazei solide să se reducă coeficientul conservării vitezei tangenţiale, aşa cum se vede în figura 1.

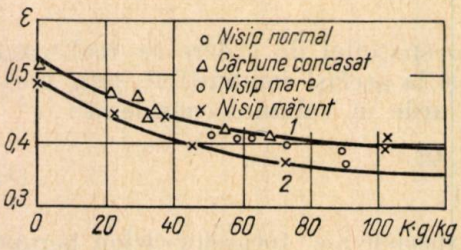



Fig. 1. — Scăderea coeficientului de conservare a vitezei tangenţiale la creşterea concentraţiei fazei solide: *1* — funcţionare cu $\frac{d_e}{D} = 0{,}4$ : *2* — $\frac{d_e}{D} = 0{,}5$.

Similar, la creşterea concentraţiei fazei solide are loc o scădere a vitezei tangenţiale şi a presiunii, conform figurii 2.

2. O serie de rezultate teoretice şi experimentale [2] arată că raportul vitezelor tangenţiale a presiunilor statice şi a coeficienţilor de rezistenţă în regim monofazic şi bifazic depinde de produsul $aK$, unde $a$ este o constantă experimentală şi $K$ concentraţia combustibilului.

Astfel, rezistenţa focarului la funcţionarea în regim bifazic se poate calcula din relaţia

$$\triangle P = \zeta_0 \frac{\rho W_i^2}{2} (1 - a\zeta_0 \sqrt{K}), \qquad (2)$$

în care apare şi un exponent 1/2 la mărimea concentraţiei. În cazul vitezei tangenţiale, în conformitate cu diagrama din figura 1 şi cu concluziile

din [9], se consideră o dependență

$$W_t^* = a\ K^n W_t, \tag{3}$$

în care

$W_t^*$ este viteza tangențială la funcționarea bifazică,
$a$ — constantă experimentală,
$K$ — concentrația combustibilului,
$n$ — exponent experimental,
$W_t$ — viteza tangențială în cazul funcționării monofazice.

Dacă se consideră condițiile în care s-a scris ecuația mișcării particulei de combustibil solid în volumul focarului [10], [11], în care cu

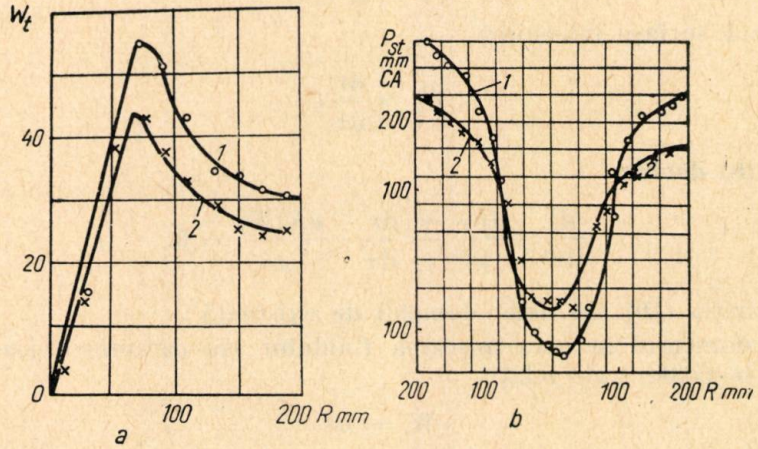



Fig. 2. — Scăderea vitezei tangențiale ($a$) și a presiunii statice ($b$) la creșterea concentrației fazei solide: *1* — funcționare monofazică; *2* — funcționare bifazică ($K$ = 0,108 kg/kg).

corecția de concentrație (3) ecuația mișcării particulei de combustibil în volumul focarului-ciclon la funcționarea bifazică cu suspensie monodispersă are forma

$$m\frac{dW_r}{d\tau} = \frac{maK^n W_t}{r} - CF\frac{W_r^2}{2g}\gamma, \tag{4}$$

dacă se introduce relația de dependență Stokes pentru coeficientul de rezistență

$$C = \frac{24}{R_e^*}, \tag{5}$$

în care

$$R_e^* = \frac{W\varphi d_e}{\nu}$$

și $\varphi$ factorul de formă care este dat de relația

$$\varphi = \frac{4{,}84\, V_p}{S}, \tag{6}$$

cu aceste precizări ecuația (4) devine

$$\frac{maK^n W_t^2}{r} - \frac{24\nu}{\varphi d_e W_r} F \frac{W_r^2}{2g} \gamma = m \frac{dW_r}{d\tau}, \tag{7}$$

care mai poate fi scrisă sub forma

$$ak^n \frac{W_t^2}{r} + \frac{18\nu}{\varphi d_e^2} \frac{\gamma}{\gamma_p} W_r = \frac{dW_r}{d\tau}. \tag{8}$$

Dacă se face înlocuirea

$$W_r = \frac{dr}{d\tau}, \tag{9}$$

ecuația (8) devine

$$\frac{d_r^2}{d\tau^2} + \frac{18\nu}{\varphi d_e^2} \frac{\gamma}{\gamma_p} \frac{dr}{d\tau} - \frac{aK^n W_t^2}{r} = 0. \tag{10}$$

Ecuația (10) are două domenii de existență:

— domeniul în care mișcarea fluidului are caracter cvasisolid și în care se poate scrie relația

$$W_t = \omega r. \tag{11}$$

Dacă se introduce dependența (11) în relația (10), se obține ecuația

$$\frac{d^2 r}{d\tau^2} + \frac{18\nu}{\varphi d_e^2} \frac{\gamma}{\gamma_p} \frac{dr}{d\tau} - ak^n \omega^2 r = 0, \tag{12}$$

— domeniul în care mișcarea fluidului are caracter cvasipotențial și în care se poate scrie relația

$$W_t r = \text{const.} \tag{13}$$

Introducînd relația (13) în ecuația (10), după o serie de calcule se obține

$$\frac{d^2 r}{d\tau^2} + \frac{18\nu}{\varphi d_e^2} \frac{\gamma}{\gamma_p} \frac{dr}{d\tau} - \frac{ak^n W_i^2 r_i^2}{r^3} = 0. \tag{14}$$

Integrarea ecuațiilor (12) și (14) pentru cele două domenii de existență ale funcției (10) conduce la determinarea traiectoriei unei particule solide care se mișcă într-un flux cu suspensii de praf de concentrație $K$ a suspensiei solide monodisperse în ipoteza că particula studiată nu suferă ciocniri cu alte particule solide din flux cu care să schimbe energie.

După datele experimentale prezentate în figura 1 se poate calcula coeficientul $ak^n$ ca coeficient global funcție de $K$, rezultînd astfel următoarele valori numerice:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $ak^n \left(\frac{d_e}{D} = 0{,}4\right)$ | 0,9 | 0,81 | 0,76 | 0,74 | 0,72 | 0,71 |
| $ak^n \left(\frac{d_e}{D} = 0{,}5\right)$ | 0,9 | 0,86 | 0,81 | 0,79 | 0,77 | 0,76 |
| $k$ (g/kg) | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 |

3. În vederea rezolvării ecuației (10) sub formele (12) și (14), aceasta s-a modelat pe calculatorul analogic MECAN-2 al Institutului de energetică [1], folosindu-se metodologia anterioară [12].

În conformitate cu rezultatele obținute, în figura 3 se reprezintă variația traiectoriilor $r$, a timpilor de separare $\tau_s$ și a vitezelor radiale

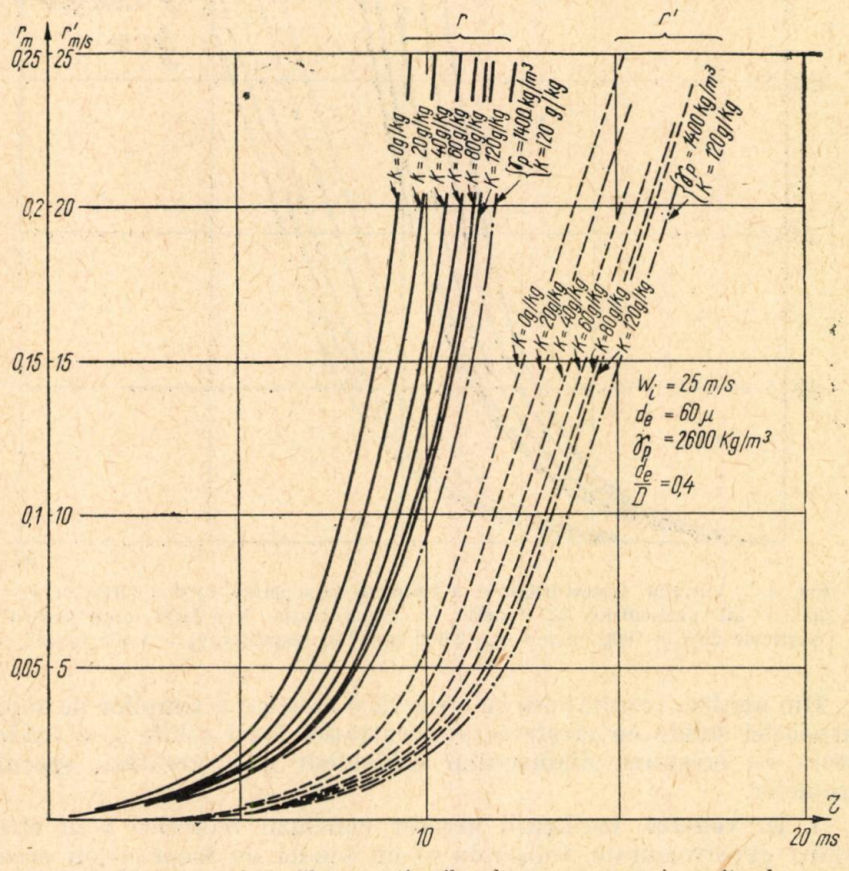



Fig. 3. — Variația traiectoriilor $r$, a timpilor de separare $\tau_s$ și a vitezelor radiale $r'$ ale particulelor în funcție de concentrația $K$ a fazei solide pentru particule cu $d_e = 60\,\mu$, avînd $\gamma_p = 2\,600$ kg/m³ și, respectiv, $\gamma_p = 1\,400$ kg/m³.

[1]) Modelarea pe calculatorul MECAN—2 a fost făcută cu colaborarea ing. T. I. Băjenescu.

ale particulelor $r'$ în funcţie de variaţia concentraţiei $K$ a fazei solide, compusă din particule avînd $d_e = 60\mu$, $\gamma_p = 2\,600$ kg/m³ şi, respectiv, $\gamma_p = 1\,400$ kg/m³. În figura 4 se prezintă aceleaşi rezultate pentru particule cu $d_e = 100\ \mu$ şi $\gamma_p = 2\,600$ kg/m³.

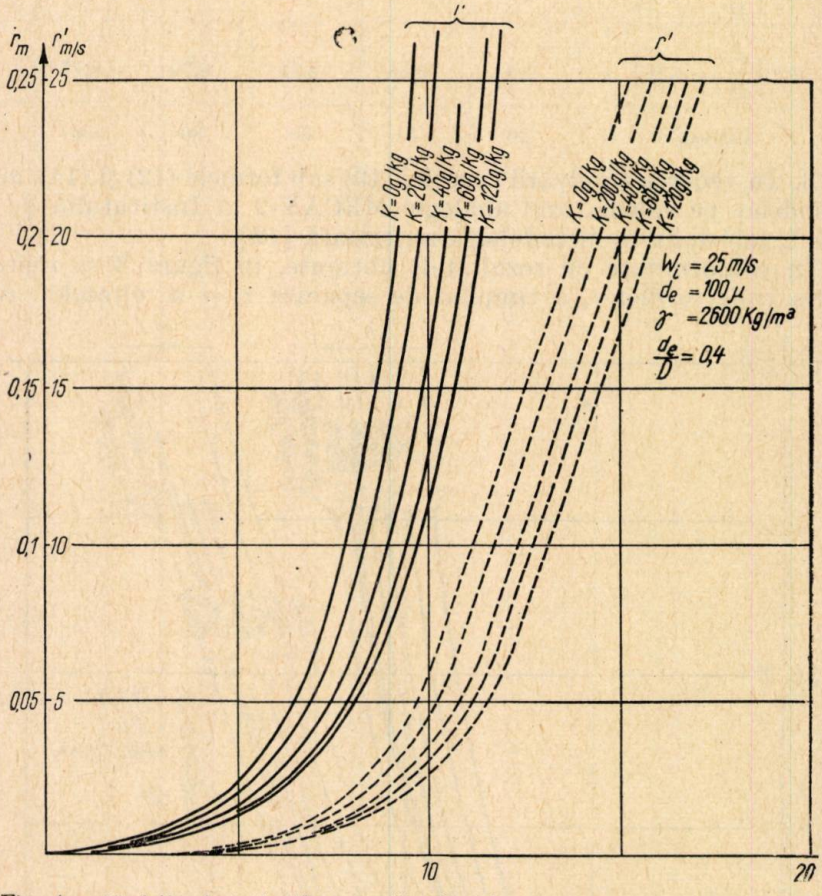



Fig. 4. — Variaţia traiectoriilor $r$, a timpilor de separare $\tau_s$ şi a vitezelor radiale $r'$ ale particulelor în funcţie de concentraţia $K$ a fazei solide pentru particule cu $d_e = 100\mu$, avînd $\gamma_p = 2\,600$ kg/m³ şi, respectiv, $\gamma_p = 1\,400$ kg/m³.

Din analiza rezultatelor se observă o creştere a timpilor de separare a suspensiei solide cu creşterea concentraţiei fazei solide şi o scădere a acestora cu creşterea diametrului echivalent şi a greutăţii specifice a particulelor.

4. În vederea verificării acestor concluzii teoretice s-au efectuat cercetări experimentale, folosindu-se un model de focar-ciclon orizontal cu alimentare axială cu combustibil, avînd următoarele caracteristici :

$$\frac{L}{D} = 0{,}8, \quad \frac{F_i}{F_e} = 0{,}46, \quad R_i = 215\ \text{mm}, \quad \frac{d_e}{D} = 0{,}4.$$

Pentru a se stabili traiectoria și timpul de separare a suspensiei solide s-a folosit lansarea probei de suspensie solidă cu o sondă electromagnetică în axul focarului și s-au înregistrat traiectoriile prin filmare rapidă cu un aparat Pentazet-35 [10].

Concentrația fazei solide s-a calculat prin raportul greutății fazei solide lansate și cantitatea de fluid portant introdusă în ciclon în timpul de separare $\tau_s$. S-a urmărit influența concentrației fazei solide asupra traiectoriei și timpului de separare a norului de praf în condițiile variației diametrului particulelor și a greutății specifice a suspensiei solide. Totodată s-a urmărit influența concentrației solide asupra caracteristicilor funcționale ale ciclonului.

Cercetările experimentale s-au efectuat cu concentrații mărite ale suspensiei solide pentru a putea fi posibilă citirea fotogramelor. Pentru ușurința citirii diagramelor concentrațiile vor fi date procentual din cantitatea maximă de suspensie solidă lansată în flux în diverse regimuri de funcționare.

În figura 5 se prezintă influența concentrației fazei solide asupra traiectoriilor radiale și timpilor de separare a suspensiei solide formată din particule cu $d_e = 5$ mm, $\gamma_p = 911$ kg/m³ și $\varphi = 0{,}866$.

În figura 6 se reprezintă aceleași rezultate pentru particule cu $d_e = 3$ mm, $\gamma_p = 911$ kg/m³ și $\varphi = 1$.

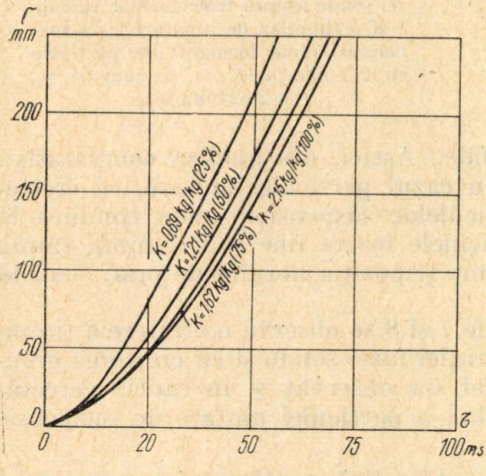



Fig. 5. — Influența concentrației fazei solide asupra traiectoriilor radiale $r$ și a timpilor de separare $\tau_s$ a suspensiei solide formate din particule cu $d_e = 5$ mm; $\gamma_p = 911$ kg/m³ și $\varphi = 0{,}866$.

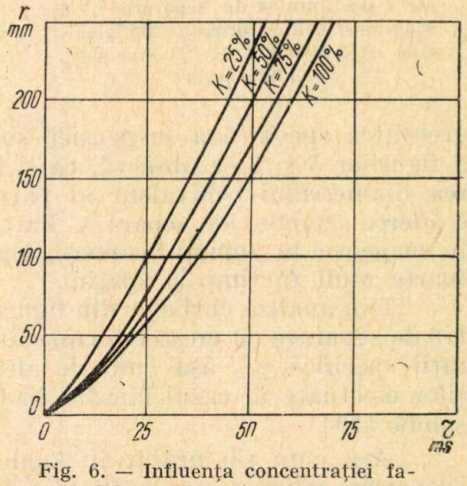



Fig. 6. — Influența concentrației fazei solide asupra traiectoriilor radiale $r$ și a timpilor de separare $\tau_s$ a suspensiei solide formate din particule cu $d_e = 3$ mm; $\gamma_p = 911$ kg/m³ și $\varphi = 1$.

În figurile 7 și 8 se prezintă influența concentrației fazei solide asupra traiectoriilor și timpilor de separare a suspensiei solide pentru particule cu $\gamma_p = 1\,342$ kg/m³ respectiv cu $\gamma_p = 2\,621$ kg/m³, fracția granulometrică 2,5—3 mm ($d_e = 2{,}75$ mm).

Din analiza diagramelor prezentate se observă, așa cum s-a dedus și teoretic, creșterea sensibilă a timpilor de separare cu creșterea concentrației fazei solide. Se observă de asemenea, în cadrul acestei variații, și influența unor factori care caracterizează suspensia solidă, cum ar fi, de exemplu, diametrul echivalent al particulelor, factorul de formă și

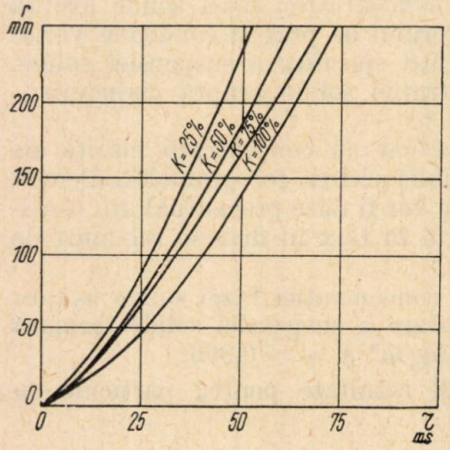



Fig. 7. — Influența concentrației fazei solide asupra traiectoriilor radiale $r$ și a timpilor de separare $\tau_s$ a suspensiei solide formate din particule cu 2,5 mm $< d_e <$ 3 mm și $\gamma_p$ = 1 324 kg/m³.

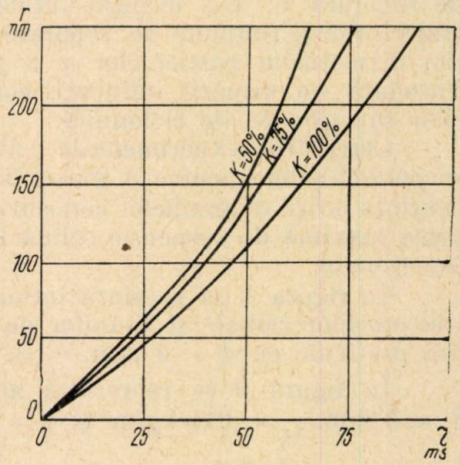



Fig. 8. — Influența concentrației fazei solide asupra traiectoriilor radiale $r$ și a timpilor de separare $\tau_s$ a suspensiei solide formată din particule cu 2,5 mm $< d_e <$ 3 mm și $\gamma_p$ = 2 621 kg/m³.

greutatea specifică a suspensiei solide. Astfel, din analiza comparativă a figurilor 5 și 6 se observă, ca și în cazul particulei unitare, că creșterea diametrului echivalent al particulelor suspensiei solide conduce la scăderea timpilor de separare. Particulele foarte fine (sub 1 mm), rămîn în suspensie în volumul camerii, forma și poziția norului de praf, variind foarte mult în timp și spațiu.

Din analiza curbelor din figurile 7 și 8 se observă o creștere a timpilor de separare cu creșterea concentrației fazei solide și cu creșterea greutății specifice $\gamma_p$, așa cum de altfel s-a observat și în cadrul cercetărilor efectuate în cazul lansării în flux a particulei unitare de suspensie solidă [10].

Așa cum s-a arătat în analiza teoretică a influenței concentrației suspensiei solide asupra regimului de curgere din volumul focarului-ciclon, creșterea concentrației fazei solide conduce la scăderea energiei turbionului cu cota aferentă transportului pneumatic al suspensiei solide și, ca urmare, se reduce nivelul de viteze. Această reducere a cîmpului de viteze conduce la scăderea coeficientului de rezistență al ciclonului și la creșterea coeficientului de debit, respectiv la creșterea debitului de agent de transport.

În figura 9 se prezintă influența concentrației fazei solide și diametrului echivalent asupra creșterii debitului de aer insuflat în ciclon pentru

suspensia solidă cu $\gamma_p = 1\,342$ kg/m³. Din analiza figurii 9 se observă că asupra debitului de aer influențează atît concentrația fazei solide, cît și diametrul echivalent.

Cantitatea de aer insuflată în ciclon crește cu creșterea concentrației fazei solide și cu creșterea diametrului echivalent. O creștere sensibilă a debitului insuflat se înregistrează la insuflarea în ciclon a particulelor du diametrul echivalent $d_e < 1$ mm, care rămîn în suspensie stabilă pentru suspensia solidă cu $\gamma_p = 1\,342$ kg/m³.

În figura 10 se prezintă influența concentrației și diametrului echivalent al particulelor suspensiei solide asupra creșterii presiunii pe periferia ciclonului pentru particule solide cu $\gamma_p = 1\,342$ kg/m³.

În conformitate cu datele experimentale obținute, cu creșterea concentrației fazei solide și cu creșterea diametrului echivalent a suspensiei solide scade presiunea pe periferia ciclonului. O scădere sensibilă a presiunii pe periferia ciclonului se înregistrează în cazul suspensiei solide cu $d_e < 1$ mm, care se menține în suspensie stabilă.

În continuarea cercetărilor experimentale s-a urmărit influența concentrației fazei solide și a diametrului echivalent asupra gradului de separare a suspensiei solide în volumul focarului -ciclon. Rezultatele experimentale se prezintă în figura 11 pentru suspensia solidă cu $\gamma_p = 1\,342$ kg/m³.

Din figura 11 se observă că gradul de separare crește cu creșterea concentrației fazei solide și cu creșterea diametrului echivalent. La suspensia solidă cu greutate specifică mai redusă $\gamma_p = 1\,342$ kg/m³ se pare că curba variației gradului de separare trece printr-un maxim. Această particularitate nu a putut fi cercetată în detaliu și urmează a se continua în cercetări viitoare. Avînd însă în vedere că la funcționarea ciclonului particulele solide își măresc greutatea specifică în timpul arderii, este de așteptat o funcționare a focarului cu un grad de separare de 70—85%.

## CONCLUZII

Analizînd rezultatele teoretice și experimentale privind influența concentrației fazei solide asupra funcționării focarului-ciclon orizontal în regim izotermic, pot fi trase următoarele concluzii:

*a*) variația concentrației fazei solide conduce la păstrarea alurii generale a traiectoriilor radiale ale particulelor. Creșterea concentrației fazei solide conduce la mărirea timpului de separare;

*b*) variația diametrului echivalent, a factorului de formă și a greutății specifice a suspensiei solide se manifestă în același fel ca în cazul particulei unitare;

*c*) variația concentrației fazei solide influențează regimul de curgere din volumul focarului. Creșterea concentrației fazei solide conduce la

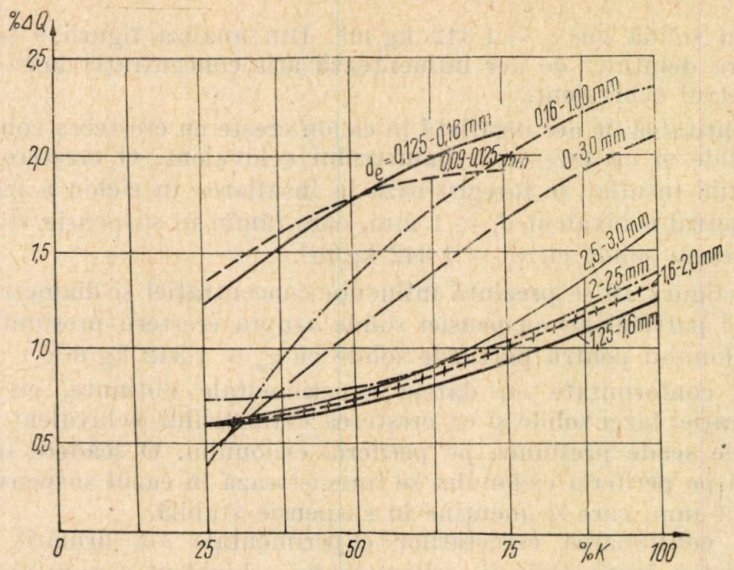



Fig. 9. — Variația debitului de fluid insuflat în ciclon la variația concentrației fazei solide cu $\gamma_p = 1\,342$ kg/m³ pentru diverse valori ale diametrului echivalent al particulelor.

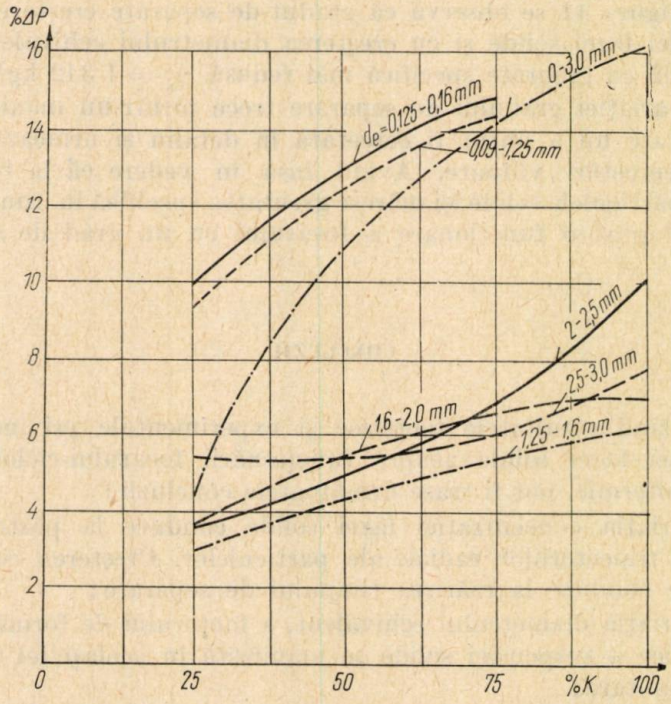



Fig. 10. — Scăderea presiunii fluidului la periferia ciclonului la variația concentrației fazei solide cu $\gamma_p = 1\,342$ kg/m³ pentru diverse valori ale diametrului echivalent al particulelor.

scăderea vitezei tangențiale, la creșterea debitului insuflat în ciclon și la scăderea presiunii pe periferia ciclonului;

*d*) variația concentrației fazei solide conduce la variația gradului de separare a suspensiei solide. Creșterea concentrației fazei solide conduce la creșterea gradului de separare. La aceeași concentrație a combustibilului, creșterea diametrului echivalent conduce de asemenea la creșterea gradului de separare a suspensiei solide.

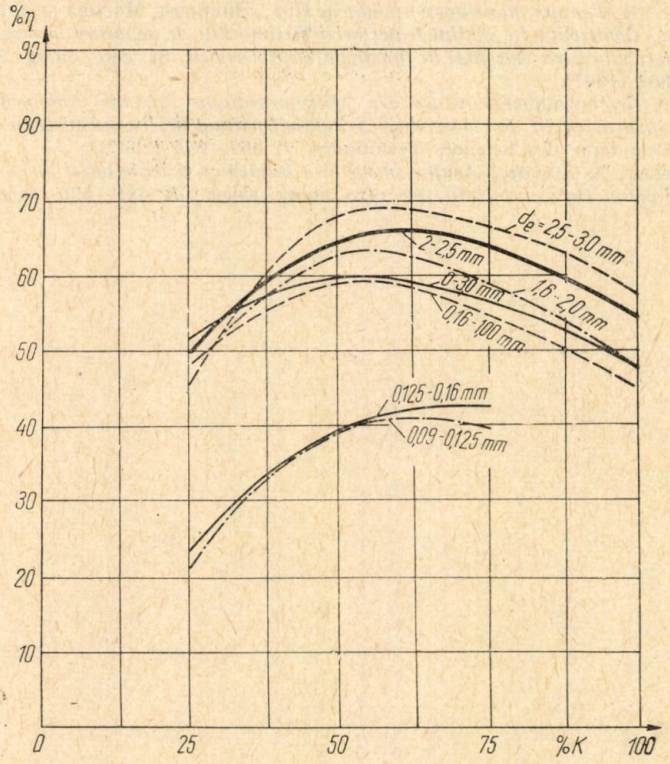



Fig. 11. — Variația gradului de separare a suspensiei solide în ciclon la variația fazei solide cu $\gamma_p = 1\,342$ kg/m$^3$ pentru diverse valori ale diametrului echivalent al particulelor.

## BIBLIOGRAFIE

1. M. Ledinegg, *Factors for determination of the heat release in pulverized coal and oil fired furnaces*, Combustion 16—23 martie (1966) și 29—36, aprilie (1966).
2. Г. Н. Залогин, С. М. Шухер, *Очистка дымовых газов*, Госэнергоиздат, Москва, 1954.
3. К. А. Леонтиев, *О влиянием концентрации твердый фазы на движении газа в вихревой камере*, Теплоэнергетика, *5*, 25—28, (1965).
4. И. Исаев, *Сепарационая способность циклонной топочной камере*, Исследование котельно-топочных процессов, МВТУ — 94, Машгиз, 100—115, Москва, 1958.

5. А. К. НАХАПЕТЯН, И. ИСАЕВ, *О некоторых оссобеностях циклонного потока несущего твердую взвеси*, Теплоэнергетика, *9*, 32—40, 1957.
6. — — *О некоторых оссобеностях циклонного потока несущего твердую взвеси*, Исследование котельно топочных процессов, МВТУ—94, Машгиз, 86—99, Москва, 1958.
7. — — *Исследование структуры запыленного изотермического потока в циклонной камере*. III всесоюзное совещание по теории горенмя, Москва, 1960.
8. А. Н. КОЗУЛИН, И. А. ЕРШОВ, *О влиянии твердой фазы на аэродинамики потока и сопротивлении циклонных аппаратов*, Теплоэнергетика, *1*, 18—20, (1962).
9. Г. Ф. КНОРРЕ, *Теория топочных процессов* Изд., Энергия, Москва—Ленинград, 1966.
10. N. PĂNOIU, *Contribuţii la studiul traiectoriei şi timpului de separare a suspensiei solide în focarul ciclon orizontal la funcţionarea izotermică*, St. cerc. energ. electr., *4*, 851—868 (1967).
11. N. PĂNOIU, *Geschwindigkeiteinfluss des Mitführmediums auf die Abscheidezeit der fester Suspension in der Horizontalen Zyklonfeuerung bei isothermischen Betrieb*, Revue Roumaine des Sciences Techniques, *4*, 669—675 (1967).
12. T. BĂJENESCU, N. PĂNOIU, *Asupra modelării analogice a traiectoriei unei particule solide într-un flux curbiliniu*, St. cerc. energ. electr., 3, 681—690 (1966).

# CALCULUL ADÎNCIMII DE PĂTRUNDERE A CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ÎN CONDUCTOARE

DE

C. I. MOCANU

538.542 : 621.3.018.44

În lucrare se arată că pentru orice formă a conductoarelor există un regim de pătrundere cu atenuare exponențială a cîmpului electromagnetic pentru care se poate defini o adîncime de pătrundere; se demonstrează că pentru o valoare critică a parametrului $\alpha_{min} = \sqrt{\pi f_{min} \mu\sigma}$ amplitudinile intensităților cîmpurilor electrice și magnetic sînt atenuate exponențial după normala interioară, iar adîncimea de pătrundere locală $\delta_{max}$ depinde de razele de curbură $\rho_1^0$ și $\rho_2^0$ ale suprafeței conductorului în punctul considerat. Pentru o valoare critică a parametrului $\alpha_{min\,min} = \sqrt{\pi f_{min\,min} \mu\sigma}$, amplitudinile intensităților cîmpurilor sînt atenuate exponențial după normală pe întreaga suprafață a conductorului și adîncimea de pătrundere $\delta_{max\,max}$ este aceeași și depinde de razele minime de curbură $\rho_{1min}^0$ $\rho_{2min}^0$ ale suprafeței.

## PROBLEMA ADÎNCIMII DE PĂTRUNDERE A CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC CVASISTAȚIONAR ȘI ARMONIC ÎN TIMP

Adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic caracterizează pătrunderea parțială a cîmpului electromagnetic într-un conductor și este definită riguros pentru semispațiul conductor.

În semispațiul conductor, omogen și izotrop, adîncimea de pătrundere $\delta_0 = \sqrt{1/\pi f \mu\sigma}$ caracterizează atenuarea exponențială a amplitudinilor intensităților cîmpurilor electric și magnetic, cvasistaționar și armonic în timp, pentru valori finite și nenule ale conductivității $\sigma$, frecvenței $f$ sau permeabilității $\mu$ și se definește prin:

a) distanța $\delta_0$, măsurată după normală, de la suprafața conductorului, în care atenuarea amplitudinilor intensităților cîmpurilor $E$ și $H$ este egală cu 1 $Np$;

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 637—660, București, 1968

b) distanța $\delta_0$, măsurată de la suprafața conductorului pe care ar trebui repartizat uniform și în fază curentul total pentru ca puterea activă absorbită să fie aceeași;

c) valoarea reciprocă a produsului dintre rezistența de undă $R_0$ și conductivitatea $\sigma$:

$$\delta_0 = \frac{1}{R_0 \sigma}; \quad R_0 = \mathrm{Re}\ \{\underline{Z}_0\}, \tag{1}$$

în care $Z_0$ este impedanța de undă în semispațiul conductor:

$$\underline{Z}_0 = \underline{E}/\underline{H} = \frac{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}{\sigma}(1 + j). \tag{2}$$

Definirea unei mărimi corespunzătoare care să caracterizeze pătrunderea parțială a cîmpului electromagnetic în conductoarele avînd alte forme nu este posibilă pentru orice valori ale lui $f$, $\mu$ sau $\sigma$. Conform cu definițiile a) sau b), la o pătrundere parțială a cîmpului, cea mai mică din dimensiile conductorului este mai mare decît adîncimea de pătrundere și, conform cu definiția c), trebuie ca rezistența de undă să fie constantă în interiorul conductorului. Pentru valori finite și nenule ale lui $f$, $\mu$ sau $\sigma$, intensitățile cîmpurilor sînt, în general, nenule în conductor și rezistența de undă este variabilă.

Dacă cel puțin una dintre mărimile $f$, $\mu$ sau $\sigma$ este foarte mare, iar pentru conductoarele drepte dacă cea mai mică din dimensiunile $L$ ale secțiunii transversale este mai mare decît $\delta_0$, celelalte mărimi fiind finite și nenule, se demonstrează că intensitățile cîmpurilor sînt nule în conductor și cîmpul magnetic este în fiecare moment tangențial la suprafața acestuia. În acest regim-limită de refulare netă a curentului, se admite în majoritatea lucrărilor din literatură [1]—[3] fără demonstrație că, indiferent de forma conductorului, curentul se repartizează numai la suprafață, pe o adîncime constantă și egală cu adîncimea $\delta_0$ de pătrundere a cîmpului electromagnetic în semispațiul conductor. Nu se precizează cît de mari trebuie să fie $f$, $\mu$, $\sigma$ sau $L$ și nici cum influențează forma suprafeței conductorului. În aceste condiții, pentru orice formă a conductorului, vectorul lui Poynting are aceeași expresie ca în semispațiul conductor.

Pentru valori finite și nenule ale lui $f$, $\mu$ sau $\sigma$, cîmpul magnetic nu este în general tangențial la suprafața unui conductor. O dată însă cu creșterea uneia dintre mărimile $f$, $\mu$ $\sigma$ sau $L$, într-un punct de pe suprafață are loc scăderea și pînă la urmă anularea componentei normale a cîmpului magnetic, care nu presupune însă anularea aceleiași componente pe întreaga suprafață. În fiecare punct de pe suprafața unui conductor există o frecvență minimă $f'_{\min}$, o conductivitate minimă $\sigma'_{\min}$ sau o permeabilitate minimă $\mu'_{\min}$ pentru care cîmpul magnetic este tangențial. Continuînd cu creșterea uneia dintre mărimile arătate, se anulează componenta normală a cîmpului magnetic și în alte puncte de pe suprafață, ajungîndu-se ca pentru o valoare $f'_{\min\,\min}$, $\sigma'_{\min\,\min}$, sau $\mu'_{\min\,\min}$ cîmpul magnetic să fie tangențial pe întreaga suprafață a conductorului.

Anularea componentei normale a cîmpului magnetic într-un punct de pe suprafața conductorului la frecvența $f'_{\min}$ sau pe întreaga suprafață la

frecvența $f'_{\min\min}$ este necesară, dar nu suficientă pentru definirea unei adîncimi de pătrundere, care presupune atenuarea exponențială a amplitudinilor cîmpurilor. Numai la frecvențe mai mari decît o frecvență critică $f_{\min}$ ($f_{\min} > f'_{\min}$) amplitudinile cîmpurilor variază exponențial în lungul normalei interioare care corespunde punctului de pe suprafață, respectiv numai la frecvențe mai mari decît frecvența critică $f_{\min\min}$ ($f_{\min\min} > f'_{\min\min}$) amplitudinile cîmpurilor variază exponențial în lungul normalelor interioare pe întreaga suprafață.

În această lucrare se arată că pentru orice formă a conductoarelor există un regim de pătrundere cu atenuare exponențială a cîmpului electromagnetic pentru care se poate defini o adîncime de pătrundere; se demonstrează că pentru o valoare critică a parametrului $\alpha_{\min} = \sqrt{\pi f_{\min} \mu\sigma}$ (adică la frecvențe mai mari decît frecvența critică $f_{\min} > f'_{\min}$) amplitudinile intensităților cîmpurilor electric și magnetic sînt atenuate exponențial după normala interioară, iar adîncimea de pătrundere locală $\delta_{\max}$ depinde de razele de curbură $\rho_1^0$ și $\rho_2^0$ ale suprafeței conductorului în punctul considerat; se demonstrează că pentru o valoare critică a parametrului $\alpha_{\min\min} = \sqrt{\pi f_{\min\min} \mu\sigma}$ (adică la frecvențe mai mari decît frecvența critică $f_{\min\min} > f'_{\min\min}$) amplitudinile intensităților cîmpurilor sînt atenuate exponențial după normală pe întreaga suprafață a conductorului și adîncimea de pătrundere $\delta_{\max\max}$ este aceeași și depinde de razele minime de curbură $\rho^0_{1\min}$ și $\rho^0_{2\min}$ ale suprafeței.

Frecvențele critice $f_{\min}$, $f_{\min\min}$ și adîncimile de pătrundere $\delta_{\max}$ și $\delta_{\max\max}$ s-ar putea determina dacă s-ar cunoaște în fiecare punct din conductor intensitățile cîmpurilor electric și magnetic. Cum soluțiile exacte ale ecuațiilor lui Maxwell pentru orice frecvență se cunosc numai pentru cîteva forme ale suprafeței conductoarelor, în această lucrare se determină frecvențele critice și adîncimile de pătrundere printr-o analiză calitativă a ecuațiilor cîmpului electromagnetic exprimate într-un sistem de coordonate în care suprafața conductorului este suprafață de coordonate.

## 1. PĂTRUNDEREA CU ATENUARE EXPONENȚIALĂ A CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ÎN SEMISPAȚIUL CONDUCTOR ȘI ÎN PLACĂ

*1.1. Semispațiul conductor.* Într-un bloc de material conductor, izotrop și omogen, ocupînd semispațiul $x > 0$ (fig. 1*a*) și situat într-un cîmp

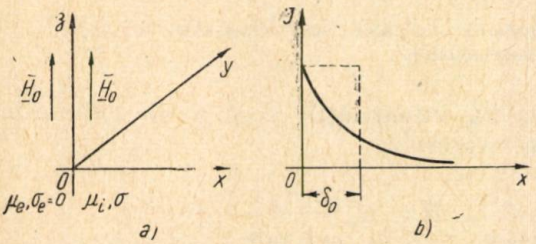



Fig. 1. — Figură pentru pătrunderea cîmpului electromagnetic în semispațiul conductor.

magnetic armonic în timp și uniform în dielectricul $x < 0$

$$\underline{H} = H_{\max}/\sqrt{2} = H_0, \tag{3}$$

în care $H_{0\max}$ este amplitudinea, $H_0$ intensitatea efectivă și $\omega$ pulsația ($\omega = 2\pi f$), intensitățile $\underline{E}$ și $\underline{H}$ ale cîmpurilor electric și magnetic au în conductor, în regim cvasistaționar, permanent, următoarele expresii:

$$\underline{E} = \frac{\gamma_0 H_{0\max}}{\sqrt{2}} e^{-\gamma_0 x}, \quad \underline{H} = \frac{H_{0\max}}{\sqrt{2}} e^{-\gamma_0 x}, \tag{4}$$

în care

$$\gamma_0 = (1+j)\,\alpha_0, \quad \alpha_0 = \sqrt{\pi f \mu \sigma}. \tag{5}$$

Adîncimea de pătrundere $\delta_0$ rezultă cu oricare dintre definițiile a), b), sau c) (fig. 1*b*):

$$\delta_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} = \frac{1}{\alpha_0}. \tag{6}$$

Intensitățile $\underline{E}$ și $\underline{H}$ (ecuațiile 4) ale cîmpurilor electric și magnetic sînt atenuate exponențial în conductor pentru orice valori finite și nenule ale lui $f$, $\mu$ sau $\sigma$. Vectorul lui Poynting are pe suprafața conductorului expresia

$$\underline{S} = \underline{E}\,\underline{H}^* = \frac{1+j}{\sigma}\alpha_0 |\underline{H}|^2 = Z_0 |\underline{H}|^2; \quad \underline{Z}_0 = (1+j)\frac{\alpha_0}{\sigma}. \tag{7}$$

*1.2. Placa conductoare.* Într-o placă conductoare infinită de grosime $2a$ (fig. 2*a*) situată într-un cîmp magnetic uniform în dielectricul $x < -a$,

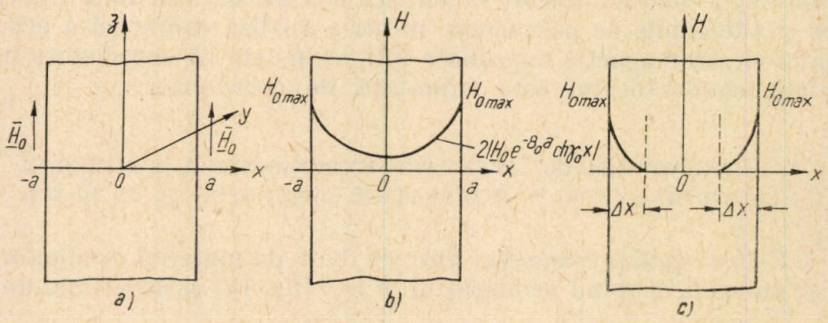



Fig. 2. — Figură pentru pătrunderea cîmpului electromagnetic în placa conductoare.

$x > a$ de intensitate $\underline{H}_0$ (ecuația 2), intensitățile $\underline{E}$ și $\underline{H}$ ale cîmpurilor electric și magnetic au în placă expresiile

$$\underline{E} = \frac{\gamma_0 \underline{H}_0}{\sigma} \frac{\operatorname{sh}\gamma_0 x}{\operatorname{ch}\gamma_0 a}, \quad \underline{H} = \underline{H}_0 \frac{\operatorname{ch}\gamma_0 x}{\operatorname{ch}\gamma_0 a}. \tag{8}$$

Deoarece pătrunderea cîmpului electromagnetic este totală și impedanța de undă $\underline{Z} = \underline{E}/\underline{H} = \underline{Z}_0 \, th\, \gamma_0 x$ este variabilă în placă, nu se poate defini o adîncime de pătrundere pentru orice valoare a parametrului $\alpha_0$.

Dacă însă

$$\delta_0 \ll a, \tag{9}$$

practic pentru

$$\lambda \simeq 3{,}4, \quad \lambda = \frac{a}{\delta_0} \tag{10}$$

se poate neglija termenul $e^{-\gamma_0 a} = e^{(1+j)\frac{a}{\delta_0}}$ în raport cu $e^{\gamma_0 a}$ și expresiile (8) se transformă astfel (fig.2*b*) :

$$\underline{E} \simeq 2\,\frac{\gamma_0 \underline{H}_0}{\sigma}\, e^{-\gamma_0 a}\,\mathrm{sh}\,\gamma_0 x, \quad \underline{H} = 2\underline{H}_0 e^{-\gamma_0 a}\,\mathrm{ch}\gamma_0 x. \tag{11}$$

În aceste condiții, intensitatea cîmpului magnetic este mică în mijlocul plăcii, iar în fișia $|\Delta x| = |x - a| > \delta_0$, în apropierea fețelor, se poate neglija termenul $e^{-\gamma_0 (x+a)}$ în raport cu termenul $e^{\gamma_0 (x-a)}$ în relațiile (11) și se obțin aproximațiile

$$\underline{E} \simeq \frac{\gamma_0 \underline{H}_0}{\sigma}\, e^{\gamma_0 (x-a)} = \frac{1+j}{\sigma}\,\alpha_0 \underline{H}_0\, e^{(1+j)\alpha_0 \Delta x}, \underline{H} = \underline{H}_0\, e^{(1+j)\,\alpha_0 \Delta x}. \tag{12}$$

Intensitățile cîmpurilor sînt atenuate exponențial pe fișiile $\Delta x$ și cu oricare din definițiile a), b), sau c) se poate defini o adîncime de pătrundere a cîmpului electromagnetic. Din condiția (10) rezultă că pentru frecvențe mai mari decît frecvența critică $f_{\min}$

$$f_{\min} = \frac{\lambda^2}{\pi a^2 \mu\sigma}, \tag{13}$$

amplitudinile intensităților sînt atenuate exponențial și se poate calcula o adîncime de pătrundere a cărei valoare maximă este

$$\delta_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\pi f_{\min} \mu\sigma}}. \tag{14}$$

## 2. PĂTRUNDEREA EXPONENȚIALĂ A CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ÎN CONDUCTOARELE CILINDRICE CIRCULARE PLINE ȘI CAVE

*2.1. Conductorul cilindric circular plin.* În conductorul cilindric circular, izotrop și omogen,de rază R, parcurs axial de curentul armonic în timp $\underline{I}$, intensitățile cîmpurilor electric $\underline{E}_E$ și magnetic $\underline{H}_E$ au expresiile (fig. 3*a*)

$$\underline{E}_E = (1+j)\,\frac{\alpha_0 \underline{I}}{2\pi R\sigma}\,\frac{I_0(\gamma_0 r)}{I_1(\gamma_0 R)}, \quad \underline{H}_E = \frac{\underline{I}}{2\pi R}\,\frac{I_1(\gamma_0 r)}{I_1(\gamma_0 R)}, \tag{15}$$

iar în conductorul situat axial în cîmp magnetic armonic în timp $\underline{H}_0$ (1) intensitățile $\underline{E}_H$ și $\underline{H}_H$ ale cîmpurilor au expresiile

$$\underline{E}_H = (1+j)\,\frac{\alpha_0 \underline{H}_0}{\sigma}\,\frac{I_1(\gamma_0 r)}{I_1(\gamma_0 R)}; \quad \underline{H}_H = \underline{H}_0\,\frac{I_0(\gamma_0 r)}{I_1(\gamma_0 R)}, \tag{16}$$

în care $I_0$ și $I_1$ sînt funcțiile modificate ale lui Bessel de prima speță. Intensitățile axiale ale cîmpurilor $\underline{E}_E$ și $\underline{H}_H$ sînt soluții ale ecuației

$$\frac{\mathrm{d}^2\underline{F}}{\mathrm{d}r^2} + \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}\underline{F}}{\mathrm{d}r} = \gamma_0^2 \underline{F}. \tag{17}$$

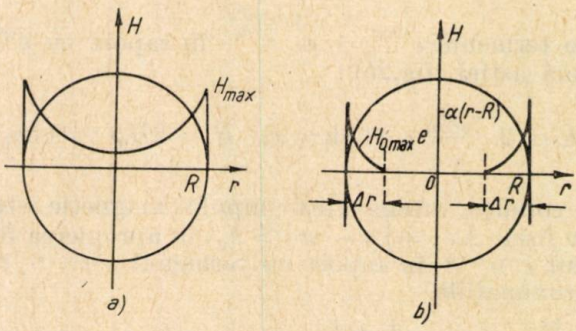



Fig. 3. — Figură pentru pătrunderea cîmpului electromagnetic în cilindru circular plin.

În ambele cazuri, amplitudinile intensităților cîmpurilor au o atenuare diferită de cea exponențială, impedanțele de undă $\underline{Z}_E = \underline{E}_E/\underline{H}_E$, $\underline{Z}_H = \underline{E}_H/\underline{H}_H$ nu sînt constante și, în general, nu se poate defini o adîncime de pătrundere.

Dacă raza $R$ este mai mare decît adîncimea $\delta_0$ în semispațiul conductor,

$$\delta_0 \ll R, \tag{18}$$

cu o aproximație sub 1% [4], pentru

$$\lambda = \frac{R}{\delta_0}, \quad \lambda \simeq 1{,}5 - 2 \tag{19}$$

funcțiile modificate ale lui Bessel $I_0(\gamma_0 R)$ și $I_1(\gamma_0 R)$ pot fi înlocuite în formulele (13) și (14) prin dezvoltările lor asimptotice

$$I_0(x) \simeq I_1(x) \simeq \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}, \tag{20}$$

obținîndu-se pentru intensitățile cîmpurilor următoarele aproximații:

$$\underline{E}_E \simeq \frac{\gamma_0^{3/2}\underline{I}}{\sigma\sqrt{2\pi R}} e^{-\gamma_0 R} I_0(\gamma_0 r), \; \underline{H}_E \simeq \frac{\gamma_0^{\frac{1}{2}}\underline{I}}{\sqrt{2\pi R}} e^{-\gamma_0 R} I_1(\gamma_0 r), \tag{21}$$

$$\underline{E}_H \simeq \frac{\gamma_0 \underline{H}_0}{\sigma}\sqrt{2\pi R}\, e^{-\gamma_0 R} I_1(\gamma_0 r), \; \underline{H}_H \simeq \sqrt{2\pi R}\, e^{-\gamma_0 R} I_0(\gamma_0 r). \tag{22}$$

Intensităţile cîmpurilor au valori mici în apropierea axei cilindrului şi pot fi neglijate, iar la periferie, pe o fîşie de lăţime $|\Delta r| = |r-R| > \delta_0$, funcţiile lui Bessel $I_0(\gamma_0 R)$ şi $I_1(\gamma_0 r)$ pot fi înlocuite în formulele (21) şi (22) prin dezvoltările asimptotice (20) obţinîndu-se următoarele expresii (fig. 3*b*) :

$$\underline{E}_E \simeq \frac{\gamma_0 \underline{I}}{2\pi R\sigma}\sqrt{\frac{R}{r}}\, e^{\gamma_0(r-R)},\quad \underline{H}_E \simeq \frac{\underline{I}}{2\pi R}\sqrt{\frac{R}{r}}\, e^{\gamma_0(r-R)},\quad r \neq 0, \tag{23}$$

şi

$$\underline{E}_H \simeq \frac{\gamma_0 \underline{H}_0}{\sigma}\sqrt{\frac{R}{r}}\, e^{\gamma_0(r-R)},\quad \underline{H}_H \simeq \underline{H}_0\sqrt{\frac{R}{r}}\, e^{\gamma_0(r-R)},\quad r \neq 0. \tag{24}$$

Din relaţiile (23) şi (24) rezultă că impedanţele de undă sînt constante $\underline{Z}_E = \underline{Z}_H = \underline{Z}_0$ şi deci cu oricare din definiţiile *a*, *b* sau *c* se poate determina adîncimea de pătrundere. Intensităţile cîmpurilor variază în fîşia $\Delta r$ ca $\frac{1}{\sqrt{r}}\, e^{\gamma_0 r}$. Fiindcă în această fîşie $r \simeq R$, se poate aproxima în formulele (23) şi (24) $r/R \simeq 1$ şi se obţin următoarele expresii ale intensităţilor cîmpurilor :

$$\underline{E}_E \simeq \frac{\gamma_0 \underline{I}}{2\pi R\sigma}\, e^{\gamma_0(r-R)},\quad \underline{H}_E \simeq \frac{\underline{I}}{2\pi R}\, e^{\gamma_0(r-R)},\quad r \neq 0, \tag{25}$$

$$\underline{E}_H = \sim \frac{\gamma_0 \underline{H}_0}{\sigma}\, e^{\gamma_0(r-R)};\quad \underline{H}_H = \sim \underline{H}_0\, e^{\gamma_0(r-R)},\quad r \neq 0. \tag{26}$$

Din relaţia (19) rezultă că pentru frecvenţe mai mari decît frecvenţa critică $f_{\min}$,

$$f_{\min} = \frac{\lambda^2}{\pi R^2 \mu\sigma}, \tag{27}$$

amplitudinile intensităţilor cîmpurilor sînt atenuate exponenţial şi deci cu oricare dintre definiţiile a), *b*) sau c) se poate calcula adîncimea de pătrundere. Frecvenţei critice $f_{\min}$ îi corespunde adîncimea maximă de pătrundere.

$$\delta_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\pi f_{\min}\mu\sigma}}. \tag{28}$$

*2.2. Cilindrul circular cav.* În cilindrul circular cav cu razele interioară $R_i$ şi exterioară $R_e$, parcurs de curentul $\underline{I}$, intensităţile c mpurilor electric $\underline{E}_E$ şi magnetic $\underline{H}_E$ au expresiile (fig. 4*a*)

$$\underline{E}_E = \frac{j\mu\omega \underline{I}}{2\pi R_e \gamma_0}\,\frac{N_E}{N},\quad \underline{H}_E = \frac{\underline{I}}{2\pi R_e}\,\frac{N_H}{N}, \tag{29}$$

în care s-a notat :

$$\begin{aligned} N_E &= I_0(\gamma_0 r)\, K_1(\gamma_0 R_i) + K_0(\gamma_0 r)\, I_1(\gamma_0 R_i),\\ N_H &= I_0(\gamma_0 r)\, K_1(\gamma_0 R_i) - K_0(\gamma_0 r)\, I_1(\gamma_0 R_i),\\ N &= I_1(\gamma_0 R_e)\, K_1(\gamma_0 R_i) - I_1(\gamma_0 R_i)\, K_i(\gamma_0 R_e). \end{aligned} \tag{30}$$

Amplitudinile intensităților cîmpurilor au o atenuare diferită de cea exponențială și nici impedanța de undă nu este constană, deci în general nu se poate defini o adîncime de pătrundere.

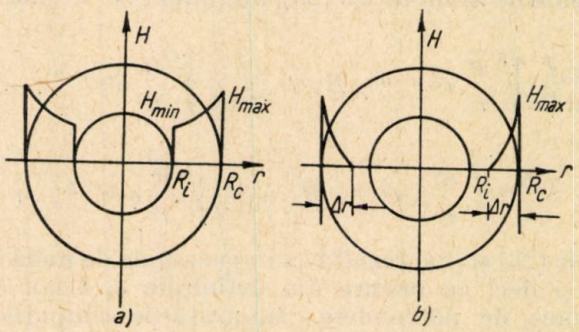



Fig. 4. — Figură pentru pătrunderea cîmpului electromagnetic în cilindrul cav.

Pentru valori mari ale argumentelor funcțiilor lui Bessel, adică pentru

$$\delta_0 \ll R_i, \tag{31}$$

și cu o aproximație de 1% pentru

$$\lambda' = \frac{R_i}{\delta_0}, \quad \lambda' \simeq 1{,}5 - 2, \tag{32}$$

se pot lua în formulele (30) dezvoltările asimptotice (17) ale funcțiilor $I_0$ și $I_1$, iar pentru funcțiile $K_0(x)$ și $K_1(x)$ dezvoltările

$$K_0 = K_1 \simeq \sqrt{\frac{\pi}{2x}}\, e^{-x}, \tag{33}$$

astfel încît

$$N_e \simeq \frac{}{\gamma_0 \sqrt{r R_i}} \operatorname{ch} \gamma_0 (r - R_i), \quad N_H \simeq \frac{1}{\gamma_0 \sqrt{r R_i}} \operatorname{sh} \gamma_0 (r - R_i), \tag{34}$$

$$N = \frac{1}{\gamma_0 \sqrt{R_i R_e}} \operatorname{ch} \gamma_0 (R_e - R_i).$$

Cu aceste aproximații, formulele (29) se transformă astfel:

$$\underline{E}_E \simeq \frac{j\mu\omega \underline{I}}{2\pi R_e \gamma_0} \frac{1}{\sqrt{r \mid Re}} \frac{\operatorname{ch} \gamma_0 (r - R_e)}{\operatorname{sh} \gamma_0 (R_e - R_i)}, \tag{35}$$

$$\underline{H}_E \simeq \frac{\underline{I}}{2\pi R_e} \frac{\operatorname{sh} \gamma_0 (r - R_i)}{\operatorname{ch} \gamma_0 (R_e - R_i)} \frac{1}{\sqrt{r \mid R_e}}. \tag{36}$$

Dacă grosimea $R_e - R_i$ este mai mare decît adincimea $\delta_0$ în semispaţiul conductor,

$$\delta_0 \ll R_e - R_i, \tag{37}$$

iar pentru

$$\lambda = \frac{R_e - R_i}{\delta_0}, \quad \lambda \simeq 3 - 4 \tag{38}$$

formulele (35) şi (36) se transformă astfel:

$$\underline{E}_E \simeq \underline{E}_0 \sqrt{\frac{R_e}{r}}\, e^{\gamma_0(r-R_e)} \simeq \underline{E}_0\, e^{\gamma_0(r-R_e)}), \tag{39}$$

$$\underline{H}_E \simeq \underline{H}_0 \sqrt{\frac{R_e}{r}}\, e^{\gamma_0(r-R_e)} \simeq \underline{H}_0\, e^{\gamma_0(r-R_e)}. \tag{40}$$

Refularea curentului avînd loc pe o fîşie îngustă $\Delta r \ll R_e - R_i$, s-a luat în ultimii termeni din formulele (39) şi (40) $r \mid R_e = \simeq 1$ şi s-a notat

$$\underline{E}_0 = \frac{j\mu\omega\underline{I}}{2\pi R_e \gamma_0}, \quad \underline{H}_0 = \frac{\underline{I}}{2\pi R_e}. \tag{41}$$

Formulele (39) şi (40) sînt identice cu formulele (23) şi (25) pentru conductorul plin. Cu formulele (39) şi (40) se pot calcula intensităţile cîmpurilor numai pe fîşia $\Delta r$ la periferia exterioară a cilindrului cav, deoarece în rest (deci şi pe faţa interioară) intensităţile cîmpurilor sînt nule (fig. 4*b*).

Din relaţia (38) rezultă că pentru frecvenţe mai mari decît frecvenţa critică $f_{\min}$,

$$f_{\min} = \frac{\lambda^2}{\pi(R_e - R_i)\mu\sigma}, \tag{42}$$

amplitudinile intensităţilor cîmpurilor sînt atenuate exponenţial pe faţa concavă (exterioară) a cilindrului cav, iar adîncimea de pătrundere maximă $\delta_{max}$ este

$$\delta_{max} = \frac{1}{\sqrt{\pi f_{\min} \mu\sigma}}. \tag{43}$$

Din analiza cazurilor examinate rezultă:

— semispaţiul este singura formă de conductor în care, intensităţile cîmpurilor fiind atenuate exponenţial pentru orice frecvenţă, se poate calcula adîncimea de pătrundere corespunzătoare;

— pentru celelalte forme există o valoare finită a frecvenţei $f_{\min}$ şi numai pentru frecvenţe mai mari decît $f_{\min}$ intensităţile cîmpurilor variază aproape exponenţial pe o fîşie periferică mai mare decît $\delta_0$ şi mai mică decît cea mai mică din dimensiile conductorului;

— frecvenţele $f_{\min}$ şi adîncimile maxime de pătrundere $\delta_{max}$ depind (cu excepţia semispaţiului) de forma conductorului. Astfel, în relaţiile

(13), (27), (42) intervin lățimea $a$ a plăcii, raza $R$ a conductorului cilindric plin și razele $R_e$ și $R_i$ ale conductorului cilindric cav;

— în toate cazurile examinate (cu excepția semispațiului), cîmpul magnetic este tangențial la suprafață, fără ca atenuarea amplitudinilor intensităților cîmpurilor electric și magnetic să fie exponențială.

## 3. PĂTRUNDEREA EXPONENȚIALĂ A CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ÎN CONDUCTOARELE DE FORMĂ OARECARE

*3.1. Ecuațiile cîmpului electromagnetic în sistemul de coordonate intrinsec.* Fie $S$ suprafața unui conductor cu normala peste tot continuă (fără muchii sau vîrfuri) și $x_1^0$, $x_2^0$ liniile principale de curbură ale unui punct de pe suprafață cu razele de curbură $\rho_1^0$ și $\rho_2^0$, curbura fiind pozitivă sau negativă după cum centrul de curbură este situat în conductor sau în dielectric. Sistemul de coordonate intrinsec triortogonal, în care suprafața $S$ a conductorului este una dintre suprafețele sistemului se definește conform unei teoreme a lui Dupin [5], după cum urmează: o suprafață $S$ aparține unui sistem de coordonate univoc determinat, format de suprafețele paralele cu $S$ și de două familii de suprafețe desfășurate de normalele $x_3$ la $S$ în lungul liniilor de curbură. În figura 5 s-a reprezentat linia de curbură $\Gamma_1^0$ (presupusă pentru claritate în plan) a suprafeței $S$ a conductorului și evoluția $\Gamma_n$ (desfășurata ei, curba loc geometric a centrelor de curbură). Desfășurînd tangenta evolutei $\Gamma_n$, punctele tangentei descriu familiile de curbe paralele $\Gamma_1$ (evolventele sau desfășurătoarele desfășuratei), printre care, evident, se găsește și linia de curbură $\Gamma_1^0$, cuprinsă pe suprafața $S$ a conductorului. Tangentele desfășuratei sînt normalele desfășurătoarei și segmentul determinat pe tangentă de două linii de curbură $\Gamma_1^{(0)}$ și $\Gamma_1^{(1)}$ este egal cu diferența razelor de curbură $\rho_1^{(0)}$ și $\rho_0^{(1)}$:

$$n_1^{(1,2)} = \rho_1^{(1)} - \rho_1^{(2)}. \tag{44}$$

Notînd cu $\mathrm{d}n$ și $\mathrm{d}\rho$ creșterile normalei și razei de curbură, rezultă

$$\mathrm{d}n = \mathrm{d}\rho. \tag{45}$$

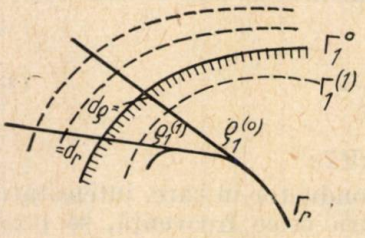



Fig. 5. — Figură pentru sistemul de coordonate curbilinii intrinsec.

Deoarece tangentele la liniile principale de curbură $\Gamma_1$ și $\Gamma_2$ sînt ortogonale, sistemul de coordonate intrinsec curbiliniu este ortogonal. Notînd cu $x_1$, $x_2$ coordonatele liniilor $\Gamma_1$, $\Gamma_2$ și cu $x_3$ ale lui $\Gamma_n$, elementele de linie $\mathrm{d}s_1$, $\mathrm{d}s_2$ și $\mathrm{d}s_3 = \mathrm{d}n$ au expresiile

$$\mathrm{d}s_j = h_j\,\mathrm{d}x_j \qquad j = 1,\ 2,\ 3, \tag{46}$$

în care $h_1$, $h_2$, $h_3$ sînt coeficienții lui Lamé.

În sistemul de coordonate intrinsec ($x_1$, $x_2$, $x_3$) există relaţiile

$$\frac{\partial h_1}{\partial n} = \frac{\partial h_1}{h_3 \partial x_3} = \frac{h_1}{\rho_1}, \quad \frac{\partial h_2}{\partial n} = \frac{\partial h_2}{h_2 \partial x_3} = \frac{h_2}{\rho_2}, \tag{47}$$

în care $\rho_1$ şi $\rho_2$ sînt razele de curbură. Dacă în expresia operatorului rot $\overline{F}$ în coordonate curbilinii ortogonale,

$$\operatorname{rot} \overline{F} = \frac{1}{h_2 h_3}\left[\frac{\partial}{\partial x_2}(h_3 F_3) - \frac{\partial}{\partial x_3}(h_2 F_2)\right]\overline{e}_1 + \frac{1}{h_3 h_1}\left[\frac{\partial}{\partial x_3}(h_1 F_1) - \right.$$

$$\left. - \frac{\partial}{\partial x_1}(h_3 F_3)\right]\overline{e}_2 + \frac{1}{h_1 h_3}\left[\frac{\partial}{\partial x_1}(h_2 F_2) - \frac{\partial}{\partial x_2}(h_1 F_1)\right]\overline{e}_3 \tag{48}$$

se separă termenii $\dfrac{\partial}{\partial x_3}$ şi se ţine cont de relaţiile (47), se obţine

$$\operatorname{rot} \overline{F} = \frac{F_1}{\rho_1}\overline{e}_2 - \frac{F_2}{\rho_2}\overline{e}_1 + \frac{\partial F_1}{\partial n}\overline{e}_2 - \frac{\partial F_2}{\partial n}\overline{e}_1 + \overline{r}\left(\frac{\partial}{\partial x_j}, h_k, F_k\right), \tag{49}$$

în care $\overline{r}\left(\dfrac{\partial}{\partial x_j}, h_k, F_k\right)$ cuprinde ceilalţi termeni.

Cu formula (49), ecuaţiile lui Maxwell

$$\operatorname{rot} \underline{\overline{E}} = -j\mu\omega \underline{\overline{H}}, \tag{50}$$

$$\operatorname{rot} \underline{\overline{H}} = \sigma \underline{\overline{E}} \tag{51}$$

capătă următoarele forme :

$$\underline{\overline{H}} = -\frac{\underline{E}_1}{j\mu\omega\rho_1}\overline{e}_2 + \frac{\underline{E}_2}{j\mu\omega\rho_2}\overline{e}_1 - \frac{1}{j\mu\omega}\left[\frac{\partial \underline{E}_1}{\partial n}\overline{e}_2 - \frac{\partial \underline{E}_2}{\partial n}\overline{e}_1\right] -$$

$$- \frac{1}{j\mu\omega}\overline{r}\left(\frac{\partial}{\partial x_j}, h_k \underline{E}_k\right), \tag{52}$$

$$\underline{\overline{E}} = \frac{\underline{H}_1}{\sigma\rho_1}\overline{e}_1 - \frac{\underline{H}_2}{\sigma\rho_2}\overline{e}_2 + \frac{1}{\sigma}\left[\frac{\partial \underline{H}_1}{\partial n}\overline{e}_2 - \frac{\partial \underline{H}_2}{\partial n}\overline{e}_1\right] - \frac{1}{\sigma}\overline{r}\left(\frac{\partial}{\partial x_j}, h_k, \underline{H}_k\right). \tag{53}$$

Din ecuaţia (52) rezultă că la frecvenţe sau permeabilităţi foarte mari toţi termenii din membrul al doilea se anulează şi cîmpul magnetic e nul în conductor, iar din ecuaţia (53) rezultă că, la conductivitate foarte mare anulîndu-se toţi termenii din membrul al doilea, cîmpul electric este nul în conductor.

Dacă într-un punct de pe suprafaţa conductorului razele de curbură $\rho_1^0$ şi $\rho_2^0$ sînt mici, iar permeabilitatea, frecvenţa sau conductivitatea sînt mari încît

$$\lim_{\substack{\rho_j \to 0 \\ \omega \to \infty}} \mu\omega\rho_j^0 \to \text{finit}, \quad \lim_{\substack{\sigma_j \to 0 \\ \sigma \to \infty}} \sigma\rho_j^0 \to \text{finit}, \quad j = 1, 2, \tag{54}$$

ultimii termeni din ecuaţiile (52) şi (53) pot fi neglijaţi şi intensităţile cîmpurilor tangenţiale la suprafaţa conductorului sau la suprafeţele de coor-

donate din interior pot fi aproximate cum urmează :

$$\underline{H} \simeq \frac{\underline{E}_2}{j\mu\omega\rho_2}\bar{e}_1 - \frac{\underline{E}_1}{j\mu\omega\rho_1}\bar{e}_2 + \frac{\partial \underline{E}_2}{j\mu\omega\partial n}\bar{e}_1 - \frac{\partial \underline{E}_1}{j\mu\omega\partial n}\bar{e}_2, \tag{55}$$

$$\underline{E} \simeq -\frac{\underline{H}_2}{\sigma\rho_2}\bar{e}_1 + \frac{\underline{H}_1}{\sigma\rho_1}\bar{e}_2 - \frac{\partial \underline{H}_2}{\sigma\partial n}\bar{e}_1 + \frac{\partial \underline{H}_1}{\sigma\partial n}\bar{e}_2, \tag{56}$$

refularea curentului avînd loc în principal în regiunile de curbură maximă În condițiile (54), intensitățile cîmpurilor sînt tangențiale în punctul considerat, la suprafața de coordonate. Dacă condițiile (54) sînt îndeplinite și în punctul în care razele de curbură sau valorile minime $\rho_{j\min}$, intensitățile cîmpurilor sînt tangențiale peste tot la suprafața de coordonate. Fiecărui punct de pe suprafața conductorului îi corespunde o frecvență minimă $f'_{\min}$ încît pentru frecvențe $f > f'_{\min}$ intensitățile cîmpurilor sînt tangențiale la suprafața de coordonate; de asemenea există pentru fiecare dintre suprafețele de coordonate din interiorul conductorului o frecvență $f'_{\min\,\min}$, încît pentru frecvențe $f > f'_{\min\,\min}$ intensitățile cîmpurilor sînt tangențiale pe întreaga suprafață de coordonate și deci liniile de cîmp sînt cuprinse în aceste suprafețe. Intensitățile cîmpurilor, deși peste tot tangențiale, nu sînt nule în interiorul conductorului (cel puțin peste tot). Urmează că în acest regim, distinct de regimul de refulare netă a curentului, anularea componentei normale a cîmpului magnetic la suprafața conductorului nu presupune anularea intensităților cîmpurilor electric și magnetic în interiorul conductorului.

*3.2. Problema plan paralelă a pătrunderii exponențiale în conductoarele drepte.* Pentru un conductor drept (fig. 6*a*), conturul $\Gamma^0$, peste tot concav și nu normala continuă, al secțiunii transversale este linie principală de curbură :

$$x_1 = x_1^0; \quad \rho_1 = \rho; \quad \rho_2 \to \infty; \quad h_2 = 1,$$

și intensitățile cîmpurilor nu depind de coordonata axială $x_2 = z$. Fie $\underline{F}(x_1, x_3)$ vectorul cîmp axial și $\underline{G}(x_1, x_3)$ vectorul cîmp transversal ($\underline{F} = \underline{E}_E$, $\underline{G} = \underline{H}_E$ în problema axială a cîmpului electric și $\underline{F} = \underline{H}_H$, $\underline{G} = \underline{E}_H$ în problema axială a cîmpului magnetic). În regimul de refulare care se stabilește în condițiile (54), vectorul cîmp tranversal $\underline{G}$ este tangent

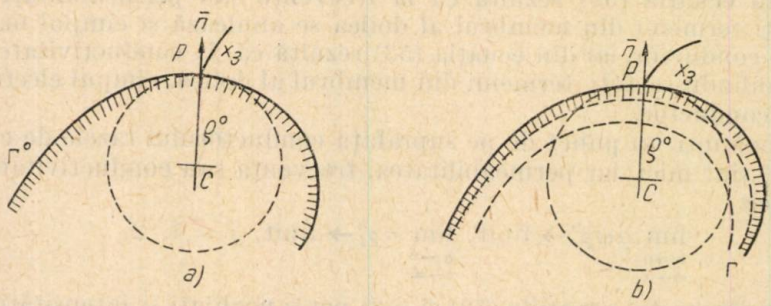



Fig. 6. — Figură pentru pătrunderea cîmpului electromagnetic într-un conductor drept.

la suprafața conductorului și la celelalte suprafețe de coordonate din interiorul conductorului, liniile de curbură $\Gamma$ ale acestora fiind linii de cîmp pe adîncimea relativ mică în care cîmpul e nenul (fig. 6*b*), adică

$$\underline{\overline{F}} = \underline{F}(x_1, x_3)\,\overline{e}_2\,;\ \underline{\overline{G}} = \underline{G}(x_1, x_3)\,\overline{e}_1, \tag{57}$$

(cu precizarea că în problema curenților turbionari induși în conductor, deși pentru orice frecvență cîmpul electric este tangențial la suprafața conductorului și deci linia de cîmp corespunzătoare este cuprinsă în suprafață și nu variază în timp, celelalte linii de cîmp electric din interiorul conductorului variază în timp și numai în condițiile (54) ele rămîn fixe și coincid cu liniile principale de curbură $\Gamma$).

Legile inducției electromagnetice și ale circuitului magnetic au în conductor următoarele forme :

$$\operatorname{rot}\underline{\overline{F}} = C_F\underline{\overline{G}}\,;\ \operatorname{rot}\underline{\overline{G}} = C_G\underline{\overline{F}}, \tag{58}$$

în care $C_F = -j\mu\omega$ ; $C_G = \sigma$ în problema axială a cîmpului electric (a curentului de aducție) și $C_F = \sigma$ ; $C_G = -j\mu\omega$ în problema axială a cîmpului magnetic (curenți turbionari în conductorul situat axial în cîmp magnetic).

Introducînd expresiile (57) ale vectorilor $\underline{\overline{F}}$ și $\underline{\overline{G}}$ în ecuația (58), se obține

$$\frac{\partial(h_2\underline{F})}{h_1 h_2\,\partial x_1} = \frac{\partial\underline{F}}{h_1\,\partial x_1} = \frac{\partial\underline{F}}{\partial s_1} = 0, \tag{59}$$

$$-\frac{\partial(h_2,\underline{F})}{h_2 h_3\,\partial x_3} = -\frac{\partial\underline{F}}{h_3\,\partial x_3} = \frac{\partial\underline{F}}{\partial n} = C_F\,\underline{G}, \tag{60}$$

$$\frac{\partial(h_1\underline{G})}{h_1 h_3\,\partial x_3} = \frac{\partial(h_1\underline{G})}{h_1\,\partial n} = C_G\,\underline{F}. \tag{61}$$

Ecuația (61) se transformă astfel :

$$\underline{G}\frac{\partial h_1}{h_1\,\partial n} + \frac{\partial\underline{G}}{\partial n} = \frac{\underline{G}}{\rho} + \frac{\partial\underline{G}}{\partial n} = C_G\,\underline{F}, \tag{61}$$

în care s-a ținut cont de prima relație (47). Eliminînd între ecuațiile (60) și (61) funcția $\underline{G}$ se obține pentru funcția $\underline{F}$ ecuația

$$\frac{\partial^2\underline{F}}{\partial n^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\underline{F}}{\partial n} = \gamma_0^2\,\underline{F},$$

care, în baza relației (45), se transformă după cum urmează :

$$\frac{\mathrm{d}^2\underline{F}}{\mathrm{d}\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}\underline{F}}{\mathrm{d}\rho} = \gamma_0^2\,\underline{F}, \tag{62}$$

adică o ecuație Bessel de forma (17), scrisă în sistemul de coordonate cilindric avînd axa *oz* prin centrul *C* de curbură (fig. 7).

Eliminînd între ecuaţiile (60) şi (61) funcţia $\underline{F}$, se obţine pentru funcţia $\underline{G}$ ecuaţia

$$\frac{d^2\underline{G}}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{d\underline{G}}{d\rho} - \frac{\underline{G}}{\rho^2} = \gamma_0^2\,\underline{G}, \tag{62'}$$

de asemenea o ecuaţie Bessel. Ecuaţiile (62) şi (62') se pot obţine şi direct din ecuaţiile (55) şi (56), introducînd $\rho_2 \to \infty$ şi $dn = d\rho_1 = d\rho$. Din ecuaţiile

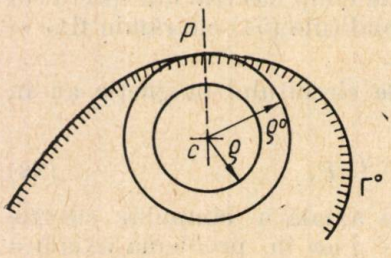



Fig. 7. — Figură pentru pătrunderea cîmpului electromagnetic într-un conductor drept.

(60) şi (61) rezultă că vectorii $\underline{F}$ şi $\underline{G}$, independenţi de arcul $s_1$, depind numai de raza de curbură $\rho$.

Soluţia ecuaţiei (62) este de aceeaşi formă cu prima expresie (15), respectiv a doua expresie (16):

$$\underline{F} = K_F\, I_0(\gamma_0\,\rho), \tag{63}$$

iar soluţia ecuaţiei (62') este de aceeaşi formă cu a doua formulă (15), respectiv cu prima formulă (16):

$$\underline{G} = K_G\, I_1(\gamma_0\rho), \tag{64}$$

în care $K_F$ şi $K_G$ sînt constante de integrare a căror valoare se determină la fel ca în problema cilindrului circular (§ 2.1).

În problema axială a cîmpului electric (curent de aducţie în conductor), intensităţile cîmpurilor au expresii de forma (15)

$$\begin{aligned} \underline{E}_E &= (1+j)\,\frac{\alpha_0\,\underline{I}_{\rho^\circ}}{2\pi\rho^\circ\sigma}\cdot\frac{I_0(\gamma_0\rho)}{I_1(\gamma_0\,\rho^\circ)}, \\ \underline{H}_E &= \frac{\underline{I}_{\rho^\circ}}{2\pi\rho^\circ}\,\frac{I_1(\gamma_0\rho)}{I_1(\gamma_0\rho^\circ)}, \end{aligned} \tag{65}$$

în care $I_{\rho^\circ}$ este intensitatea curentului de aducţie echivalent prin cilindrul circular de raza $\rho^\circ$ (fig. 8).

În problema axială a cîmpului magnetic (conductor situat în cîmp magnetic axial $\underline{H}_0$), intensităţile cîmpurilor au expresii de forma (16)

$$\begin{aligned} \underline{E}_H &= (1+j)\,\frac{\alpha_0\underline{H}_0}{\sigma}\,\frac{I_1(\gamma_0\rho)}{I_0(\gamma_0\rho^0)}\cdot \\ \underline{H}_H &= \underline{H}_0\,\frac{I_0(\gamma_0\rho)}{I_1(\gamma_0\rho^0)}\cdot \end{aligned} \tag{65'}$$

Se confirmă că pentru fiecare punct de pe suprafaţa conductorului există o frecvenţă $f'_{min}$ (54), încît pentru $f > f'_{min}$ cîmpul magnetic este tangenţial. Deoarece $f'_{min}$ depinde de raza de curbură $\rho^0$, rezultă că în general anularea componentei normale a cîmpului magnetic nu are loc la aceeaşi frecvenţă $f'_{min}$ pe întreaga suprafaţă a conductorului. În

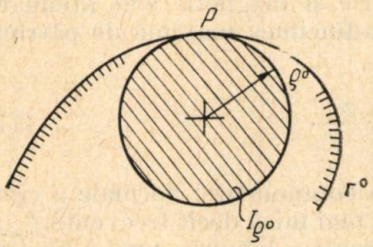



Fig. 8. — Figură pentru pătrunderea cîmpului electromagnetic într-un conductor drept în contur concav.

acest regim de refulare a curentului, fenomenele au loc ca şi cum sursele cîmpului electromagnetic ar fi localizate în cilindrul circular de rază $\rho^0$ cu axa *oz* prin centrul *C* de curbură (fig. 8). În problema axială a cîmpului electric, intensităţile cîmpurilor sînt stabilite într-un punct de pe suprafaţa conductorului, numai de fracţiunea $I\rho^0$ din curentul total, care trece prin cilindrul de rază $\rho^0$. În problema conductorului situat în cîmp magnetic axial $\underline{H}_0$, intensităţile cîmpurilor au aceleaşi expresii ca în conductorul cilindric circular de rază $\rho^0$.

Deşi intensităţile cîmpurilor au pînă în centrul de curbură aceeaşi lege de atenuare ca în cilindrul conductor, pătrunderea cîmpului nu este exponenţială şi impedanţele de undă nu sînt constante.

Dacă însă raza de curbură $\rho^0$ este mai mare decît adîncimea $\delta_0$ în semispaţiul conductor,

$$\delta_0 \ll \rho^0, \tag{66}$$

şi cu o aproximaţie sub 1 % [4], pentru

$$\lambda = \frac{\rho^0}{\delta_0}, \qquad \lambda \sim 1{,}5 - 2, \tag{67}$$

adică în aceleaşi condiţii ca în cilindrul conductor (18), (19), funcţiile modificate ale lui Bessel $I_0(\gamma_0\rho)$ şi $I_1(\gamma_0\rho)$ pot fi înlocuite prin dezvoltările lor asimptotice (20), obţinîndu-se pentru intensităţile cîmpurilor următoarele expresii analoge cu expresiile (23) şi (24) :

$$\underline{F} \simeq K''_F \sqrt{\frac{\rho^0}{\rho}}\, e^{\gamma_0(\rho-\rho^0)}, \quad \underline{G} \simeq K''_G \sqrt{\frac{\rho^0}{\rho}}\, e^{\gamma_0(\rho-\rho^0)}, \tag{68}$$

$$\rho \neq 0,$$

respectiv expresiile analoge cu (25) şi (26)

$$\underline{F} \simeq K'''_F\, e^{\gamma_0(\rho-\rho^0)}, \quad \underline{G} \simeq K'''_G\, e^{\gamma_0(\rho-\rho^0)}, \tag{69}$$

$$\rho \neq 0.$$

Din relația (67) rezultă, la fel ca în conductorul circular, că pentru frecvențe mai mari decît frecvența critică $f_{\min}$

$$f_{\min} = \frac{\lambda^2}{\pi \rho^{\circ 2} \mu\sigma}, \tag{70}$$

amplitudinile intensităților cîmpurilor electric și magnetic sînt atenuate exponențial în lungul razei de curbură, iar adîncimea maximă de pătrundere $\delta_{\max}$ este

$$\delta_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\pi f_{\min} \mu\sigma}} = \frac{\rho^{\circ}}{\lambda}. \tag{71}$$

Se confirmă și în acest fel că anularea componentei normale a cîmpului magnetic, care are loc la o frecvență $f'_{\min}$ mai mică decît frecvența $f_{\min}$, este o condiție necesară, dar nu suficientă, pentru definirea unei adîncimi de pătrundere.

Frecvența critică $f_{\min}$ (70) caracterizează numai local regimul de pătrundere exponențială în lungul razei de curbură, deoarece, în punctele învecinate în care raza de curbură $\rho^{\circ}$ este eventual mai mică, atenuarea cîmpului nu este exponențială.

Dacă $\rho^{\circ}_{\min}$ este raza minimă de curbură a conturului $\Gamma^{\circ}$ al secțiunii transversale a conductorului, cîmpul electromagnetic este atenuat exponențial pe toată suprafața conductorului pentru frecvențe mai mari decît frecvența $f_{\min \min}$, a cărei expresie se calculează cu formula (70)

$$f_{\min \min} = \frac{\lambda^2}{\pi \rho^{\circ 2}_{\min} \mu\sigma}, \tag{72}$$

iar adîncimea de pătrundere $\delta_{\max \max}$, aceeași pe toată suprafața conductorului, este

$$\delta_{\max \max} = \frac{1}{\sqrt{\pi f_{\min \min} \mu\sigma}} = \frac{\rho^{\circ}_{\min}}{\lambda}. \tag{73}$$

Cînd pătrunderea exponențială este locală, vectorul lui Poynting are expresia

$$\underline{S} = (1+j)\frac{\alpha_{\min}}{\sigma} H^2 = (1+j)\frac{1}{\sigma \delta_{\max}} H^2, \tag{74}$$

iar în cazul atenuării exponențiale pe întreaga suprafață a conductorului,

$$\underline{S} = (1+j)\frac{\alpha_{\min\min}}{\sigma} H^2 (1+j)\frac{1}{\sigma \delta_{\max\max}} H^2. \tag{75}$$

S-a examinat mai sus regimul de pătrundere exponențială a cîmpului electromagnetic în conductorul drept cu curbură peste tot concavă. Fie $p$ un punct de pe suprafața $\Gamma^{\circ}$ a unui conductor drept, în care, curbura fiind negativa (convexă), centrul de curbură este situat în dielectric (fig. 9). Dacă frecvența este mai mare decît frecvența critică $f'_{\min}$ pentru care componenta normală a cîmpului transversal $\underline{G}$ este nulă, ecuația pe care o sa-

tisface cîmpul axial $\underline{F}$ este (62), însă în soluții intervin și funcțiile modificate ale lui Bessel de speța a doua :

$$\underline{F} = M_F I_0(\gamma_0 \rho) + N_F K_0(\gamma_0 \rho), \tag{76}$$

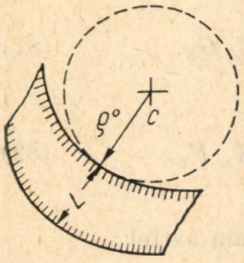



Fig. 9. — Figură pentru pătrunderea cîmpului electromagnetic pe fața convexă a unui conductor.

iar soluția pentru vectorul cîmp transversal $\underline{G}$ este

$$\underline{G} = M_G I_1(\gamma_0 \cdot \rho) + N_G K_1(\gamma_0 \rho), \tag{77}$$

în care $M_F$, $N_F$, $M_G$, $N_G$ sînt constante de integrare. Soluțiile (76) și (77) au aceeași formă cu (29), fenomenele care au loc pe fața convexă a conductorului fiind comparabile cu fenomenele care au loc pe fața interioară a cilindrului cav, întrucît în ambele cazuri intensitățile cîmpurilor depind numai de razele de curbură. Dacă $L$ este cea mai mică din dimensiunile conductorului, în dreptul curburii concave, și care corespunde grosimii $R_e - R_i$ a scoarței cilindrice (fig. 4*a*), atunci pentru frecvențe $f$ mai mari decît frecvența critică,

$$f_{\min} = \frac{\lambda^2}{\pi L^2 \mu \sigma}, \tag{78}$$

intensitățile cîmpurilor sînt nule pe fața convexă în punctul considerat, curentul fiind refulat în acest caz numai în regiunile de curbură concavă. Rezultă că pătrunderea cu atenuare exponențială într-un conductor are loc numai pe părțile concave ale suprafeței.

Într-un conductor drept avînd o formă oarecare a conturului secțiunii sale transversale cu normala peste tot continuă, adîncimea maximă de pătrundere $\delta_{\max\max}$ și frecvența critică $f_{\min\min}$ se calculează astfel :

— dacă centrul $C$ de curbură al celei mai mici raze de curbură este situat în conductor, cu formulele (72) și (73);

— dacă centrul $C$ de curbură al celei mai mici raze de curbură este situat în dielectric, frecvența critică $f_{\min\min}$ se calculează cu formula (78) :

$$f_{\min\min} = \frac{\lambda^2}{\pi L^2 \mu \sigma}, \tag{79}$$

și adîncimea $\delta_{\max\max}$ cu formula

$$\delta_{\max\max} = \frac{1}{\sqrt{\pi f_{\min\min} \mu \sigma}} = \frac{L}{\lambda}. \tag{80}$$

*3.3. Problema tridimensională a pătrunderii exponențiale a cîmpului electromagnetic în conductoare.* Pentru frecvențe mai mari decît frecvența critică $f'_{\min}$ care asigură anularea componentelor normale ale intensităților cîmpurilor ($F_3 = G_3 = 0$), legile lui Maxwell (58) au următoarele forme în problema tridimensională :

$$-\frac{1}{h_2 h_3}\cdot\frac{\partial(h_2 F_2)}{\partial x_3} = K_F \underline{G}_1, \quad \frac{1}{h_1 h_3}\cdot\frac{\partial(h_1 F_1)}{\partial x_3} = K_F \underline{G}_2, \tag{81}$$

$$-\frac{1}{h_2 h_3}\frac{\partial(h_2 \underline{G}_2)}{\partial x_3} = K_G F_1, \quad \frac{1}{h_1 h_3}\frac{\partial(h_1 \underline{G}_1)}{\partial x_3} = K_G \underline{F}_2. \tag{82}$$

Cu relațiile (47), ecuațiile (81) și (82) se transformă astfel :

$$-\left(\frac{\underline{F}_2}{\rho_2} + \frac{\partial \underline{F}_2}{\partial n}\right) = K_F \underline{G}_1; \quad \frac{\underline{F}_1}{\rho_1} + \frac{\partial \underline{F}_1}{\partial n} = K_F \underline{G}_2, \tag{83}$$

$$-\left(\frac{\underline{G}_2}{\rho_2} + \frac{\partial \underline{G}_2}{\partial n}\right) = K_G \underline{F}_1, \quad \frac{\underline{G}_1}{\rho_1} + \frac{\partial \underline{G}_1}{\partial n} = K_G \underline{F}_2. \tag{84}$$

Eliminînd între ecuațiile (83) și (84), funcțiile $F_1$, $F_2$ și $G_1$, $G_2$, se obține sistemul

$$\frac{\partial^2 U}{\partial n^2} + \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)\frac{\partial U}{\partial n} + \left(\frac{1}{\rho_1 \rho_2} - \frac{1}{\rho_1^2}\frac{\partial \rho_1}{\partial n}\right) U = \gamma_0^2 U \tag{85}$$

pentru $\underline{F}_1$ și $\underline{G}_1$ și

$$\frac{\partial^2 V}{\partial n^2} + \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)\frac{\partial V}{\partial n} + \left(\frac{1}{\rho_1 \rho_2} - \frac{1}{\rho_2^2}\frac{\partial \rho_2}{\partial n}\right) V = \gamma_0^2 V \tag{86}$$

pentru $\underline{F}_2$ și $\underline{G}_2$.

Dacă una dintre razele de curbură este mult mai mare decît cealaltă (fig. 10*a*),

$$\rho_2 \gg \rho_1, \tag{87}$$

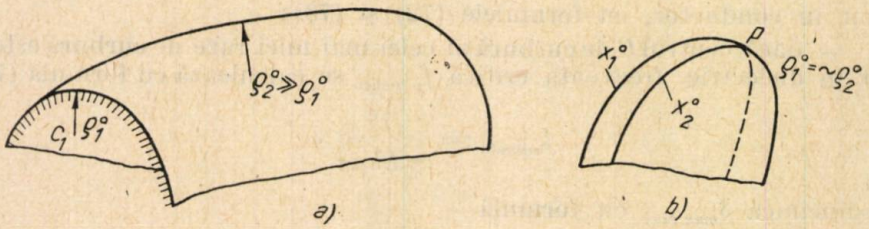



Fig. 10. — Figură pentru pătrunderea cîmpului electromagnetic în conductorul de formă oarecare.

în ecuațiile (85) și (86) se poate considera $\frac{1}{\rho_2} \to \infty$ și ecuațiile se transformă astfel:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial n^2} + \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial U}{\partial n} - \frac{1}{\rho_1^2}\frac{\partial \rho}{\partial n} U = \gamma_0^2 U \tag{88}$$

pentru $\underline{F}_1$ și $\underline{G}_1$ și

$$\frac{\partial^2 V}{\partial n^2} + \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial V}{\partial n} = \gamma_0^2 V \tag{89}$$

pentru $\underline{F}_2$ și $\underline{G}_2$. Deoarece în sistemul intrinsec $\mathrm{d}n = \mathrm{d}\rho$ (45), ecuațiile (88) și (89) devin

$$\frac{\mathrm{d}^2 U}{\mathrm{d}\rho_1^2} + \frac{1}{\rho_1}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}\rho} - \frac{1}{\rho_1^2} U = \gamma_0^2 U, \tag{90}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 V}{\mathrm{d}\rho_1^2} + \frac{1}{\rho_1}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\rho} = \gamma_0^2 V. \tag{91}$$

Se regăsesc astfel ecuațiile problemei plan-paralele și soluțiile au aceeași formă. Frecvențele critice și adîncimile de pătrundere maxime se calculează cu formulele stabilite la paragraful precedent, înlocuind $\rho^0$ cu $\rho_1^0$ și $\rho_{\min}^0$ cu $\rho_{1\min}^0$.

Dacă razele de curbură sînt de același ordin de mărime (fig. 10*b*), luînd în ecuațiile (85) și (86)

$$\rho_1^0 \simeq \rho_2^0 \simeq \rho^0, \quad \rho_1 \simeq \rho_2 \simeq \rho, \tag{92}$$

se obține

$$\frac{\mathrm{d}^2 U}{\mathrm{d}\rho^2} + \frac{2}{\rho}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}\rho} = \gamma_0^2 U, \quad \frac{\mathrm{d}^2 V}{\mathrm{d}\rho^2} + \frac{2}{\rho}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\rho} = \gamma_0^2 V, \tag{93}$$

cu soluțiile

$$U = K_U \frac{\mathrm{sh}\,\gamma_0 \rho}{\rho} \quad V = K_v \frac{\mathrm{sh}\,\gamma_0 \rho}{\rho}. \tag{94}$$

Dacă

$$\lambda = \frac{\rho^0}{\delta_0}; \quad \lambda \simeq 1{,}5 - 2, \tag{95}$$

soluțiile (94) pot fi aproximate prin expresiile

$$U \simeq K'_U e^{\gamma_0(\rho^0 - \rho)}, \quad V \simeq K'_V e^{\gamma_0(\rho^0 - \rho)}, \tag{96}$$

adică pătrunderea cîmpului electromagnetic este exponențială pentru frecvențe mai mari decît frecvența critică,

$$f_{\min} = \frac{\lambda^2}{\pi \rho^{0^2} \mu\sigma}, \tag{97}$$

iar adîncimea maximă de pătrundere $\delta_{\max}$ este

$$\delta_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\pi f_{\min} \mu\sigma}} = \frac{\rho^0}{\lambda}. \tag{98}$$

## 4. FORMULE DE CALCUL ALE ADÎNCIMII DE PĂTRUNDERE $\delta_{max}$

Dacă $y = y(x)$, respectiv $r = r(\vartheta)$ sînt ecuațiile conturului $\Gamma^0$ al secțiunii transversale drepte a unui conductor în coordonate carteziene respectiv polare, expresiile razelor de curbură în cele două sisteme de coordonate sînt

$$\rho^\circ = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''}, \quad \rho^\circ = \frac{(r^2 + r'^2)^{3/2}}{r^2 + 2r'^2 - rr''}. \tag{99}$$

Frecvența critică $f_{min}$, calculată cu formula (70), are expresiile

$$\begin{aligned} \rho_{min} &= \frac{\lambda^2}{\pi \mu\sigma} \frac{1}{\rho^{02}} = \frac{\lambda^2}{\pi \mu\sigma} \frac{y''^2}{(1 + y'^2)^3}, \\ f_{min} &= \frac{\lambda^2}{\pi \mu\sigma} \frac{1}{\rho^{02}} = \frac{\lambda^2}{\pi \mu\sigma} \frac{(r^2 + 2r'^2 - rr'')^2}{(r^2 + r'^2)^2}, \end{aligned} \tag{100}$$

iar adîncimea de pătrundere $\delta_{max}$, calculată cu formula (71), are expresiile

$$\begin{aligned} \delta_{max} &= \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{\lambda y''}, \\ \delta_{max} &= \frac{(r^2 + r'^2)^{3/2}}{\lambda (r^2 + 2r'^2 - rr'')}. \end{aligned} \tag{101}$$

*Pentru cilindrul eliptic*, raza de curbură se poate calcula cu formula

$$\rho = a^2 b^2 \left( \frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} \right)^{3/2} = \frac{(r_1 r_2)^{3/2}}{ab}, \tag{102}$$

în care $a$ și $b$ sînt semiaxele elipsei și

$$r_1 = a + \varepsilon x, \quad r_2 = a - \varepsilon x; \quad \varepsilon = \sqrt{a^2 - b^2}/a. \tag{103}$$

Razele de curbură maximă $\rho_B$ și minimă $\rho_A$ (fig. 11) se găsesc la extremitățile axelor mică și mare și au valorile

$$\rho_A = \frac{b^2}{a}; \quad \rho_B = \frac{a^2}{b}. \tag{104}$$

Frecvența $f_{min}$ pentru care intensitățile cîmpurilor variază exponențial după axa $BB'$ se calculează cu raza de curbură maximă $\rho_B$ și are expresia

$$f_{min} = \frac{\lambda^2}{\pi \rho_B^2 \mu\sigma} = \frac{\lambda^2 b}{\pi a^2 \mu\sigma}, \tag{105}$$

iar adîncimea de pătrundere $\delta_{max}$ este

$$\delta_{max} = \frac{\rho_B}{\lambda} = \frac{a^2}{\lambda b}. \tag{106}$$

Frecvența critică $f_{\min\min}$ care asigură pătrunderea exponențială pe toată suprafața cilindrului eliptic se calculează cu raza de curbură minimă $\rho_A$:

$$f_{\min\min} = \frac{\lambda^2}{\pi \rho_A^2 \mu\sigma} = \frac{\lambda^2 a}{\pi b^2 \mu\sigma}, \tag{107}$$

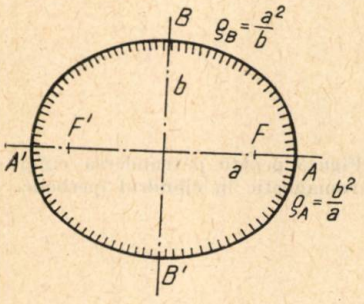



Fig. 11. — Figură pentru pătrunderea cîmpului electromagnetic în cilindrul eliptic.

iar adîncimea de pătrundere $\delta_{\max\max}$ are expresia

$$\delta_{\max\max} = \frac{\rho_A}{\lambda} = \frac{b^2}{\lambda a}. \tag{108}$$

*Pentru elipsoidul de revoluție*, frecvențele și adîncimile de pătrundere au aceleași expresii (107) și (108).

*Pentru cilindrul hiperbolic*, raza de curbură se poate calcula cu formula

$$\rho = a^2 b^2 \left( \frac{x^2}{a^4} - \frac{y^2}{b^4} \right) = \frac{(r_1 r_2)^{3/2}}{ab}, \tag{109}$$

în care $a$ și $b$ sînt semiaxele hiperbolei și

$$r_1 = -a + \varepsilon x; \quad r_2 = a + \varepsilon x; \quad \varepsilon = \sqrt{a^2 + b^2}/a. \tag{110}$$

Raza minimă de curbură $\rho_A$ este egală cu

$$\rho_A = \frac{b^2}{a}. \tag{111}$$

Frecvența $f$ care asigură pătrunderea exponențială pe toată suprafața conductorului (fig. 12) este

$$f_{\min\min} = \frac{\lambda^2 a}{\pi b^2 \mu\sigma}, \tag{112}$$

iar adîncimea de pătrundere $\delta_{\max\max}$ are expresia

$$\delta_{\max\max} = \frac{b^2}{a\lambda} = \frac{\rho_A}{\lambda}. \tag{113}$$

*Pentru hiperboloidul de revoluție*, frecvențele și adîncimile de pătrundere se calculează cu formulele stabilite pentru cilindrul hiperbolic.

*Pentru cilindrul parabolic* (fig. 13), raza de curbură are expresia

$$\rho = (p + 2x)^{3/2}/\sqrt{p}, \tag{114}$$

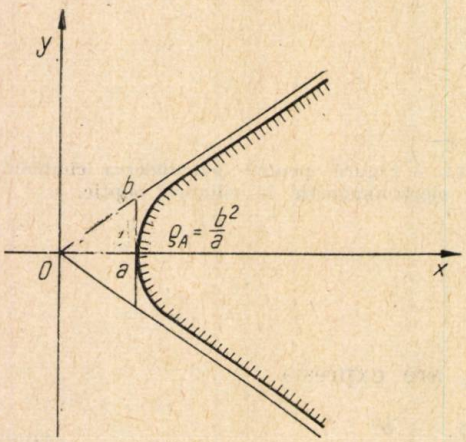



Fig. 12. — Figură pentru pătrunderea cîmpului electromagnetic în cilindrul iperbolic.

iar frecvența critică $f_{\min}$ și adîncimea de pătrundere $\delta_{\max}$ au expresiile

$$f_{\min} = \frac{\lambda^2}{\pi\mu\sigma\rho^2} = \frac{\lambda^2 p}{\pi(p + 2x)^3 \mu\sigma}, \tag{115}$$

$$\delta_{\max} = \frac{\rho}{\lambda} = \frac{(p + 2x)^{3/2}}{\lambda\sqrt{p}}. \tag{116}$$

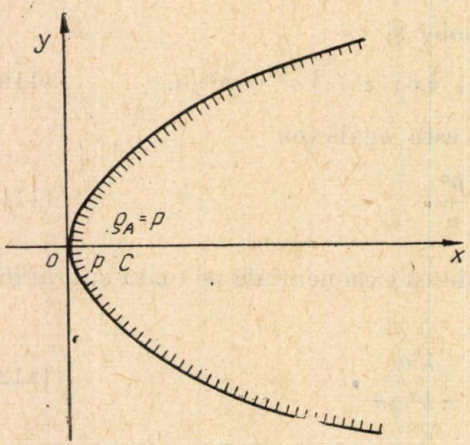



Fig. 13. — Figură pentru pătrunderea cîmpului electromagnetic în cilindrul parabolic.

Raza minimă de curbură $\rho_{\min}$ este egală cu

$$\rho_{\min} = \rho_A = p. \tag{117}$$

Frecvența $f_{\min\min}$ care asigură pătrunderea exponențială pe toată suprafața cilindrului parabolic este

$$f_{\min\min} = \frac{\lambda^2}{\pi p^2 \mu\sigma}, \tag{118}$$

iar adîncimea de pătrundere $\delta_{\max\max}$ are expresia

$$\delta_{\max\max} = \frac{\rho_A}{\lambda} = \frac{p}{\lambda}. \tag{119}$$

*Pentru paraboloidul de revoluție*, frecvențele și adîncimile de pătrundere se calculează cu formulele stabilite pentru cilindrul parabolic.

## 5. CONCLUZII

Din punctul de vedere al pătrunderii cîmpului electromagnetic cvasistaționar, armonic, permanent, în conductoarele liniare, izotrope și omogene, fără muchii sau vîrfuri — parcurse de curent alternativ — se disting următoarele regimuri, în care :

— cîmpul magnetic are pe suprafața conductorului componente normală și tangențială nenule și pătrunderea în conductorul parcurs de curent alternativ este totală. Dacă repartiția densității de curent alternativ este puțin diferită de a curentului continuu, se obține aproximația efectului pelicular la frecvențe joase. În acest regim nu se poate defini o adîncime de pătrundere a cîmpului electromagnetic ;

— cîmpul magnetic are pe suprafața conductorului (în parte sau total) numai componentă tangențială. Cîmpul magnetic în lungul razei de curbură pînă în centrul de curbură situat în conductor este stabilit de sursele cîmpului localizate în cilindrul de curbură. În general nici în acest regim nu se poate defini o adîncime de pătrundere a cîmpului electromagnetic ;

— cîmpul magnetic are pe suprafața conductorului (în parte sau total) numai componentă tangențială, care este atenuată exponențial în lungul normalei interioare. În acest regim de pătrundere exponențială a cîmpului electromagnetic, adîncimea de pătrundere locală este proporțională cu raza de curbură, iar în cazul pătrunderii exponențiale pe toată suprafața, cu raza minimă de curbură pozitivă ;

— intensitățile cîmpurilor electric și magnetic se anulează în interiorul conductorului, cu excepția unui strat periferic de adîncime constantă și egală cu adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic în semispațiul conductor (numai în punctele de curbură pozitivă). Acest regim-limită de refulare netă se stabilește la frecvențe mai mari decît frecvența corespunzătoare pătrunderii exponențiale pentru întreaga suprafață a conductorului.

## BIBLIOGRAFIE

1. J. D. Cockroft, *Skineffect in rectangular conductors at high frequency*, Proc. Royal Soc., **122**, 533– 542 (1929).
2. M. J. O. Strutt, *Skineffect in zylindrischen Leitern*, Ann. der Phys., **85**, 781–793 (1928).
3. S. J. Haefner, *Alternating-current resistance of rectangular conductors*, Proc. of IRE, april 1937.
4. R. Rădulet, C. Mocanu, *Approximations des phénomènes de refoulement net du courant électrique alternatif dans les conducteurs prismatiques*, Rev. d'él. et d'én., *1* (1964).
5. A. Avramescu, *Efectul pelicular tranzitoriu*, Bul. st. al Acad., **IV**, *3–4*, 225.
6. C. Mocanu, *Calculul rezistenței în alternativ a barelor cu secțiune poligonală la refulare netă a curentului electric*, St. cerc. energ., *3–4* (1964).

# CÎMPUL ELECTROMAGNETIC ÎN PIESELE MĂRGINITE DE SUPRAFEȚE PLANE ÎNCĂLZITE PRIN INDUCȚIE

DE

NICOLAE GALAN

538.313 : 621.365.5

În această lucrare s-au găsit soluțiile exacte ale cîmpului electromagnetic în piesele mărginite de suprafețe plane încălzite prin inducție, avîndu-se în vedere că inductoarele sînt parcurse de pînze de curenți de lățime $2h$
Rezultatele obținute se pot aplica și inductoarelor cu conductoare filiforme. Cunoscîndu-se repartiția spațială a cîmpului electromagnetic, s-a calculat puterea transmisă pieselor încălzite prin inducție.

S-au trasat curbe care evidențiază modul cum variază puterea în funcție de anumiți parametri.

## 1. INTRODUCERE

În practica încălzirii prin inducție se întîlnesc adeseori piese cu suprafețe plane care sînt supuse încălzirii prin inducție, cum este cazul benzilor de metal introduse într-o bobină inductoare sau al pieselor masive din oțel a căror suprafață plană e supusă încălzirii cu ajutorul unui inductor plan.

Dacă ținem seama și de piesele ale căror suprafețe au o curbură mică, atunci clasa pieselor plane devine foarte bogată. Inductoarele care se aplică acestor piese sînt foarte variate din punctul de vedere al construcției, însă în esență aceste inductoare au conductoarele paralele între ele și paralele cu suprafața sau cu suprafețele piesei de încălzit, distanța dintre inductor și piesă fiind mică. În general, în literatura de specialitate analiza fenomenelor electromagnetice se face pentru piesele de formă cilindrică încălzite cu un inductor tot de formă cilindrică și mai puțin pentru benzi metalice sau piese masive mărginite de suprafețe plane prevăzute pentru încălzire cu inductoare avînd bobină dreptunghiulară, respectiv inductoare plane, așa cum este indicat în figurile 1 și 2.

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 661—671 București, 1968

Încălzirea prin inducție a unor astfel de piese se întîlnește foarte des în practică, fapt remarcat și în lucrarea [3].

Deoarece piesele de genul acesta sînt, în general, de dimensiuni mari, se aplică o încălzire progresivă prin deplasarea inductorului sau a piesei. În felul acesta, puterea instalației este relativ mică.

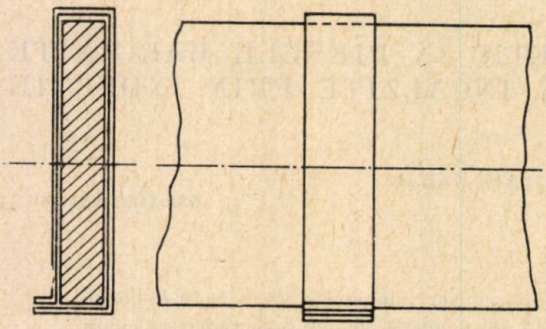


Fig. 1

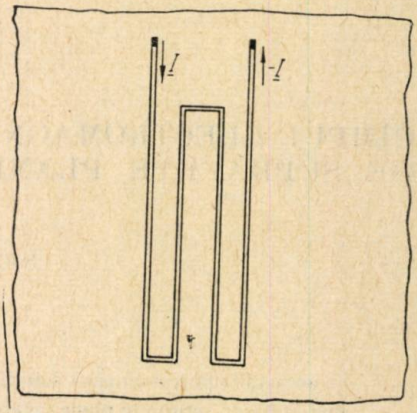



Fig. 2

În lucrarea de față, avînd în vedere rezultatele obținute în lucrarea [1], se determină densitatea de curent și puterea electromagnetică transmisă în piesele de forma arătată mai sus pentru cîteva tipuri de inductoare. Conductoarele din care sînt construite aceste inductoare au în majoritatea cazurilor forma unor tuburi a căror secțiune transversală este dreptunghiulară și prin interiorul cărora trece fluidul de răcire; una dintre laturile acestui tub este paralelă cu suprafața corpului de încălzit. Din cauza refulării curentului, partea activă a conductorului are forma unei benzi, așa cum este indicat în figura 3.

În alte cazuri, inductorul este format din conductoare filiforme dispuse uniform pe înălțime, de obicei într-un strat [2].

Avînd în vedere această situație, pentru calculele pe care le efecuăm vom presupune că inductorul este format din benzi parcurse de curentul alternativ $I$ uniform repartizat, avînd densitatea superficială $J_s$; de obicei această densitate se impune pentru ca temperatura conductorului să nu fie mare.

## 2. DETERMINAREA POTENȚIALULUI VECTOR

Pentru determinarea cîmpului electromagnetic este util să determinăm mai întîi potențialul vector. Din punct de vedere electrotehnic, problema pusă diferă de cea din lucrarea [1] numai prin poziția și forma conductoarelor, de aceea ne vom folosi de rezultatele din această lucrare.

Dacă considerăm conductoarele cu dimensiunile și dispunerea din figura 4, care constituie un caz mai general față de problema pusă, atunci

potențialul vector $\underline{A}$ al acestor conductoare în absența benzii metalice pentru diferite intervale ale variabilei $x$ va fi

$$\underline{A}''=\begin{cases}\dfrac{\mu_0}{\pi}\displaystyle\sum_{q=1}^{n}\int_0^{\infty}[\underline{J}_q\,e^{-\lambda(a_1-x)}+\underline{J}'_q\,e^{-\lambda(a_2+x)}]\,\dfrac{\sin\lambda h}{\lambda^2}\cos\lambda(y-P_q)\,\mathrm{d}\lambda\;(-a_2\leqslant x\leqslant a_1),\\ \dfrac{\mu_0}{\pi}\displaystyle\sum_{q=1}^{n}\int_0^{\infty}[\underline{J}_q\,e^{-\lambda(x-a_1)}+\underline{J}'_q\,e^{-\lambda(a_2+x)}]\,\dfrac{\sin\lambda h}{\lambda^2}\cos\lambda(y-P_q)\,\mathrm{d}\lambda\;(x\geqslant a_1),\\ \dfrac{\mu_0}{\pi}\displaystyle\sum_{q=1}^{n}\int_0^{\infty}[\underline{J}_q\,e^{\lambda(x-a_1)}+\underline{J}'_q\,e^{\lambda(x+a_2)}]\,\dfrac{\sin\lambda h}{\lambda^2}\cos\lambda(y-P_q)\,\mathrm{d}\lambda\;(x\leqslant -a_2).\end{cases}\tag{1}$$

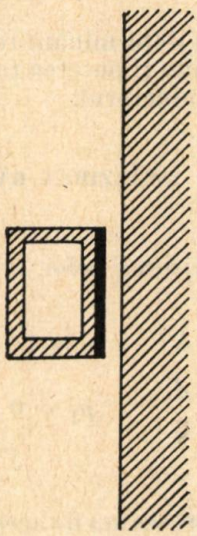


Fig. 3

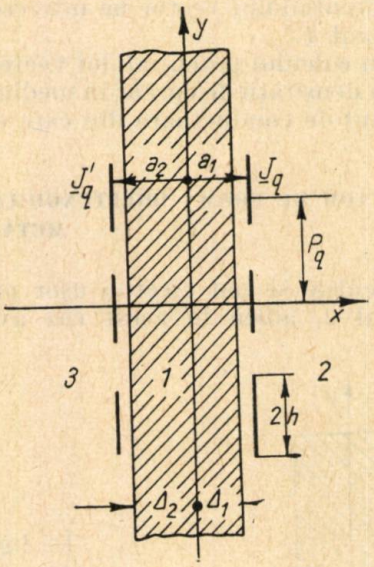



Fig. 4

Considerînd și potențialul vector al benzii metalice parcurse de curenții finali [1], din teorema superpoziției rezultă potențialul vector pentru cele trei domenii:

$$\begin{aligned}\underline{A}_1&=\sum_{q=1}^{n}\int_0^{\infty}(B_\lambda\,e^{-\nu x}+F_\lambda\,e^{\nu x})\cos\lambda\,(y-P_q)\,\mathrm{d}\lambda,\\ \underline{A}_2&=\sum_{q=1}^{n}\int_0^{\infty}C_\lambda\,e^{-\lambda x}\cos\lambda(y-P_q)\,\mathrm{d}\lambda+\underline{A}'',\\ \underline{A}_3&=\sum_{q=1}^{n}\int_0^{\infty}D_\lambda\,e^{\lambda x}\cos\lambda\,(y-P_q)\,\mathrm{d}\lambda+\underline{A}'',\end{aligned}\tag{2}$$

unde $P_q$ este distanța de la axa $x$ pînă la axa conductorului $q$, care se ia cu semnul plus dacă conductorul se află în cadranele *I* sau *II* și cu semnul minus dacă se află în cadranele *III* sau *IV*,

iar

$$\nu = \sqrt{\lambda^2 + k^2} \quad \text{și} \quad k^2 = j\omega\sigma\mu = 2j\alpha^2 \quad \text{dacă} \quad \alpha = \sqrt{\frac{\omega\sigma\mu}{2}}. \tag{3}$$

Constantele care intră în expresia potențialului vector se pot determina fie folosind rezultatele din lucrarea [1], fie direct prin punerea condițiilor pe suprafețele de discontinuitate, adică, așa cum se știe, pentru $x=\Delta_1$, $\Delta_2$ să fie îndeplinite condițiile de conservare a componentei tangențiale a intensității cîmpului magnetic și a componentei normale a inducției magnetice.

În continuare, rezultatele de mai sus le vom particulariza pentru cîteva cazuri întîlnite mai des în practică. Trebuie arătat că din expresiile (2) ale potențialului vector ne interesează în mod deosebit cea referitoare la domeniul $I$.

Prin calculul potențialului vector urmărim să determinăm repartiția spațială a densității de curent în mediul masiv, precum și puterea transmisă de sistemul de conductoare din care este format inductorul.

## 3. INDUCTOR DE FORMĂ DREPTUNGHIULARĂ PENTRU ÎNCĂLZIREA BARELOR METALICE

Calculele se pot efectua ușor prin particularizarea celor arătate în paragraful 2, adică în acest caz avem

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta \qquad n = 1$$

$$a_1 = a_2 = \frac{d}{2} \qquad p_1 = 0 \tag{4}$$

$$\underline{J}_1 = -\underline{J}_1' = \underline{J}_s$$

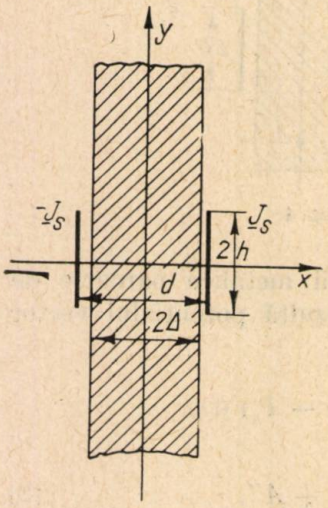



Fig. 5

În figura 5 s-a ținut seama de aceste date. Atunci potențialul vector pentru domeniul I va fi

$$\underline{A}_1 = 2\frac{\underline{J}_s\,\mu_0}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sin\lambda h}{\lambda} \cdot \frac{e^{-\lambda\left(\frac{d}{2}-\Delta\right)}}{\lambda \operatorname{sh}\nu\Delta + \frac{\mu_0}{\mu}\nu \operatorname{ch}\nu\Delta} \operatorname{sh}\nu x \cos\lambda y \,d\lambda, \tag{5}$$

iar densitatea de curent se calculează cu relația

$$\underline{J}_1 = -j\omega\sigma\underline{A}_1 = -\frac{2j\omega\sigma\mu_0\,\underline{J}_s}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sin\lambda h}{\lambda} \cdot \frac{e^{-\lambda\left(\frac{d}{2}-\Delta\right)}}{\lambda \operatorname{sh}\nu\Delta + \frac{\mu_0}{\mu}\nu \operatorname{ch}\nu\Delta} \operatorname{sh}\nu x \cos\lambda y \,d\lambda. \tag{6}$$

Puterea transmisă corpului inductor pe unitatea de lungime (unitatea de lungime este luată după axa $z$) se calculează cu expresia

$$\underline{P} = \int_{\Sigma} (\overline{\underline{E}} \times \overline{\underline{H}})\, \mathrm{d}\overline{\underline{A}}, \tag{7}$$

unde suprafața închisă $\Sigma$ este de forma unui paralelipiped dreptunghic de lungime infinită (după axa $y$) determinat de planele $x = \Delta$, $x = -\Delta$ și de două plane perpendiculare pe axa $z$ distanțate cu unitatea de lungime.

Deci

$$\underline{P} = -\int_{\Sigma} \underline{E}_z \underline{H}_y \,\mathrm{d}A = -\frac{j\omega}{\mu} \int_{\Sigma} \underline{A}_1 \left(\frac{\partial \underline{A}_1}{\partial x}\right)^* \cdot 1 \cdot \mathrm{d}y =$$

$$= -j\frac{\omega}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\underline{A}_1 \left(\frac{\partial \underline{A}_1}{\partial x}\right)\right]_{x=\Delta} \mathrm{d}y - j\frac{\omega}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\underline{A}_1 \left(\frac{\partial \underline{A}_1}{\partial x}\right)^*\right]_{x=-\Delta} \mathrm{d}y. \tag{8}$$

Dacă introducem expresia (5) în (8) și ținem seama de relațiile

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos kx \,\mathrm{d}k = 2\pi\delta(x), \tag{9}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x - x')\mathrm{d}x = f(x'),$$

unde $\delta(x)$ reprezintă funcția de impuls a lui Dirac, atunci expresia puterii va fi

$$\underline{P} = -2j\frac{\omega\pi}{\mu}\left(\frac{2J_s\mu_0}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} \nu^* e^{-\lambda d} \frac{\sin^2 \lambda h}{\lambda^2} \cdot$$

$$\cdot \frac{(\mathrm{sh}\,\lambda\Delta + \mathrm{ch}\,\lambda\Delta)^2}{\left|\lambda \mathrm{sh}\,\nu\Delta + \frac{\mu_0}{\mu}\nu \mathrm{ch}\,\nu\Delta\right|^2} \mathrm{sh}\,\nu\Delta \mathrm{ch}\,\nu^*\Delta \mathrm{d}\lambda \cdot \tag{10}$$

Expresiile (6) și (10), singurele care ne interesează, pot fi simplificate pentru cazurile practice importante : astfel, în cazul refulării nete a curenților turbionari, ca, de exemplu, la călirea diferitelor piese care se află peste punctul Curie, se constată că $\lambda^2$ poate fi neglijat față de $k^2$, iar $\mu \approx \mu_0$.

În aceste condiții, expresia (6) devine

$$\underline{J}_1 = -\frac{2j\omega\sigma\mu_0 \underline{J}_s}{\pi} \frac{e^{-k\Delta}}{k} \mathrm{sh}kx \int_0^{\infty} \frac{\sin \lambda h}{\lambda} e^{-\lambda\left(\frac{d}{2} - \Delta\right)} \cos \lambda y \,\mathrm{d}\lambda =$$

$$= -\frac{\underline{J}_s}{\pi} k e^{-k\Delta} \left[\mathrm{arctg} \frac{\frac{2}{h}\left(\frac{d}{2} - \Delta\right)}{\left(\frac{d}{2h} - \frac{\Delta}{h}\right)^2 + \left(\frac{y}{h}\right)^2} + s\pi\right] \mathrm{sh}kx, \tag{11}$$

unde $s = 0$ pentru $\left(\frac{d}{2} - \Delta\right)^2 - h^2 + y^2 > 0$ și $s = 1$ pentru $\left(\frac{d}{2} - \Delta\right)^2 - h^2 + y^2 < 0$.

În multe calcule termice, la încălzirea prin inducție interesează cum variază valoarea eficace a densității de curent după axele $x$ și $y$.

Avînd în vedere expresia (11), putem scrie

$$J_1 = \frac{\sqrt{2}}{\pi} J_s^{\alpha} e^{-\alpha\Delta} \sqrt{\operatorname{sh}^2 \alpha x + \sin^2 \alpha x} \left[ \operatorname{arc\,tg} \frac{2\dfrac{d-2\Delta}{2h}}{\left(\dfrac{d-2\Delta}{2h}\right)^2 + \left(\dfrac{y}{h}\right)^2} + s\pi \right] =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{\pi} \alpha J_s e^{-\alpha\Delta} J(x) J(y). \tag{12}$$

Funcțiile $J(x)$ și $J(y)$ sînt reprezentate în figurile 6 și 7, care, de fapt, reprezintă, la o anumită scară, variația densității de curent în funcție de $x$, respectiv de $y$.

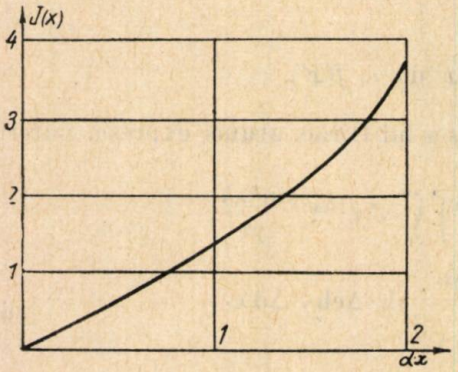



Fig. 6

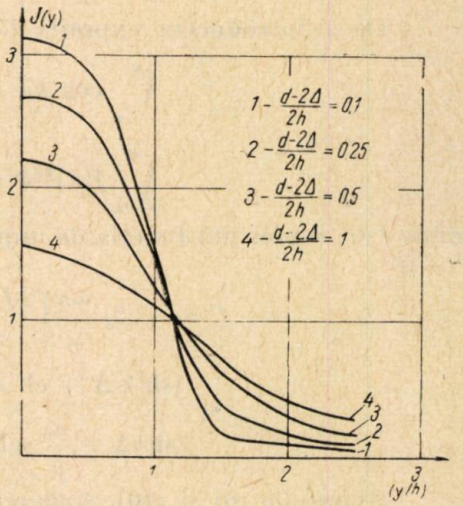



Fig. 7

Curbele de mai sus pun în evidență influența importantă pe care o au poziția și forma conductorului asupra repartiției spațiale a valorii eficace a densității de curent.

Aproximațiile de mai sus, aplicate la formula (10) a expresiei puterii, ne conduc la

$$\underline{P} = -j \frac{\omega\pi}{\mu_0} \left( \frac{2 J_s \mu_0}{\pi} \right)^2 \alpha (1-j) \operatorname{ch}\alpha\Delta (1-j) \times$$

$$\times \operatorname{sh}\alpha\Delta (1+j) \frac{\displaystyle\int_0^{\infty} e^{-\lambda\left(\frac{d}{2}-\Delta\right)} \frac{\sin^2 \lambda h}{\lambda^2} \, d\lambda}{\alpha^2 \left| \operatorname{ch}\alpha\Delta (1+j) \right|^2} = -k_f \frac{\alpha\pi h}{\sigma} (1+j) \left( \frac{2J_s}{\pi} \right)^2 \frac{\operatorname{sh} 2\alpha\Delta}{\operatorname{ch}^2 2\alpha\Delta}, \tag{13}$$

unde coeficientul $k_f$ este exprimat în funcție de $\dfrac{d-2\Delta}{2h}$ (fig. 8).

Semnul minus apare în expresia puterii deoarece se transmite în sens contrar față de normala la suprafață, care are sensul spre exteriorul suprafeței.

Folosind expresia (13), puterea se calculează relativ ușor dacă sînt date dimensiunile inductorului și grosimea benzii.

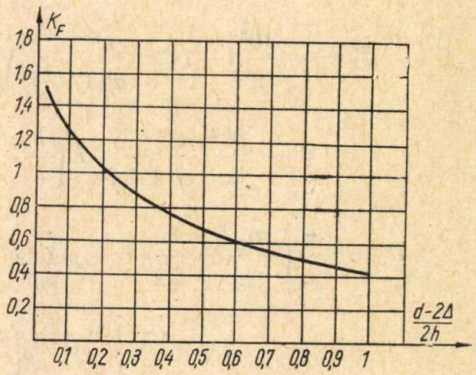



Fig. 8

## 4. INDUCTOR PENTRU ÎNCĂLZIREA SUPRAFEȚELOR PLANE

Aceste inductoare sînt foarte diferite ca construcție și sînt destinate în cele mai multe cazuri pentru călirea suprafețelor unor corpuri de dimensiuni relativ mari. Un astfel de inductor este indicat în figura 2. Dispunerea conductoarelor și sensul curentului în aceste conductoare sînt indicate în figura 9.

La aceste inductoare avem următoarele particularități față de cele arătate în paragraful 2 :

$$\underline{J}'_q = 0 \ (q = 1, 2, \ldots, n), \qquad \Delta_1 = 0,$$
$$\underline{J}_{2q} = -\underline{J}_s \ (q = 1, 2, \ldots, n), \ \Delta_2 = -\infty, \quad (14)$$
$$\underline{J}_{2q-1} = \underline{J}_s \ (q = 1, 2, \ldots, n), \ a_1 = b.$$

Diferențele dintre axele a două conductoare vecine este $2p$, numărul conductoarelor fiind $2n$.

Avînd în vedere relațiile (14), potențialul $\underline{A}_1$ din formulele (2) devine

$$\underline{A}_1 = \frac{2\mu_0 \underline{J}_s}{\pi}(-1)^{n+1} \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda b + \nu x}}{\lambda + \frac{\mu_0}{\mu}\nu} \cdot \frac{\sin \lambda h}{\lambda} \cdot$$

$$\cdot \frac{\sin 2np\lambda}{2\cos \lambda p} \sin \lambda y \, d\lambda. \qquad (15)$$

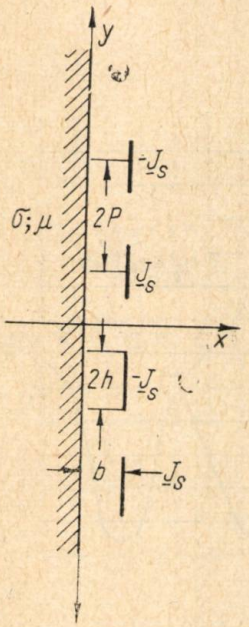



Fig 9

Nu redăm calculul, deoarece este similar cu cel de la paragraful 3, și vom scrie direct densitatea de curent în piesa întîlnită și puterea transmisă :

$$\underline{J}'_1 = -j\frac{2}{\pi}\mu_0\omega\sigma \, \underline{J}_s (-1)^{n+1} \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda b + \nu x}}{\lambda + \mu\frac{\mu_0}{\mu}\nu} \cdot$$

$$\cdot \frac{\sin \lambda h}{\lambda} \cdot \frac{\sin 2n\lambda p}{2\cos \lambda p} \sin \lambda y \, d\lambda; \ (x \leqslant 0) \qquad (16)$$

$$P'_1 = \pi j\omega \left(\frac{2\mu_0 \underline{J}_s}{\pi}\right)^2 \int_0^\infty \frac{\sin^2 \lambda h}{\lambda^2} \cdot \frac{e^{-2\lambda b}}{\left|\lambda + \frac{\mu_0}{\mu}\nu\right|^2} \nu^* \left(\frac{\sin 2n\lambda p}{2\cos \lambda p}\right)^2 d\lambda.$$

În cazul refulării nete, avînd în vedere cele arătate la paragraful 3, expresiile (16) devin

$$\underline{J}_1' = -\frac{2k^2}{\pi}(-1)^{n+1}\frac{e^{\alpha x(1+j)}}{\alpha(1+j)}\int_0^\infty e^{-\lambda b}\frac{\sin\lambda h}{\lambda}\cdot\frac{\sin 2\lambda pn}{2\cos\lambda y}\,d\lambda =$$

$$= -\frac{2k^2}{\pi}\frac{e^{\alpha x(1+j)}}{\alpha(1+j)}F\left(\frac{h}{b},\ \frac{p}{b},\ \frac{y}{b},\ n\right) \qquad (x \leqslant 0), \tag{17}$$

$$\underline{P}_1' = j\frac{\pi}{\mu_0}\left(\frac{2\mu_0 J_s}{\pi}\right)^2\frac{\omega}{2\alpha}(1-j)\int_0^\infty e^{-2\lambda b}\frac{\sin^2\lambda h}{\lambda^2}\left(\frac{\sin 2n\lambda p}{2\cos\lambda p}\right)^2 d\lambda =$$

$$= -\frac{\alpha\pi(1+j)}{4\sigma}b\left(\frac{2J_s}{\pi}\right)^2 I\left(\frac{h}{b},\ \frac{p}{b},\ n\right).$$

Valoarea eficace a densității de curent va fi

$$J_1' = \frac{4\alpha}{\pi\sqrt{2}}J_s e^{\alpha x}\left|F\left(\frac{h}{b},\ \frac{p}{b},\ \frac{y}{b},\ n\right)\right|^2. \tag{18}$$

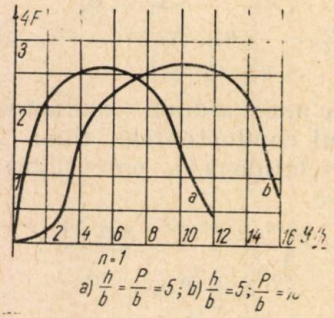



Fig. 10

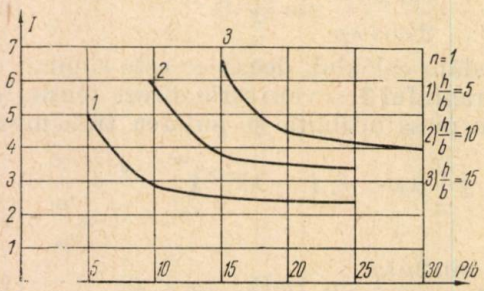



Fig. 12

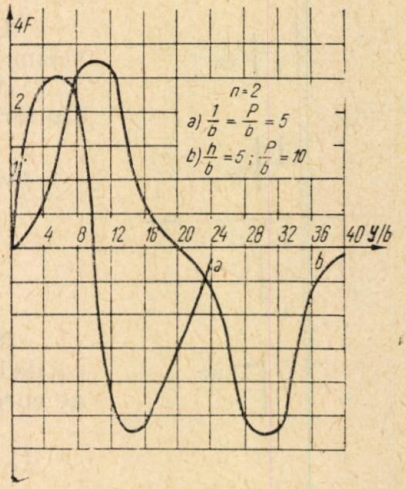



Fig. 11

Funcțiile care intervin în expresia puterii și a valorii eficace a densității de curent sînt reprezentate în figurile 10, 11 și 12; în felul acesta, calculul puterii și al densității de curent se face operativ.

Dacă conductoarele inductorului sînt dispuse ca în figura 13, formînd o bobină plană, atunci sensurile curenților se schimbă, iar celelalte condiții formulate de relațiile (14) rămîn aceleași, deci densitățile de curent devin

$$\underline{J}'_q = 0$$

$$\underline{J}_q = -\underline{J}_s \quad (q = 1, 2, \ldots, n),$$

$$\underline{J}_q = \underline{J}_s \quad (q = n+1, \ldots, 2n). \tag{19}$$

În acest caz, potențialul vector are expresia

$$\underline{A}_1 = \frac{2\mu_0 \underline{J}_s}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda b + \nu x}}{\lambda + \frac{\mu_0}{\mu}\nu} \cdot \frac{\sin \lambda h}{\lambda} \cdot \frac{\sin^2 n\lambda p}{\cos \lambda p} \sin \lambda y \, d\lambda, \tag{20}$$

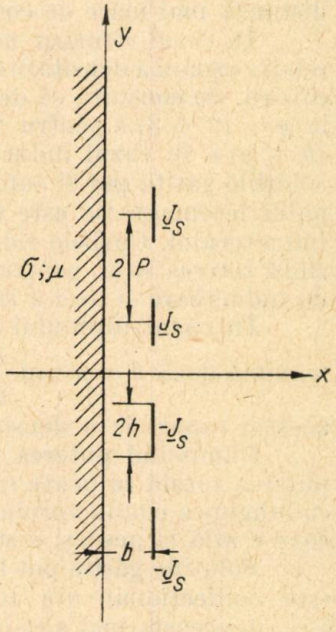


Fig. 13

iar puterea transmisă corpului de încălzit va fi

$$\underline{P}''_1 = \pi \left( \frac{2\mu_0 \underline{J}_s}{\pi} \right)^2 j\omega \int_0^\infty \frac{\sin^2 \lambda h}{\lambda^2} \cdot$$

$$\cdot \frac{e^{-2\lambda b}}{\left| \lambda + \frac{\mu_0}{\mu}\nu \right|^2} \nu^* \left( \frac{\sin^2 n\lambda p}{\cos \lambda p} \right)^2 d\lambda. \tag{21}$$

În cazul refulării nete, expresia (21) se simplifică întrucîtva, încît integrala care intervine se poate calcula grafic pentru o anumită situație dată.

## 5. CONCLUZII

În prezenta lucrare s-au găsit soluțiile exacte ale cîmpului electromagnetic în cazul cîtorva inductoare, aplicate corpurilor cu suprafețe plane, care se întîlnesc des în tehnica încălzirii prin inducție. Soluțiile găsite sînt valabile în cazul regimului cvasistaționar al cîmpului electromagnetic. Relațiile găsite pot fi aplicate la conductoarele filiforme dacă se are în vedere că $2h\underline{J}_s = \underline{I}$, iar $\lim_{h \to 0} \frac{\sin \lambda h}{\lambda h} = 1$. Acest fapt simplifică și mai mult relațiile de calcul, care, într-o primă aproximație, ne permite calculul relativ ușor al puterii transmise de inductor.

Rezultatele obținute se pot aplica și bobinelor inductoare construite dintr-un mare număr de conductoare filiforme, apropiate unele de altele și dispuse într-un strat, dacă se consideră $\underline{J}_s = \frac{NI}{2h}$.

Dacă o astfel de bobină are mai multe straturi, coeficienții $K_f$ și $I\left(\frac{h}{b}, \frac{p}{b}, n\right)$ pun în evidență într-un mod suficient de precis eficiența fiecărui strat în parte. Este evident că straturile care se găsesc la o distanță mai mare de corpul încălzit vor fi mai puțin eficiente.

În cazul refulării nete s-au obținut rezultate care permit calcularea relativ ușoară a densității de curent și a puterii transmise corpului supus încălzirii. Se constată că densitatea curenților turbionari devine foarte mică la $y = (2 \div 3)\, h$ pentru inductorul tratat în paragraful 3 și $y = (2 \div 3)\,(h + p)\, n$ în cazul inductorului tratat în paragraful 4, ceea ce arată că soluțiile găsite pot fi suficient de exacte și în cazul în care înălțimea corpului feromagnetic este finită, însă suficient de mare față de înălțimea inductorului. Curbele ridicate pentru cele două tipuri de inductoare prezintă interes atît pentru verificarea, cît și pentru proiectarea unor astfel de inductoare și deci a surselor de energie.

În cazul ultimului inductor se constată că puterea transmisă este maximă dacă $h = p$ sau $\frac{h}{b} = \frac{p}{b}$, iar puterea crește o dată cu creșterea acestui raport la o densitate de curent $J_s$ dată.

Cunoscînd puterea pe unitatea de lungime la inductoarele studiate, puterea totală se poate calcula înmulțind puterea pe unitatea de lungime cu lungimea conductorului din care e format inductorul, și anume lungimea care e află la aceeași distanță față de suprafața de încălzit.

Soluțiile găsite pot fi aplicate și în cazul în care corpul feromagnetic este confecționat din tole subțiri, adică se poate considera $\sigma$ și deci $k = 0$, aceasta mai ales la frecvențe joase; asemenea soluții pot prezenta interes în cazul mașinilor și al aparatelor electrice.

## ANEXĂ

În calculul efectuat au intervenit cîteva integrale care s-au putut rezolva numai în anumite cazuri, astfel:

$$F'\left(\frac{h}{b}, \frac{p}{b}, n, \frac{y}{b}\right) = \int_0^\infty e^{-\lambda b} \frac{\sin \lambda h}{\lambda} \cdot \frac{\sin 2n\lambda p}{2 \cos \lambda p} \sin \lambda y \, d\lambda =$$

$$= \int_0^\infty e^{-x} \frac{\sin \frac{h}{b} x}{x} \frac{\sin 2n \frac{p}{b} x}{2 \cos \frac{p}{b} x} dx.$$

Pentru a obține ultima formă s-a făcut schimbarea de variabilă $x = \lambda b$.

În cazul $n = 1$ obținem

$$F'\left(\frac{h}{b}, \frac{p}{b}, \frac{y}{b}, n\right) = \frac{1}{4}\left[-\operatorname{arctg} \frac{h + p + y}{b} + \operatorname{arctg} \frac{h + p - y}{b} + \right.$$

$$\left. + \operatorname{arctg} \frac{h - p + y}{b} + \operatorname{arctg} \frac{-h + p + y}{b}\right.$$

iar pentru $n = 2$

$$F'\left(\frac{h}{b},\ \frac{p}{b},\ n,\ \frac{y}{b}\right) = \frac{1}{4}\left[-\operatorname{arctg}\frac{h+3p+y}{b} + \operatorname{arctg}\frac{h+3p-y}{b} + \right.$$

$$+\operatorname{arctg}\frac{h-3p+y}{b} + \operatorname{arctg}\frac{-h+3p+y}{b} + \operatorname{arctg}\frac{h+p+y}{b} -$$

$$\left.-\operatorname{arctg}\frac{h+p-y}{b} - \operatorname{arctg}\frac{h-p+y}{b} - \operatorname{arctg}\frac{-h+p+y}{b}\right].$$

Integrala

$$I\left(\frac{h}{b},\ \frac{p}{b},\ n\right) = \frac{4}{b}\int_0^\infty e^{-2\lambda b}\frac{\sin^2\lambda h}{\lambda^2}\left(\frac{\sin 2n\lambda p}{2\cos\lambda p}\right)^2 \mathrm{d}\lambda =$$

$$= 4\int_0^\infty e^{-2x}\frac{\sin^2\frac{h}{b}x}{x^2}\left(\frac{\sin 2n\frac{p}{b}x}{2\cos\frac{p}{b}x}\right)^2 \mathrm{d}x$$

devine pentru $n=1$

$$I\left(\frac{h}{b},\frac{p}{b},n\right) = -\left\{\ln\left(1+\frac{p^2}{b^2}\right) + \frac{1}{2}\ln\frac{1+\frac{h^2}{b^2}}{\left[1+\left(\frac{h+p}{b}\right)^2\right]\left[1+\left(\frac{h-p}{b}\right)^2\right]} + \right.$$

$$\left. + 2\frac{p}{b}\operatorname{arctg}\frac{b}{p} + \frac{h}{b}\operatorname{arc\ tg}\frac{b}{h} - \frac{h+p}{b}\operatorname{arc\ tg}\frac{b}{h+p} - \frac{h-p}{b}\operatorname{arc\ tg}\frac{b}{h-p}\right\}.$$

Aceste integrale au fost utile pentru ridicarea curbelor.

## BIBLIOGRAFIE


1. A. Timotin, A. Țugulea, C. Flueraşu, *Cîmpul unor fise în prezența unui ecran plan*, St. cerc. energ., **16**, *3*, 481–501 (1966).
2. C. Flueraşu, N. Galan, *Curenții induși de o bobină circulară în conductor cilindric*, St. cerc. electr. energ., *2*, 237–253 (1966).
3. М.Г. Лозинский, *Промышленное применение индукционного нагрева*, Издательство Академии Наук СССР, Москва, 1958.
4. *** *Încălzirea prin inducție cu frecvență industrială la tratamentul termic și forjarea pieselor metalice*, culegere de material documentar, I.D.T., București, 1965.

# REZISTENȚA ELECTRICĂ DINTRE DOI ELECTROZI SITUAȚI DE ACEEAȘI PARTE A UNUI CANAL MHD

de

ANDREI NICOLAIDE

537.525 : 338.67 : 532.5 : 621 : 313.12

Se calculează rezistența electrică dintre doi electrozi situați pe aceeași parte a unui canal MHD prin care trece plasmă. Spre deosebire de lucrările anterioare, se ține seama de efectul Hall, care poate fi deosebit de important.
Rezultatele obținute sînt necesare în aplicații ale canalelor cu plasmă, de exemplu la anumite tipuri de generatoare MHD.

În numeroase aplicații practice ale canalului MHD de secțiune rectangulară intervine expresia rezistenței dintre doi electrozi situați pe același perete. Astfel de aplicații sînt, de exemplu, calculul pierderilor datorite efectului de capăt al curenților la un generator cu conductă metalică sau calculul curentului de sarcină la generatorul MHD cu cîmp electric longitudinal (de tip Hall), cînd se ține seama de distanța finită dintre electrozi.

Problema a fost studiată în literatură de Péricart și De Montardy [1], presupunînd conductivitatea electrică scalară. După cum se știe însă, conductivitatea plasmei din canalul MHD este tensorială și nu scalară, iar efectul pe care îl introduce această circumstanță asupra valorii rezistenței poate fi mare. De aceea se va studia aici expresia rezistenței dintre doi electrozi de pe un perete al canalului în cazul cînd conductivitatea plasmei este tensorială.

## 1. CAZUL CÎND CONDUCTIVITATEA ELECTRICĂ ESTE DIFERITĂ DE ZERO ÎN ÎNTREG CANALUL

Configurația pentru care se va calcula rezistența este reprezentată în figura 1.

*) Lucrarea face parte din comunicarea *Stadiul actual al studiului cîmpului electromagnetic în canalul generatorului* MHD, susținută de autor la Consfătuirea națională de fizică și tehnica plasmei, București, 2—4 noiembrie 1967.

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 673—683, București, 1968

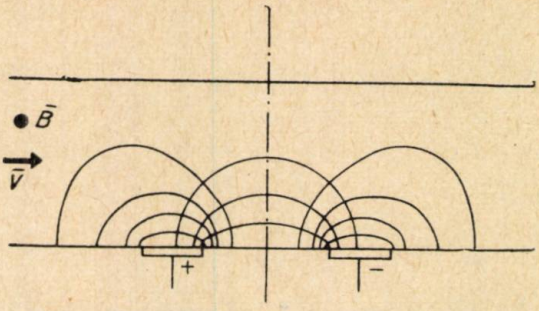



Fig. 1. — Configurația canalului MHD cu electrozii pe același perete.

1.1. IPOTEZE SIMPLIFICATOARE:

a) canalul are secțiune rectangulară;

b) cîmpul magnetic este omogen și perpendicular pe fețele izolante opuse. Efectul cîmpului magnetic de reacție asupra cîmpului magnetic exterior se consideră neglijabil, ceea ce este justificat cînd numărul lui Reynolds magnetic este mic;

c) componentele tensorului de conductivitate sînt aceleași în orice punct;

d) conductivitatea pereților canalului este nulă;

e) viteza fluidului din canal este în orice punct paralelă cu axa canalului;

f) electrozii sînt suprafețe echipotențiale;

g) problema se consideră bidimensională.

Legea lui Ohm pentru plasmă, dacă cîmpul magnetic este perpendicular pe vectorii $\bar{E}$ și $\bar{J}$, cum este cazul în situația de față, are forma

$$\begin{Vmatrix} J_x \\ J_y \\ 0 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \sigma_1 & -\sigma_2 & 0 \\ \sigma_2 & \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} E_x \\ E_y - vB \\ 0 \end{Vmatrix},$$

unde

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_0}{1 + \beta^2}, \quad \sigma_2 = \beta\sigma_1,$$

$$\sigma_0 = \frac{e^2 n\tau}{m_e},$$

unde $\sigma_0$ este conductivitatea electrică a plasmei în absența cîmpului magnetic, $n$ concentrația electronilor, $\tau$ durata dintre două ciocniri ale electronului, $m_e$ masa electronului, $e$ sarcina electronului.

## 1.2. TRANSFORMĂRILE CONFORME PENTRU CALCULUL REZISTENȚEI

Calculul rezistenței se va efectua folosind metoda reprezentărilor conforme. În acest scop se vor efectua transformările succesive indicate în figura 2, aducînd configurația dată la alta pentru care soluția este cunoscută.

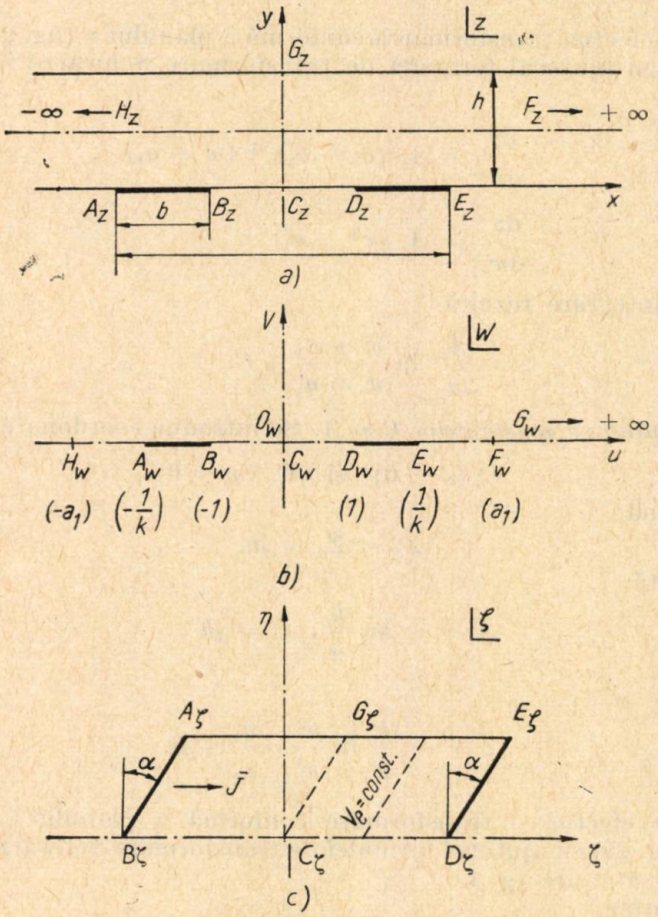



Fig. 2. — Transformările conforme utilizate : *a* — planul $z = x + jy$ ; *b* — planul $w = u + jv$ ; *c* — planul $\zeta = \xi + j\eta$.

Prima transformare, și anume a planului $z$ în planul $w$, are drept scop reprezentarea benzii din planul $z$ pe semiplanul superior din planul $w$. La o transformare conformă, trei puncte se pot alege arbitrar. În acest caz se aleg punctele $B_w$, $C_w$, $D_w$ pentru a se obține o dispoziție simetrică față de origine în planul $w$, iar poziția celorlalte puncte, și anume $H_w$, $A_w$, $E_w$, $F_w$, $G_w$, rezultă.

Prin a doua transformare, și anume a planului $\zeta$ în planul $w$, se reprezintă patrulaterul din planul $\zeta$ pe semiplanul superior din planul $w$. Datorită formei particulare a patrulaterului, care este un paralelogram,

se poate face ca în urma transformării cele patru vîrfuri ale paralelogramului $A_\zeta$, $B_\zeta$, $D_\zeta$, $E_\zeta$ din planul $\zeta$ să corespundă punctelor $A_w$, $B_w$, $D_w$, $E_w$ din planul $w$.

În final, banda care reprezintă canalul în planul $z$ este reprezentată prin suprafața paralelogramului din planul $\zeta$, iar electrozii de pe axa abscișelor din planul $z$ devin două dintre laturile opuse ale paralelogramului din planul $\zeta$.

Se va efectua transformarea conformă a planului $z$ (fig. 2 *a*) în planul $w$ (fig. 2*b*) cu ajutorul formulei de transformare Schwarz-Christoffel. Se obține

$$\frac{dz}{dw} = A_z\,(w - a_1)^{-1}\,(w + a_1)^{-1},$$
$$\frac{dz}{dw} = A_z\,(w^2 - a_1^2)^{-1}. \tag{1}$$

Prin integrare rezultă

$$z = \frac{A_z}{2a_1} \ln \frac{w - a_1}{w + a_1} + C.$$

*Determinarea constantelor C și A.* Se introduc coordonatele punctului

$$C_z\,(z = 0) \quad \text{și} \quad C_w\,(w = 0)$$

și se exprimă

$$Z_G - Z_C = jh.$$

Rezultă

$$A_z = -2a_1 \frac{h}{\pi}, \quad C = jh$$

deci

$$z = -\frac{h}{\pi} \ln \frac{w - a_1}{w + a_1} + jh. \tag{2}$$

Se va efectua o transformare conformă a planului $\zeta$ (fig. 2*c*) în planul $w$ (fig. 2*b*) cu ajutorul formulei de transformare Schwarz-Christoffel. Se va nota $\alpha = \operatorname{arc\,tg}\,\beta$.

Se obține

$$\frac{d\zeta}{dw} = A_\zeta \left[\left(w + \frac{1}{k}\right)(w - 1)\right]^{-\frac{1}{2} + \frac{\alpha}{\pi}} \left[(w + 1)\left(w - \frac{1}{k}\right)\right]^{-\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\pi}}. \tag{3}$$

*Determinarea constantei* $A_\zeta$. Se pune condiția ca segmentul $\overline{B_\zeta D_\zeta}$ să fie paralel cu axa $O\xi$. Se găsește $A_\zeta = A_0 e^{j\pi}$.

Relația (3) dă prin integrare

$$\zeta = A_0 k \int_0^w \frac{dw}{[(1 + w)(1 - kw)]^{\frac{1}{2} + \frac{\alpha}{\pi}}\,[(1 - w)\,(1 + kw)]^{\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\pi}}} + C. \tag{4}$$

*Determinarea constantei* $C$. Introducînd coordonatele punctului

$$C_w \ (w = 0) \quad \text{și} \quad C_\zeta \ (\zeta = 0), \quad \text{rezultă} \quad C = 0.$$

Adoptînd pentru simplificare $A_0 = \dfrac{1}{k}$, relația (4) dă

$$\zeta = \int_0^w \frac{dw}{[(1+w)(1-kw)]^{\frac{1}{2}+\frac{\alpha}{\pi}}[(1-w)(1+kw)]^{\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{\pi}}}. \tag{5}$$

*Determinarea parametrului* $k$. Din figura 2*b* se obține

$$k = \frac{\overline{C_w D_w}}{\overline{C_w E_w}} = \frac{w_D - w_C}{w_E - w_C} = \frac{w_D}{w_E}. \tag{6}$$

Exprimînd pe $w$ în funcție de $z$, rezultă

$$\frac{w_D}{w_E} = \frac{\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{\exp\left[\dfrac{\pi}{h}(l-b-jh)\right]-1}}{\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{\exp\left[\dfrac{\pi}{h}(l-jh)\right]-1}}.$$

Deci

$$k = \frac{\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{\exp\dfrac{\pi}{h}(l-b)}}{\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{1+\exp\dfrac{\pi}{h}l}}. \tag{7}$$

De asemenea se găsește că $a_1$ din expresia (2) este

$$a_1 = \frac{1}{k} + \frac{2}{k} \cdot \frac{\exp\left(-\pi\dfrac{l}{h}\right)}{1-\exp\left(-\pi\dfrac{l}{h}\right)} = \frac{1}{k} \cdot \frac{\exp\left(\pi\dfrac{l}{h}\right)+1}{\exp\left(\pi\dfrac{l}{h}\right)-1}.$$

### 1.3. FUNCȚIA POTENȚIALĂ ȘI FUNCȚIA DE CURENT

Intensitatea cîmpului electric în sistemul de referință antrenat este

$$\overline{E}_e = \overline{E} + \overline{v} \times \overline{B}.$$

Deoarece regimul este staționar,

$$\text{rot } \overline{E} = 0.$$

De asemenea

$$\text{rot } (\overline{v} \times \overline{B}) = 0,$$

fiindcă cîmpul magnetic este omogen, iar $v$ depinde numai de coordonata $y$.

Deci

$$\text{rot } \overline{E}_e = 0$$

și

$$\overline{E}_e = -\text{ grad } V_e. \tag{8}$$

Din legea lui Ohm sub forma tensorială pentru plasmă, se obțin în planul $\zeta$

$$J_\xi = \sigma_1 E_{e\xi} - \sigma_2 E_{e\eta}, \tag{9}$$

$$J_\eta = \sigma_2 E_{e\xi} + \sigma_1 E_{e\eta}. \tag{9'}$$

Din relațiile (8) și (9) se obțin

$$J_\xi = -\sigma_1 \frac{\partial V_e}{\partial \xi} + \sigma_2 \frac{\partial V_e}{\partial \eta}, \tag{10}$$

$$J_\eta = -\sigma_2 \frac{\partial V_e}{\partial \xi} - \sigma_1 \frac{\partial V_e}{\partial \eta}. \tag{10'}$$

Configurația din planul $\zeta$ este simplă, iar soluția este cunoscută și ușor de verificat. În figura 2*c* se indică liniile $V_e = \text{const}$ și vectorul $\overline{J}$.

Se presupune, de exemplu, electrodul $AB$ încărcat pozitiv față de electrodul $DE$ de potențial nul.

Expresia funcției potențiale se scrie ușor pe baza figurii 2*c* și este

$$V_e = -\frac{U_e}{|\overline{BD}|_\zeta}\left[\xi - \beta\eta - \overline{C_\zeta D_\zeta}\right]. \tag{11}$$

Funcția de curent se stabilește ușor pe baza figurii 2*c* și este

$$\psi = \sigma_0 \frac{U_e}{|\overline{B_\zeta D_\zeta}|}\eta; \tag{12}$$

în punctul $B$ se obține $\psi = 0$, deci linia de curent nul trece prin punctul $B$.

Cunoscînd funcția potențială și funcția de curent în planul $\zeta$ și legătura dintre coordonatele planelor $z$ și $\zeta$ fiind de asemenea cunoscută, se trece ușor la expresiile funcțiilor în planul $z$.

### 1.4. EXPRESIA REZISTENȚEI

Grosimea canalului se va nota cu $a$.

Din expresiile (11) și (12) rezultă imediat curentul total și dependența lui de $U_e$:

$$I = a(\psi_A - \psi_B) = \frac{\eta_A - \eta_B}{|\overline{B_\zeta D_\zeta}|} U_e = a\sigma_0 \frac{|\overline{D_\zeta E_\zeta}|}{|\overline{B_\zeta D_\zeta}|} U_e \cos\alpha. \tag{13}$$

Expresia rezistenței este deci

$$R_i = \frac{U_e}{I} = \frac{1}{a\sigma_0} \cdot \frac{|\overline{B_\zeta D_\zeta}|}{|\overline{D_\zeta E_\zeta}|} \cdot \frac{1}{\cos \alpha}. \tag{14}$$

Ținînd seama de relația (4), expresia (14) dă

$$R_i = \frac{1}{a\sigma_0} \cdot \frac{1}{\cos \alpha} \cdot \frac{\int_{-1}^{+1} \frac{dw}{[(1+w)(1-kw)]^{\frac{1}{2}+\frac{\alpha}{\pi}} [(1-w)(1+kw)]^{\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{\pi}}}}{\int_{1}^{\frac{1}{k}} \frac{dw}{[(w+1)(1-kw)]^{\frac{1}{2}+\frac{\alpha}{\pi}} [(w-1)(1+kw)]^{\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{\pi}}}}, \tag{15}$$

$$a\sigma_0 R_i = \frac{1}{\cos \alpha} \cdot \frac{\int}{\int} = f(\beta, k), k = f\left(\frac{l}{h}, \frac{b}{h}\right). \tag{15'}$$

Se poate arăta că, în cazul inversării cîmpului magnetic, $\beta$ schimbă de semn și deci și $\alpha$.

Dacă este necesar, se poate stabili ușor și reactanța în curent alternativ sinusoidal prin metoda cunoscută cînd rezistența este stabilită.

Rezistența este independentă de sensul cîmpului magnetic și deci de semnul lui $\alpha$. Aceasta rezultă imediat efectuînd în expresia (15) schimbarea de variabilă $w = -t$ la integrala de la numărător și $w = \frac{1}{kt}$ la integrala de la numitor.

Se ajunge astfel la concluzia că rezistența dintre electrozii considerați este invariantă față de sensul inducției magnetice. Această proprietate este în concordanță cu principiul lui Onsager-Casimir referitor la reciprocitatea fenomenelor ireversibile.

*Canal de înălțime infinită.* În acest caz, $h = \infty$ și relația (7) dă după ridicarea nedeterminării

$$k = \frac{\overline{C_w D_w}}{\overline{C_w E_w}} = 1 - \frac{b}{l}. \tag{16}$$

*Canal de înălțime infinită fără efect Hall.* Cînd nu există efect Hall, unghiul $\alpha$ din figura 2*c* este nul, $\alpha = 0$, iar ecuația (15), ținînd seama de relația cunoscută din teoria funcțiilor eliptice

$$K\left(\frac{1}{k}\right) = k(K + jK'),$$

dă în acest caz

$$R_i = \frac{1}{a\sigma_0} \cdot \frac{2K}{K'}, \tag{17}$$

unde $K$ și $K'$ sînt integralele eliptice complete în forma normală Legendre.

Se regăsește astfel rezultatul indicat de Gibbs în lucrarea [2].

În figura 3 sînt reprezentate curbele mărimii $M = a\sigma_0 R_i$ în funcție de coeficientul $k$ determinat de configurația geometrică a canalului pentru diferite valori ale parametrului efectului Hall $\beta$. Pentru $k = 0$ rezistența este nulă, electrozii avînd un punct comun; pentru $k = 1$ rezistența este infinită, electrozii infinit finit distanțați.

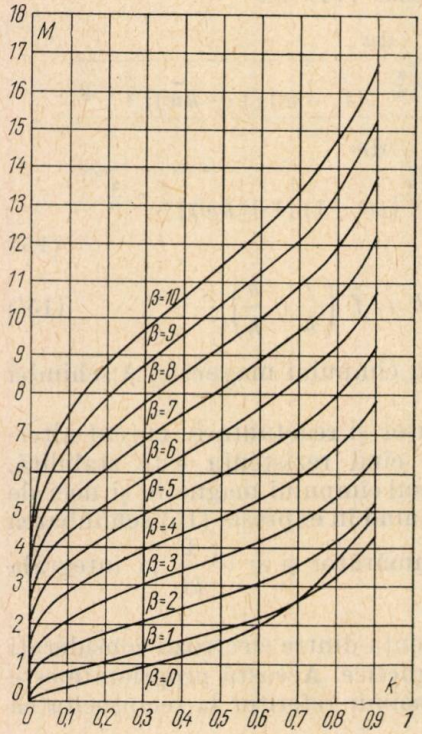



Fig. 3. — Curbele mărimii $M = a\sigma_0 R_i$ în funcție de coeficientul $k$ pentru diferite valori ale parametrului Hall $\beta$.

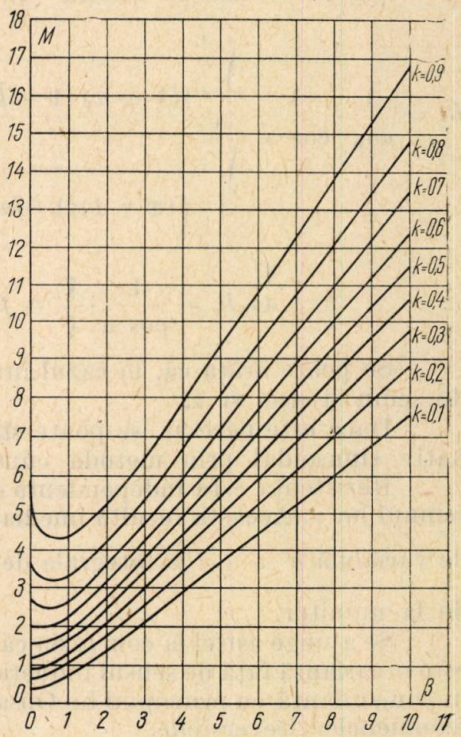



Fig. 4. — Curbele mărimii $M = a\sigma_0 R_i$ în funcție de parametrul efectului Hall $\beta$ pentru diferite valori ale coeficientului $k$.

În figura 4 sînt reprezentate curbele mărimii $M = a\sigma_0 R_i$ în funcție de parametrul efectului Hall $\beta$ pentru diferite valori ale coeficientului $k$.

Din aceste curbe se vede că la o valoare dată a lui $k$, deci la o anumită configurație geometrică a canalului, rezistența dintre electrozi $R_i$ variază mult o dată cu $\beta$. Astfel rezistența atinge un minim la o valoare mică a lui $\beta$, după care crește repede o dată cu $\beta$. Această formă de variație a rezistenței diferă de modul de variație întîlnit la configurațiile de canal studiate anterior.

## 2. CONDUCTIVITATEA ELECTRICĂ NULĂ ÎN AFARA ZONEI ELECTROZILOR

Această situație se poate întîlni în cazul ionizării în vecinătatea intrării canalului. Celelalte ipoteze sînt analoge ca mai înainte.

Configurația este în acest caz reprezentată în figura 5*a*.

Calculul rezistenței se va face analog ca în cazul precedent, utilizînd metoda transformărilor conforme și aducînd problema la un caz cunoscut.

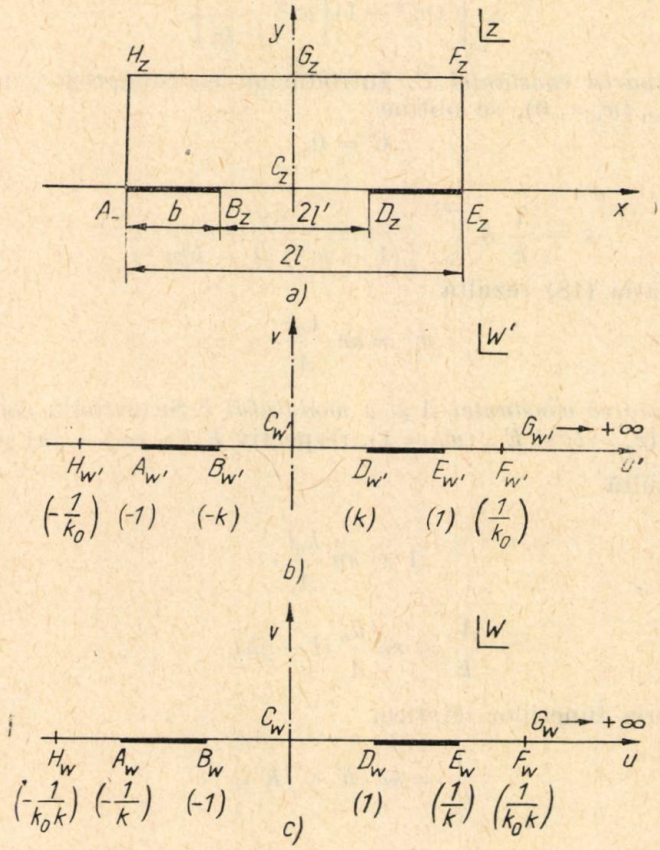



Fig. 5. — Configurația canalului MHD cu electrozii pe același perete și conductivitatea electrică nulă în afara zonei electrozilor : *a* — planul $z = x + jy$ ; *b* — planul $w' = u' + jv'$ ; *c* — planul $w = u + jv$.

Se va efectua transformarea conformă a planului $z$(fig. 5*a*) în planul $w$ (fig. 5*b*) cu ajutorul formulei de transformare Schwarz-Christoffel. Se obține

$$\frac{dz}{dw} = A_z \left(w' + \frac{1}{k_0}\right)^{\frac{1}{2}-1} (w'+1)^{\frac{1}{2}-1} \left(w' - \frac{1}{k_0}\right)^{\frac{1}{2}-1} (w'-1)^{\frac{1}{2}-1},$$

$$\frac{dz}{dw} = A_z (w'^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \left(w'^2 - \frac{1}{k_0^2}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Prin integrare rezultă

$$z = A_z \int_0^{w'} \frac{dw}{\sqrt{(w'^2-1)\left(w'^2-\frac{1}{k_0^2}\right)}} + C.$$

*Determinarea constantei C.* Introducînd coordonatele punctului $C_z$, $(z_c = 0)$ și $C_w$, $(w'_c = 0)$, se obține

$$C = 0. \tag{18}$$

Deci

$$z = \frac{1}{k} A_z \int_0^{w'} \frac{dw}{\sqrt{(1-w'^2)(1-k_0^2 w'^2)}}.$$

Din relația (18) rezultă

$$w' = sn \frac{k_0 z}{A_z}. \tag{19}$$

*Determinarea constantei A și a modulului k.* Se introduc coordonatele punctelor $E_z$ $(z_E = l)$ și $E_w$ $(w'_E = 1)$, respectiv $F_z$ $(z_F = l + jh)$ și $F_w$ $(w'_F = \frac{1}{k_0})$ și rezultă

$$1 = sn \frac{k_0 l}{A_z},$$

$$\frac{1}{k} = sn \frac{k_0}{A_z}(l + jh).$$

Din teoria funcțiilor eliptice,

$$\frac{1}{k_0} = sn(K + jK'),$$

deci

$$\frac{k_0 l}{A_z} = K \tag{20}$$

și

$$\frac{k_0 h}{A_z} = K'. \tag{21}$$

Rezultă

$$\frac{h}{l} = \frac{K'(k_0)}{K(k_0)}. \tag{22}$$

Astfel din relațiile (19) și (20) se obține

$$w' = sn\left(K\frac{z}{l}, k_0\right), \tag{23}$$

unde modulul $k_0$ este dat de relația (22).

Coordonata punctului $D_w$ este

$$k = w'_D = sn\left(K\frac{l'}{l}\,k_0\right). \tag{24}$$

Se trece de la planul $w'$ la planul $w$ cu relația

$$w = \frac{1}{k}\,w'. \tag{25}$$

Apoi se trece de la planul $w$ la planul $\zeta$ ca în cazul precedent. Rezistența se determină cu relația (15), modulul $k$ este dat de relația (24), iar $k_0$ se obține din relația (22).

### 3. CONCLUZII

Expresia rezistenței dintre o pereche de electrozi situați pe același perete al unui canal MHD s-a stabilit în lucrare utilizînd metoda reprezentărilor conforme. Dependența rezistenței de efectul Hall în cazul canalului de lungime infinită este foarte pronunțată.

Valoarea acestei rezistențe atinge un minim pentru valori mici ale parametrului efectului Hall ($\beta < 1$), apoi crește repede o dată cu $\beta$.

Rezultatele obținute sînt necesare în aplicații ale canalelor MHD, ca, de exemplu, calculul pierderilor și curenților la un generator MHD cu conductă metalică sau la un generator cu cîmp electric longitudinal de lungime finită.

### BIBLIOGRAFIE

1. J. Péricart, A. Montardy, *Contribution à l'étude des effets d'extrémité dans les générateurs MHD*, Revue Générale de l'Électricité, **74**, *11*, 863–872 (1965).
2. W. J. Gibbs, *Conformal Transformations in Electrical Engineering*, Chapman Hall, Londra, 1958.

# TRANSFORMĂRI DE COORDONATE PENTRU STUDIUL REGIMURILOR ELEMENTELOR ŞI REŢELELOR ELECTRICE TRIFAZATE

DE

F. MANEA

538. 552. 9 : 621.3. 016.32

Teoria modală (spectrală a operatorilor) permite studiul unitar al sistemelor de coordonate cunoscute şi evidenţierea de noi sisteme interesante.
Transformările sistemelor de coordonate modelate prin scheme echivalente şi transformatoare de cuplaj pot fi utilizate la studiul nesimetriilor multiple.

## 1. INTRODUCERE

La studiul regimurilor sistemelor trifazate, pe lîngă mărimile fizice „primare" care intervin în ecuaţiile de stare ale elementelor maşinilor, aparatelor şi reţelelor electrice sînt folosite mărimi derivate, care se exprimă prin anumite relaţii funcţionale faţă de mărimile primare. Schimbările de variabile (transformări de coordonate) se dovedesc a fi utile în cazurile cînd prin introducerea în ecuaţii a noilor mărimi se obţine o simplificare a formei iniţiale a acestor ecuaţii. În urma simplificării, rezultă nu numai posibilitatea rezolvării mai rapide, ci şi uşurinţa de a efectua raţionamente noi pe o cale mai comodă care să permită obţinerea unor rezultate deosebite, precum şi posibilitatea abordării unor aspecte mai generale pentru cazuri mai complexe.

În cazul sistemelor trifazate sînt cunoscute avantajele coordonatelor simetrice pentru studiul nesimetriilor din reţele, ale teoriei celor două reacţii (Blondel) pentru studiul regimurilor simetrice ale maşinii sincrone cu rotor nesimetric, ale sistemului bifazat echivalent celui trifazat pentru modelarea analogică a fenomenelor tranzitorii etc.

Istoric, sistemele de coordonate folosite pentru studiul regimurilor sistemelor trifazate au apărut pe baza unor cercetări inspirate ale diverşilor autori [1]—[4]. Matematic, este de mult timp cunoscut procedeul de

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 685—703, Bucureşti, 1968

simplificare al sistemelor de ecuații liniare prin folosirea unor coordonate corespunzătoare direcțiilor proprii ale operatorului algebric. Aplicarea teoriei spectrale a operatorilor în studiul sistemelor trifazate este relativ recentă pentru domeniul regimurilor armonice ale liniilor electrice multifilare omogene (cu parametri uniform repartizați), unde teoria modală a transformărilor de coordonate a permis obținerea unor rezultate importante [6]—[9]. În domeniul pierderilor de putere din rețelele sistemelor electrice, teoria transformărilor modale a oferit soluții noi pe lîngă cele cunoscute [10].

Studii de tratare unitară a unor sisteme de coordonate folosite în problemele rețelelor electrice [11]—[15] sau de deducere a noi sisteme de coordonate [16], [17] sînt relativ recente, dar se bazează pe relații liniare cu sisteme de coordonate particulare cunoscute.

De aceea în cele ce urmează se expun rezultatele unei cercetări a sistemelor de coordonare care s-a efectuat pe baza teoriei modale (sau spectrală) a operatorilor algebrici corespunzători diverselor elemente ale sistemelor electroenergetice (generator, transformator, linie). În acest fel, sistemele de coordonate apar direct legate de structura fizică a obiectelor. Metoda a permis abordarea problemei sub aspectul său general (incluzînd diversele cazuri și posibilități particulare concrete), precum și evidențierea unor noi variante de coordonate. Pentru acestea se dau și schemele echivalente generale de tip serie și paralel care modelează nesimetriile simple sau multiple ce interesează în funcționarea sistemelor electroenergetice.

## 2. COORDONATELE DIRECȚIILOR PROPRII OPERATORULUI INDUCTANȚELOR DINAMICE ALE MAȘINII SINCRONE CU ROTOR NESIMETRIC (o, d, q)

În cazul general al unei mașini sincrone cu poli aparenți, relațiile dintre fluxurile magnetice ale fazelor statorului (indus) $\psi_a$, $\psi_b$, $\psi_c$ și curenții respectivi $i_a$, $i_b$, $i_c$ sînt exprimate [18] de sistemul ecuațiilor următoare:

$$\begin{Vmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} L_0+M_2\cos 2\theta & -M_0+M_2\cos(2\theta-\rho) & -M_0+M_2\cos(2\theta+\rho) \\ -M_0+M_2\cos(2\theta-\rho) & L_0+M_2\cos(2\theta+\rho) & -M_0+M_2\cos 2\theta \\ -M_0+M_2\cos(2\theta+\rho) & -M_0+M_2\cos 2\theta & L_0+M_2\cos(2\theta-\rho) \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{Vmatrix}.$$

S-au folosit notațiile următoare:

$\theta$ — unghiul axei de simetrie „longitudinală" a rotorului față de axa de simetrie a primei faze a statorului (indice $a$),

$\rho = 2\frac{\pi}{3}$, unghiul de defazaj caracteristic sistemelor trifazate;

$L_0$, $M_0$ și $M_2$ — mărimi constante, inductivități caracteristice fazelor.

În anexa 1 se deduce matricea modală generală a transformării de coordonate (necesară exprimării în formă diagonală a matricei operatorului inductanțelor dinamice):

$$\|M\| = \begin{Vmatrix} 1 & \cos\theta & \sin\theta \\ 1 & \cos(\theta-\rho) & \sin(\theta-\rho) \\ 1 & \cos(\theta+\rho) & \sin(\theta+\rho) \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{Vmatrix} \equiv \|M_1\| \cdot \|k\|.$$

Deşi se obişnuieşte ca matricea modală a transformărilor de coordonate să fie aceeaşi (atît pentru fluxuri, cît şi pentru curenţi), faptul că valorile constantelor $k_1$, $k_2$ şi $k_3$ sînt arbitrare permit alegerea unor valori diferite pentru elementele matricei modale a fluxurilor faţă de cea a curenţilor.

De exemplu vom lua pentru matricea modală a fluxurilor expresia generală $\|M_\psi\| = \|M_1\| \cdot \|k_\psi\|$, iar pentru cea a curenţilor, $\|M_i\| = \|M_1\| \cdot \|k_i\|$.

Matricele $\|k_\psi\|$ şi $\|k_i\|$ fiind diagonale, transformarea ecuaţiei $\|\psi\| = \|L\| \, \|i\|$ în forma nouă $\|\psi'\| = \|M_\psi\|^{-1} \cdot \|L\| \, \|M_i\| \cdot \|i'\| = \|k_\psi\|^{-1} \|M_1\|^{-1} \|L\| \|M_1\| \, \|k_i\| \, \|i'\| \equiv \|L'\| \, \|i'\|$ conduce la o matrice diagonală a inductivităţilor :

$$\|L'\| = \left\| \begin{array}{ccc} \frac{k_{i1}}{k_{\psi 1}} (L_0 - 2M) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{i2}}{k_{\psi 2}} \left( L_0 + M + \frac{3}{2} M_2 \right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{i3}}{k_{\psi 3}} \left( L_0 + M - \frac{3}{2} M_2 \right) \end{array} \right\| \equiv$$

$$\equiv \left\| \begin{array}{ccc} L_0' & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 \\ 0 & 0 & L_q \end{array} \right\|,$$

unde s-a notat prin $L_0'$, $L_d$ şi $L_q$ inductivităţile homopolară şi sincronă, longitudinală şi transversală.

Energia magnetică avînd expresia $W_m = \frac{1}{2} \|\psi\|_t \, \|i\| =$

$$= \frac{1}{2} \|\psi'\|_t \|M_\psi\|_t \|M_i\| \|i'\| = \frac{1}{2} \|\psi'\|_t \|k_\psi\| \|M_1\|_t \|M_1\| \|k_i\| \|i'\|,$$

rezultă în noul sistem de coordonate următoarea :

$$W_m = \frac{1}{2} \|\psi_0 \psi_d \psi_q\| \left\| \begin{array}{ccc} 3k_{\psi 1} k_{i1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} k_{\psi 2} k_{i2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} k_{\psi 3} k_{i3} \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{array} \right\|,$$

$$W_m = \frac{1}{2} \left( 3k_{\psi 1} k_{i1} \psi_0 i_0 + \frac{3}{2} k_{\psi 2} k_{i2} \psi_d i_d + \frac{3}{2} k_{\psi 3} k_{i3} \psi_q i_q \right).$$

Forma matricei-produs $\|M_\psi\|_t \, \|M_i\|$, diagonală, scalară sau unitară, determină felul conservării energiei sau puterii.

În cazul cînd $k_{\psi 1.2.3}=k_{i1.2.3}=1$, se obține sistemul (o, $d$, $q$) clasic de coordonate nenormat. Expresia energiei magnetice — și în mod similar cea a energiei electrice, respectiv a puterilor instantanee sau complexe — conține componente cu factori numerici diferiți (se conservă „diagonal").

Dacă însă se vor alege valorile parametrilor $k_\psi$ și $k_i$ încît să fie satisfăcute relațiile $3k_{\psi 1}\ k_{i1}=\frac{3}{2}k_{\psi 2.3}\ k_{i2.3}$, expresia energiei magnetice va avea componentele cu același factor numeric, adică se va conserva „scalar". În particular, dacă factorul numeric se alege unitatea, rezultă o expresie unitară a energiei magnetice. Dacă vom „raționaliza" simetric parametrii care intervin în expresia sa

$$\text{cu valorile } k_{\psi 1}=k_{i1}=\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ și } k_{\psi 2.3}=k_{i2.3}=\sqrt{\frac{2}{3}},$$

se obține sistemul (o, $d$, $q$) de coordonate normate, pentru care

$$\|M_{\psi,i}\|_t=\|M_{\psi,i}\|^{-1}.$$

Se pot „raționaliza" nesimetric parametrii luînd, de exemplu, valorile $k_{\psi 1.2.3}=1$ și în mod corespunzător $k_{i1}=\frac{1}{3}$, $k_{i2.3}=\frac{2}{3}$.

În asemenea cazuri, între matricele modale ale transformării de coordonate rezultă relațiile $\|M_\psi\|_t=\|M_i\|^{-1}$, respectiv $\|M_i\|_t=\|M_\psi\|^{-1}$.

Relația anterioară reprezintă totodată condiția suficientă pentru ca schemele echivalente din noile coordonate să se poată cupla prin transformatoare ideale cu cele din coordonatele fazelor (asemănător schemelor echivalente din noua variantă a sistemului (0, $\alpha$, $\beta$) expuse în capitolul 6).

Transformarea din coordonatele fazelor sistemului trifazat în sistemul de coordonate (o, $d$, $q$) poate fi avantajoasă numai pentru studiul regimurilor simetrice de funcționare ale mașinilor sincrone interconectate. Pentru nesimetrii simple ale unei singure faze, matrica rezistențelor sau conductanțelor (diagonală în coordonatele fazelor) are o expresie complicată în coordonatele (o, $d$, $q$).

Ecuațiile de tensiuni corespunzătoare fazelor cu inductivități dinamice pentru mașina sincronă cu rotor nesimetric au operatorul impedanțelor antisimetric, iar diagonalizarea sa în coordonatele direcțiilor proprii se efectuează cu relații în care intervine gradul de nesimetrie particulară al rotorului mașinii respective și de aceea se preferă analiza mai simplă a operatorului derivatei de flux $\|D\|=\begin{Vmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & \omega \\ 0 & -\omega & p \end{Vmatrix}$,

### 3. COORDONATELE DIRECȚIILOR PROPRII OPERATORULUI DERIVATEI DE FLUX. SISTEME (o, $f$, $b$) și (0, +, −)

În anexa 2 s-a dedus matricea modală generală a transformării de coordonate $\|M\|=\begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & j & -j \end{Vmatrix}\begin{Vmatrix} k_0 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & k_2 \end{Vmatrix}$, necesară exprimării în forma

diagonală a operatorului derivatei de flux

$$\|D'\| = \|M\|^{-1}\,\|D\|\,\|M\| = \begin{Vmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p+j\omega & 0 \\ 0 & 0 & p-j\omega \end{Vmatrix}.$$

În schimb, în noul sistem de coordonate, denumit sistem (o, $f$, $b$) [19], matricea inductivităţilor diagonală în sistemul (o, $d$, $q$) conţine inductivităţi mutuale (cauzate de nesimetria rotorului) :

$$\|L'\| = \begin{Vmatrix} L_0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{L_d+L_q}{2} & \dfrac{L_d-L_q}{2} \\ 0 & \dfrac{L_d-L_q}{2} & \dfrac{L_d+L_q}{2} \end{Vmatrix} \equiv \begin{Vmatrix} L_0 & 0 & 0 \\ 0 & L_\Sigma & L_\Delta \\ 0 & L_\Delta & L_\Sigma \end{Vmatrix}.$$

Deoarece la studiul regimurilor maşinii sincrone ca element al sistemului energetic interesează mai ales ecuaţiile de tensiuni şi curenţi care au formă mai simplă în sistemul de coordonate (o, $f$, $b$) decît în sistemul (o, $d$, $q$), forma nediagonală a matricei inductivităţilor maşinii sincrone poate constitui un dezavantaj neesenţial al coordonatelor (o, $f$, $b$).

Matricea modală a transformării de coordonate în spaţiul vectorilor proprii operatorului derivatei de flux are ca elemente numere complexe. Dacă se foloseşte aceeaşi expresie a puterii (sau energiei) ca în cazul transformărilor cu matrice modale reale, $p = \|u\|_t\,\|i\| = \|i\|_t\,\|u\| = \|u'\|_t\,\|M_u\|_t\,\|M_i\|\,\|i'\|$, în noul sistem de coordonate puterea nu se mai exprimă ca sumă a unor puteri corespunzătoare aceloraşi coordonate de tensiune şi de curent. Matricea-produs

$$\|M_u\|_t\,\|M_i\| = \begin{Vmatrix} k_{u1}k_{i1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2k_{u2}k_{i3} \\ 0 & 2k_{u3}k_{i2} & 0 \end{Vmatrix}$$

nu mai este diagonală şi de aceea conservarea puterii şi energiei va fi denumită conservare „necoerentă" sau „nediagonală" :

$$p = k_{u1}k_{i1}u_0 i_0 + 2k_{u2}k_{i3}u_f i_b + 2k_{u3}k_{i2}u_b i_f .$$

Pentru coeficienţii de scară reali ai vectorilor proprii, coordonatele $f$ şi $b$ sînt complex conjugate şi, dacă substituim în expresia anterioară necoerentă a puterii, mărimile $i_f = i_b^*$, $i_b = i_f^*$ şi $i_0 = i_0^*$ obţinem o expresie coerentă $p = k_{u1}k_{i1}u_0 i_0^* + 2k_{u2}k_{i3}u_b i_b^* + 2k_{u3}k_{i2}u_f i_f^*$. La o expresie asemănătoare vom ajunge dacă folosim pentru putere expresia echivalentă $p = \|u\|_t\,\|i\|^* = \|u'\|_t\,\|M_u\|_t\,\|M_i\|^*\,\|i'\|^*$. În acest caz, matricea produs $\|M_u\|_t\,\|M_i\|^* = \begin{Vmatrix} k_{u1}k_{i1}^* & 0 & 0 \\ 0 & 2k_{u2}k_{i2}^* & 0 \\ 0 & 0 & 2k_{u3}k_{i3}^* \end{Vmatrix}$ este diago-

nală şi conservarea puterii va fi coerentă :

$$p = k_{u1}k_{i1}u_0i_0^* + 2k_{u2}k_{i2}u_fi_f^* + 2k_{u3}k_{i3}u_bi_b^*.$$

Expresia coerentă a puterii instantanee din coordonate cu matrice modale complexe este similară cu cea a puterii aparente complexă folosită la studiul regimurilor sinusoidale (pentru reprezentarea în complex simplificat) ale reţelelor electrice.

Dacă se aleg coeficienţii de scară astfel încît produsul $\|M_u\|_t \|M_i\|^* = \|1\|$ (matricea-unitate), transformarea modală se poate reprezenta cu ajutorul a două scheme echivalente (serie şi paralel) de cuplaj prin transformatoare ideale a schemelor reţelelor din coordonatele respective (vezi cap. 6). Rapoartele de transformare fiind numere complexe, transformatoarele sînt „rotitoare", dar fictive în cazul general cînd tensiunile şi curenţii sînt funcţii oarecare de timp. Schemele echivalente pot fi deci utile în acest caz numai ca scheme de reprezentare sugestivă a ecuaţiilor.

Din relaţiile între coordonatele fazelor şi noile coordonate (anexa 2) se remarcă utilitatea definirii unor noi mărimi de forma $u^+ = u_f\varepsilon^{j\theta}$ şi $u^- = u_b\varepsilon^{-j\theta}$, rezultate deci prin simple rotaţii ale mărimilor sistemului $(f, b)$, care se exprimă în funcţie de valorile instantanee ale mărimilor referitoare la faze cu aceeaşi matrice de transformare ca şi matricea clasică a componentelor simetrice.

Matricea inductanţelor în coordonatele mărimilor $\psi^+ = \psi_f\varepsilon^{j\theta}$, $\psi^- = \psi_b\varepsilon^{-j\theta}$, respectiv $i^+ = i_f\varepsilon^{j\theta}$, $i^- = i_b\varepsilon^{-j\theta}$, care au fost denumite vectori reprezentativi rezultanţi [18], deoarece se exprimă ca sumă a vectorilor reprezentativi ai componentelor simetrice de succesiune directă şi inversă, este aceeaşi ca şi cea din cazul sistemului $(f, b)$, datorită proporţionalităţii coordonatelor, deci mai complicată ca cea din sistemul $(d, q)$. În schimb, matricea operatorului derivatei de flux se simplifică conţinînd numai componente de pulsaţie (noul sistem de coordonate este olonom ca şi cel al fazelor) :

$$\begin{Vmatrix} u_0 \\ u^+ \\ u^- \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \psi_0 \\ \psi^+ \\ \psi^- \end{Vmatrix}.$$

Matricea diagonală (scalară) a impedanţelor operaţionale ale unei reţele electrice pasive simetrice îşi păstrează în sistemul coordonatelor $(+, -)$ forma simplă iniţială din coordonatele fazelor, deoarece matricea modală a transformării are rolul unui factor faţă de operatorul scalar al impedanţelor.

În sistemul $(o, d, q)$, acelaşi operator are o matrice nediagonală [20]. Prin urmare, sistemul $(0, +, -)$ prezintă avantaje în comparaţie cu sistemul $(o, d, q)$ la studiul regimurilor simetrice ale sistemului electroenergetic.

Pentru studiul regimurilor nesimetrice, relaţiile dintre coordonatele sistemului $(0, +, -)$ şi cele ale fazelor sînt identice cu cele ale coordonatelor simetrice, ceea ce constituie un avantaj suplimentar.

Dar sistemul de coordonate $(0, +, -)$ denumit [21], prin analogie cu sistemul Stokvis-Fortescue, sistem de coordonate simetrice, este spe-

cific direcţiilor proprii operatorilor ale căror matrice posedă simetrie ciclică a elementelor (cazul inductanţelor dinamice ale maşinii asincrone trifazate cu rotor simetric).

### 4. COORDONATELE DIRECŢIILOR PROPRII OPERATORULUI INDUCTANŢELOR DINAMICE ALE MAŞINII ASINCRONE (OPERATOR CU SIMETRIE CICLICĂ). SISTEME (0, +, −)

La o maşină asincronă trifazată, relaţiile dintre fluxurile magnetice şi curenţii fazelor sînt date de ecuaţii [22] de forma următoare :

Indicii laterali $a$, $b$, $c$ se referă la faze, iar cei numerici 1 şi 2 se referă la statorul, respectiv la rotorul maşinii.

În matricea inductivităţilor dinamice intervin submatrice cu simetrie ciclică de forma următoare :

$$\begin{Vmatrix} A & B & C \\ C & A & B \\ B & C & A \end{Vmatrix}.$$

În anexa 3 s-a dedus matricea modală generală a transformării de coordonate (necesară exprimării în formă diagonală a matricei operatorului inductanţelor dinamice) :

$$\| M \| = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{Vmatrix}.$$

Ultimii doi vectori proprii, corespunzători celor două valori proprii complex conjugate, sînt şi ei complex conjugaţi (dacă parametrii de scară $k_2$ şi $k_3$ sînt numere reale) ca şi vectorii proprii corespunzători din sistemul $(o, f, b)$ şi deci sînt simetrici faţă de axa reală. Această simetrie ar justifica denumirea de coordonate simetrice. Deoarece sistemul $(o, f, b)$ posedă aceeaşi proprietate de simetrie şi mai există simetrii de altă natură pe care o pot avea şi alte sisteme de coordonate care n-ar mai putea fi denumite atunci simetrice, considerăm mai specifică o altă denumire, ca, de exemplu, sistem (0, +, −), aşa cum s-a arătat din alte motive într-o lucrare anterioară [23].

Sistemul de coordonate (0, +, −) realizează diagonalizarea operatorului cu simetrie ciclică de tipul celui menționat anterior sub forma explicită următoare :

$$\left\| \begin{matrix} \frac{k_{i1}}{k_{\psi 1}}(A+B+C) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{i2}}{k_{\psi 2}}(A+a^2B+aC) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{i3}}{k_{\psi 3}}(A+aB+a^2C) \end{matrix} \right\|.$$

Considerațiile anterioare referitoare la expresia energiei sau a puterii electromagnetice din sistemul de coordonate $(o, f, b)$, precum și cele referitoare la reprezentarea transformărilor modale de la coordonatele fazelor la noile coordonate și reciproc, se extind similar și pentru sistemul (0, +, −).

## 5. COORDONATELE DIRECȚIILOR PROPRII OPERATORILOR CU ELEMENTE SIMETRICE EGALE. SISTEME (o,α,β)

În matricea inductivităților dinamice ale mașinii asincrone sînt și submatrice simetrice cu termeni reciproci egali, de forma

$$\left\| \begin{matrix} A & B & B \\ B & A & B \\ B & B & A \end{matrix} \right\|.$$

Matrice de aceeași formă se evidențiază și în ecuațiile de tensiuni ale liniei trifazate simetrice sau simetrizată prin transpoziție, precum și la transformatorul electric trifazat.

Valorile proprii ale operatorului pot rezulta prin particularizarea celor din cazul anterior mai general (la care se ia $C = B$) și sînt următoarele : $\lambda_1 = A + 2B$; $\lambda_2 = \lambda_3 = A - B$.

Vectorii proprii corespunzători determină matricea modală generală de forma

$$\| M \| = \left\| \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \beta \\ 1 & -(1+\alpha) & -(1+\beta) \end{matrix} \right\| \left\| \begin{matrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{matrix} \right\| \equiv \| M_1 \| \| k \|.$$

S-au notat prin $\alpha$ și $\beta$ parametrii ce se determină impunînd condiții particulare.

Deoarece valorile proprii $\lambda_2$ și $\lambda_3$ nu sînt distincte ($\lambda_2 = \lambda_3$), vectorii proprii corespunzători nu sînt în general ortogonali, dar pot fi ortogonalizați prin impunerea unei relații corespunzătoare parametrilor $\alpha$ și $\beta$.

Se consideră mai întîi cazul general cînd matricea de transformare a tensiunilor $\|M_u\| = \|M_1\| \| k_u \|$ diferă de cea a curenților $\|M_i\| = \|M_1\| \|k_i\|$ prin factorii de scară diferiți. Oricare ar fi valorile coeficienților de scară ai vectorilor proprii, matricea impedanțelor $\| Z \|$ cu termeni simetrici egali va avea forma diagonală în coordonatele vectorilor proprii

$$\| M_u \|^{-1} \| Z \| \| M_i \| = \| k_u \|^{-1} \| M_1 \|^{-1} \| Z \| \| M_1 \| \| k_i \| = \| k_u \|^{-1} \| Z' \| \| k_i \|.$$

Matricele $\|Z'\| = \|M\|^{-1} \|Z\| \|M\|$, $\|k_u\|^{-1}$ și $\|k_i\|^{-1}$ sînt diagonale și deci produsul lor va fi de asemenea o matrice diagonală.

În anexa 4 se determină relațiile generale dintre parametrii matricelor modale de transformare impunînd criteriile conservării puterii și posibilității reproducerii regimurilor de nesimetrie a rețelei trifazate prin interconexiuni cu transformatoare ideale ale rețelelor simetrice componente.

Deoarece în literatura tehnică au apărut numeroase variante ale sistemului (0, α, β) de coordonate, iar în prezenta lucrare se mai evidențiază și alte variante, se impune o clasificare a acestora. Un criteriu de clasificare îl constituie numărul de elemente nule ale matricelor de transformare. Istoric deosebim : sisteme cu un element nul (Clarke, Kimbark, Concordia, Boyajian, Koga, Rama Rao) fără elemente nule (Raymond) și cu două elemente nule (Uram și Miller). Primele două clase aparțin sistemelor cu vectori proprii ortogonali (puterea se conservă ca sumă a puterilor componente), iar ultima clasă aparține sistemelor cu vectori proprii corespunzători aceloraşi valori proprii neortogonali (puterea nu se conservă exclusiv ca sumă a puterilor componente).

## 6. SCHEME ECHIVALENTE DE STUDIUL NESIMETRIILOR REȚELELOR TRIFAZATE ÎNTR-O NOUĂ VARIANTĂ A SISTEMULUI DE COORDONATE (o,α,β)

Folosirea componentelor simetrice pentru calculul nesimetriilor rețelelor trifazate este o metodă clasică ce se impune în condițiile inegalității impedanțelor de succesiune directă cu cele de succesiune inversă. Analiza nesimetriilor multiple și a regimurilor tranzitorii cu ajutorul modelelor de rețea în curent alternativ întîmpină dificultăți [24]. De aceea, în studiul pe modele sau prin calcul al regimurilor tranzitorii nesimetrice, cînd impedanțele directe sînt egale cu cele inverse, apare avantajos sistemul coordonatelor (o , α, β).

Sînt cunoscute schemele echivalente de interconexiune a rețelelor componente corespunzătoare sistemului (o, α, β) în varianta lui Clarke sau în varianta normată pentru diverse nesimetrii [25]. Recent au fost elaborate scheme echivalente de interconexiune cu transformatoare ideale ale rețelelor componente în sistemul R.S.T. de coordonate (varianta Rama Rao a sistemului o, α, β) pentru circa 30 de nesimetrii duble particulare ale liniei trifazate de interconexiune [17].

În cele ce urmează se deduc două scheme echivalente generale de interconexiune cu transformatoare ideale ale rețelelor componente într-o variantă nouă a sistemului (o, α, β) de coordonate. Aceste scheme generale tipice permit analiza prin particularizare a oricărei nesimetrii simple. Prin folosirea lor simultană este ușurată analiza prin calcul și posibil studiul pe modele al tuturor nesimetriilor multiple.

Pentru sisteme de coordonate normate [25] sînt cunoscute scheme echivalente generale de interconexiune prin transformatoare ideale cu rapoarte de transformare iraționale.

Dacă se folosesc însă matrice de transformare diferite pentru tensiuni de cele pentru curenți în condiția conservării scalare a puterii, rapoartele de transformare pot fi numere raționale. Este comodă pentru

calcule și modelare evidențierea a cît mai multe rapoarte de transformare de valoare-unitate.

În literatura tehnică [2], [26], [27] au existat și preocupări orientate mai ales spre calea obținerii unor multipoli echivalenți pentru rețelele de nesimetrie ale fazelor în coordonatele transformate ale rețelelor de secvență. Acești multipoli interconectează direct rețelele simetrice de secvență.

Schemele de interconexiune a subrețelelor componente prin intermediul transformatoarelor cu rețelele de nesimetrie ale fazelor sînt mai generale, permițînd și studiul nesimetriilor multiple (cînd interconexiunea directă poate conduce la erori). Prin suprimarea unor transformatoare de interconexiune a subrețelelor se obține interconexiunea directă cu rețeaua de nesimetrie și deci se rezolvă implicit problema multipolului echivalent.

Nesimetriile locale care apar la elementele unui sistem electroenergetic se pot reprezenta în formă generală ca în schema din figura 1. Părțile

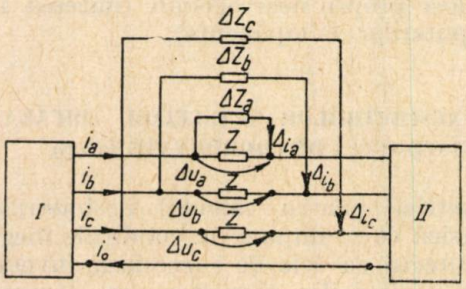



Fig. 1. — Nesimetrie locală a unui element trifazat.

laterale ale schemei notate pe figură cu cifre romane reprezintă elemente echivalente ale rețelei simetrice care pot fi descompuse în noile coordonate (o, α, β) în componente independente.

Prin particularizarea valorilor impedanțelor operaționale ale elementului de nesimetrie $Z$, $\Delta Z_a$, $\Delta Z_b$, $\Delta Z_c$ și ale unei scheme laterale (I sau II) rezultă nesimetrii particulare clasice ca întreruperi de faze sau scurtcircuite.

Pentru obținerea schemelor generale de interconexiune prin transformatoare ideale a rețelelor componente vom folosi următoarele matrice de transformare ortogonale :

$$\| M_i \| = \frac{1}{2} \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{Vmatrix} \quad \text{și} \quad \| M_u \| = \frac{2}{3} \begin{Vmatrix} 1 & 1/2 & 3/2 \\ 1 & 1/2 & -3/2 \\ 1 & -1 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Ecuațiile de transformare a căderilor de tensiune și de transformare inversă a variațiilor de curent

$$\frac{3}{2} \begin{Vmatrix} \Delta u_a \\ \Delta u_b \\ \Delta u_c \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 1/2 & 3/2 \\ 1 & 1/2 & -3/2 \\ 1 & -1 & 0 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \Delta u_0 \\ \Delta u_\alpha \\ \Delta u_\beta \end{Vmatrix}, \quad \begin{Vmatrix} \Delta i_0 \\ \Delta i_\alpha \\ \Delta i_\beta \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & -1 \\ 3/2 & -3/2 & 0 \end{Vmatrix} \cdot 2/3 \begin{Vmatrix} \Delta i_a \\ \Delta i_b \\ \Delta i_c \end{Vmatrix},$$

corespund schemei de conexiune serie a rețelelor componente din figura 2.

Ecuațiile de transformare a variațiilor de curent și de transformare inversă a căderilor de tensiune,

$$2\begin{Vmatrix}\Delta i_a\\ \Delta i_b\\ \Delta i_c\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & -1\\ 1 & -2 & 0\end{Vmatrix}\begin{Vmatrix}\Delta i_0\\ \Delta i_\alpha\\ \Delta i_\beta\end{Vmatrix},\qquad \begin{Vmatrix}\Delta u_0\\ \Delta u_\alpha\\ \Delta u_\beta\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & -2\\ 1 & -1 & 0\end{Vmatrix}1/2\begin{Vmatrix}\Delta u_a\\ \Delta u_b\\ \Delta u_c\end{Vmatrix},$$

corespund schemei de conexiune derivație a rețelelor componente din figura 3.

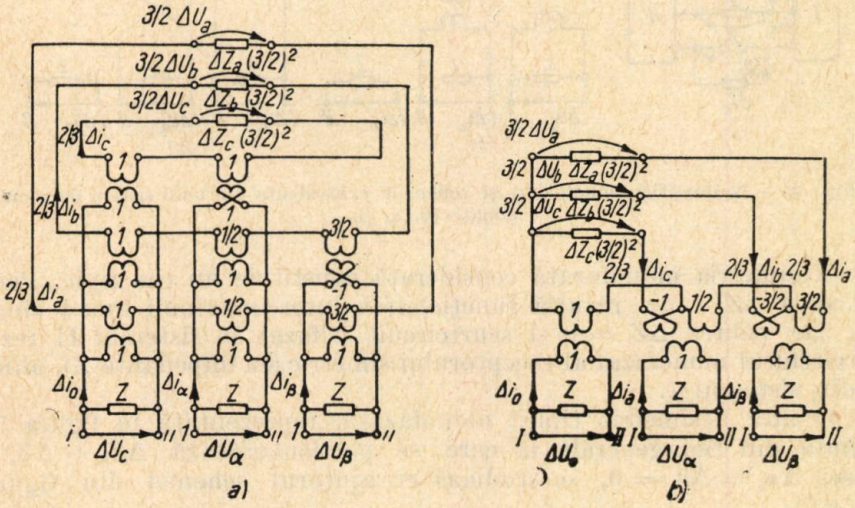



Fig. 2. — *a*) Schema echivalentă cu conexiune serie prin transformatoare ideale a rețelelor componente. *b*) Schema simplificată cu autotransformatoare.

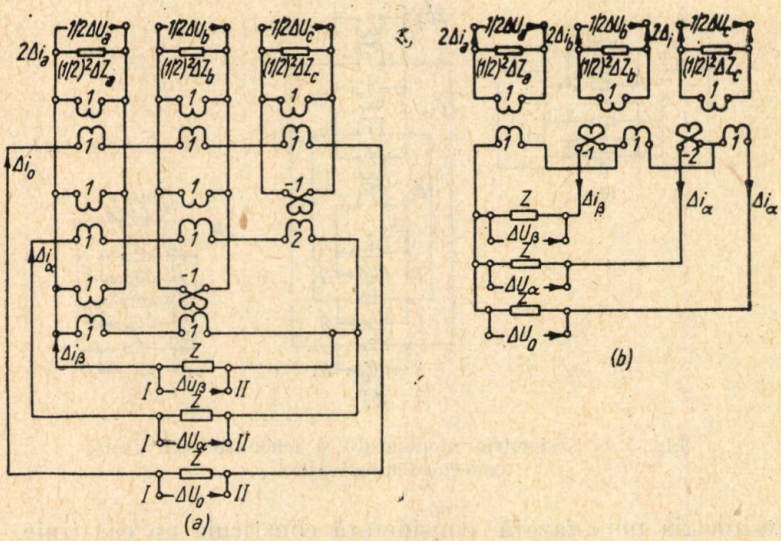



Fig 3. — *a*) Schema echivalentă cu conexiune derivație prin transformatoare ideale a rețelelor componente. *b*) Schema simplificată cu autotransformatoare.

Pe baza celor două scheme generale, pentru o nesimetrie dată se pot alege cu uşurinţă fazele reţelei care conduc la schema echivalentă cea mai simplă. De exemplu, nesimetria reprezentată în figura 4 *a*, obţinută din cea generală la care se particularizează $\Delta Z_a = \Delta Z_b = \infty$ şi deci $\Delta i_a = \Delta i_b = 0$, se studiază cu schemele din figura 4 *b* şi *c*.

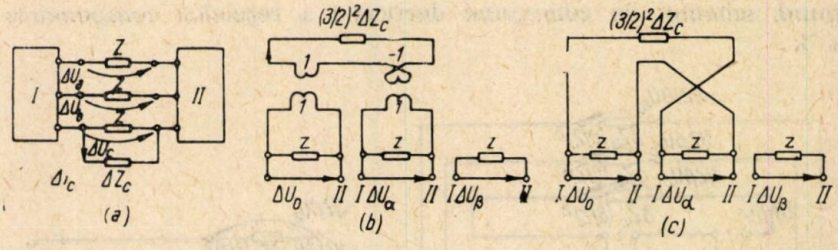



Fig. 4. — Nesimetria monofazată şi schemele echivalente din noul sistem de coordonate (0, α, β).

Nesimetria monofazată considerată constituie un caz tipic. Pentru $Z = \infty$ şi $\Delta Z_c = \infty$ rezultă funcţionarea interconexiunii într-o singură fază, iar pentru $\Delta Z_c = 0$ şi scurtcircuit trifazat în sistemul II rezultă scurtcircuitul monofazat al receptorului simetric (cu impedanţe Z), alimentat din sistemul I.

O altă nesimetrie tipică monofazată, reprezentată în figura 5 *a*, obţinută din cea generală la care se particularizează $\Delta Z_b = \Delta Z_c = 0$ şi deci $\Delta u_b = \Delta u_c = 0$, se studiază cu ajutorul schemei din figura 5 *b*, şi *c*.

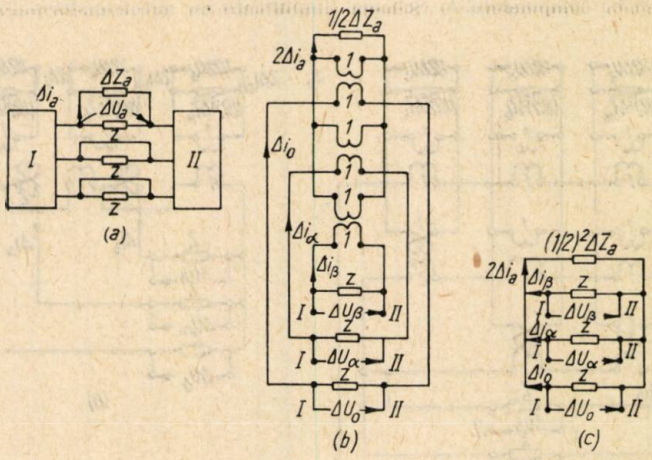



Fig. 5. — Nesimetria monofazată şi schemele echivalente conectate în derivaţie.

Nesimetria monofazată considerată constituie un caz tipic. Pentru $\Delta Z_a = Z = \infty$ rezultă funcţionarea interconexiunii în două faze, iar pentru $\Delta Z_a = \infty$ şi scurtcircuite trifazate în sistemul II rezultă scurtcircuit

trifazat al receptorului simetric (cu impedanţe Z) alimentat din sistemul I. Pentru nesimetriile multiple se pot folosi schemele generale de interconexiune a reţelelor simetrice prin transformatoare ideale, aplicate la fiecare reţea locală de nesimetrie. Eliminarea unor transformatoare cu raport de transformare unitate permite interconectarea directă şi corectă a subreţelelor corespunzătoare.

## 7. CONCLUZII

1. Avantajul esenţial al unor noi sisteme de coordonate decurge, pe baza teoriei modale (spectrale) a operatorilor, din forma diagonală a matricei operatorului algebric asociat ecuaţiilor de stare ale unui element al sistemului electroenergetic.

2. Evidenţierea unor factori de scară ai vectorilor proprii permite alegerea matricelor modale de transformare diferite pentru tensiuni faţă de cele ale curenţilor. În acest fel este posibilă obţinerea unor scheme echivalente cuplate prin transformatoare ideale cu rapoarte de transformare raţionale, care modelează transformarea de coordonate.

3. Cele două scheme echivalente generale cu transformatoare de cuplaj (serie şi paralel) permit analiza nesimetriilor tipice simple sau multiple din diverse cazuri concrete de funcţionare a sistemului electroenergetic trifazat.

4. Felul conservării puterii, coerentă (unitară, scalară, diagonală) sau necoerentă (nediagonală), este practic un criteriu secundar de analiză a proprietăţilor transformărilor de coordonate.

5. Sisteme practice cunoscute, precum şi noi sisteme de coordonate, se obţin în mod unitar pe baza teoriei spectrale (modale) a operatorilor.

## *ANEXA 1*

Matricea inductivităţilor dinamice ale maşinii sincrone este simetrică şi are forma următoare :

$$\|L\| = \begin{Vmatrix} L_0 + A & -M_0 + B & -M_0 + C \\ -M_0 + B & L_0 + C & -M_0 + A \\ -M_0 + C & -M_0 + A & L_0 + B \end{Vmatrix},$$

unde s-a notat

$$A = M_2 \cos 2\theta,\ B = M_2 \cos(2\theta - \rho),\ C = M_2 \cos(2\theta + \rho).$$

Ecuaţia caracteristică a operatorului inductanţelor dinamice rezultă din anularea determinantului matricei $\|L\| - \|\lambda\|$, unde $\|\lambda\|$ este matricea diagonală scalară a valorilor proprii.

Printr-un calcul simplu rezultă ecuaţia

$$(\lambda - L_0 + 2M)\,[\lambda^2 - 2(L_0 + M_0)\,\lambda + (L_0 + M_0)^2 + AB + BC + CA - (A^2 + B^2 + C^2)] = 0,$$

ale cărei rădăcini (valorile proprii ale operatorului inductivităților dinamice) sînt următoarele :

$$\lambda_1 = L_0 - 2M_0\,;\ \lambda_2 = L_0 + M_0 + \frac{3}{2}M_2\,;\ \lambda_3 = L_0 + M_0 - \frac{3}{2}M_2\,.$$

Vectorii proprii se determină prin rezolvarea sistemului de ecuații omogen obținut după substituirea fiecărei valori proprii.

Pentru $\lambda_1 = L_0 - 2M_0$ rezultă sistemul omogen

$$\begin{Vmatrix} A + 2M_0 & B - M_0 & C - M_0 \\ B - M_0 & C + 2M_0 & A - M_0 \\ C - M_0 & A - M_0 & B + 2M_0 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} X'_a \\ X'_b \\ X'_c \end{Vmatrix} = 0\,;$$

Rădăcinile acestui sistem satisfac relația $X'_a = X'_b = X'_c$ și deci vectorul propriu corespunzător este $k_1 \begin{Vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Vmatrix}$, unde $k_1$ este o constantă arbitrară (parametru).

Pentru $\lambda_{2,3} = L_0 + M_0 \pm \frac{3}{2}M_2$ rezultă sistemele omogene

$$\begin{Vmatrix} A - M_0 \mp \frac{3}{2}M_2 & B - M_0 & C - M_0 \\ B - M_0 & C - M_0 \mp \frac{3}{2}M_2 & A - M_0 \\ C - M_0 & A - M_0 & B - M_0 \mp \frac{3}{2}M_2 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} X''_a \cdot''' \\ X''_b \cdot''' \\ X''_c \cdot''' \end{Vmatrix} = 0.$$

Rădăcinile acestor sisteme de ecuații satisfac relațiile

$$X''_a : X''_b : X''_c = \cos 2\theta + 1 : \cos(2\theta - \rho) - \frac{1}{2} : \cos(2\theta + \rho) - \frac{1}{2},$$

respectiv

$$X'''_a : X'''_b : X'''_c = \cos 2\theta - 1 : \cos(2\theta - \rho) + \frac{1}{2} : \cos(2\theta + \rho) + \frac{1}{2}.$$

Dacă se transformă suma a cîte două funcții trigonometrice în produsul funcțiilor corespunzătoare conform identităților

$$\cos(2\theta \mp \rho) + \cos\rho \equiv 2\cos(\theta \mp \rho)\cos\theta\,;$$
$$\cos(2\rho \mp \rho) - \cos\rho \equiv -2\sin(\theta \mp \rho)\sin\theta,$$

rezultă următorii vectori proprii corespunzători valorilor proprii

$$\lambda_2 \text{ și } \lambda_3 : k_2 \begin{Vmatrix} \cos\theta \\ \cos(\theta - \rho) \\ \cos(\theta + \rho) \end{Vmatrix}, k_3 \begin{Vmatrix} \sin\theta \\ \sin(\theta - \rho) \\ \sin(\theta + \rho) \end{Vmatrix}.$$

Ca și anterior, $k_2$ și $k_3$ sînt constante arbitrare. În consecință, matricea modală generală a transformării de coordonate alcătuită din vectori proprii operatorului va fi următoarea :

$$\| M \| = \begin{Vmatrix} 1 & \cos\theta & \sin\theta \\ 1 & \cos(\theta - \rho) & \sin(\theta - \rho) \\ 1 & \cos(\theta + \rho) & \sin(\theta + \rho) \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{Vmatrix} \equiv \| M_1 \| \cdot \| k \|,$$

$$\| M \|^{-1} = \begin{Vmatrix} 1/k_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/k_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/k_3 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \cos\theta & \cos(\theta - \rho) & \cos(\theta + \rho) \\ \sin\theta & \sin(\theta - \rho) & \sin(\theta + \rho) \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 2/3 \end{Vmatrix} \cdot$$

*ANEXA 2*

Operatorul derivatei fluxurilor care intervine în expresia tensiunilor

$$\begin{Vmatrix} U_d \\ U_q \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} p & \omega \\ -\omega & p \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{Vmatrix},$$

cu componentele sale de pulsație și rotație, poate fi ușor adusă la forma diagonală printr-o nouă transformare a coordonatelor. Valorile proprii ale acestui operator sînt $\lambda_{1,2} = p \pm j\omega$, iar direcțiile proprii corespunzătoare sînt de forma $k_1 \begin{Vmatrix} 1 \\ j \end{Vmatrix}$ și $k_2 \begin{Vmatrix} -1 \\ j \end{Vmatrix}$.

Parametrii $k_1$ și $k_2$ pot fi în general numere reale sau complexe. Matricea modală a transformării la forma diagonală a operatorului rezultă

$$\| M \| = \begin{Vmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{Vmatrix}.$$

Condiția de normare pentru ca transformarea să fie unitară este $\| M \| \| M \|_t^* = \| 1 \|$ și conduce la ecuațiile de egalitate a pătratelor modulelor parametrilor, $k_1 k_1^* = k_2 k_2^*$, și la o valoare-unitate a sumei pătratelor modulelor, $k_1 k_1^* + k_2 k_2^* = 1$. O matrice modală normată se determină dacă se ia, de exemplu, $k_1 = 1/\sqrt{2}$ și $k_2 = j/\sqrt{2}$ sau, respectiv, $k_1 = -j/\sqrt{2}$ și $k_2 = 1/\sqrt{2}$.

Este mai interesant cel de-al doilea caz, cînd, deși matricea modală a transformării este nesimetrică, $\| M \| = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{Vmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{Vmatrix}$, operatorul inductivităților rezultă real și simetric :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{Vmatrix} 1 & -j \\ 1 & j \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{Vmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{Vmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \frac{L_d + L_q}{2} & \frac{L_d - L_q}{2} \\ \frac{L_d - L_q}{2} & \frac{L_d + L_q}{2} \end{Vmatrix} \equiv \begin{Vmatrix} L_\Sigma & L_\Delta \\ L_\Delta & L_\Sigma \end{Vmatrix}.$$

S-a notat prin $L_\Sigma$ semisuma inductivităților principale ale mașinii sincrone $L_\Sigma = \frac{L_d + L_q}{2}$, iar prin $L_\Delta$ semidiferența lor $L_\Delta = \frac{L_d - L_q}{2}$.

Noile coordonate corespund celor notate [19] cu indicii 0 (zero), *f* (*forward*), respectiv *b* (*backward*), și sînt legate de cele ale sistemului $(0, d, q)$ prin relațiile

$$\begin{Vmatrix} \psi_0 \\ \psi_d \\ \psi_q \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 0 & j/\sqrt{2} & -j/\sqrt{2} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_b \end{Vmatrix}, \quad \begin{Vmatrix} \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_b \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -j/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & j/\sqrt{2} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \psi_0 \\ \psi_d \\ \psi_q \end{Vmatrix}.$$

Ecuațiile de tensiuni se exprimă într-o formă mai simplă în noile coordonate, operatorul derivatei de flux fiind diagonal:

$$\begin{Vmatrix} u_0 \\ u_f \\ u_b \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p+j\omega & 0 \\ 0 & 0 & p-j\omega \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_b \end{Vmatrix}.$$

Matricea transformărilor directe de la coordonatele fazelor la sistemul $(f, b, 0)$ rezultă

$$\begin{Vmatrix} u_0 \\ u_b \\ u_c \end{Vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{Vmatrix} 1 & \varepsilon^{j\theta} & \varepsilon^{-j\theta} \\ 1 & a^2\varepsilon^{j\theta} & a\varepsilon^{-j\theta} \\ 1 & a\varepsilon^{j\theta} & a^2\varepsilon^{-j\theta} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} u_0 \\ u_f \\ u_b \end{Vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} u_0 \\ u_f\varepsilon^{j\theta} \\ u_b\varepsilon^{-j\theta} \end{Vmatrix}.$$

S-a notat prin $a = \varepsilon^{j\rho}$ și $a^2 = \varepsilon^{-j\rho}$ operatorii de rotație cu $+120°$, respectiv $-120°$, caracteristici sistemelor trifazate.

S-a evidențiat pentru ușurința calculelor matricea specifică transformărilor de coordonate simetrice (Stokvis-Fortescue).

Transformarea inversă se deduce acum mai ușor și este:

$$\begin{Vmatrix} u_0 \\ u_f\varepsilon^{j\theta} \\ u_b\varepsilon^{-j\theta} \end{Vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{Vmatrix}.$$

*ANEXA 3*

Ecuația caracteristică a operatorului cu simetrie ciclică

$$\lambda^3 - 3A\lambda^2 + 2(A^2 - B^2)\lambda - A^3 - B^3 - C^3 + 3ABC = 0$$

are ca rădăcini

$$\lambda_1 = A + B + C, \quad \lambda_2 = A + a^2B + aC \quad \text{și} \quad \lambda_3 = A + aB + a^2C.$$

Vectorii proprii corespunzători sînt

$$k_1 \begin{Vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Vmatrix}, \quad k_2 \begin{Vmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{Vmatrix}, \quad k_3 \begin{Vmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{Vmatrix}.$$

S-a notat prin $k_1$, $k_2$ și $k_3$ constantele arbitrare de scară ale vectorilor proprii.

Prin urmare, matricea modală a transformării va fi de forma

$$\| M \| = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{Vmatrix}.$$

*ANEXA 4*

Un criteriu de determinare a diverselor transformări de coordonate este cel al felului conservării puterii instantanee ca produs scalar al vectorilor tensiune şi curent : $p = \| u \|_t \| i \| = \| u' \|_t \| M_u \|_t \| M_i \| \| i' \|$.

De aceea vom impune restricţii corespunzătoare termenilor produsului matriceal $\| M_u \|_t \| M_i \|$ :

$$\begin{Vmatrix} 3k_{u1}k_{i1} : & 0 & 0 \\ 0 & 2k_{u2}k_{i2}(1+\alpha+\alpha^2) & k_{u2}k_{i3}[1+\alpha\beta+(1+\alpha)(1]+\beta) \\ 0 & k_{u3}k_{i2}[1+\alpha\beta+(1+\alpha)(1+\beta)] & 2k_{u3}k_{i3}(1+\beta+\beta^2) \end{Vmatrix} \cdot$$

Pentru ca matricea $\| M_u \|_t \| M_i \|$ să fie diagonală, trebuie satisfăcută relaţia $1 + \alpha\beta + (1 + \alpha)(1 + \beta) = 0$ de ortogonalitate a vectorilor proprii ataşaţi valorilor proprii nedistincte.

Un alt criteriu de analiză al transformărilor de coordonate este posibilitatea de realizare a unor interconexiuni prin transformatoare ideale între schemele echivalente din coordonatele fazelor şi noile coordonate. Condiţia suficientă impusă matricelor de transformare este aceeaşi ca cea corespunzătoare conservării scalare a puterilor instantanee, adică produsul $\| M_u \|_t \| M_i \|$ să fie o matrice scalară (diagonală cu termeni egali). De aceea vom egala termenii diagonali („coeficienţii puterilor") $3k_{u1}k_{i1} = 2k_{u2}k_{i2}(1 + \alpha + \alpha^2) = 2k_{u3}k_{i3}(1 + \beta + \beta^2)$. Rezultă din aceste două egalităţi expresiile compatibile ale factorilor $\alpha$ şi $\beta$ (semnele radicalilor trebuie să alterneze) ca funcţii de parametri de scară ai vectorilor proprii :

$$\alpha = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{2\frac{k_{u1}k_{i1}}{k_{u2}k_{i2}} - 1}; \quad \beta = -\frac{1}{2} \mp \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{2\frac{k_{u1}k_{i1}}{k_{u3}k_{i3}} - 1}.$$

Din condiţia de anulare a termenilor nediagonali, prin substituţia lui $\alpha$ şi $\beta$ rezultă relaţia $2k_{u1}k_{i1} = k_{u2}k_{i2} + k_{u3}k_{i3}$. Cu aceasta, $\alpha$ şi $\beta$ au expresiile următoare :

$$\alpha = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\frac{k_{u3}k_{i3}}{k_{u2}k_{i2}}}, \quad \beta = -\frac{1}{2} \mp \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\frac{k_{u2}k_{i2}}{k_{u3}k_{i3}}}.$$

Deoarece în relaţiile anterioare intervin grupuri de termeni, vom folosi notaţiile $k_{u1}k_{i1} = k_{ui.1}$, $k_{u2}k_{i2} = k_{ui.2}$, $k_{u3}k_{i3} = k_{ui.3}$. Cele trei ecuaţii se exprimă acum în forma mai simplă

$$2k_{ui.1} = k_{ui.2} + k_{ui.3},$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\frac{k_{ui.3}}{k_{ui.2}}}, \quad \beta = -\frac{1}{2} \mp \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\frac{k_{ui\ 2}}{k_{ui\ 3}}}.$$

Pentru determinarea tuturor parametrilor mai sînt necesare cinci restricții suplimentare, care pot fi alese în mod convențional.

Deoarece în cazul conservării scalare a puterii instantanee este necesară modificarea parametrilor rețelei de nesimetrie pentru a fi posibilă cuplarea prin transformatoare ideale a rețelelor componente, vom impune condiția mai severă de conservare „unitară" a puterii instantanee. În acest caz, cînd produsul $\| M_u \|_t \| M_t \|$ este o matrice-unitate, adică cele două matrici sînt ortogonale, interconectarea prin transformatoare ideale nu mai necesită modificarea valorilor parametrilor rețelelor. Folosind notațiile adoptate anterior pentru grupurile de cîte doi factori, rezultă următoarele ecuații necesare

$$1 + \alpha\beta + (1 + \alpha)(1 + \beta) = 0,$$

$$3k_{ui,1} = 2k_{ui,2}(1 + \alpha + \alpha^2) = 2k_{ui,3}(1 + \beta + \beta^2) = 1.$$

O altă formă convenabilă de exprimare a acestor ecuații este următoarea :

$$\alpha = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\frac{k_{ui,3}}{k_{ui,2}}}, \quad \beta = -\frac{1}{2} \mp \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\frac{k_{ui,2}}{k_{ui,3}}},$$

$$k_{ui,1} = 1/3 \quad , \quad k_{ui,2} + k_{ui,3} = 2/3.$$

Deoarece între cei opt parametri există patru relații, valorile a patru dintre ei vor putea fi alese arbitrar pentru a se obține o simplificare a expresiilor matricelor de transformare. În acest fel se pot obține toate transformările de coordonate cunoscute, precum și noi sisteme de coordonate.

## BIBLIOGRAFIE


1. C. Fortescue, *Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks*, Trans. AIEE II, **37**, 1027–1140 (1918).
2. E. Clarke, *Circuit Analysis of A-C-Power Systems*, New York, vol. I, 1943; vol. II, 1950.
3. C. Concordia, *Relations Among Transformations used*, Electrical Engineering Problems.
4. J. Detoeuf, F. Raymond, *Sur les changement de coordonnées en électrotechnique*, Comptes rendus h. des séances de l'Académie des sciences, Paris, **219**, 121–122 (1944).
5. F. Raymond, *Remarques sur la théorie des réseaux et transducteurs polyphasés*, Bull. de la Soc. Française des El., **X**, *104*, 275–280 (1950).
6. L. Barthold, *Radio-Frequency Propagation on Polyphase Lines*, IEEE Trans. on P.A.S., iulie, 1964.
7. M. Perz, *Natural Modes of power Line carrier on horizontal three-Phase*, IEEE Trans. on P.A.S., iulie, 1964.
8. R. Uram, R. Miller, *Mathematical Analysis and Solution of Transmission*, Line Transients, IEEE Trans. on P.A.S., noiembrie, 1964.
9. F. Lafay, *Propagation sur les lignes de transport d'énergie et perturbations*, RGE, *2* (1967)
10. E. George, *A New Method of Making Transmission — Loss Formulas by Means of Eigenvalues and Modal Matrices*, IEEE.Trans. on P.A.S., iunie 287–296 (1960).
11. V. Goruskin, *Lineintie preobrazovania koordinat v teorii elektromasin i matricinoe iscislenie*, Izvestia Akademii Nauk O.T.N., *4*, 533–544 (1948).

12. A. Calvaer, *Sur quelques propriétés des systèmes de composantes cohérents et l'expression générale des systèmes pratiques*, Revue E., *10* (1959).
13. A. Calvaer, *Monographie des composantes positive plus, positive minus négative*, Revue E., *8*, 303–327 (1961).
14. C. Bălă, *Sisteme de referință utilizate în teoria sistemelor electrice trifazate*, St. cerc. energ., **12**, *4*, 633–643 (1962).
15. N. Dharma Rao, H. Ramachandra Rao, *Study of symmetrical and related Components through the theory of linear Vector spaces of IEE*, **133**, *6*, 1057–1062 (1966).
16. T. Hsiao, *Fault Analysis by Modified Alpha, Beta and zero Components*, Trans. AIEE P.A.S., 131–142 (1962).
17. N. Rama Rao, P. Murthy, *Double unbalances and transient analysis of power systems using R.S.T. components*, Proc. of IEE, **144**, *6*, 755–756 (1967).
18. F. Manea, *Ecuațiile operaționale, în coordonatele vectorilor reprezentativi, ale mașinii sincrone*, Electrotehnica, **V**, *7* (1957).
19. R. Park, *Two-Reaction Theory of Synchronous Machines*. Trans. AIEE, 716, 1929.
20. F. Manea, *Ecuațiile operaționale ale unor mașini electrice rotative*, St. cerc. energ., **VII**, *4*, 683–693 (1957).
21. Y. Ku, *Transient Analysis of A. C. Machinery*, Trans. AIEE, 707–714, 1929.
22. F. Manea, *Ecuațiile operaționale generale ale mașinii asincrone*, Electrotehnica **V**, *2* (1957).
23. — *Unitatea ecuațiilor și transformărilor de coordonate în teoria mașinilor electrice*, Electrotehnica, **14**, *3*, 79–82 (1966).
24. E. Gross, L. Rabins, *Transient Analysis of three-phase power systems* Journal of the Franklin Institute, 333–339, 521–535 (1951).
25. H. Edelman, *Calculul electric al rețelelor interconectate*, Edit. tehnică, București, 1966.
26. A. Cernin, *Scurtcircuite în cazul regimurilor cu număr incomplet de faze ale sistemelor electrice*, Edit. tehnică, București, 1956.
27. M. Preda, F. Spinei, *Formes générales d'interconnexion des réseaux fictifs, correspondant aux systèmes des composantes utilisés à l'étude des réseaux triphasés*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et energ., **9**, *4*, 593–613 (1964).
29. Hochrainer A., *Symmetrische Komponenten in Drehstromsystemen*, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1957.
29. G. Calabrese, *Symmetrical Components. Applied to Electric Power Networks*, New York, 1959.

# SCHEME ECHIVALENTE PENTRU CALCULUL REGIMURILOR TRANZITORII DIN ZONE DE NEOMOGENITATE A LINIILOR CU PARAMETRI UNIFORM REPARTIZAȚI

DE

F. MANEA

621.3.012.8 : 621.3.09

Cu ajutorul teoriei modale a sistemelor de coordonate s-a dedus forma normală a ecuațiilor telegrafiștilor și scheme echivalente mai complete (ca dipolul Petersen pentru calculul coeficienților de transmisie a undelor mobile prin rețele de neomogenitate și nesimetrie a liniilor trifazate.

## 1. INTRODUCERE

În studiul fenomenelor tranzitorii din linii și mașini electrice considerate ca circuite cu parametri uniform repartizați se folosesc două metode de calcul : metoda undelor staționare (Fourier) și metoda undelor mobile (d'Alembert). Aceste metode prezintă particularități specifice, care conduc la alegerea fiecăreia în funcție de cazul particular studiat.

Astfel, la studiul supratensiunilor din transformatoarele electrice se consideră fenomenul descompus în trei etape (inițială, intermediară și finală). În etapa inițială se analizează comportarea la unda incidentă de tensiune, iar în cea intermediară și finală se analizează oscilațiile supratensiunilor (armonice) ca unde staționare corespunzătoare modurilor naturale ale înfășurărilor [1]. La considerarea influenței efectului pelicular din conductoare, cînd parametrii sînt dați ca funcție de frecvențele armonicilor, pare avantajoasă transformarea Fourier [2], [3].

În cazul liniilor electrice sau al mașinilor electrice, pentru faza inițială a fenomenului tranzitoriu și în condițiile de aproximare a valabi-

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 705—726, București, 1968

lității unei scheme echivalente cu parametri uniform repartizați [4], [5], dacă aceasta satisface condiția lui Heaviside (absența distorsiunii) se folosește metoda undelor mobile [6] — [9].

Calculatoarele cifrice [10], analogice [11] sau modelele fizice [12] sînt mijloace tehnice fructuoase în rezolvarea diverselor probleme concrete.

Pe lîngă modelele matematice, schemele echivalente constituie auxiliare prețioase datorită caracterului lor sugestiv ca mijloace de studiu și calcul [13], [14].

În vederea obținerii celor mai indicate scheme echivalente de calcul și a condițiilor de aplicabilitate a lor, în prezenta lucrare se determină mai întîi forma normală (canonică) a ecuațiilor operaționale, diferențiale ale tensiunilor și curenților unei linii bifilare cu parametri uniform repartizați, folosind transformarea în coordonatele direcțiilor proprii operatorilor algebrici ai ecuațiilor. Rezultatele se extind matriceal la liniile multifilare.

— Se deduc scheme echivalente complete [14] de calculul regimului undelor de tensiuni și curenți în liniile cu parametri uniform repartizați, interconectate prin rețele cu parametri concentrați.

— Cu ajutorul schemelor echivalente se calculează expresiile coeficienților de reflexie și de refracție a undelor din zonele de neomogenitate ale liniilor interconectate prin cuadripoli.

— Se extind rezultatele obținute de la linia bifilară pentru cazul liniilor trifazate. Pentru aceasta se folosește transformarea în coordonatele modurilor naturale ale liniei trifazate. Se exemplifică apoi calculul tensiunilor din zonele de neomogenitate provocate de nesimetrii tipice ale liniei trifazate pe care se propagă unde de supratensiuni atmosferice.

## 2. FORMA NORMALĂ A ECUAȚIILOR DE PROPAGAREA UNDELOR PE LINII ELECTRICE CU PARAMETRI UNIFORM REPARTIZAȚI

În studiile recente privind fenomenele permanente sau tranzitori ale liniilor electrice se folosește cu succes teoria „modală" a transformărilor de coordonate [15] — [19]. Problema complexă a regimurilor celor $n$ circuite independente (corespunzătoare la $n + 1$ linii monofilare cuplate electric și magnetic) se reduce, printr-o transformare liniară a variabilelor în spațiul vectorilor proprii ai matricelor de impedanțe și admitanțe, la rezolvarea a $n$ probleme simple ca cele ale unei linii electrice bifilare.

Simplificarea în continuare a problemei o vom face printr-o nouă schimbare a variabilelor încît să rămînă de rezolvat numai ecuații diferențiale independente de ordinul întîi; acestea fiind cele mai simple ecuații diferențiale, vom denumi expresia lor drept formă normală (sau canonică). Inițial, pentru cazul mai simplu al liniei bifilare, se determină direcțiile proprii operatorului algebric al sistemului celor două ecuații diferențiale operaționale clasice. În coordonatele direcțiilor proprii, cele două ecuații diferențiale operaționale independente sînt aduse apoi la o formă unică printr-o schimbare de variabilă spațială.

În cazul unei linii omogene fără distorsiune se evidențiază semnificația coordonatelor direcțiilor proprii : unde mobile de tensiune, respectiv de curent, care se propagă independent în cele două sensuri ale liniei

electrice. Mărimile folosite la calculul proceselor tranzitorii din liniile electrice fără pierderi, prin metoda undelor mobile [6] — [10], capătă astfel o semnificație mai precisă.

## 2.1. LINIA BIFILARĂ CU PARAMETRI UNIFORM REPARTIZAȚI. FORMA NORMALĂ A ECUAȚIILOR DE TENSIUNE

Considerăm mai întîi cazul unei linii bifilare ale cărei ecuații diferențiale operaționale se scriu sub forma clasică

$$\frac{du}{dx} + zi = 0, \frac{di}{dx} + yu = 0.$$

Funcțiile $u$ și $i$ sînt imagini (transformate operaționale) ale tensiunii, respectiv ale curentului dependente de coordonata $x$, iar $z$ și $y$ sînt impedanța respectiv admitanța operațională lineică de forma $z = R + pL$, $Y = G + pC$.

Vom nota prin $D_x = \frac{d}{dx}$ simbolul operației de derivare în raport cu coordonata spațială $x$ și vom scrie sistemul celor două ecuații diferențiale ca ecuații de tensiuni $D_x u + zi = 0$, $zy \cdot u + D_x zi = 0$.

Ecuația caracteristică $\begin{vmatrix} D_x - \lambda 1 \\ zy \; D_x - \lambda \end{vmatrix} = 0$ are ca rădăcini valorile proprii $\lambda_1 = D_x + \sqrt{zy} = D_x + \gamma$, $\lambda_2 = D_x - \gamma$, care determină matricea diagonală a operatorului raportat la direcțiile proprii.

S-a notat prin $\gamma = \sqrt{zy}$ expresia operațională a constantei de propagare.

Cei doi vectori proprii rezultă prin rezolvarea sistemului omogen după substituirea valorilor proprii și determină matricea modală a transformării coordonatelor $\|M\| = \begin{Vmatrix} 1 & 1 \\ \gamma & -\gamma \end{Vmatrix}$:

$$\begin{Vmatrix} u \\ z_c i \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 \\ \gamma & -\gamma \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} u^+ \\ u^- \end{Vmatrix}, \begin{Vmatrix} u \\ z_c i \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} u^+ \\ u^- \end{Vmatrix}.$$

S-a notat prin $u^+$ și $u^-$ noile variabile, coordonate de tensiune de-a lungul direcțiilor proprii, iar prin $z_c = \gamma^{-1} z = \sqrt{\frac{z}{y}}$ impedanța caracteristică (de undă) operațională a liniei.

Transformarea inversă conduce la relațiile de definiție ale noilor variabile: $u^+ = 1/2(u + z_c i)$, $u^- = 1/2(u - z_c i)$.

Ecuațiile diferențiale operaționale de tensiuni în sistemul axelor de coordonate corespunzătoare direcțiilor proprii operatorului vor avea următoarea formă simplă: $(D_x + \gamma)u^+ = 0$, $(D_x - \gamma)u^- = 0$.

Revenind la notația inițială a simbolului de derivare, scriem noua formă normală a ecuațiilor diferențiale operaționale de tensiuni independente: $\frac{du^+}{dx} + \gamma u^+ = 0, \frac{du^-}{dx} - \gamma u^- = 0.$

O schimbare a coordonatei $x = l - x'$, unde $l$ este o constantă (lungimea liniei), în cea de-a doua ecuație diferențială conduce la o nouă ecuație asemănătoare primei ecuații $\frac{du^-}{dx'} = \gamma u^- = 0$.

Prin urmare, sub aspect matematic rămîne de soluționat problema unică a ecuației diferențiale liniare de ordinul unu în raport cu variabila spațială $x$, respectiv $x'$.

În mod similar rezultă ecuații normale de curent. În coordonatele aceloraşi direcții proprii, tensiunile şi curenții sînt proporționale : $u^- = z_c i^+$, $u^- = -z_c i^-$.

Pentru linia fără distorsiune, soluțiile ecuațiilor normale se exprimă ca unde mobile ce se propagă de-a lungul liniei.

## 2.2. LINIA MULTIFILARĂ CU PARAMETRI UNIFORM REPARTIZAȚI

Relațiile stabilite anterior pentru linia electrică bifilară se extind uşor ca relații matriceale pentru linia electrică multifilară cu parametri uniform repartizați.

Ecuațiile diferențiale, operaționale şi matriceale de tensiuni şi curenți clasice $\frac{d}{dx} \| u \| + \|z\| \|i\| = 0$, respectiv $\frac{d}{dx} \| i \| + \|\gamma\| \|u\| = 0$, se pot scrie în forma canonică $\frac{d}{dx} \|u^+\| + \|\gamma_u\| \|u + \| = 0$, $\frac{d}{dx'} \|u - \| + \|\gamma_u\| \|u - \| = 0$ sau $\frac{d}{dx} \|i + \| + \|\gamma_i\| \|i + \| = 0$, $\frac{d}{dx'} \|i - \| + \|\gamma_i\| \|i - \| = 0$.

S-a notat prin $\|\gamma_u\| = (\|z\| \|y\|)^{1/2}$, $\|\gamma_i\| = (\|y\| \|z\|)^{1/2}$ matricele constantelor de propagare a tensiunilor, respectiv a curenților.

Matricele impedanțelor operaționale $\|z\|$, respectiv ale admitanțelor operaționale $\|y\|$ sînt simetrice şi deci $\|z\| = \|z\|_t$, $\|y\| = \|y\|_t$. Rezultă, în consecință, relația $\|\gamma_u\| = (\|z\|_t \|y\|_t)^{1/2} = (\|y\| \|z\|)_t^{1/2} = \|\gamma_i\|_t$.

Pentru linia simetrică şi fără distorsiuni, matricele constantelor de propagare sînt de asemenea simetrice şi egale $\|\gamma_u\| = \|\gamma_u\|_t = \|\gamma_i\|_t = \|\gamma_i\|$.

Matricele modale ale transformărilor coordonatelor rezultă, ca şi la linia bifilară, în urma calculului vectorilor proprii ai noilor axe de coordonate : $\| M_u \| = \begin{Vmatrix} \|1\| & \|1\| \\ \|\gamma_u\| & \|-\gamma_u\| \end{Vmatrix}$, respectiv $\| M_i \| = \begin{Vmatrix} \|1\| & \|1\| \\ \|\gamma_i\| & \|-\gamma_i\| \end{Vmatrix}$.

Relațiile dintre coordonatele fazelor liniei multifilare şi noile coordonate sînt următoarele :

$$\begin{Vmatrix} \|u\| \\ \|i\| \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \|1\| & \|1\| \\ \|z_c\|^{-1} & \|-z_c\|^{-1} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} u+ \\ u- \end{Vmatrix}, \quad \begin{Vmatrix} \|u+\| \\ \|u-\| \end{Vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Vmatrix} \|1\| & \|z_c\| \\ \|1\| & \|-z_c\| \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \|u\| \\ \|i\| \end{Vmatrix},$$

$$\begin{Vmatrix} \|i\| \\ \|u\| \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \|1\| & \|1\| \\ \|y_c\|^{-1} & \|-y_c\|^{-1} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \|i+\| \\ \|i-\| \end{Vmatrix}, \quad \begin{Vmatrix} \|i+\| \\ \|i-\| \end{Vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Vmatrix} \|1\| & \|y_c\| \\ \|1\| & \|-y_c\| \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \|i\| \\ \|u\| \end{Vmatrix}.$$

Matricea impedanţelor de undă (caracteristice) $\|z_c\| = \|\gamma_u\|^{-1}\|z\|$ pentru tensiuni rezultă simetrică şi egală cu inversa matricei admitanţelor de undă (caracteristice) $\|y_c\| = \|\gamma_i\|^{-1}\|y\|$ pentru curenţi, ca şi în cazul regimului armonic al liniei multifilare.

## 3. SCHEME ECHIVALENTE DE CALCUL REGIMURILOR TRANZITORII LA LINIILE BIFILARE

### 3.1. COORDONATELE TENSIUNILOR ŞI CURENŢILOR FAZELOR

Problema fundamentală se pune pentru linia bifilară, deoarece problema liniei multifilare se descompune, pe baza teoriei spectrale a operatorilor (teoria „modală"), în probleme ale liniilor bifilare.

Dacă se folosesc imaginile curenţilor şi ale tensiunilor (transformate Laplace sau Carson), precum şi impedanţe sau admitanţe operaţionale, se obţin scheme echivalente de calcul asemănătoare ca structură celor din studiul regimurilor armonice, cvadripoli operaţionali în $T$, $\pi$ sau în punte simetrică.

De obicei interesează mărimile electrice (curenţi, tensiuni) la una dintre extremităţile liniei cînd se cunosc mărimile respective la cealaltă extremitate.

Pentru linia electrică observată de la cele două extremităţi (indicii *1*, respectiv *2* la mărimile corespunzătoare) se obţin următoarele soluţii ale ecuaţiilor operaţionale în forma normală:

$$u_2^+ = u_1^+ \varepsilon^{-\gamma l},\ u_1^- = u_2^- \varepsilon^{-\gamma l},\ i_{1.2}^+ = u_{1.2}^+/z_c,\ i_{1.2}^- = -u_{1.2}^-/z_c.$$

În coordonatele fazelor $u_{1,2} = u_{1.2}^+ + u_{1.2}^-$, $i_{1,2} = i_{1.2}^+ + i_{1.2}^-$ rezultă forma caracteristică a ecuaţiilor operaţionale ale cvadripolului simetric

$$u_1 = u_2 \operatorname{ch}\gamma l + z_c i_2 \operatorname{sh}\gamma l,$$

$$i_2 = i_2 \operatorname{ch}\gamma l + y_c u_2 \operatorname{sh}\gamma l.$$

Aceste ecuaţii conţin în mod explicit condiţiile la limită (de la capetele liniei). Problema condiţiilor iniţiale în regimuri de comutaţie se rezolvă prin superpoziţie (se suprapun regimului anterior comutaţiei un regim de tensiuni şi curenţi, încît să rezulte în condiţii-limită regimul de după comutaţie).

Schemele echivalente corespunzătoare ecuaţiilor operaţionale similare celor din regimurile armonice pot fi utilizate ca scheme de calcul pentru obţinerea directă a soluţiilor operaţionale de curenţi şi tensiuni din diverse regimuri particulare.

### 3.2. SCHEME ECHIVALENTE COMPLETE ÎN COORDONATE MIXTE

Denumim coordonate ale undelor de tensiune şi curent la linia electrică bifilară cu parametri uniform repartizaţi coordonatele corespunzătoare direcţiilor proprii ale ecuaţiilor de propagare scrise în forma

normală sau cele corespunzătoare direcțiilor proprii ale operatorului ecuațiilor caracteristice ale cvadripolului echivalent între cele două perechi de borne ale extremităților liniei.

Relațiile dintre mărimile fizice (coordonatele fazelor) și cele ale undelor permit stabilirea condițiilor la limită pentru undele ce se propagă

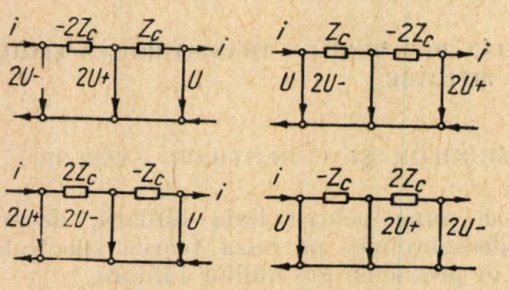



Fig. 1. — Cvadripolii longitudinali echivalenți în coordonate mixte.

pe liniile omogene. Tensiunile și curenții au în coordonatele fazelor soluții de continuitate la limita de trecere de la o linie cu anumiți parametri uniform repartizați la o altă linie sau la rețeaua cu parametri concentrați.

Schemele echivalente cunoscute de calculul regimurilor tranzitorii oferă relații incomplete între valorile mărimilor care interesează în condiții-limită. Dipolii Petersen-Pfifner conțin valorile unei singure unde de tensiune sau de curent. De aceea s-a urmărit obținerea unor scheme echivalente care să ofere relațiile dintre valorile celor două unde de tensiune sau de curent (directă și inversă) și valorile tensiunii și curentului fazelor liniei.

S-au stabilit trei tipuri (categorii) de scheme echivalente.

O primă categorie, ca cele din figura 1, de tip cvadripol „longitudinal", oferă relațiile dintre undele directe și inverse de tensiune și valorile tensiunii și curentului fazelor. Aceste scheme au rezultat prin completarea dipolilor Petersen încît să ofere și expresia undei complementare de tensiune.

A doua categorie de scheme, ca cele din figura 2, de tip cvadripol Γ, conțin unde de curent complementare celor de tensiune. Acestea se obțin

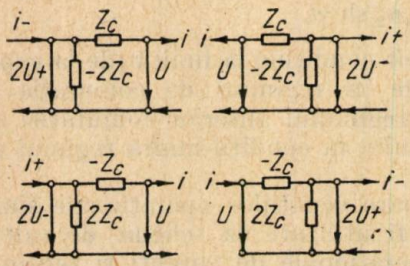



Fig. 2. — Cvadripoli Γ echivalenți în coordonate mixte.

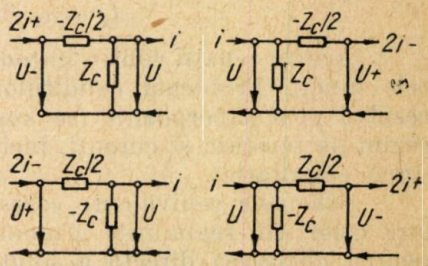



Fig. 3. — Cvadripoli Γ întors echivalenți în coordonate mixte.

simplu prin complectarea dipolilor Petersen cu impedanțe transversale $\pm 2z_c$ conectate la bornele undei de tensiune încît să rezulte valoarea undei complementare de curent.

A treia categorie de scheme, ca cele din figura 3, de tip cvadripol Γ întors, conține unde de tensiune complementare celor de curent. Aceste

scheme se obțin simplu prin completarea dipolilor surse de curent cu impedanțe longitudinale (serie), încît la noile borne să rezulte valoarea undei de tensiune complementară.

În anexa 1 sînt exprimate ecuațiile tensiunilor nodale și ale curenților ciclici în coordonate mixte necesare deducerii pe o cale mai generală a schemelor anterioare.

Alegerea celor mai indicate scheme echivalente complete pentru utilizarea în cazuri concrete de calcul al regimului tranzitoriu de trecere a undelor prin zona de neomogenitate se efectuează în funcție de felul rețelei (dipol sau cvadripol dat în forma caracteristică, schema $T$ sau $\pi$).

## 4. CALCULUL COEFICIENȚILOR DE TRANSMISIE A UNDELOR CU AJUTORUL SCHEMELOR ECHIVALENTE

Apariția calculatoarelor electronice cifrice permite abordarea unor probleme mai complexe ca cele rezolvate analitic în condiții simplificate, cînd teoria supratensiunilor avea mai mult rolul de explicare a mecanismului complex de propagare a undelor pe linii [21].

Considerarea unor rețele de neomogenitate de tip cvadripol constituie un prim pas spre întocmirea modelului matematic pentru rețele mai generale ca cele actuale. De aceea în cele ce urmează s-au determinat expresiile coeficienților de transmisie a undelor, folosind schemele echivalente complete de calcul deduse anterior pentru rețele de neomogenitate de tip cvadripol dat în forma caracteristică sau ca schemă echivalentă în $\pi$ sau $T$.

În capitolul 5 se exprimă în formă matriceală cazul mai general al unei rețele nesimetrice de neomogenitate a liniilor trifazate.

### 4.1. REȚEA DE NEOMOGENITATE DATĂ PRIN CVADRIPOL CARACTERISTIC

Considerăm cazul tipic al unei rețele cvadripol cu parametri ai ecuațiilor caracteristice date $ABCD$, care interconectează două linii electrice cu impedanțe de undă $z_{c1}$, respectiv $z_{c2}$, schematizat în figura 4 *a*.

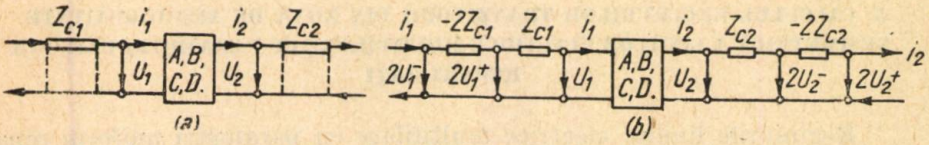



Fig. 4. — Cvadripol caracteristic de interconexiune a două linii electrice omogene (a) și schema echivalentă de calcul (b).

Pentru calculul relațiilor dintre undele incidente de tensiune sau de curent și cele transmise datorită zonei de neomogenitate, s-a folosit prima variantă a schemelor echivalente complete cu surse de tensiune. S-a alcătuit schema echivalentă de calcul din figura 4 *b* și s-au determinat în anexa 2 coeficienții de refracție ($\alpha_{12}$, $\alpha_{21}$) și reflexie ($\beta_{12}$, $\beta_{21}$) a undelor

incidente $u_1^+ +$ şi $u_2^-$ din cele două linii spre cvadripol pe baza ecuaţiilor de tensiuni ale schemei

$$u_1^- = \beta_{12}\, u_1^+ + \alpha_{12}\, u_2^-,$$
$$u_2^+ = \alpha_{21}\, u_1^+ + \beta_{21}\, u_2^-.$$

S-au obţinut expresiile

$$\alpha_{12} = \frac{2}{D + B/z_{c1} + z_{c2}(C + A/z_{c1})}, \quad \beta_{12} = \frac{A + B/z_{c2} - z_{c1}(C + D/z_{c2})}{A + B/z_{c2} + z_{c1}(C + D/z_{c2})},$$

$$\alpha_{21} = \frac{2}{A + B/z_{c2} + z_{c1}(C + D/z_{c2})}, \quad \beta_{21} = \frac{D + B/z_{c1} - z_{c2}(C + A/z_{c1})}{D + B/z_{c1} + z_{c2}(C + A/z_{c1})}.$$

### 4.2. REŢEA DE NEOMOGENITATE DATĂ PRIN CVADRIPOL $\pi$ ÎN SAU T (REŢELE RECIPROCE)

S-au alcătuit schemele echivalente de calcul din figura 5.

Folosind metodele clasice de rezolvare a reţelelor (tensiunii nodale şi curenţi ciclici), s-au determinat, pe baza schemelor echivalente, coeficienţii de transmisie a undelor (anexa 2).

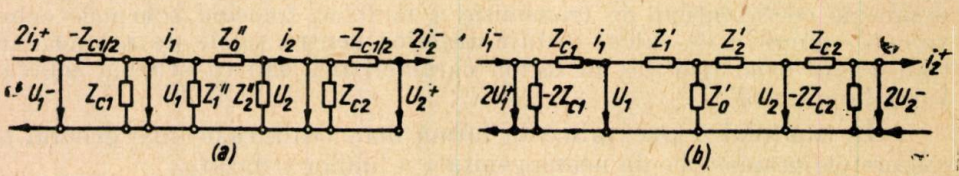



Fig. 5. — Schemele echivalente de calcul a transmisiei undelor : *a* — cvadripol în $\pi$ ; *b* — cvadripol în *T*.

Expresiile anterioare din cazul cvadripolului dat în forma caracteristică sînt mai generale, cuprinzînd şi cazul reţelelor de neomogenitate nereciproce.

## 5. CALCULUL REGIMURILOR TRANZITORII DIN ZONA DE NEOMOGENITATE NESIMETRICĂ A LINIILOR ELECTRICE MULTIFILARE CU PARAMETRI UNIFORM REPARTIZAŢI

Regimurile liniilor electrice multifilare cu parametri uniform repartizaţi se pot rezolva în urma efectuării unor schimbări de variabile corespunzătoare coordonatelor direcţiilor proprii ale operatorilor de impedanţă şi de admitanţă, ca şi cele ale liniilor bifilare, vectorii modali fiind independenţi.

În cazul existenţei unei zone de neomogenitate apare o interdependenţă între modurile naturale de tensiuni şi curenţi. Pentru regimuri staţionare, în legătură cu problema transmisiei semnalelor de telecomunicaţii prin curenţi de înaltă frecvenţă s-au studiat regimurile armonice

datorite neomogenităţilor provocate de transpoziţia conductoarelor sau de reţele nesimetrice ale sarcinii locale a liniilor trifazate [16], [17].

În cele ce urmează se tratează cazul regimurilor tranzitorii provocate de neomogenităţi nesimetrice corespunzătoare unor reţele cvadripoli independenţi de legătura dintre fazele liniilor multifilare cu parametri uniform repartizaţi. Se foloseşte teoria modală a transformărilor de coordonate, care permite reducerea problemei liniilor multifilare cu $n+1$ conductoare la $n$ probleme de linii bifilare. Coordonatele undelor mobile de tensiuni şi curenţi simplifică soluţiile problemei liniei fără distoriune. De aceea se deduc expresiile matriceale ale coeficienţilor de refracţie şi de reflexie a undelor incidente de tensiuni din cele două linii electrice, pornind de la forma caracteristică a ecuaţiilor cvadripolilor reţelei nesimetrice de interconexiune a liniilor electrice şi efectuînd schimbări de variabile.

Se urmăreşte apoi sinteza unor scheme echivalente alcătuite din reţele electrice, utile pentru obţinerea expresiilor soluţiilor de calcul sau modelare fizică.

Se indică scheme echivalente generale de calcul pentru nesimetrii tipice provocate de impedanţe proprii ale fazelor reţelelor, de neomogenitatea liniei trifazate în sisteme de coordonate simetrice.

Se particularizează cazul neomogenităţilor clasice, ca scurt-circuite şi întreruperi de faze.

## 5.1. MATRICELE COEFICIENŢILOR DE TRANSMISIE A UNDELOR MODALE PRIN ZONE DE NEOMOGENITATE NESIMETRICĂ

Fie cazul tipic a două linii electrice multifilare cu parametri uniform repartizaţi interconectate prin cvadripoli pe fiecare linie (practic prezintă importanţă cazul cvadripolilor independenţi, necuplaţi electric sau magnetic).

Ecuaţiile matriceale ale cvadripolilor din coordonatele fazelor

$$\| u_1' \| = \| A' \| \| u_2' \| + \| B' \| \| i_2' \|, \qquad \| i_1' \| = \| C' \| \| u_2' \| + \| D' \| \| i_2' \|$$

sînt transformate în coordonatele modurilor naturale ale celor două linii cu ajutorul matricelor modale prin intermediul relaţiilor lineare

$$\| u_1' \| = \| M_{1u} \| \| u_1 \|, \qquad \| u_2' \| = \| M_{2u} \| \| u_2 \|,$$
$$\| i_1' \| = \| M_{1i} \| \| i_1 \|, \qquad \| i_2' \| = \| M_{2i} \| \| i_2 \|.$$

Se obţin ecuaţii de aceeaşi formă ca cele din coordonatele fazelor:

$$\| u_1 \| = \| A \| \| u_2 \| + \| B \| \| i_2 \|, \qquad \| i_1 \| = \| C \| \| u_2 \| + \| D \| \| i_2 \|.$$

S-au notat:

$\| u_1' \|$ şi $\| i_1' \|$ — vectorii-coloană ai imaginilor (transformate Laplace sau Carson) ale tensiunilor şi curenţilor în coordonatele fazelor liniei de la intrarea în reţeaua de neomogenitate nesimetrică;

$\| u_2' \|$ şi $\| i_2' \|$, idem pentru linia de la ieşirea din reţeaua de neomogenitate;

$\| A' \|, \| B' \|, \| C' \|, \| D' \|$ — matrice diagonale ale constantelor (funcții operaționale date) cvadripolilor independenți.

Mărimile corespunzătoare pentru coordonatele modurilor naturale ale liniilor au fost notate fără indice prim superior :

$$\| A \| = \| M_{1u} \|^{-1} \| A' \| \| M_{2u} \|, \qquad \| B \| = \| M_{1u} \|^{-1} \| B' \| \| M_{2i} \|,$$

$$\| C \| = \| M_{1i} \|^{-1} \| C' \| \| M_{2u} \|, \qquad \| D \| = \| M_{1u} \|^{-1} \| D' \| \| M_{2i} \|.$$

Pentru generalitate, matricele modale $\| M \|$ ale transformărilor au fost considerate, diferite de la linie la linie și totodată diferite pentru tensiunile și curenții aceleiași linii (în acest ultim caz diferă numai printr-o matrice-factor diagonală).

În coordonatele modurilor naturale, undele de tensiuni și de curent se propagă pe linii în sens direct sau invers în mod independent, ca și la linia bifilară. De aceea prezintă importanță o nouă transformare de coordonate în aceea a undelor directe și inverse pentru fiecare mod natural de tensiune și de curent corespunzătoare ecuațiilor

$$2 \| u^+ \| = \| u \| + \| z_c \| \| i \|, \qquad \| i^+ \| = \| y_c \| \| u^+ \|,$$

$$2 \| u^- \| = \| u \| - \| z_c \| \| i \|, \qquad \| i^- \| = - \| y_c \| \| u^- \|.$$

S-a notat prin $\| u^+ \|$, $\| u^- \|$ și $\| i^+ \|$, $\| i^- \|$ vectorii-coloană ai imaginilor undelor modale directe și inverse de tensiune și de curent, iar prin $\| z_c \| = \| y_c \|^{-1}$ matricea impedanțelor operaționale caracteristice (de undă).

Expresiile matricelor coeficienților de refracție $\| \alpha_{21} \|$, $\| \alpha_{12} \|$ și de reflexie $\| \beta_{21} \|$, $\| \beta_{12} \|$ a undelor s-au dedus în anexa 3 în mod asemănător celor din cazul liniei bifilare :

$$\| \alpha_{21} \| = 2 \, [\| A \| + \| B \| \| y_{c2} \| + \| z_{c1} \| (\| C \| + \| D \| \| y_{c2} \|)]^{-1},$$

$$\| \beta_{21} \| = (\| A \| + \| B \| \| y_{c2} \|) \| \alpha_{21} \| - \| 1 \|,$$

$$\| \alpha_{12} \| = 2 \, [\| D \| + \| B \| \| y_{c1} \| + \| z_{c2} \| (\| C \| + \| A \| \| y_{c1} \|)]^{-1},$$

$$\| \beta_{12} \| = (\| D \| + \| B \| \| y_{c1} \|) \| \alpha_{12} \| - \| 1 \|.$$

## 5.2. SCHEME ECHIVALENTE DE CALCULUL REGIMURILOR TRANZITORII DIN ZONE DE NEOMOGENITATE NESIMETRICĂ A LINIILOR TRIFAZATE SIMETRICE

5.2.1. *Coordonatele modurilor naturale.* La calculul regimurilor staționare și cvasistaționare ale nesimetriilor provocate de defecte ale elementelor sistemului electroenergetic se folosește metoda clasică a coordonatelor simetrice cu schemele echivalente corespunzătoare. Coordonatele simetrice permit diagonalizarea operatorilor impedanță care posedă simetric ciclică și în particular a celor cu termeni reciproci egali, cum sînt cei ai liniilor electrice trifazate cu conductoare dispuse relativ simetric. Pentru acestea sînt specifice coordonatele $0, \alpha, \beta$, dar se pot folosi, ca mijloc de calcul al regimurilor tranzitorii, coordonatele simetrice, care sînt mai familiare.

Cînd interesează valorile tensiunilor liniilor în zona de neomogenitate, în fază inițială (pînă la întoarcerea undelor reflectate) se pot folosi scheme echivalente mai simple în coordonatele fazelor. În cele ce urmează se vor utiliza ambele procedee.

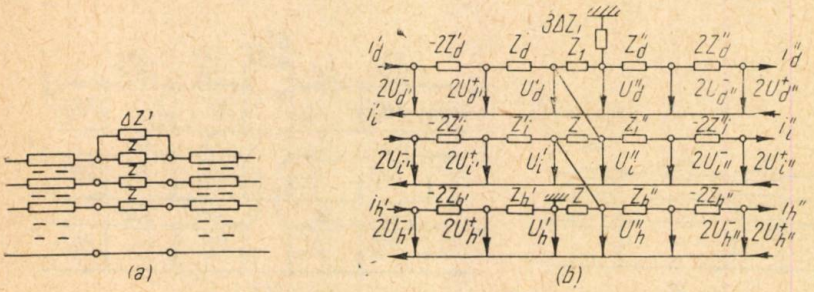



Fig. 6. — Nesimetrie tipică derivație a rețelei de interconexiune a două linii electrice lungi (*a*) și schema echivalentă de calculul undelor de tensiune (*b*).

În cazul nesimetriilor simple (provocate pe o singură fază) se cunosc cele două scheme echivalente tipice de conexiune (în serie și paralel) a rețelelor de secvență.

Deoarece fiecare sistem de coordonate simetrice constituie un mod natural al liniei trifazate cu conductoare dispuse simetric, undele de tensiuni și de curenți în aceste coordonate se propagă independent și deci vom putea folosi schemele de calcul al undelor stabilite pentru linia bifilară. De aceea, pentru nesimetrii, derivația conexiunii dintre două linii electrice lungi cu parametri uniform repartizați, ca cea schematizată în figura 6 *a*, vom alcătui schema echivalentă cu conexiune serie a rețelelor modale componente din figura 6 *b*.

Impedanțele de undă (caracteristice) operaționale ale liniilor pentru modul notat cu indice *d* („secvență directă") sînt egale cu cele ale modului notat cu indice *i* („secvență inversă"). Mărimile date impuse schemei echivalente sînt undele de tensiune $u^{+}_{d'}$, $u^{+}_{i'}$, $u^{+}_{h'}$, unde incidente modale (*d*, *i*, *h*) directe (indice superior plus) din prima linie și $u^{-}_{d''}$, $u^{-}_{i''}$, $u^{-}_{h''}$ unde incidente modale inverse (indice superior minus) din linia a doua.

Schema echivalentă de calcul permite determinarea coeficienților de refracție și de reflexie a undelor incidente modale, precum și calculul direct al valorilor tensiunilor și curenților din locul de incidență a liniilor cu rețeaua de nesimetrie.

Undele de tensiune reflectate și refractate în schema fiecărui mod natural provin din toate cele șase unde incidente. De aceea vom obține cîte șase coeficienți de refracție și de reflexie pentru fiecare undă modală.

Fiecare undă modală se propagă însă, ca și la linia bifilară, în mod independent, fiindu-i specifice constanta de propagare și impedanța de undă a modului natural respectiv.

Schema echivalentă a nesimetriei derivație se particularizează pentru studiul regimului de întrerupere a două faze ($z \to \infty$ și $\Delta z_1 \to 0$) sau de scurtcircuit monofazat ($z \to \infty$, $\Delta z_1 = z'' \to 0$).

Pentru nesimetria serie schematizată în figura 7 *a* vom alcătui schema echivalentă de conexiune derivaţie a reţelelor modale componente din figura 7 *b*.

Schema echivalentă a nesimetriei serie se particularizează pentru studiul regimului de întrerupere a unei faze ($\Delta z_1 \to \infty$), scurtcircuit bi-

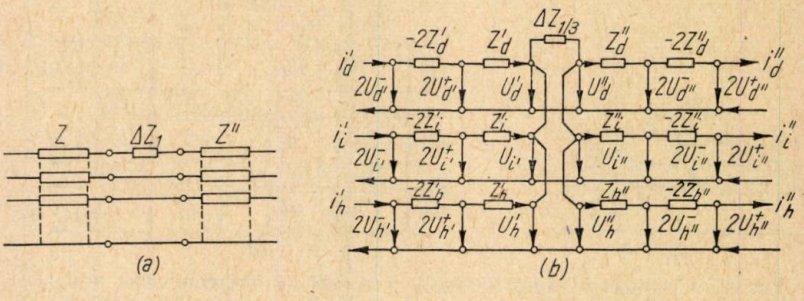



Fig. 7. — Nesimetrie tipică serie a reţelei de interconexiune a două linii lungi (a) şi schema echivalentă de calculul undelor de tensiuni (*b*).

fazat „cu pământ" ($\Delta z_1 \to \infty$, $z_{d''} = z_{i''} \to \infty$) sau scurtcircuit bifazat „fără pământ" ($\Delta z_1 \to \infty$, $z_{d''} = z_{i''} = z_{h''} \to 0$).

În anexa 4 s-au determinat expresiile de calcul al valorilor tensiunilor din locurile de incidenţă a două linii electrice lungi pentru cazurile particulare ale nesimetriilor tipice: funcţionarea cu o fază întreruptă şi cu două faze întrerupte (şi corespunzător încă particularizat, scurtcircuit bifazat cu sau fără pământ şi scurtcircuit monofazat). Ca perturbaţie s-a considerat un sistem de trei unde incidente de tensiuni cu valori egale ce se propagă în prima linie spre zona de neomogenitate. În schemele de secvenţă, acestor tensiuni le corespunde o singură sursă cu tensiunea electromotoare nenulă, $u_{h'}^{+}$.

5.2.2. *Coordonatele fazelor.* În cazul egalităţii impedanţelor directe cu cele inverse se pot obţine scheme echivalente de calcul direct în coordonatele fazelor reţelei fără elemente cuplate magnetic.

Determinarea expresiilor tensiunilor şi ale curenţilor din zona de neomogenitate a liniilor electrice se poate efectua în acest caz prin metodele elementare de calcul al unor reţele trifazate simple. Zonele de neomogenitate sînt date ca scheme în coordonatele fazelor. Liniile omogene ce se interconectează de o parte şi de alta a zonei de neomogenitate au scheme echivalente relativ simple şi în coordonatele fazelor. De asemenea tensiunile electromotoare ale surselor echivalente se determină prin relaţii liniare cu undele incidente de tensiuni şi curenţi.

Pe baza valorilor tensiunilor şi curenţilor fazelor din zona de neomogenitate, se calculează apoi, cu ajutorul unor relaţii liniare, valorile undelor refractate şi reflectate ale tensiunilor şi curenţilor în coordonatele direcţiilor proprii de propagare pe linii.

În anexa 5 s-a efectuat calculul tensiunilor şi curenţilor din zonele de neomogenitate nesimetrică tipice considerate anterior, folosind coordonatele fazelor.

În cazul mai multor zone de neomogenitate și de nesimetrie a liniilor, calculul se efectuează succesiv (în etape), ținînd seama de timpul de propagare al undelor de la o zonă de neomogenitate la alta.

## CONCLUZII

1. Forma normală a ecuațiilor telegrafiștilor pentru linia bifilară sau multifilară cu parametri uniform repartizați se încadrează în completarea analizei modale a liniilor electrice. Cu aceasta, metoda undelor mobile capătă o semnificație mai precisă.

2. Schemele echivalente complete, în coordonate mixte, sînt utile calculului coeficienților de transmisie a undelor în zona de neomogenitate a circuitelor cu parametri uniform repartizați.

3. Extinderea rezultatelor obținute în cazul unor rețele de tip cvadripol de neomogenitate de la linia bifilară la linia multifilară este o generalizare a modelului matematic necesar folosirii calculatoarelor cifrice pentru rezolvarea unor probleme mai complexe.

4. Pentru liniile trifazate simetrice considerate circuite cu parametri uniform repartizați, schemele echivalente în coordonatele fazelor sînt avantajoase calculului regimului de tensiuni și curenți la trecerea undelor prin zonele de neomogenitate și nesimetrie.

## *ANEXA 1.*

### SCHEME ECHIVALENTE COMPLETE DE TRECERE DE LA COORDONATE FIZICE LA COORDONATELE UNDELOR DE TENSIUNI ȘI CURENȚI

Se urmărește determinarea unor cvadripoli care să aibă la una dintre perechile de borne tensiunea și curentul liniei (coordonatele fizice), iar la cealaltă pereche de borne valorile undelor de tensiune și de curent complementare.

Pe baza relațiilor dintre coordonatele fizice și cele ale undelor, $2u^+ = u + zi$, $2u^- = u - zi$, $u^+ = zi^+$, $u^- = zi^-$, rezultă următoarele ecuații de tensiuni ale circuitelor:

$$\begin{Vmatrix} u^+ \\ u \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} -z & z \\ -2z & z \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} i^- \\ i \end{Vmatrix}, \quad \begin{Vmatrix} u^- \\ u \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} z & -z \\ 2z & -z \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} i^+ \\ i \end{Vmatrix}.$$

Se observă că matricea impedanțelor va fi comună dacă se schimbă semnele curenților la una dintre grupele sistemului de ecuații. Este deci suficientă obținerea schemei pentru una dintre aceste grupe.

Pentru ca termenii reciproci ai matricei impedanțelor să aibă valori absolute egale, ecuațiile de tensiuni trebuie scrise într-una din cele două forme următoare:

$$\begin{Vmatrix} 2u^+ \\ u \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} -2z & 2z \\ -2z & z \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} i \\ i \end{Vmatrix}, \quad \begin{Vmatrix} u^+ \\ u \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} -z/2 & z \\ -z & z \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} 2i^- \\ i \end{Vmatrix}.$$

Acestor ecuații le corespund cele două scheme echivalente principale din figura A.1.1.

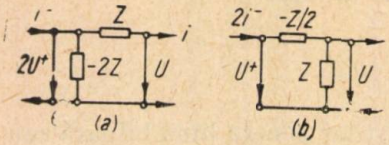



Fig. A. 1.1. — Scheme echivalente principale de transformare a coordonatelor.

Pe baza acestora, prin schimbarea semnelor impedanțelor corespunzătoare schimbării sensului curenților sau a perechii de unde asociate la bornele de intrare, se obțin schemele echivalente complete de transformare a coordonatelor.

## *ANEXA 2.*

## CALCULUL COEFICIENȚILOR DE REFRACȚIE ȘI DE REFLEXIE A UNDELOR ÎN LINII BIFILARE

### A. 2.1. *Cvadripol de neomogenitate dat în forma caracteristică*

Pentru o undă directă de tensiune $u_1^+$ ce se propagă în prima linie, ajunge la bornele rețelei cvadripol, se reflectă și se refractă, propagîndu-se în continuare ca undă inversă în prima linie $u_1^-$ și ca undă directă $u_2^+$ în cea de-a doua linie, avem schema echivalentă de calcul din figura A.2.1, în care $u_2^- = 0$, deoarece nu avem undă inversă de tensiune în linia a doua.

Din schema echivalentă rezultă $2u_2^+ = 2z_{c2}\, i_2$, $u_2 = z_{c2}\, i_2$ și deci $u_2 = u_2^+$ și $i_2 = i_2^+$.

Ecuațiile cvadripolului $u_1 = Au_2 + Bi_2$, $i_1 = cu_2 + Di_2$ se exprimă în aceste condiții în forma $u_1 = (A + B/z_{c2})\, u_2^+$, $i_1 = (C + D/z_{c2})\, u_2^+$

Cu acestea se obțin următoarele relații între undele de tensiune:

$$2u_1^+ = u_1 + z_{c1}\, i_1 = [A + B/z_{c2} + z_{c1}\,(C + D/z_{c2})]\, u_2^+,$$

$$2u_1^- = u_1 - z_{c1}\, i_1 = [A + B/z_{c2} - z_{c1}\,(C + D/z_{c2})]\, u_2^+.$$

Rezultă deci

$$u_2^+ = \frac{2u_1^+}{A + B/z_{c2} + z_{c1}\,(C + D/z_{c2})} = \alpha_{21} \cdot u_1^+,$$

$$u_1^- = \frac{A + B/z_{c2} - z_{c1}\,(C + D)/z_{c2})}{A + B/z_{c2} + z_{c1}\,(C + D/z_{c2})}\, u_1^+ = \beta_{12} u_1^+$$

sau $u_1^- = u_1 - u_1^+ = (A + B/z_{c2})u_2^+ - u_1^+ = [(A + B/z_{c2})\,\alpha_{21} - 1]\, u_1^+$.

În cazul unei unde incidente inverse $u_2^-$ în linia a doua se obțin în mod analog undele refractată $u_1^-$ și reflectată $u_2^+$ conform expresiilor următoare:

$$u_1^- = \frac{2u_2^-}{D + B/z_{c1} + z_{c2}\,(C + A/z_{c1})} = \alpha_{12} \cdot u_2^-,$$

$$u_2^+ = \frac{D + B/z_{c1} - z_{c2}\,(C + A/z_{c1})}{D + B/z_{c1} + z_{c2}\,(C + A/z_{c1})}\, u_2^- = \beta_{21} \cdot u_2^-,$$

sau

$$u_2^+ = [(D + B/z_{c1})\,\alpha_{12} - 1]\, u_2^-.$$

Suprapunerea efectelor celor două unde de tensiune incidente $u_1^-$ și $u_2^-$ conduce la următoarele expresii ale undelor transmise :

$$u_1^- = \beta_{12}u_1^+ + \alpha_{12}u_2^-,\quad u_2^+ = \alpha_{21}u_1^+ + \beta_{21}u_2^-.$$

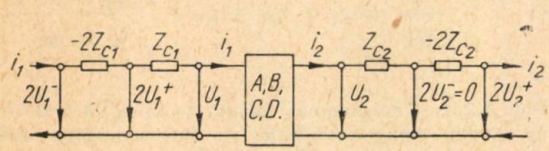



Fig. A. 1.2 — Schema echivalentă de calcul al undelor reflectate și refractate de tensiune provenite din unda incidentă directă în prima linie.

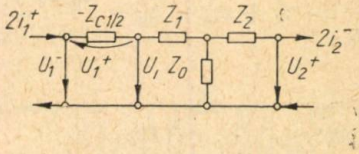



Fig. A. 2.2. — Schema echivalentă de calcul al undelor de tensiune pentru cvadripol de interconexiune dat ca schemă în $\pi$.

### A.2.2. *Cvadripol de neomogenitate cu schema* $\pi$

Se folosește schema echivalentă din figura A.2.2, obținută prin transformarea triunghi → stea a schemei din figura 5 *a*.

$$\text{S-a notat } \frac{1}{z_0} = y_{c1} + y_1'' + y_{c2} + y_2'' + \frac{(y_{c1} + y_1'')(y_{c2} + y_2'')}{y_0''},$$

$$\frac{1}{z_1} = y_{c2} + y_2'' + y_0'' + \frac{(y_{c2} + y_2'')y_0''}{y_{c1} + y_1''},$$

$$\frac{1}{z_2} = y_{c1} + y_1'' + y_0'' + \frac{(y_{c1} + y_1'')y_0''}{y_{c2} + y_2''}.$$

Ecuațiile tensiunilor scrise pentru cele două ochiuri ale rețelei sînt următoarele : $u_1^- = \left(z_1 + z_0 - \frac{z_{c1}}{2}\right) 2i_1^+ - z_0 2i_2^-,$

$$u_2^+ = z_0 2i_1^+ - \left(z_2 + z_0 - \frac{z_{c2}}{2}\right) 2i_2^-.$$

Substituim $i_1^+ = y_{c1}u_1^+$ și $i_2^- = -y_{c2}u_2^-$ și obținem ecuațiile necesare pentru calculul coeficienților de refracție și de reflexie a undelor de tensiune :

$$u_1^- = [2(z_1 + z_0)y_{c1} - 1]\, u_1^+ + 2z_0 y_{c2} u_2^- \equiv \beta_{12}u_1^+ + \alpha_{12}u_2^-,$$

$$u_2^+ = 2z_0 y_{c1} u_1^+ + [2(z_2 + z_0)y_{c2} - 1]\, u_2^- \equiv \alpha_{21}u_1^+ + \beta_{21}u_2^-.$$

### A.2.3. *Cvadripol de neomogenitate cu schemă T*

Se folosește schema echivalentă din figura *A*.2.3, obținută prin transformarea stea-triunghi a schemei din figura 5 (*b*).

S-a notat

$$\frac{1}{y_0} = z_1' + z_{c1} + z_2' + z_{c2} + \frac{(z_1' + z_{c1})(z_2' + z_{c2})}{z_0'};$$

$$\frac{1}{y_1} = z_2' + z_{c2} + z_0' + \frac{z_0'(z_2' + z_{c2})}{z_1' + z_{c1}}; \qquad \frac{1}{y_2} = z_1' + z_{c1} + z_0' + \frac{z_0'(z_1' + z_{c1})}{z_2' + z_{c2}}.$$

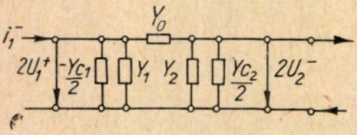



Fig. A.2.3. — Schema echivalentă de calcul a undelor de curent pentru cvadripol de interconexiune dat ca schemă în $T$.

Ecuațiile injecțiilor de curenți în noduri sînt următoarele: $i_1^- =$

$$= 2u_1^+ \left(y_1 - \frac{y_{c1}}{2} + y_0\right) - 2u_2^- y_0; \quad i_2^+ = 2u_1^+ y_0 - \left(y_2 - \frac{y_{c2}}{2} + y_0\right) 2u_2^-.$$

Substituim $i_1^- = -\frac{u_1^-}{z_{c1}}$ și $i_2^+ = \frac{u_2^+}{z_{c2}}$ și obținem ecuațiile necesare pentru calculul coeficienților de refracție și de reflexie a undelor de tensiune:

$$u_1^- = [1 - 2(y_0 + y_1) z_{c1}] u_1^+ + 2 y_0 z_{c1} u_2^- \equiv \beta_{12} u_1^+ + \alpha_{12} u_2^-,$$

$$u_2^+ = 2y_0 z_{c2} u_1^+ + [1 - 2(y_0 + y_2) z_{c2}] u_2^- \equiv \alpha_{21} u_1^+ + \beta_{21} u_2^-.$$

*ANEXA 3.*

## CALCULUL COEFICIENȚILOR DE TRANSMISIE A UNDELOR ÎN LINII MULTIFILARE

Pentru unde modale de tensiune incidente directe (în prima linie) nu vom avea unde de tensiune și de curent inverse în linia a doua și deci $\|u_2\| = \|u_2^+\|$, $\|i_2\| = \|i_2^+\| = \|y_{c2}\| \|u_2^+\|$.

Ecuațiile de tensiuni ale cvadripolilor de neomogenitate vor avea forma particulară

$$\|u_1\| = \|A\| \|u_2\| + \|B\| \|i_2\| = (\|A\| + \|B\| \|y_{c2}\|) \|u_2^+\|,$$

$$\|i_1\| = \|c\| \|u_2\| + \|D\| \|i_2\| = (\|c\| + \|D\| \|y_{c2}\|) \|u_2^+\|.$$

Cu acestea se obțin relațiile

$$2\|u_1^+\| = \|u_1\| + \|z_{c1}\| \|i_1\| = [\|A\| + \|B\| \|y_{c2}\| + \|z_{c1}\| (\|c\| + \|D\| \|y_{c2}\|)] \|u_2^+\|,$$

$$2\|u_1^-\| = \|u_1\| - \|z_{c1}\| \|i_1\| = [\|A\| + \|B\| \|y_{c2}\| - \|z_{c1}\| (\|c\| + \|D\| \|y_{c2}\|)] \|u_2^+\|.$$

Rezultă

$$\|u_2^+\| = [\|A\| + \|B\| \|y_{c2}\| + \|z_{c1}\| (\|c\| + \|D\| \|y_{c2}\|)^{-1} 2 \|u_1^+\| \equiv \|\alpha_{21}\| \|u_1^+\|,$$

$$\|u_1^-\| = [\|A\| + \|B\| \|y_{c2}\| - \|z_{c1}\| (\|c\| + \|D\| \|y_{c2}\|)]^{-1} 2 \|u_1^+\| \equiv \|\beta_{12}\| \|u_1^+\|$$

sau

$$\|u_1^-\| = \|u_1\| - \|u_1^+\| = (\|A\| + \|B\| \, \|y_{c2}\|)(\|\alpha_{21}\| - \|1\|) \, \|u_1^+\| \equiv \|\beta_{12}\| \, \|u_1^+\| .$$

În mod asemănător, considerînd unde modale de tensiuni incidente inverse (în linia a doua) rezultă ecuațiile necesare determinării matricelor coeficienților de refracție și reflexie :

$$\|u_1^-\| = 2[\|D\| + \|B\| \, \|y_{c1}\| + \|z_{c2}\| (\|C\| + \|A\| \, \|y_{c1}\|)]^{-1} \|u_2^-\| \equiv \|\alpha_{21}\| \, \|u_2^-\| ,$$

$$\|u_2^+\| = [\|D\| + \|B\| \, \|y_{c1}\| - \|z_{c2}\| (\|C\| + \|A\| \, \|y_{c1}\|)] \frac{\|\alpha_{12}\|}{2} \|u_2^-\| \equiv \|\beta_{21}\| \, \|u_2^-\|$$

sau

$$\|u_2^+\| = \|u_2\| - \|u_1^-\| = [(\|D\| + \|B\| \, \|y_{c1}\|) \|\alpha_{12}\| - \|1\|] \|u_2^-\| \equiv \|\beta_{21}\| \, \|u_2^-\| .$$

Suprapunem efectele celor două incidente și rezultă ecuațiile matriceale următoare :

$$\|u_2^+\| = \|\alpha_{21}\| \, \|u_1^+\| + \|\beta_{21}\| \, \|u_2^-\| ,$$

$$\|u_1^-\| = \|\beta_{12}\| \, \|u_1^+\| + \|\alpha_{12}\| \, \|u_2^-\| .$$

## *ANEXA 4.* CALCULUL TRANSMISIEI UNDELOR ÎN LINII TRIFAZATE PENTRU NESIMETRII TIPICE CU SCHEME ECHIVALENTE ÎN COORDONATE SIMETRICE

Deoarece liniile electrice considerate au schemele de secvență *d* și *i* identice, le vom compune într-o singură schemă echivalentă. Rezultă, prin urmare, schemele echivalente de calcul din figura A.4.1.

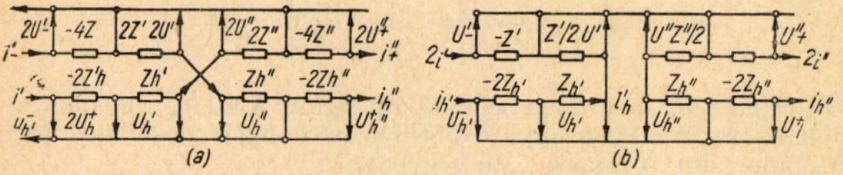



Fig. A.4.1. — Scheme echivalente de calculul undelor de tensiune pentru nesimetrii nete tipice.

În cazul primei scheme, corespunzătoare funcționării cu două faze întrerupte, se obțin următoarele expresii ale curenților și tensiunilor schemele „de secvență" :

$$i_{h'} = i_{h''} = \frac{2u_h^+}{z_{h'} + z_{h''} + 2(z' + z'')} ,$$

$$u_{h'} = 2u'_{h+} \frac{z_{h''} + 2(z' + z'')}{z_{h'} + z_{h''} + 2(z' + z'')} , \qquad u_{h''} = 2u'_{h+} \frac{z_{h''}}{z_{h'} + z_{h''} + 2(z' + z'')} ,$$

$$2u' = 2u'_{h+} \frac{-2z'}{z_{h'} + z_{h''} + 2(z' + z'')} , \qquad 2u'' = 2u'_{h+} \frac{2z''}{z_{h'} + z_{h''} + 2(z' + z'')} .$$

Tensiunile fazelor se determină acum cu expresiile cunoscute, din teoria coordonatelor simetrice ca funcții liniare ale tensiunilor din schemele „de secvență" : $u_1' = u_1'' = u_{h'} + u_d' + u_i' = u_{h'} + 2u' =$

$$= 2u_h^+ \frac{z_{h''} + 2z''}{z_{h'} + z_{h''} + 2(z' + z'')},$$

$$u_2' = u_3' = u_{h'} + a^2 u_d' + a u_i' = u_{h'} - u' = 2u_{h+}' \left[1 - \frac{z_{h'} - z''}{z_{h'} + z_{h''} + 2(z' + z'')}\right],$$

$$u_2'' = u_3'' = 2u_{h+}' \frac{z_{h''} - z''}{z_{h'} + z_{h''} + 2(z' + z'')}.$$

Dacă considerăm valorile uzuale ale impedanțelor caracteristice pentru linii fără pierderi, luăm aproximativ $z_{h'} = 2z'$ și $z_{h''} = 2z''$.

Cînd cele două linii sînt identice, $z' = z''$, rezultă următoarele valori ale undelor de tensiuni din zona de neomogenitate :

$$u_1' = u_1'' = u_{h+}',$$

$$u_2' = u_3' = u_h' + \frac{3}{4} u_h', \quad u_2'' = u_3'' = \frac{u_{h'}^+}{4}.$$

Pentru scurtcircuit monofazat al unei linii în gol, particularizăm $z'' = z_h'' = 0$ și cu $z_{h'} = 2z'$ obținem valorile

$$u_1' = u_{h+}' - u_{h+}' = 0 ; \quad u_2' = u_3' = \frac{3}{2} u_{h+}'.$$

În cazul celei de-a doua schemă din figura A.4.1 *b*, corespunzătoare funcționării cu o fază întreruptă, se obțin următoarele expresii ale curenților și tensiunilor din schemele „de secvență" :

$$i_{h'} = i_{h''} = \frac{2u_{h+}'}{z_{h'} + z_{h''} + \dfrac{z' + z''}{2}}, \quad u_{h'} = 2u_{h+}' \frac{z_{h'} + \dfrac{z' + z''}{2}}{z_{h'} + z_{h''} + \dfrac{z' + z''}{2}},$$

$$u_h'' = 2u_{h+}' \frac{z_{h''}}{z_{h'} + z_{h''} + \dfrac{z' + z''}{2}}, \quad u' = 2u_{h+}' \frac{z^1/_2}{z_{h'} + z_{h''} + \dfrac{z' + z''}{2}},$$

$$u'' = 2u_{h+}' \frac{-z''/_2}{z_{h'} + z_{h''} + \dfrac{z' + z''}{2}}.$$

Expresiile tensiunilor fazelor sînt următoarele:

$$u_1' = 2u_{h+}'\left(1 - \frac{z_{h'} - z'}{z_{h'} + z_h'' + \frac{z' + z''}{2}}\right); \quad u_1'' = 2u_{h+}' \frac{z_{h''} - z''}{z_{h'} + z_{h''} + \frac{z' + z''}{2}};$$

$$u_2' = u_3' = 2u_{h+}' \frac{z_{h''} + z''/_2}{z_{h'} + z_{h''} + \frac{z' + z''}{2}} = u_2'' = u_3''.$$

Dacă particularizăm $z_{h'} = z_{h''} = 2z' = 2z''$, se obțin următoarele valori ale undelor de tensiune din zona de neomogenitate:

$$u_1' = u_{h'+} + \frac{3}{5} u_{h+}'; \quad u_1'' = \frac{2}{5} u_{h+}';$$

$$u_2' = u_3' = \frac{4}{5} u_{h+}'; \quad u_3'' = u_2'' = u_{h+}'.$$

Pentru scurtcircuit bifazat al unei linii în gol, particularizăm $z'' = 0$, $z_{h''} \to \infty$ și rezultă următoarele valori ale tensiunilor fazelor:

$$u_1' = 2u_{h+}'; \quad u_2' = u_3' = 2u_{h+}'.$$

În cazul scurtcircuitului bifazat cu pămînt la capătul unei linii electrice în gol, particularizăm $z_{h''} = z'' = 0$ și obținem expresiile tensiunilor fazelor $u_1' = u_{h+}' \frac{3z''}{z_{h'} + \frac{z'}{2}}$, $u_{2'} = u_{3'} = 0$.

Dacă aproximăm $z_{h'} = z'$, rezultă $u_1' = \frac{6}{5} u_{h+}'$.

Se observă că la linia trifazată reflexia undelor incidente din conductoarele întrerupte conduce la o tensiune mai mică decît dublul valorii undei incidente (așa cum este cazul liniei bifilare).

## ANEXA 5.

### CALCULUL REGIMULUI INIȚIAL AL SUPRATENSIUNILOR ÎN LINII TRIFAZATE PENTRU NESIMETRII LOCALE CU SCHEME ECHIVALENTE ÎN COORDONATELE FAZELOR

Pentru o interconexiune de linii omogene trifazate simetrice care au impedanțe de undă (caracteristice operaționale) pentru „succesiunea directă" egale cu cele de „succesiune inversă", rezultă în coordonatele fazelor schema echivalentă de calcul din figura A.5.1 *b*.

Tensiunile electromotoare ale fazelor schemei din figura A 5.1 *b* se exprimă în funcție de undele incidente de tensiune cu relațiile lineare de trecere de la coordonatele direcțiilor proprii la cele ale fazelor. În cazul

coordonatelor simetrice avem expresiile următoare :

$$\begin{Vmatrix} e'_1 \\ e'_2 \\ e'_3 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 2u^+_{h'} \\ 2u^+_{d'} \\ 2u^+_{i'} \end{Vmatrix}; \quad \begin{Vmatrix} e''_1 \\ e''_2 \\ e''_3 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 2u^-_{h'} \\ 2u^-_{d'} \\ 2u^-_{i'} \end{Vmatrix}.$$

Impedanţele $z'_0$ şi $z''_0$ au expresiile $z'_0 = \dfrac{z_{h'} - z'}{3}$ şi $z''_0 = \dfrac{z_{h''} - z''}{3}$.

Reţeaua de interconexiune a liniilor poate fi oarecare generală.

Pentru cazurile studiate în anexa 4, cele două linii trifazate posedă o fază sau două întrerupte, rezultă schemele de calcul din figura A.5.2.

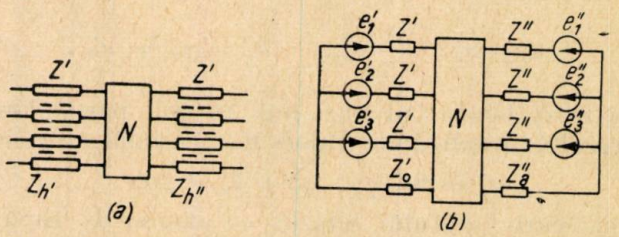



Fig. A. 5.1. — Neomogenitate şi nesimetrie generală de interconexiune a două linii omogene (a) şi schema echivalentă de calculul tensiunilor şi curenţilor din reţeaua din nesimetrie a liniilor (*b*).

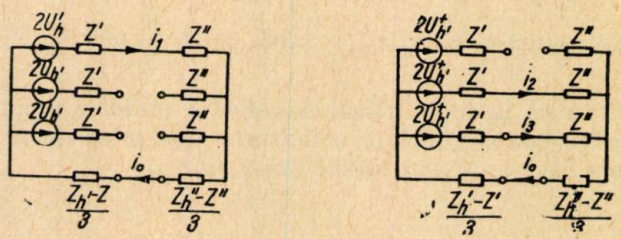



Fig. A.5.2. — Schema echivalentă de calculul regimurilor tensiunilor şi curenţilor din locul de întrerupere a fazelor.

Din schema cu o fază întreruptă se determină direct expresiile curenţilor şi tensiunilor :

$$i_0 = 3 \cdot \frac{2u^+_{h'}}{z_{h'} + z_{h''} + \dfrac{z' + z''}{2}} = 2i_2 = 2i_3; \quad i_1 = 0,$$

$$u'_1 = 2u^+_{h'}\left(1 - i_0 \frac{z_{h'} - z'}{3}\right) = 2u'_{h+}\left(1 - \frac{z_{h'} - z'}{z_{h'} + z_{h''} + \dfrac{z' + z''}{2}}\right),$$

$$u_1'' = i_0 \frac{z_{h''} - z''}{3} = 2u_{h'}^{+} \frac{z_{h''} - z''}{z_{h'} + z_{h''} + \dfrac{z' + z''}{2}},$$

$$u_{2,3}' = u_{2,3}'' = u_1'' + z'' i_2 = 2u_{h'}^{+} \frac{z_{h''} + \dfrac{z''}{2}}{z_{h'} + z_{h''} + \dfrac{z4\, z''}{2}}.$$

Din schema cu două faze întrerupte se determină direct expresiile curenților și tensiunilor

$$i_1 = 3 \frac{2u_{h'}^{+}}{z_{h'} + z_{h''} + 2(z' + z'')} = i_0, \; i_2 = i_3 = 0,$$

$$u_2' = u_3' = 2u_{h'}^{+} - \frac{z_{h'} - z'}{3} i_1 = 2u_{h'}^{+} \left(1 - \frac{z_{h'} - z'}{z_{h'} + z_{h''} + 2(z' + z'')}\right),$$

$$u_2'' = u_3'' = i_0 \frac{z_{h''} - z'}{3} = 2u_{h'}^{+} \frac{z_{h''} - z'}{z_{h'} + z_{h''} + 2(z' + z'')},$$

$$u_1' = u_1'' = \left(z'' + \frac{z_{h''} - z''}{3}\right) i_1 = 2u_{h'}^{+} \frac{2z'' + z_{h''}}{z_{h'} + z_{h''} + 2(z' + z'')}.$$

Se remarcă identitatea expresiilor cu cele din anexa 4, rezultate pe altă cale.

Schemele echivalente de calcul în coordonatele fazelor sînt avantajoase pentru determinarea directă a valorilor tensiunilor și curenților din zona de nesimetrie și neomogenitate a unor linii omogene.

Pentru calculul propagării undelor pe linii este încă utilă trecerea la coordonatele modurilor naturale, deoarece propagarea undelor în aceste coordonate se efectuează în mod independent.

Calculul coeficienților de refracție și de reflexie a undelor incidente se poate efectua apoi în urma exprimării undelor de tensiuni ca funcții de valorile tensiunilor și curenților din coordonatele modurilor naturale folosind relațiile liniare corespunzătoare.

## BIBLIOGRAFIE


1. L. Blume, A. Boyajian, G. Camili, *A Treatise on the Theory, Operation and Application of Transformers*, New York, 1951.
2. J. Bickford, P. Doepel, *Calculation of switching transients with particular reference to line energisation*. Proc. of. IEE, **114**, *4* (1967).
3. M. Battisson, D. Sylvia, I. Mullinaux, *Calculation of switching phenomena in power systems*, Proc. of IEE., **114**, *4* (1967).
4. R. Răduleț, A. Timotin, A. Țugulea, *Introducerea parametrilor tranzitorii în studiul circuitelor electrice lineare avînd elemente nefiliforme și pierderi suplimentare*, St. cerc. energ. electr., **16**, *4*, 857–929 (1966).

5. I. Adămuț, *Contribuții la rezolvarea ecuațiilor de propagare pe liniile electrice lungi multifilare cu pierderi, nesimetrii și influențe mutuale*, St. cerc. energ. electr., *4* (1967).
6. L. Bérgeron, *Propagation d'ondes le long des lignes électriques. Méthode graphique*, Bull. de la Soc. des Électriciens, *10* (1937).
7. L. Bewley, *Travelling Waves on Transmission Systems*, New York, Londra, 1951.
8. A. Dolghinov, S. Stupel, A. Sevina, *Algoritm și program de calcul la mașini cifrice al proceselor tranzitorii electromagnetice din sistemele electrice*, Electricestvo, *8*, 23—29 (1966).
9. G. Köpl P. Geng, *Sur la détermination de la tension transitoire de rétablissement dans les réseaux triphasés symétriques*, Revue Brown, **53**, *4—5*, 311 (1966).
10. W. Frey, P. Althammer, *Le calcul, au moyen d'une calculatrice numérique, des phénomènes transitoires apparaissant sur les lignes électriques*, Revue Brown Boveri, **48**, *5—6* (1961).
11. A. Avramescu, G. Drăgan, I. Adămuț, M. Petcu, *Switching overvoltages modelled by a quadripole*, Rev. Roum. des sciences techniques, Serie Electrot. et énerg., *9*, 331—339 (1964).
12. J. Barret, *Développements récents des méthodes d'étude des tensions transitoires de manœuvre sur les réseaux à haute tension*, RGE, **74**, *5*, 441—455 (1965).
13. R. Karaev, *Procesele tranzitorii în liniile trifazate lungi*, Electricitatea, *10* (1954).
14. R. Răduleț, P. Dimo, *Teoria celor mai simple scheme complete, echivalente cu rețelele electrice lineare în raport cu o latură a lor*, St. cerc. energ. *2* (1964).
15. G. Adams, *Wave Propagation along unbalanced highvoltage transmission Lines*, IEEE Trans. on P.A.S., august, 1959.
16. L. Barthold, *Radio-Frequency Propagation on Polyphase Lines*, IEEE Trans. on P.A.S., iulie 1964.
17. M. Perz, *Natural Modes of Power Line Carrier on Horizontal Three-Phase*, IEEE Trans. on P.A.S., iulie 1964.
18. C. Mocanu, *Asupra transmisiunii energiei electromagnetice pe o linie electrică lungă multifilară*, St. cerc. energ. electr., **14**, *4*, 853—868 (1964).
19. F. Lafay, *Propagation sur les lignes de transport d'énergie et perturbations*, R.G.E., *2* (1967).
20. H. Edelman, *Calculul electric al rețelelor interconectate*, Edit. tehnică, București, 1966.
21. I. Giaro, *Surtensions atmosphériques dans les réseaux électriques. Caractéristiques principales et calculs*, Bull. S.R. Belge des électriciens, *1*, 1—23 (1960).

# POSIBILITĂȚI DE OBȚINERE AUTOMATĂ A IMAGINILOR NODALE CU CALCULATOARE ELECTRONICE

DE

H. CRISTEA

621.3.012 : 621.316.11.001

După o scurtă analiză a posibilităților de judecată a regimurilor sistemelor electroenergetice pe care le oferă analiza nodală Dimo, în lucrare se prezintă structura funcțională, programarea și posibilitățile obținerii automate a imaginilor nodale, utilizîndu-se elemente de calcul dinamice, numerice și analogice.

## 1. INTRODUCERE

Este cunoscut procedeul „analiza nodală Dimo" [1] pentru studiul sistemelor electroenergetice trifazate, care utilizează două concepte noi :

— schema radială R.E.I., avînd ca centru nodul studiat, schemă-tip la care este redus orice sistem, indiferent de complexitatea și de structura lui reală ;

— imaginea nodală tip, alcătuită cu ajutorul curentului de scurt-circuit în nodul studiat, descompus pe surse de alimentare.

Din lucrările elaborate în acest domeniu [2] — [6] rezultă că prin utilizarea procedeului analizei nodale pe schema echivalentă R.E.I. se pot introduce concepte figurative simple standardizate în studiul sistemelor electroenergetice în paralel cu calculele obișnuite, efectuate în diverse probleme cu ajutorul calculatoarelor numerice. „Analiza nodală Dimo" utilizează pentru aceasta următoarele căi :

a) calea topologică, care constă în sintetizarea unei scheme „radială, echivalentă și independentă" (R.E.I.) pentru nodul studiat al rețelei, care se extrage dintr-o schemă echivalentă completă a sistemului considerat, denumită echivalentul R.E.I. al sistemului (fig. 1 *a*) ;

b) calea „imaginilor nodale", care constă în utilizarea schemelor R.E.I. pentru întocmirea unei reprezentări grafice tip a curenților reali de scurtcircuit în nodul considerat. Pe imaginea nodală, fiecare mașină electrică apare în nodul respectiv reprezentată printr-un fazor $Y_{ki}\bar{E}_i$

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, nr. 3, p. 727—734, București, 1968

corespunzător contribuţiei acelei maşini la curentul total de scurtcircuit, în care

$Y_{ki} = g_{ki} - jb_{ki}$ este admitanţa de transfer din schema R.E.I.;
$\bar{E}_k = E'_k + jE''_k$ — tensiunea electromotoare calculată faţă de tensiunea nodului de echilibru luată ca referinţă (fig. 1 *b*).

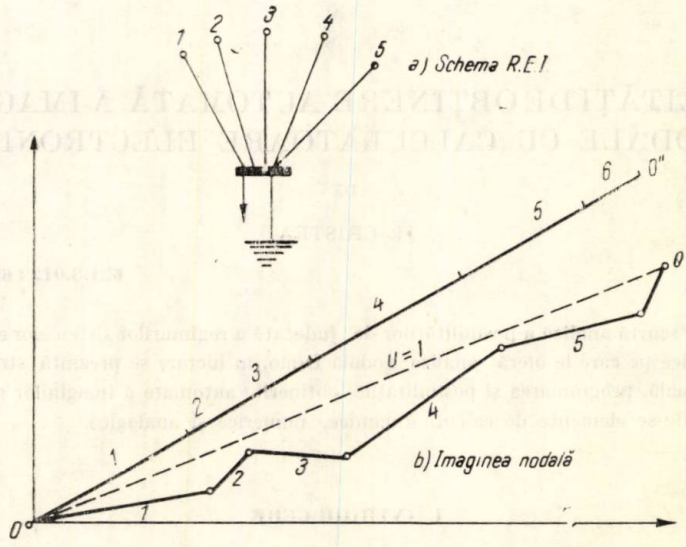



Fig. 1

Fazorii $Y_{ki}\bar{E}_i$ variază o dată cu variaţiile lui $\bar{E}_i$ (schimbarea regimului) sau cu variaţia lui $Y_{ki}$ (ceea ce corespunde variaţiei structurii şi regimului reţelei). Totalitatea fenomenelor fizice din reţeaua sistemului electroenergetic pot fi „văzute" dintr-un anumit nod prin urmărirea variaţiei imaginii sale nodale, adică a lanţului de fazori;

c) calea modelării matematice, care constă în exprimarea ecuaţiilor nodale a injecţiilor de curent în noduri în funcţie de potenţialul lor pentru programarea rezolvării calculului cu ajutorul calculatorului numeric.

Conceptele analizei nodale deduse pe căile amintite [2] permit selecţionarea rapidă a regimurilor caracteristice ale sistemelor electroenergetice, pentru care sînt necesare calcule complete, selecţionarea nodurilor în care pot fi realizate îmbunătăţiri calitative (mărirea rezervei de stabilitate statică, a rigidităţii tensiunii, eliminarea unor deconectări intempestive etc.) oferind posibilitatea utilizării calculatorului într-un dialog om-calculator. Acest dialog se efectuează curent în mod destul de codificat şi rezultatele obţinute trebuie adesea prelucrate şi analizate înainte de a deveni utile luării unei decizii. În vederea lărgirii sferei de cuprindere a calculatorului, de automatizare a calculelor, pentru a face nemijlocit accesibile rezultatele obţinute ale mărimilor ce determină regimul sistemului electromagnetic sînt necesare căi simple sugestive în scopul punerii la dispoziţia operatorului a unor informaţii selective, sin-

tetice sub formă vizuală, după care să se analizeze comportarea sistemului electroenergetic. În acest scop se utilizează dispozitivele periferice ataşate calculatoarelor electronice numerice pentru vizualizarea conceptelor figurative folosite în analiza comportării sistemului electromagnetic.

## 2. PROGRAMAREA PE ELEMENTE DINAMICE A IMAGINII NODALE

Imaginile nodale sînt o reprezentare a suprapunerii efectelor într-un nod pentru un regim dat, care arată fenomenele fizice din sistemul respectiv şi efectele lui asupra nodului în studiu pentru care s-a întocmit schema R.E.I. şi imaginea. Expresia analitică a imaginii nodale care a stat la baza calculului iteraţiei curenţilor de scurtcircuit pentru determinarea regimului respectiv are forma

$$\bar{I}_k = \underbrace{Y_{kk}\bar{E}_k}_{\bar{I}_{k0}} \underbrace{- \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{n} Y_{ki}\bar{E}_i \ldots}_{\bar{I}_{ks}} \tag{2.1}$$

Curentul din nodul analizat reprezintă o sumă de fazori corespunzători curenţilor de scurtcircuit $Y_{ki}\bar{E}_i$ ai fiecărui generator păstrat în schema R.E.I. şi al curentului de scurtcircuit în „gol", respectiv $Y_{kk}\bar{E}_k$.

Considerîndu-se variabila complexă $\bar{E} = E' + jE''$ şi înlocuindu-se în expresia (2.1), se obţine expresia curentului :

$$\bar{I} = U_i + JV_i \ldots, \tag{2.2}$$

în care s-au notat

$$U_i = g_{ki}E'_i - b_{ki}E''_i \ldots ; \tag{2.3}$$

$$V_i = b_{ki}E'_i + g_{ki}E''_i \ldots \tag{2.4}$$

În fond, rezultanta curentului de scurtcircuit reprezintă din punct de vedere matematic o sumă de funcţii de variabilă complexă de tipul (2.5) :

$$\bar{I}_k = \Sigma U_i + j \Sigma' V_i \ldots \tag{2.5}$$

Se notează componentele curentului de scurtcircuit calculate şi stocate în memoria auxiliară sau principală a calculatorului cu $I'_{ci} = \text{Re}\{Y_{ki}\bar{E}_i\}$ şi $I''_{ci} = \text{Im}\{Y_{ki}\bar{E}_i\}$, reprezentînd de fapt componentele fazorului $Y_{ki}\bar{E}_i$ în planul complex.

Considerîndu-se un punct material care descrie în planul complex creşterea $\Delta(Y_{ki}\bar{E}_i)$ a fazorului, respectiv trebuie să se deplaseze în aşa fel încît creşterile parcurse în acelaşi interval de timp pe cele două axe de coordonate să satisfacă relaţia (2.6).

$$\frac{\Delta I'_i(t)}{\Delta I''_i(t)} = \frac{I'_{ci}}{I''_{ci}} \ldots \tag{2.6}$$

După intervalul de timp $\tau$, punctul material va descrie la scara fixată fazorul $\bar{I}_i$. Dacă în membrul stîng se împarte numărătorul şi numitorul prin $\Delta t$, iar în membrul drept se amplifică cu factorul ales cores-

punzător $1/T$, atunci relaţia (2.5) se transformă într-o identitate, care, după trecerea la limită, se descompune în (2.7) şi (2.8):

$$\frac{dI'_i(t)}{dt} = 1/T\, I'_{ci} \ldots, \tag{2.7}$$

$$\frac{dI'_i(t)}{dt} = 1/T\, I''_{ci} \ldots \tag{2.8}$$

Dacă punctul material imaginat reprezintă vîrful peniţei unui înregistrator XY sau un spot luminos prin mişcare în planul complex conform ecuaţiilor (2.7) şi (2.8), se va obţine trasarea fazorului $\bar{I}_i = Y_{ki}\bar{E}_i$ la o scară funcţie de intervalul de integrare prin $\tau$ componentele sale

$$I'_i(t) = I'_{ci}\, 1/T \int_0^{\tau} dt \ldots, \tag{2.9}$$

$$I''_i(t) = I''_{ci}\, 1/T \int_0^{\tau} dt \ldots \tag{2.10}$$

Intervalul de integrare fiind acelaşi pentru fiecare secvenţă, se obţine înlănţuirea fazorilor componenţi ai imaginii nodale la aceeaşi scară, care determină valoarea curentului de scurtcircuit în nodul analizat.

### 3. SCHEMA LOGICĂ DE PROGRAMARE

În conformitate cu relaţiile matematice deduse în capitolul precedent pentru reprezentarea fazorului $Y_{ki}\bar{E}_i$ ca variabilă complexă, dat prin componentele sale $I'_{ci}$ şi $I''_{ci}$, în figura 2 se dă schema logică a programării vizualizării imaginii nodale.

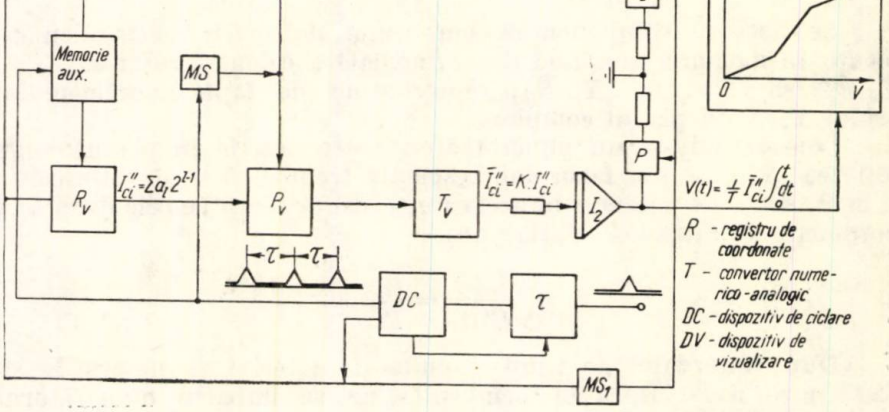



Fig. 2

Schema logică de programare este concepută astfel ca să asigure următoarele principale operații :

a) aducerea instalației în poziția inițială ;

b) citirea succesivă a valorilor componentelor fazorilor după intervalul de timp $\tau$ în vederea înlănțuirii secvențelor ;

c) oprirea instalației după reprezentarea numărului de fazori dinainte stabilit ;

d) ciclarea automată a reprezentării lanțului de fazori.

Componentele fazorilor $Y_{kl}\bar{E}_l$ sînt depuse în memorie într-o ordine dinainte programată. Ordinea afișării se stabilește de către dispozitivul de ciclare *DC*. Pornirea instalației se efectuează prin transmiterea unui impuls de pornire dispozitivului de temporizare care, după intervale de timp $\tau$, transmite către dispozitivul de ciclare *DC* impulsuri. Primul impuls transmis de către dispozitivul de ciclare asigură poziția de zero a registrelor $R_u$ și $R_v$ și a integratorilor $I_1$ și $I_2$. Următoarele impulsuri din ciclu emise de dispozitivul *DC* la intervale de timp egale $\tau$ asigură citirea din memorie a valorilor componentelor fazorilor. Unul și același impuls prin monostabilul $MS_2$ după întîrzierea necesară va deschide porțile $P_u$ și $P_v$, pentru ca valorile componentelor $U_c = \Sigma a_k 2^{k-1}$ și $V_c = \Sigma a_l 2^{l-1}$ să fie cuplate simultan la traductorii numerici-analogici $T_u$ și $T_v$, care vor măsura la ieșire valorile analogice sub forma unor tensiuni $\overline{U}_c = K \cdot \Sigma a_k 2^{k-1}$ și $\overline{V}_c = K \Sigma a_l 2^{l-1}$, unde $a_k$ și $a_l$ pot să fie egale cu unitatea sau cu zero. Tensiunile $\overline{U}_c$ și $\overline{V}_c$, astfel proporționale cu valorile componentelor vor fi integrate în intervalul de timp $\Delta t$. Viteza de integrare va fi proporțională cu valorile $U_c$ și $V_c$, respectiv cu factorul $1/T$.

La ieșirea integratorilor se vor obține componentele $U(t)$ și $V(t)$, transmise la intrările dispozitivului de vizualizare *DV* în planul de coordonate *XY* ; prin mișcarea sa, acul înregistratorului sau spotul luminos descrie imaginea fazorului dorit.

Reciclarea automată a reprezentării în scopul obținerii unei imagini persistente în cazul utilizării ca dispozitiv de vizualizare a unui tub cinescop este asigurată de dispozitivul de ciclare a citirii valorilor *DC*.

Astfel se poate obține automat și permanent imaginea nodală a oricărui nod real sau fizic al rețelei sistemului electroenergetic pus în studiu. De asemenea se obține imediat modificarea imaginii nodale în urma unui eveniment oarecare din sistem și, după necesitate, reținerea la comandă a imaginii numai pentru nodul rețelei din sistemul electroenergetic care trebuie analizat.

## 4. POSIBILITĂȚILE EXISTENTE DE REALIZARE A INSTALAȚIEI PENTRU VIZUALIZAREA IMAGINII NODALE

În legătură cu posibilitățile pe care le oferă „analiza nodală Dimo" pentru studiul comportării sistemelor electromagnetice s-a propus o instalație pentru analiza automată după imaginea nodală vizualizată [7]. Realizarea instalației comportă dispozitive electronice specializate, existența unor calculatoare numerice care să permită cuplarea dispozitivelor periferice în acest scop și un înalt nivel de tehnicitate pentru realizarea elementelor componente ale unor dispozitive periferice adaptate pro-

blemei vizualizării conceptelor figurative sau a unora care au utilizare universală.

În conformitate cu considerentele expuse în capitolele precedente, în Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, dată fiind importanţa unei astfel de instalaţii, s-au studiat posibilităţile realizării ei cu mijloace existente. În primă etapă s-a încercat modelarea

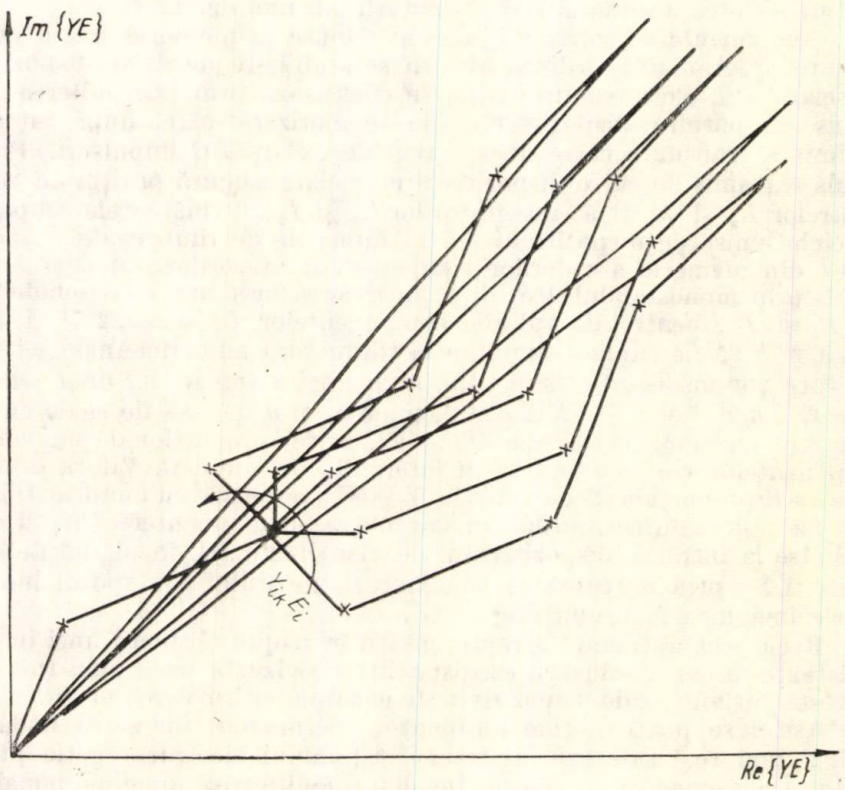



Fig. 3

elementelor instalaţiilor cu dispozitive periferice specializate şi elemente de calcul analogic.

S-a utilizat ca dispozitiv de vizualizare un înregistrator $X,Y$ Luxytrace, deşi schema este concepută cu ciclare automată pentru a asigura persistenţa imaginii în cazul utilizării unui tub cinescop.

Primele încercări de obţinere a imaginii nodale cu ajutorul modelului conceput au dat rezultate bune (fig. 3). Astfel imaginile obţinute de la înregistratorul $XY$ sînt conforme cu ceea ce s-a programat iniţial, ceea ce confirmă rezolvarea cîtorva probleme importante în obţinerea imaginii nodale, şi anume :

a) obţinerea semnalelor analogice proporţionale cu valorile numerice ale componentelor fazorilor $YE$ şi a trasării lor ca funcţii direct proporţionale de timp ;

b) marcarea evidentă a punctelor de frîngere a lanțului de fazori și determinarea elementelor care influențează claritatea acestor puncte de frîngere;

c) ciclarea automată a imaginii în scopul obținerii unei imagini persistente pentru cazul utilizării unui tub cinescop drept dispozitiv de vizualizare;

d) trasarea rezultantei lanțului de fazori în cazul în care interesează.

## 5. CONCLUZII

Ceea ce pare interesant de remarcat este faptul că cercetările efectuate în legătură cu obținerea automată a imaginii nodale au un caracter de aplicație mult mai general.

Prin construcția unor asemenea dispozitive periferice atașate calculatoarelor electronice, în afară de imaginea nodală se pot utiliza la reprezentarea grafică a curbelor date prin puncte scrise în memoria calculatorului electronic de tipul

$$x = f_1(t),$$

$$y = f_2(t),$$

$$y = f(x),$$

$$z = x + jy,$$

$$w = \varphi(z) = P(x, y) + jQ(x, y),$$

ușurînd în felul acesta dialogul operator-calculator în integrarea rezultatelor.

Ele oferă de asemenea posibilitatea obținerii comenzilor unor mașini-unelte pentru așchierea pieselor profilate, ale căror profile se dau prin puncte reprezentînd valorile coordonatelor curente față de o referință, înscrise în memoria calculatorului pe bandă perforată sau profile date prin expresia lor analitică.

În felul acesta se realizează posibilitatea de a ataca pe o cale intuitivă simplă cele mai dificile probleme puse de funcționarea în regim staționar și nestaționar a sistemului electroenergetic sau a problemelor de altă natură care comportă selecționarea operativă a unor cazuri particulare.

## BIBLIOGRAFIE

1. Paul Dimo, *The Graphic Analyser—Conférence Internationale des Grands Réseaux Electriques à Haute Tension (CIGRÉ)*, Session 1958, Paris, Rapport 302.

2. — *Total standardization of the study of networks by means of the „Nodal analysis"*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ., **9**, *4*, 585—591 (1964).

3. PAUL DIMO, *Solution of power-system load-flow problems by interaction of shortcircuit currents*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ., **10**, *3* (1965).
4. — *Une seule structure physique type pour l'étude des réseaux*, Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ., **9**, *1* (1964).
5. — *Les solutions des équivalente REJ du réseau dans son ensemble*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ., **9**, *2*, (1964).
6. — *Using the Nodal Approach with shortcircuit current Phasors for the Graphical Analysis of Power System Operating Conditions*, Electricestvo, *8* (1962).
7. — *Instalație automată pentru analiza sistemelor electroenergetice*. Oficiul de standarde și invenții, certificat de autor nr. 50 537 din 12 noiembrie 1963.

Rezumatele articolelor apărute în „Revue Roumaine des Sciences Tehniques, série Electrotechnique et Energétique", Tom 14, Nr. 3, 1968.

A. ŢUGULEA şi F.M.G. TOMESCU

**621.3001; 538.56; 621.372.001**

**Cîmpul electromagnetic tranzitoriu şi parametrii tranzitorii ai bobinei cu miez sferic conductor masiv**

Se studiază cîmpul electromagnetic tranzitoriu al bobinei cu miez sferic conductor masiv, cu înfăşurarea strînsă din conductor filiform, realizată după o lege de variaţie sinusoidală a numărului de spire cu unghiul polar.

Pe baza soluţiilor obţinute pentru mărimile de cîmp se determină parametrii tranzitorii ai bobinei cu miez sferic conductor masiv, pentru care se dau atît relaţiile generale de calcul, cît şi expresiile asimtotice valabile pentru valori mici, respectiv mari ale timpului.

AUGUSTIN MORARU

**621.313.042.001**

**Asupra calculului magnetic al dinţilor cu secţiune variabilă**

Se indică modul de considerare a efectului de descărcare prin fluxuri de dispersie a capătului dinţilor şi se descrie o nouă metodă, mai exactă, de calcul al tensiunii magnetice a dinţilor de secţiune variabilă cu ajutorul formulei de cvadratură a lui Gauss. S-au efectuat calcule pentru compararea metodelor „clasice" între ele şi cu metoda propusă, evidenţiind avantajele acestei metode.

D. ROMALO

**533.9.07; 621.365.38**

**Consideraţii teoretice asupra arcului electric strangulat**

Utilizînd un model termodinamic simplificat pentru arcul electric suflat într-un ajutaj, se deduc analitic forma geometrică şi caracteristicile electrice şi termodinamice ale arcului.

E. ARIE

512.831 ; 620.9 : 621.316.11

**Rezolvarea sistemelor de ecuaţii liniare cu metoda „operatorilor de triangularizare". Aplicaţii în energetică**

Pentru rezolvarea sistemelor de ecuaţii liniare de dimensiuni mari, dar cu matrice ale coeficienţilor cu grad de umplere redus, frecvente în energetică, se propune o metodă directă care, pe lîngă matricea iniţială a coeficienţilor, utilizează o matrice triunghiulară cu grad de umplere redus. Pe lîngă economia realizată în privinţa volumului de memorie şi de calcul necesar, metoda permite evidenţierea dependenţei rezultatelor de caracteristicile sistemului modelat.

F. MANEA

518.4 ; 621.316.11

**Grafurile REI ale ecuaţiilor liniare. Aplicaţii la studiul reţelelor electrice**

Grafurile REI sînt izomorfe ecuaţiilor, sistemelor de ecuaţii şi sistemelor matriceale ale ecuaţiilor.

Se demonstrează proprietăţile şi se indică unele aplicaţii.

M. POMÂRLEANU

621.316.11.014.3

**Construcţia directă a unor scheme echivalente reduse ale reţelelor electrice**

Se prezintă o metodă de construire rapidă a reţelelor echivalente reduse, utilizate într-o serie de studii de reţele. Acestea se extrag uşor dintr-o reţea transformată a reţelei originale ce posedă concentrat toate informaţiile necesare formării imaginilor nodale.

Construcţia acestei reţele transformate, ca şi a reţelelor echivalente reduse, se realizează simplu pe calculatorul cifric cu ajutorul unui algoritm unic.

IOAN DORE LANDAU şi ŞTEFAN GAVĂT

621.316.72

**O metodă de reglare automată a vitezei motoarelor asincrone cu rotorul în scurtcircuit alimentate prin convertizoare cu tiristoare**

Se prezintă o metodă originală pentru reglarea automată a vitezei motoarelor asincrone cu rotorul în scurtcircuit alimentate prin convertizoare de frecvenţă cu circuit intermediar de c.c. cu tensiune constantă. Reglarea continuă a vitezei este asigurată prin comanda frecvenţei şi a valorii eficace a tensiunii într-o gamă cuprinsă între 2,5 şi 8,5Hz (gama putînd fi extinsă pînă la 100 Hz). Reglarea vitezei se face la cuplul constant pînă la frecvenţa nominală (50 Hz) şi la putere constantă deasupra frecvenţei nominale.

Se prezintă două scheme de reglare a turaţiei împreună cu o scurtă analiză a regimului dinamic. În încheiere sînt date rezultatele experimentale obţinute şi detalii privind aplicarea în industrie.

G H. CARTIANU şi I. CONSTANTIN

621.316.7.001

**Funcţii de transfer cu caracteristici de tip cvasi-cebişov obţinute în baza unei transformări derivate Darlington**

Se dă o metodă pentru a obţine funcţii de transfer cu caracteristici de tip Cebişov, utilizînd o transformare de poli a unei funcţii de transfer cu caracteristici de tip Taylor.

Prin această metodă se pot obţine uşor polii şi performanţele de reţea respective.

C. BELEA

621.316.7.00

**Comutaţia sistemelor parametrice liniare**

Se studiază problema determinării elementelor comutării în sistemele dinamice cu parametrii variabili pe baza teoriei distribuţiilor.

Se formulează şi se demonstrează cîteva posibilităţi generale de comutaţie parametrică atît pentru sistemele cu structură variabilă, cît şi pentru sistemele cu structură nevariabilă.

Se deduc formulele de calcul pentru regimul de comutaţie.

V. PIMSNER și I. MĂRĂCINEANU

536 : 621.1

**Criteriul Reynolds al transferului de căldură din rețeaua confuzoare de palete**

Se prezintă cercetările teoretice și experimentale dirijate în vederea determinării dependenței dintre numărul Reynolds și intensitatea transferului de căldură în rețeaua confuzoare de palete, utilizînd metoda modelării.

Se scoate în evidență modul de interpretare a criteriului Reynolds și semnificația sa fizică în transferul de căldură în rețelele de palete, precum și posibilitatea transpunerii datelor experimentale de la un regim cu $M < 1$ la un regim de curgere cu $M \geqslant 1$.

ȘTEFAN KOVACS 620.9

## ANALIZA ASPECTELOR INTERȘANJABILITĂȚII PURTĂTORILOR DE ENERGIE ÎN VEDEREA STABILIRII PRINCIPIALE A PONDERII ÎN BALANȚA ENERGETICĂ A CONSUMATORILOR CE NU ADMIT INTERȘANJABILITATEA

Pornind de la analiza multilaterală a aspectelor legate de posibilitatea schimbării purtătorilor de energie la un consumator definit în modul cel mai general, aspecte care au în vedere dinamica în timp, latura tehnică și economică a posibilității de interșanjare, și punînd un accent deosebit asupra reflectării problemei la nivelul și în structura resurselor de energie primară, se urmărește definirea principială a consumatorilor ce nu admit schimbarea purtătorilor de energie.

După ce se scot în evidență cîteva categorii de astfel de consumatori care ridică în fața economiei energetice probleme deosebite, se propune o metodă de separare din balanța energetică, la un anumit nivel, întreprindere, ramură, sector sau economie, a părții ce revine acestui consum neinterșanjabil.

*St. cerc. energ. electr. Tom.18, Nr. 3, p. 521—539, București, 1968*

MARTIN BERCOVICI și ALEXANDRU SZMUK 621.301.25

## MODELUL MATEMATIC PENTRU STUDIEREA STRUCTURII OPTIME A CENTRALELOR NUCLEARE ÎNTR-UN PROGRAM DE PERSPECTIVĂ

Se prezintă relații analitice care permit calcularea cu ajutorul unui calculator cifric a mai multor variante privind structura unui sistem de centrale nucleare, format din cîte un tip de centrală conservatoare și un tip de centrală reproducătoare, cum și alegerea variantei optime.

Cu ajutorul relațiilor din capitolul 2 se poate calcula, pentru numeroase variante de program, puterile instalate în centralele conservatoare și în cele reproducătoare, termenele de punere în funcțiune a acestora în baza producției de plutoniu și a disponibilului de plutoniu prelucrat pentru diferite perioade. În capitolul 3 se prezintă formularea analitică a unor funcții economice de cost care permit alegerea variantei pentru care funcția economică luată drept criteriu prezintă valori minime.

Modelul prezentat are un dublu scop : pe de o parte să contribuie la întocmirea unui program de perspectivă optimizat privind dezvoltarea centralelor nucleare, iar pe de altă parte să poată fi folosit la studierea problemei de ansamblu a structurii optime a resurselor de purtători primari de energie pentru Republica Socialistă România.

*St. cerc. energ. electr. Tom 18, Nr. 3, p. 531—545 București, 1968*

N. ANTONESCU și I. RĂDULESCU 662.661.662.95

## CARACTERISTICILE PROCESULUI DE ARDERE TURBIONARĂ ȘI INFLUENȚA CÎMPULUI DE TEMPERATURI MARGINALE

Modelul fizic stabilit pentru arderea turbionară în care suprafața de ardere este considerată ca fiind compusă din două fronturi independente de flacără racordate în partea superioară este corect și se verifică prin datele experimentale obținute. Stabilitatea-limită a flăcării turbionare este condiționată de capacitatea de schimb de căldură și de masă a zonelor de recirculație, ceea ce poate fi urmărit pe baza analizei gradienților de temperatură lîngă peretele răcit al incintei din interiorul zonei periferice de recirculație. Formele de front de flacără prezentate, tipice arderii turbionare, precizează gradul de intensificare al procesului de ardere în focar și dependența acestuia de unghiul de turbionare și de parametrii fizico-chimici ai procesului. O metodă analitică de calcul, bazată pe scrierea principalelor ecuații ale fenomenelor care intervin și pe determinarea experimentală a valorii medii pe secțiune a unor parametri, realizează posibilitatea calculu lui procesului de ardere turbionar în focare de instalații.

*St. cerc. energ. electr. Tom 18., Nr. 3, p. 547—559, București, 1968*

NICOLAE DĂNILĂ și DAMIAN GRECOV 621.311.22

## METODĂ PENTRU DETERMINAREA TEMPERATURII FINALE DE PREÎNCĂLZIRE REGENERATIVĂ ÎN CENTRALELE TERMOELECTRICE CU SUPRAÎNCĂLZIRE INTERMEDIARĂ

Se stabilește o metodă de calcul pentru determinarea temperaturii finale optime de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare la centralele termoelectrice cu supraîncălzirea intermediară a aburului pentru diferitele cazuri de realizare a schemei termice a centralei. Calculele numerice efectuate atestă precizia formulelor propuse.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 561—575, București, 1968*

B. BARBESCU 621.436

## SCHIMBAREA ÎNCĂRCĂTURII CILINDRULUI MOTORULUI DIESEL ÎN PATRU TIMPI CU SUPRAALIMENTARE ÎNALTĂ

Se prezintă rezultatele unor experimentări efectuate pe un motor diesel în patru timpi pentru determinarea coeficientului de umplere şi a cantităţii aerului de baleiaj în funcţie de presiunea de admisie şi evacuare, precum şi de reglajul distribuţiei în domeniul presiunilor mari la admisie (4 kgf/cm²).

Se arată necesitatea realizării unui raport redus între presiunea de evacuare şi cea de admisie, în scopul îmbunătăţirii umplerii cilindrului, al micşorării încărcării termice şi a scăderii consumului specific de combustibil.

Se deduc concluzii privind posibilitatea evaluării coeficientului de umplere şi a domeniului de reglaj optim pentru distribuţie la presiuni mari de supraalimentare.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 577—589, Bucureşti, 1968*

V. RADCENCO 621.57

## CONSIDERAŢII PRIVIND EFECTUL FRIGORIFIC AL EVACUĂRII LIBERE

În articol este precizat domeniul de utilizare a procesului de evacuare liberă în criotehnică, subliniindu-se importanţa lui pentru detentoarele cu piston. Pe baza analizei termodinamice a procesului teoretic de evacuare liberă a fost stabilită ecuaţia diferenţială de tip liniar şi neomogen a acestui proces, care stabileşte legea de variaţie a temperaturii gazului din conducta de evacuare în funcţie de presiunea momentană din cilindru.

Raportînd căderea de temperatură a gazului destins ireversibil prin evacuarea liberă la cea corespunzătoare unei destinderi izentropice în acelaşi interval de presiune, a fost obţinută expresia randamentului frigorific teoretic al evacuării libere, demonstrîndu-se că, datorită ireversibilităţii procesului, valoarea maximă a acestui randament nu poate depăşi 50%. A fost stabilită şi expresia randamentului energetic al evacuării libere, care, spre deosebire de randamentele frigorific entropic, ţine seama şi de temperatura gazului la deschiderea supapei sau ferestrelor de evacuare.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 611—624, Bucureşti, 1968*

G. BĂRĂNESCU, A. MANOLE, R. MANIŢIU şi A. MANEA 621.65

## CALCULUL PROCESELOR DIN POMPA DE INJECŢIE CU DISTRIBUITOR ROTATIV ŞI PISTOANE OPUSE

Se prezintă o metodă de calcul a proceselor din pompa de injecţie cu distribuitor rotativ şi pistoane opuse. Rezolvarea ecuaţiilor care descriu starea sistemului se face prin metoda grafo-analitică. Se prezintă trei variante ale acestei metode, alegerea uneia dintre ele făcîndu-se în funcţie de precizia cerută calculului.

Sînt analizate condiţiile de apariţie a sistemului de ecuaţii în acest caz particular.

Aplicarea metodei de calcul, care descrie procesele cu o precizie deosebită, permite stabilirea soluţiei funcţionale şi constructive optime.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 591—610, Bucureşti, 1968*

N. PĂNOIU 662.921

## INFLUENŢA CONCENTRAŢIEI COMBUSTIBILULUI ASUPRA FUNCŢIONĂRII FOCARULUI CICLON ORIZONTAL ÎN REGIM IZOTERMIC

După stabilirea teoretică a traiectoriei suspensiei solide în cazul funcţionării bifazice a focarului-ciclon, se integrează ecuaţiile cu ajutorul calculatorului analogic. Se verifică experimental rezultatele teoretice şi se analizează influenţa concentraţiei şi diametrului suspensiei solide asupra traiectoriilor particulelor şi asupra debitului de fluid, a presiunii statice pe periferia ciclonului şi asupra gradului său de separare.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 625—636, Bucureşti, 1968*

C. I. MOCANU

538.542 : 621.3.018.44

## CALCULUL ADÎNCIMII DE PĂTRUNDERE A CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ÎN CONDUCTOARE

În lucrare se arată că pentru orice formă a conductoarelor există un regim de pătrundere cu atenuare exponențială a cîmpului electromagnetic, pentru care se poate defini o adîncime de pătrundere ; se demonstrează că pentru o valoare critică a parametrului $\alpha_{min} = \sqrt{\pi f_{min} \mu\sigma}$, amplitudinile intensităților cîmpurilor electric și magnetic sînt atenuate exponențial după normala interioară, iar adîncimea de pătrundere locală $\delta_{max}$ depinde de razele de curbură $\rho_1^0$ și $\rho_2^0$ ale suprafeței conductorului în punctul considerat. Pentru o valoare critică a parametrului $\alpha_{min} = \sqrt{\pi/f_{minmin} \mu\sigma}$, amplitudinile intensităților cîmpurilor sînt atenuate exponențial după normală pe întreaga suprafață a conductorului și adîncimea de pătrundere $\delta_{max\,max}$ este aceeași și depinde de razele minime de curbură $\rho_{1min}^0$ și $\rho_{2min}^0$ ale suprafeței.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 637—660, București, 1968*

ANDREI NECOLAIDE

537.525 : 338.67 : 532.5 : 621 : 313.12

## REZISTENȚA ELECTRICĂ DINTRE DOI ELECTROZI SITUAȚI DE ACEEAȘI PARTE A UNUI CANAL *MHD*

Se calculează rezistența electrică dintre doi electrozi situați de aceeași parte a unui canal MHD prin care trece plasmă. Spre deosebire de lucrările anterioare, se ține seama de efectul Hall, care poate fi deosebit de important.

Rezultatele obținute sînt necesare în aplicații ale canalelor cu plasmă, de exemplu la anumite tipuri de generatoare *MHD*.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 673—683, București, 1968*

NICOLAE GALAN

538.313 : 621.365.5

## CÎMPUL ELECTROMAGNETIC ÎN PIESELE MĂRGINITE DE SUPRAFEȚE PLANE ÎNCĂLZITE PRIN INDUCȚIE

În această lucrare s-au găsit soluțiile exacte ale cîmpului electromagnetic în piesele mărginite de suprafețe plane încălzite prin inducție, avîndu-se în vedere că inductoarele sînt parcurse de pînze de curenți de lățime $2h$.

Rezultatele obținute se pot aplica și inductoarelor cu conductoare filiforme. Cunoscîndu-se repartiția spațială a cîmpului electromagnetic, s-a calculat puterea transmisă pieselor încălzite prin inducție.

S-au trasat curbe care evidențiază modul cum variază puterea în funcție de anumiți parametri.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 661—671, București, 1968*

F. MANEA

538.552.9 : 621.3.016.32

## TRANSFORMĂRI DE COORDONATE PENTRU STUDIUL REGIMURILOR ELEMENTELOR ȘI REȚELELOR ELECTRICE TRIFAZATE

Teoria modală (spectrală a operatorilor) permite studiul unitar al sistemelor de coordonate cunoscute și evidențierea de noi sisteme interesante.

Transformările sistemelor de coordonate modelate prin scheme echivalente și transformatoare de cuplaj pot fi utilizate la studiul nesimetriilor multiple.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 685—703, București, 1968*

F. MANEA

621.3.012.8 : 621.3.09

## SCHEME ECHIVALENTE PENTRU CALCULUL REGIMURILOR TRANZITORII DIN ZONE DE NEOMOGENITATE A LINIILOR CU PARAMETRI UNIFORM REPARTIZAȚI

Cu ajutorul teoriei modale a sistemelor de coordonate s-a dedus forma normală a ecuațiilor telegrafiștilor și scheme echivalente mai complete (ca dipolul Peterson) pentru calculul coeficienților de transmisie a undelor mobile prin rețele de neomogenitate și nesimetrie a liniilor trifazate.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 705—725, București, 1968*

ȘT. KOVACS

620.9

## ANALYSE DER ENERGIETRÄGERSUBSTITUTIONSMÖGLICHKEITEN ZWECKS PRINZIPIELLER BESTIMMUNG DES ANTEILS AN DER ENERGIEBILANZ DER VERBRAUCHER, WELCHE KEINE SUBSTITUTION ZULASSEN

Von der vielseitigen Analyse der Gesichtspunkte welche mit den Energieträgersubstitutionsmöglichkeiten in Zusammenhang stehen ausgehend, und unter besonderer Betonung der Widerspiegelung dieser Frage in der Ebene und der Struktur der Rohenergiequellen, wird eine Methode vorgeschlagen, den Anteil der Verbraucher welche keine Energieträgersubstitution zulassen, im Rahmen eines Betriebes eines wirtschaftlichen Zweiges oder der gesamten Volkswirtschaft, von der Energiebilanz zu trennen.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 3, p. 521—529, București, 1968*

H. CRISTEA

621.3.012 : 621.316.11.001

## POSIBILITĂȚI DE OBȚINERE AUTOMATĂ A IMAGINILOR NODALE CU CALCULATOARE ELECTRONICE

După o scurtă analiză a posibilităților de judecată a regimurilor sistemelor electroenergetice pe care le oferă analiza nodală Dimo, în lucrare se prezintă structura funcțională, programarea și posibilitățile obținerii automate a imaginilor nodale, utilizîndu-se elemente de calcul dinamice, numerice și analogice.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 727—734, București, 1968*

M. BERCOVICI, AL. SZMUK

621.301.25

## MODÈLE MATHÉMATIQUE POUR L'ÉTUDE DE LA STRUCTURE OPTIMALE DES CENTRALES NUCLÉAIRES DANS UN PROGRAMME DE PERSPECTIVE

On présente des relations analytiques qui permettent de calculer — à l'aide d'un ordinateur — plusieurs variantes et de choisir la variante optimale concernant la structure d'un système des centrales nucléaires, formée des deux types de centrales : l'un converteur et l'autre surgénérateur.

Les relations établies au chapitre 2 permettent de calculer, pour plusieurs variantes du programme, la puissance instalée des centrales à réacteurs converteurs et surgénérateurs, les données d'entrée en fonction de chaque centrale et aussi la quantité produite et disponible de plutonium. Dans le chapitre 3, on formule des fonctions économiques qui permettent de choisir la variante optimale pour laquelle la fonction adoptée comme critérium a la valeur minimale.

Le modèle présenté a un double but : d'une part de contribuer à l'élaboration d'un programme de perspective à longue terme optimisé pour les centrales nucléaires et d'autre part d'être utilisé à l'étude du problème d'ensemble concernant la structure optimale des ressources d'énergie primaire de Roumanie.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 3, p. 531—575, București, 1968*

N. ANTONESCU, R. RĂDULESCU 662.661 : 662.95

## LES CARACTÉRISTIQUES DU PROCESSUS DE COMBUSTION TOURBILLONNAIRE ET L'INFLUENCE DU CHAMP DES TEMPÉRATURES MARGINALES

La stabilité limite des flammes tourbillonnaires est conditionée par l'intensité de l'échange de chaleur qui a lieu dans les zones de récirculation qui stabilisent les fronts de la flamme.

Leurs formes, dépendant de l'angle de tourbillonnement et des paramètres physiques et chimiques du système, sont précisées afin de pouvoir apprécier le degré de l'intensification du processus de combustion.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 3, p. 547—559, Bucureşti, 1968*

B. BARBESCU 621.436

## ZYLINDERLADUNGSWECHSEL BEIM HOCHAUFGELADENEN VIERTAKTDIESELMOTOR

Man stellt die Ergebnisse der auf einem Viertakt-Dieselmotor durchgeführten Versuche dar, zum Zweck der Bestimmung des Füllungsgrades und der Spülluftmengen in Abhängigkeit vom Ein- und Auslaßdruck und von der Steuerzeitenregelung, im Bereich höheren Ladeluftdrücke.

Man zeigt die Notwendigkeit eines niedrigen Verhältnisses zwischen Auslaß- und Einlaßdruck zum Zweck der Verbesserung der Zylinderfüllung und der Verminderung der thermischen Belastung und des spezifischen Kraftstoffverbrauches.

Man zieht Schlußfolgerungen über die Möglichkeit der Füllungsgradsschätzung und über den Bereich der Optimalregelung für Steuerung bei Hochaufladungsbetrieb.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 3, p. 577—589, Bucureşii, 1968*

N. DĂNILĂ, D. GRECOV 621.311.22

## MÉTHODE DE CALCUL POUR DÉTERMINER LA TEMPÉRATURE FINALE OPTIMALE DE RÉCHAUFFAGE RÉGÉNÉRATEUR DANS LES CENTRALES THERMOÉLECTRIQUES À RESURCHAUFFE

On établit une méthode de calcul pour déterminer la température finale optimale de réchauffage régénérateur de l'eau d'alimentation dans les centrales thermoélectriques à resurchauffe de la vapeur, pour les différents cas du schéma thermique de la centrale. Les calculs effectués attestent la précision des formules de calcul proposées par les auteurs.

*St. cerc. energ. electr.,Tom. 18, Nr. 3, p. 561—575, Bucureşti, 1968*

G. BĂRĂNESCU, A. MANOLE, R. MANIŢIU, A. MANEA 621.65

## COMPUTATION OF THE PROCESSES INSIDE THE DISTRIBUTOR TYPE FUEL INJECTION PUMP

The computation of the processes inside the distributor type fuel injection pump are presented. The solutions of the equations describing the system condition are given by means of a grapho-analytical method. Three variants of this method are presented. The variants are used according to the required degree of accuracy.

The application of this calculation method, which describes the processes with a particular accuracy, permits the optimum pump design.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 3, p. 591—610, Bucureşti, 1968*

В. РАДЧЕНКО

621.57

## ЭФФЕКТ ОХЛАЖДЕНИЯ СВОБОДНОГО ВЫПУСКА

В статье уточняется область применения свободного выпуска в криотехнике и его значение для поршневых детандеров. На основе термодинамического анализа теоретического процесса свободного выпуска получено дифференциальное уравнение этого процесса, которое описывает закон изменения температуры газа в зависимости от давоения в цилиндре. Было установлено выражение холодильного к.п.д. свободного выпуска, максимальное значение которого, вследствие необратимости процесса, меньше 50 %. Предложено также и выражение эксергетического к.п.д. свободного выпуска, учитывающее и температурный уровень получаемого холода в этом процессе.

*St. cerc. energ. electr., Tom.18, Nr. 3, p. 611—624, Bucureşti, 1968*

C. MOCANU

538.542 : 621.3.018.44

## EXPONENTIAL PENETRATION OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD IN THE CONDUCTORS

The harmonic electric and magnetic fields are attenuated exponentially for every finite non-zero value of the conductivity, frequency and permeability in a homogeneous isotropic linear conductive half space, the field penetration being characterized by the depth.

In literature it is admitted without proof, that the current is distributed only on the surface over a depth which is constant, equal to the penetration in the conductive half space and independent of the conductor shape. Neither of the conductivity,frequency or permeability, nor for effect of the conductor shape are stated precisely.

In the present paper it is shown that for every shape of the conductor surface, provided there are no edyes, there exists an exponential attenuation of the quasistationary electromagnetic field, for which a penetration can be defined. For frequencies higher than the critical frequency, the amplitudes of the electric and magnetic fields are exponentially attenuated in the direction of the inner normal, and the local penetration depends on the radii of curvature of the conductor surface at the point considered.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 3, p. 637—660, Bucureşti, 1968*

N. PĂNOIU

662.921

## EINFLUSS DER BRENNSTOFFKONZENTRATION AUF DEN BETRIEB DER HORIZONTALZYKLONFEUERUNG IM ISOTHERMISCHEN BETRIEB

Nach der theoretischen Bestimmung der Trajektorie der festen Suspension beim isothermen Betrieb der Horizontalfeuerung werden die Gleichungen mit Hilfe eines Analogrechners integriert. Die theoretischen Ergebnisse werden mit Versuchsergebnissen verglichen und der Einfluß der Konzentration des Brennstoffes, des Durchmessers der Brennstoffpartikeln auf die Trajektorie der Partikeln auf den Abscheidegrad, sowie auf die Fluidmenge, wird bestimmt.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 3, p. 625—636, Bucureşti, 1968*

N. GALAN

538.313 : 621.365.5

## LE CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS LES PIÈCES CHAUFFÉES PAR INDUCTION

On a trouvé les solutions exactes du champ électromagnétique dans les pièces bordées par des surfaces planes chauffées par induction, ayant en vue le fait que les inducteurs sont parcourus d'une densité de courant $I_s$ d'une largeur de 2 h. Les résultats obtenus peuvent être appliqués aussi aux inducteurs avec conducteurs filiformes.

En connaissant la répartition spatiale du champ électromagnétique on a calculé la puissance transmise aux pièces chauffées par induction. On a tracé des courbes qui mettent en évidence la manière dont la puissance varie en fonction de certains paramètres.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 3,p. 661—671, Bucureşti, 1968*

A. NICOLAIDE

537.525 : 338.67 : 532.5 : 621 : 313.12

## LA RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE ENTRE DEUX ÉLECTRODES PLACÉES SUR LA MÊME PAROI D'UN CANAL MHD

On a calculé la résistance électrique entre deux électrodes placées sur la même paroi d'un canal MHD par lequel s'écoule du plasma.

La contribution par rapport aux études antérieures est qu'on tient compte de l'effet de Hall, qui peut être particulièrement important.

Les résultats obtenus sont nécessaires dans les applications des canals à plasma, par exemple dans la réalisation de certains types de générateur MHD.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 3, p. 673—683, Bucureşti, 1968*

F. MANEA

621.3.012.8 : 621.3.09

## LES SCHÉMAS ÉQUIVALENTS POUR LE CALCUL DES RÉGIMES TRANSITOIRES DANS LES RÉGIONS NON HOMOGÈNES, DES LIGNES AVEC DES PARAMÈTRES UNIFORMÉMENT RÉPARTIS

À l'aide de la théorie modale des systèmes de composantes on a déterminé la forme normale des équations des télégraphistes et des schémas équivalents plus complets (que le dipôle de Petersen) pour le calcul des coefficients de transmission des ondes mobiles par de réseaux de non-homogénéite et dissymétrie des lignes triphasées.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 3, p. 705—726, Bucureşti, 1968*

F. MANEA

538.552.9 : 621.3.016.32

## TRANSFORMATIONS DES COORDONNÉES POUR L'ÉTUDE DES RÉGIMES DES ÉLÉMENTS ET DES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES TRIPHASÉS

La théorie modale (spectrale) des opérateurs permet l'étude unitaire des systèmes de composantes connus et la mise en évidence de nouveaux systèmes intéressants. Les transformations des systèmes de composantes modelées par des schémas équivalents et des transformateurs de couplage peuvent être utilisées à l'étude des dissymétries multiples.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 3, p. 685—703, Bucureşti, 1968*

Х. КРИСТЯ

621.3.012 : 621.316.11.001

## ВОЗМОЖНОСТЬ АВТОМАТИЧЕСКОГО ПОСТРОЕНИЯ УЗЛОВОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН

В работе кратко анализируется возможность обсуждения режимов электроэнергетических систем при помощи узлового анализа Димо. Затем представляется функциональная структура, программирование и возможность автоматического построения узлового изображения, пользуясь динамическими, цифровыми и аналоговыми элементами вычисления.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 3, p. 727—734, Bucureşti, 1968*

# RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile : energetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică, sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile : discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi va indica metodele utilizate ;

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării ;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele oţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 de semne de pagină), inclusiv exemplarul original, fără corecturi, intervenţii.

b) Se vor anexa : bibliografia după standardele în vigoare pe calc în tuş, însoţite de cîte două copii şi de o listă a titlurilor figurilor ; un rezumat de cincişase rînduri ; un rezumat de circa 2 000 semne.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională.

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie : Bucureşti, Şos. Vitan, nr. 236, sectorul 2.

## LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

M. BRAŞOVAN şi E. SERACIN, **Metode noi de proiectare a acţionărilor electrice**, 1968, 238 p., 11 lei.

ŞT. N. SĂVULESCU, **Tranziţia de la scurgerea laminară la cea turbulentă**, 1968, 312 p., 15 lei.

V. V. GHIA, **Recirculaţia gazelor la cuptoare**, 1968, 336 p., 29 lei.

V. MANEA, **Cîteva probleme ale teoriei plăcilor plane elastice** 1966, 255 p., 8,75 lei.

T. OROVEANU, **Scurgerea fluidelor multifazice prin medii poroase**, 1966, 599 p., 41 lei.

GH. CARTIANU, **Modulaţia de frecvenţă**, 1966, 693 p., 44 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, **Teoria lubrificaţiei în regim turbulent**, 1965, 343 p., 29 lei.

C. C. TEODORESCU, **Teoria şinei fără joante supuse la variaţii de temperatură**, 1965, 260 p., 3 pl., 19,50 lei.

V. M. POPOV, **Hiperstabilitatea sistemelor automate**, 1966, 304 p., 16 lei.

S. HÂNCU, **Modelarea hidraulică în curenţi de aer sub presiune**, 1967, 246 p., 11 lei.

AL. NICA, **Sisteme de lubrificaţie**, 1967, 262 p., 14,50 lei.

GH. VASILCA şi OLGA BIŢĂ, **Procese de lubrificaţie, frecare şi uzură la suprafeţele metalice**, 1967, 416 p., 29 lei.

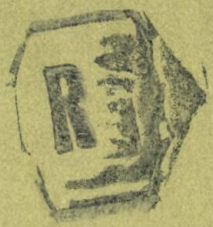
H. PASCAL, **Curgerea nestaţionară a gazelor prin conducte magistrale**, 1967, 273 p., 16 lei.

I. P. „Informaţia" – c. 5527

43821

Lei 18.—

F1736



REFERÁLVA

# STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

4

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 4, p. 739—940, Bucureşti, 1968

## Comitetul de redacție

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Prof. C. APETREI;
Dr. ing. CS. NAGY;
Dr. ing. V. PIMSNER;
Dr. ing. C. A. VASILESCU;
Dr. ing. ECATERINA ARIE — *secretar de redacție*.



Revista apare de 4 ori pe an.
Prețul unui abonament este de 72 lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan. nr. 236.

F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 18, nr. 4 1968

## SUMAR

**Economie Energetică** Pag.

C. HAIDUC, AL. SZMUCK, Modelul matematic pentru analiza eficacității ciclurilor de combustibil nuclear . . . . . 741

**Termoenergetică și termotehnică**

G. BĂRĂNESCU, T. DUDAŞ, B. GRÜNWALD, N. APOSTOLESCU, GH. CAZAN, A. MANOLE, GH. ZĂTREANU, GH. BORILĂ, C. DOBRE, R. MANIȚIU, T. TARAZA, A. MANEA, Cercetări experimentale privind procesele caracteristice ale pompei de injecție cu distribuitor rotativ și pistoane opuse . . . . . 753

C. A. VASILESCU, I. ŞTEFAN, N. STOICA, Influențe ale formei camerei de ardere tip pană asupra performanțelor motorului cu aprindere prin scînteie . . . . . 767

**Electroenergetică și electrotehnică**

A. ȚUGULEA, C. IONESCU, Permeanța întrefierului armăturilor cu crestături semieliptice . . . . . 785

C. FLUERAŞU, Regimul tranzitoriu al cîmpului electromagnetic și parametrii tranzitorii ai unei bobine cu miez tubular conductor, cu aplicații la prelucrarea prin deformare electromagnetică . . . . . 799

A. ȚUGULEA, A. MORARU, C. V. BĂLĂ, Cîmpul electromagnetic și pierderile suplimentare în transformatoarele electrice cu cuva ecranată. . 819

P. DIMO, Indici pentru caracterizarea regimurilor sistemelor electroenergetice 839

F. MANEA, Scheme echivalente ale transformatoarelor rețelelor electrice. . 853

I. ADĂMUȚ, Contribuții în problema modelării ecuațiilor de propagare clasice și generalizate pentru linii cu pierderi . . . . . 875

A. CARABULEA, Modele matematice și schema logică pentru studiul influenței liniilor electrice asupra circuitelor de telecomunicații cu ajutorul calculatoarelor numerice . . . . . 893

KV. ARABAGIAN, Probleme în legătură cu utilizarea capacității de barieră a unei joncțiuni *PN* pentru obținerea modulației de frecvență . . . . . 913

C. NITU, Regulator numeric proporțional integral . . . . . 923

Recenzii . . . . . 931
Index alfabetic . . . . . 933
* * * Material documentar . . . . . 937

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, nr. 4, p. 739 — 940, București, 1968

# MODELUL MATEMATIC PENTRU ANALIZA EFICACITĂȚII CICLURILOR DE COMBUSTIBIL NUCLEAR

DE

C. HAIDUC și AL. SZMUK

338.4 : 621.039.516

În lucrare se prezintă modelul matematic pentru analiza eficacității ciclurilor de combustibil nuclear elaborat în cadrul Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România în anul 1967. Modelul poate fi aplicat pentru orice tip de reactor termic sau rapid-reproducător ca una sau mai multe zone active, pentru încărcări simple de combustibil, precum și pentru un număr mare de încărcări parțiale. Modelul a fost aplicat în condițiile țării noastre pentru 11 tipuri de CNE la puteri de 600 MW considerate separat și pentru toată durata de viață a acestora, și pentru 10 combinații de reactori termici și rapizi-reproducători în cadrul unei variante pentru programul de dezvoltare a energeticii nucleare în perspectivă. Se dau rezultatele acestor cercetări, din care rezultă că, din toate cazurile analizate, ciclurile de combustibil ale reactorilor moderați cu apă grea și ale reactorilor rapizi-reproducători necesită cheltuieli minime în condițiile țării noastre.

1. Una dintre problemele principale ale introducerii și dezvoltării centralelor nuclearo-electrice (CNE) în țara noastră o constituie analiza eficacității ciclurilor de combustibil nuclear, legate de diferite tipuri de reactori nucleari.

Studierea aprofundată a acestei probleme este impusă de varietatea ciclurilor de combustibil nuclear și a ramurilor industriale aferente, cum și de particularitățile de natură tehnică și economică care deosebesc combustibilii nucleari de cei clasici.

Principalele particularități constau în următoarele:

— în rectorii nucleari, cantități importante de combustibil nuclear sînt imobilizate vreme îndelungată;

— ciclul de combustibil nuclear necesită, în afară de extracția minieră, și o serie de ramuri industriale de prelucrare metalurgică, chimică, de separare izotopică și de prelucrare mecanică, ceea ce conduce la o imobilizare de combustibil și în afară de reactor;

— în reactor, o dată cu producerea de energie, se produce şi o anumită cantitate de material fisionabil nou (plutoniu în ciclul uraniului).

Ţinînd seama de aceste particularităţi, în prezenta lucrare se analizează în mod deosebit un termen notat cu $(F_{r1} + F_{r2})$, care exprimă fondul de rulment necesar pentru întregul ciclu de combustibil, cum şi imobilizarea acestuia în diferitele faze ale ciclului.

Termenul acesta este destinat a fi folosit, pe lîngă termenii privitori la costul combustibilului şi la investiţiile în uzinele ciclului de combustibil, la exprimarea componentei de combustibil în formularea diferitelor criterii de eficacitate economică a tipurilor de reactori nucleari, cum sînt : cheltuielile anuale sau specifice de calcul, cheltuielile totale actualizate pe un program şi altele.

2. În cele ce urmează ne vom ocupa îndeosebi de componenţa combustibilului $z_c$ din formula cheltuielilor specifice de calcul la producerea energiei electrice în CNE.

În general, dacă se ţine seama de totalitatea fondurilor de producţie, adică de investiţii şi de fonduri de rulment, această mărime se poate formula în felul următor :

$$Z_c = C_c + p_e (F_{r1} + F_{r2}) + \frac{p_e}{\tau} i_c^*, \qquad (1)$$

unde

$C_c$ reprezintă componenta combustibilului din preţul de cost al energiei electrice la CNE,

$F_{r1}$ fondurile de rulment actualizate necesare în fiecare fază a ciclului pentru combustibilul preluat din faza anterioară,

$F_{r2}$ — fondurile de rulment actualizate necesare pentru prelucrarea combustibilului în fiecare fază a ciclului,

$p_e$ — coeficientul de eficacitate a investiţiilor în energetică,

$i^*$ — suma investiţiilor specifice actualizate în instalaţiile ciclului de combustibil,

$\tau$ — numărul orelor de funcţionare a CNE la puterea nominală.

3. Pentru determinarea componentei combustibilului $C_c$ din preţul energiei electrice se pleacă de la considerentele ce urmează.

Cheltuielile totale specifice în ciclul de combustibil $C_i$ se împart în următoarele componente :

$C_1$ — la extracţia minereului de uraniu,

$C_2$ — la obţinerea concentratului de $U_3O_8$ din minereu,

$C_3$ — la obţinerea uraniului sub forma metalică, de oxid sau carbură pentru combustibilii cu uraniu natural $U_{nat}$ sau sub forma de UF6 pentru combustibilii cu uraniu îmbogăţit ($U_{imb}$),

$C_4$ — la îmbogăţirea uraniului,

$C_5$ — la fabricarea elementelor de combustibil,

$C_7$ — la „răcirea" elementelor de combustibil iradiate,

$C_8$ — la transportul elementelor de combustibil de la reactor la uzina de reprelucrare chimică,

$C_9$ — la reprelucrarea chimică a elementelor de combustibil iradiate în reactor.

De asemenea, se notează cu $C_{10}$ valoarea plutoniului recuperat și a uraniului rămas după reprelucrarea chimică.

Mărimile $C_i$ trebuiesc determinate pentru fiecare tip de ciclu de combustibil specific fiecărui reactor. Aceste mărimi pot varia în limite largi, în funcție de tipul de ciclu considerat, precum și de faptul dacă reactorul este cu $U_{nat}$ sau $U_{imb}$.

În cazul reactorilor cu neutroni rapizi, mărimile $C_i$ se determină separat pentru zona activă și pentru zona de reproducere.

Ținînd seama de cele de mai sus, componenta combustibilului din prețul de cost al energiei electrice se exprimă în funcție de cheltuielile totale $\sum C_i$ (cheltuieli făcute înainte de încărcare în reactor, plus cele după descărcare, minus venitul realizat în baza $P_u$ și U recuperat), de gradul de ardere a combustibilului în reactor, notat cu $b$, și de randamentul net al CNE $\eta_n^{CNE}$ sub forma :

$$C_c = \frac{\sum C_i}{24\, b\, \eta_n^{CNE}} = \frac{\sum_1^5 C_i + \sum_7^9 C_i - C_{10}}{24\, b\, \eta_n^{CNE}}. \qquad (2)$$

4. În vederea stabilirii relațiilor pentru mărimile $F_{r1}$ și $F_{r2}$, se reprezintă variația cheltuielilor specifice $C_i$ în funcție de timp. Curbele $C_i = f(t)$ sînt determinate de tipul reactorului și al ciclului de combustibil.

În figura 1 se reprezintă o astfel de curbă pentru un ciclu cu uraniu îmbogățit, la care variația în cadrul aceleiași faze se consideră ca liniară. Perioadele de timp ale diferitelor faze ale ciclului au fost notate cu $t_i$, perioada din reactor fiind $t_6$.

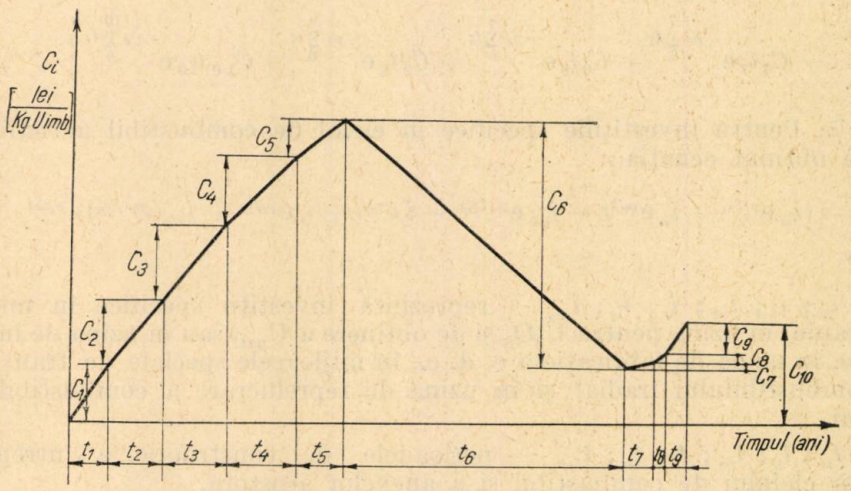



Fig. 1. — Variația mărimilor $C_i$ în funcție de timp pentru un reactor cu uraniu îmbogățit.

Se poate observa că valoarea combustibilului crește pînă la încărcarea sa în reactor, iar din acest moment valoarea scade, întrucît ea se transferă treptat asupra energiei electrice produse, ajungînd la data des-

cărcării la o anumită valoare reziduală. După descărcare valoarea creşte din nou, iar la sfîrşitul fazei de reprelucrare ajunge egală cu valoarea plutoniului şi a uraniului recuperat. Evident, valoarea reziduală este egală cu diferenţa dintre valoarea $P_u + U$ minus cheltuielile efectuate după descărcarea din reactor.

Ţinînd seama de notaţiile de mai sus şi făcînd o actualizare a costurilor la momentul încărcării reactorului (folosind un factor de actualizare continuu), se obţin următoarele relaţii pentru mărimile $F_{r1}$ şi $F_{r2}$

$$F_{r1}=\frac{1}{24b\eta_n^{\mathrm{CNE}}}\left[C_1t_2e^{p_e\sum_2^5 t_i}+\left(\sum_1^2 C_i\right)t_3e^{p_e\sum_3^5 t_i}+\left(\sum_1^3 C_i\right)t_4e^{p_e\sum_4^5 t_i}+\right.$$

$$+\left(\sum_1^4 C_i\right)t_5e^{p_et_5}+\left(C_{10}-\sum_7^9 C_i\right)t_6e^{-p_et_6}+\left(C_{10}-\sum_7^9 C_i\right)t_7e^{-p_e\sum_6^7 t_i}+$$

$$\left.+\left(C_{10}-\sum_8^9 C_i\right)t_8e^{-p_e\sum_6^8 t_i}+(C_{10}-C_9)t_9e^{-p_e\sum_6^9 t_i}\right]; \tag{3}$$

$$F_{r2}=\frac{1}{2\cdot 24b\eta_n^{\mathrm{CNE}}}\left[C_1t_1e^{p_e\sum_1^5 t_i}+C_2t_2e^{p_e\sum_2^5 t_i}+C_3t_3e^{p_e\sum_3^5 t_i}+\right.$$

$$+C_4t_4e^{p_e\sum_4^5 t_i}+C_5t_5e^{P_et_5}+\left(\sum_1^5 C_i+\sum_7^9 C_i-C_{10}\right)t_6e^{-p_et_6}+$$

$$\left.+C_7t_7e^{-p_e\sum_6^7 t_i}+C_8t_8e^{-p_e\sum_6^8 t_i}+C_9t_9e^{-p_e\sum_6^9 t_i}+C_{10}t_{10}e^{-p_e\sum_6^{10} t_i}\right]. \tag{4}$$

5. Pentru investiţiile specifice în ciclul de combustibil actualizate $i_c^*$ s-a obţinut ecuaţia:

$$i_c^*=(i_me^{p_et_m}+i_pe^{p_et_p}+i_{im}e^{p_et_{im}}+i_fe^{p_et_f}+i_{tr}e^{p_et_{tr}}+i_{rep}e^{p_et_{rep}})e^{p_e\Delta t} \tag{5}$$

unde

$i_m$; $i_p$; $i_{im}$; $i_f$; $i_{tr}$; $i_{rep}$ — reprezintă investiţii specifice în minele de uraniu, în uzina pentru $U_3O_8$ şi de obţinere a $U_{nat}$, sau în uzina de îmbogăţire, în uzina de fabricaţie a e. d. c., în mijloacele speciale de transport al combustibilului iradiat şi în uzina de reprelucrare a combustibilului iradiat,

$t_m$; $t_p$; $t_{im}$; $t_f$; $t_{tr}$; $t_{rep}$ — perioadele de construcţie a întreprinderilor ciclului de combustibil şi a anexelor acestora,

$\Delta t$ — diferenţa dintre începutul intrării în funcţiune a întreprinderilor ciclului de combustibil şi a CNE.

6. Modelul format din ecuaţiile (1)—(5) permite analiza oricărui ciclu de combustibil pentru orice tip de reactor nuclear termic cu o singură zonă activă şi cu o singură încărcătură de combustibil.

În cazul cînd se consideră un reactor termic sau rapid cu mai multe zone active sau cu mai multe încărcături parțiale, modelul matematic capătă o formă mai generală. În acest caz mărimea $C_c$ se exprimă :

$$C_c = \frac{1}{24\,\eta_n^{\mathrm{CNE}}} \sum_{j=1}^{J=n} \frac{q_J}{b_J} \left( \sum_{1}^{5} C_i + \sum_{7}^{9} C_i - C_{10} \right), \tag{6}$$

în care

$$q_J = \frac{Q_J}{Q}\,;\quad b_J = \frac{365\,Q_J\,T_{cj}}{G_j}\,, \tag{7}$$

unde $q_J$ și $b_J$ reprezintă puterea termică relativă și gradul de ardere mediu al combustibilului coespunzătoare zonei $J$ sau încărcăturii parțiale $J$, $Q_J$ ; $T_{cJ}$ ; $G_J$ — puterea termică, campania și încărcătura parțială de combustibil a zonei active.

Mărimile $F_{r1}^*$ și $F_{r2}^*$ se exprimă în mod corespunzător prin ecuațiile :

$$F_{r1}^* = \frac{1}{24\,\eta_n^{\mathrm{CNE}}} \sum_{J=1}^{J=n} \frac{q_J}{b_J} \left[ C_{iJ}\,t_{2J}\,\mathrm{e}^{p_e \sum_{2}^{5} t_{ij}} + \left( \sum_{1}^{2} C_{iJ} \right) t_{3J} \cdot \mathrm{e}^{p_e \sum_{3}^{5} t_{iJ}} + \right.$$

$$+ \left( \sum_{1}^{3} C_{iJ} \right) t_{4J}\,\mathrm{e}^{p_e \sum_{4}^{5} t_{iJ}} + \left( \sum_{1}^{4} C_{iJ} \right) t_{5J}\,\mathrm{e}^{p_e t_{5J}} + \left( C_{10J} - \sum_{7}^{9} C_{iJ} \right) t_{6J}\mathrm{e}^{-p_e t_{6J}} +$$

$$+ \left( C_{10J} - \sum_{7}^{9} C_{iJ} \right) t_{7J}\,\mathrm{e}^{p_e \sum_{6}^{7} t_{iJ}} + \left( C_{10J} - \sum_{8}^{9} C_{iJ} \right) t_{8J}\,\mathrm{e}^{-p_e \sum_{6}^{9} t_{iJ}} +$$

$$\left. + (C_{10J} - C_{9J})\,t_{9J}\mathrm{e}^{-p_e \sum_{6}^{9} t_{iJ}} + C_{10J}\,t_{10J}\,\mathrm{e}^{-p_e \sum_{6}^{10} t_{iJ}} \right], \tag{8}$$

$$F_{r2}^* = \frac{1}{2 \cdot 24\,\eta_n^{\mathrm{CNE}}} \sum_{J=1}^{J=n} \frac{q_J}{b_J} \left[ C_{1J}\,t_{1J}\,\mathrm{e}^{p_e \sum_{1}^{5} t_{iJ}} + C_{2J}\,t_{2J}\,\mathrm{e}^{p_e \sum_{2}^{5} t_{iJ}} + C_{3J}\,t_{3J}\,\mathrm{e}^{p_e \sum_{3}^{5} t_{iJ}} + \right.$$

$$+ C_{4J}\,t_{4J}\,\mathrm{e}^{p_e \sum_{4}^{5} t_{iJ}} + C_{5J}\,t_{5J}\,\mathrm{e}^{p_e t_{5J}} +$$

$$+ \left( \sum_{1}^{5} C_{iJ} + \sum_{7}^{9} C_{iJ} - C_{10J} \right) t_{6J}\,\mathrm{e}^{-p_e t_{6J}} + C_{7J}\,t_{7J}\,\mathrm{e}^{-p_e \sum_{6}^{7} t_{iJ}} +$$

$$\left. + C_{8J}\,t_{8J}\,\mathrm{e}^{-p_e \sum_{6}^{8} t_{iJ}} + C_{9J}\,t_{9J}\,\mathrm{e}^{-p_e \sum_{6}^{9} t_{iJ}} \right]. \tag{9}$$

În acest caz

$$Z_c^* = C_c^* + p_e (F_{r1}^* + F_{r2}^*) + \frac{p_e}{\tau}\,i_c^*. \tag{10}$$

În acest fel modelul matematic se poate utiliza pentru reactori polizonali şi pentru reactori rapizi, precum şi pentru orice număr de încărcături parţiale de combustibil.

7. Pentru obţinerea valorilor medii ale mărimilor $z_c^*$ şi $C_c^*$ pentru o serie de cicluri de combustibil considerate pe durata de viaţă a CNE $T_v$ sau pentru un program de dezvoltare a energeticii nucleare, se obţin ecuaţiile de mediere simplă :

$$\overline{Z}_c^* = \frac{\sum\limits_N z_{ci}^* E_i}{\sum\limits_N E_i} \tag{11}$$

$$\overline{C}_c^* = \frac{\sum\limits_N C_{ci}^* E_i}{\sum\limits_N E_i}, \tag{12}$$

unde $E_i$ reprezintă producţia de energie electrică la CNE corespunzătoare numărului de cicluri $N$ din durata de viaţă a CNE sau din programul nuclear.

În cazul cînd se efectuează o mediere cu actualizarea lui $Z_{ci}^*$ şi $E_i$ pe durata de viaţă a CNE sau pentru program, mărimea $\overline{Z}_c^*$ medie actualizată pentru perioada $T_v$ se exprimă :

$$\overline{Z}_c^* = \frac{\sum\limits_1^N \left\{ \left[ C_{ci} + p_e (F_{r1}^* + F_{r2}^*)_i + \frac{p_e}{\tau_i} i_{ci}^* \right] E_i \, e^{-p_e T_i} \right.}{\sum\limits_1^N E_i \, e^{-p_e T_i}}, \tag{13}$$

unde $T_i$ reprezintă perioada de timp de la începutul ciclului de combustibil respectiv $i$ pînă la punerea în funcţiune a CNE, iar $E_i$ — producţia de energie electrică în CNE corespunzătoare ciclului $i$ de combustibil.

În ecuaţia (13) mărimea $T_i$ se exprimă prin perioadele $t_{6i}$ corespunzătoare fiecărui ciclu.

$$T_i = \sum_{i=1}^{i=N-1} t_{6i}. \tag{14}$$

Producţia de energie electrică pe perioada $t_{6i}$ a unui ciclu

$$E_i = 8760 \, \varphi_i \, t_{6i} \, P_{ei}, \tag{15}$$

în care $\varphi_i$ şi $P_{ei}$ reprezintă factorul de sarcină al CNE în cazul ciclului $i$ şi puterea electrică nominală a CNE în perioada $t_{6i}$.

În cazul cînd în locul dobînzii continue se consideră dobînda compusă sau simplă, în ecuaţiile deduse se înlocuiesc peste tot termenii $e^{p_e t}$ cu $(1 + p_e)^{ti}$ sau $1 + P_e t_i$.

8. In cazul cînd se ia în consideraţie un program de perspectivă pentru dezvoltarea energeticii nucleare, elementele de cost privitoare la combustibilul nuclear se pot exprima după cum urmează, făcîndu-se actualizarea la începutul perioadei de program, cu un factor de actualizare de forma $(1 + p_e)^{ti}$.

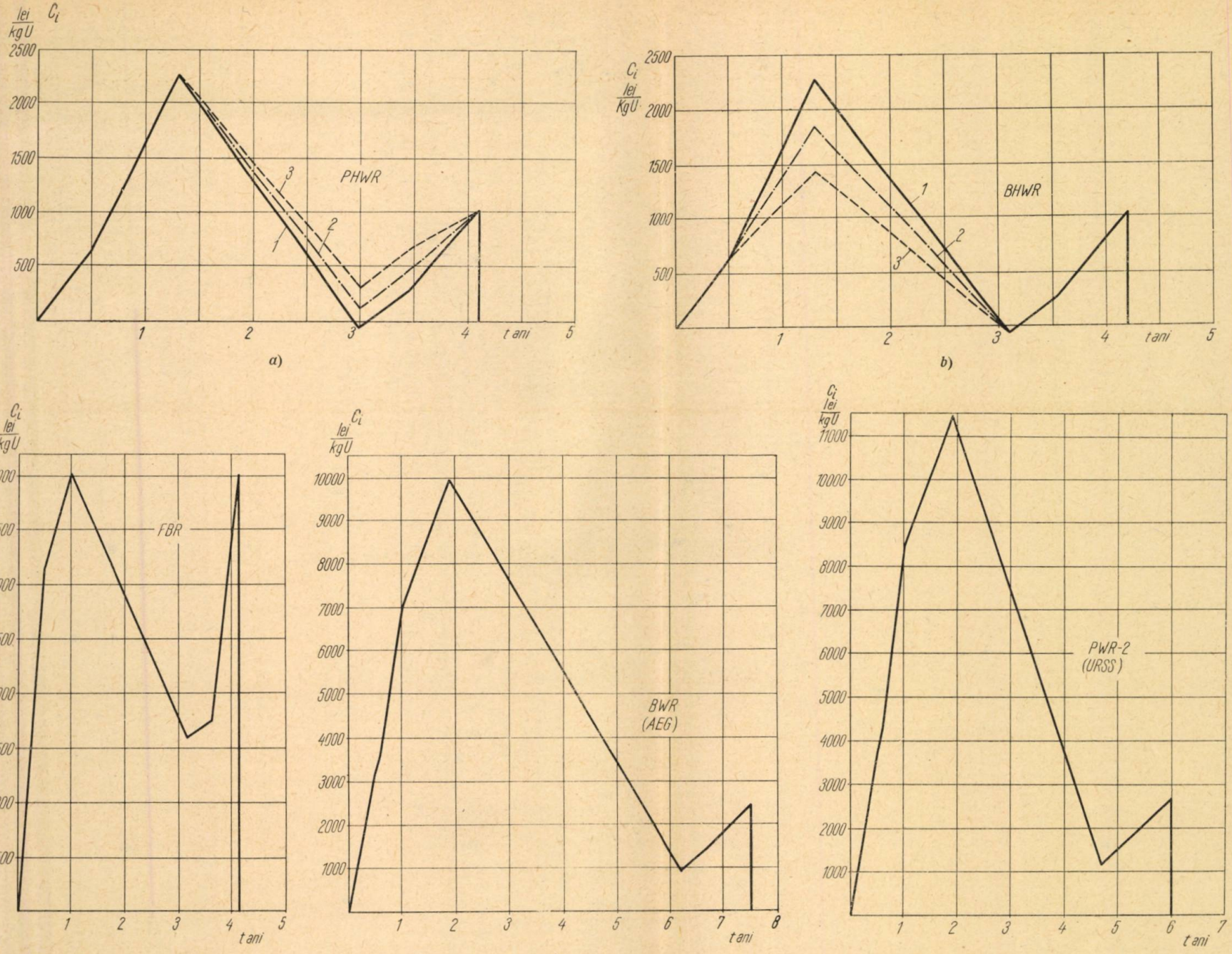



Fig. 2. — Diagramele $C_i = f(t)$ pentru ciclurile de combustibil ale reactorilor: *a*) PHWR; *b*) BHRW; *c*) PWR; *d*) BWR; *e*) FBR.

Mărimea $C_c$, reprezentînd cheltuielile totale directe pentru combustibil, se poate exprima prin relația:

$$\overline{C}_c^* = \sum_{j=1}^{M} \sum_{i=x_j}^{n} C_{cj}\, \tau_{ij}\, P_i\, (1+p_e)^{-i}, \tag{16}$$

unde

$M$ este numărul de CNE din program,

$P_j$ — puterea nominală a centralei $j$,

$n$ — numărul total de ani ai programului, iar $i$ un număr oarecare de ani din program,

$x_j$ — numărul de ani de la începutul programului și pînă la punerea în funcțiune a centralei $j$.

Mărimea $(F_{r1}^* + F_{r2}^*)$ pentru program se poate exprima prin

$$\overline{F}_{r1}^* + \overline{F}_{r2}^* = \sum_{j=1}^{M} \sum_{i=x_j}^{n} (F_{r1} + F_{r2})\, \tau_{ij}\, P_j\, (1+p_e)^{-i}. \tag{17}$$

Investițiile specifice actualizate pentru uzinele ciclului de combustibil nuclear se pot exprima prin relația

$$\overline{I}_c^* = \sum_{j=1}^{M} \sum_{i=x_j}^{n} [i_{mj}(1+p_e)^{t_{mj}+\Delta t_{mj}} + ipj(1+p_e)^{t_{pj}+\Delta t_{pj}} + i_{imj}(1+p_e)^{t_{imj}+\Delta t_{imj}} +$$

$$+ i_{fj}(1+p_e)^{t_{fi}+\Delta t_{fi}} + i_{trj}(1+p_e)^{t_{trj}+\Delta t'_{trj}} + i_{repj}(1+p_e)^{t_{repj}+\Delta t_{repj}}]\, P_j (1+p_e)^{-i}. \tag{18}$$

Mărimile $\Delta t_{mj}$; $\Delta t_{pj}$; $\Delta t_{imj}$ $\Delta t_{fi}$; $\Delta t_{tri}$; $\Delta t_{repj}$ reprezintă diferențe între momentul punerii în funcțiune a diferitelor întreprinderi ale ciclului de combustibil și momentul punerii în funcțiune a centralei nucelaro-electrice notate cu $j$.

9. În cazul cînd se dispune de un număr mai redus de date, pentru un ciclu de combustibil s-a obținut ecuația simplificată

$$Z_c = \frac{1}{24b\eta_n^{\mathrm{CNE}}} \left\{ C_{edc} - C_r + \frac{p_e}{2} \left[ (C_m + C_{edc})\, t_F + \rho (C_{edc} + C_r) \frac{t_R}{\varphi} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + (C_r + C_{pu})\, t_r \right] \right\} + \frac{p_e}{8760\varphi} \Sigma i_c, \tag{19}$$

unde $C_{edc}$; $C_r$; $C_m$; $C_{pu}$ reprezintă costurile e.d.c., costul rezidual al combustibilului iradiat, costul concentratului de uraniu și costul Pu și U extras din e.d.c. iradiate.

$\varphi$; $t_R$ coeficientul de sarcină al CNE și campania reactorului pentru $\varphi = 1$;

$\rho$ — coeficientul de rezervă a combustibilului, $t_F$;

$t_r$ — perioada de dinainte de reactor (fabricație), respectiv de după reactor (reprelucrare). În acest caz mărimea $C_c$ sub formă simplificată se exprimă prin ecuația

$$C_c = \frac{C_{edc} - C_r}{24b\eta_n^{\mathrm{CNE}}}. \tag{20}$$

10. Modelul matematic a fost programat pe calculatorul CIFA-102 şi aplicat în cadrul Institutului de energetică al Academiei pentru următoarele cazuri în condiţiile ţării noastre (în baza datelor I.S.P.E. — M.E.E şi a celor adoptate din literatură):

— 11 tipuri de CNE cu puteri de 600 MW, considerate pe o durată de viaţă de 25 de ani;

— o variantă pentru programul de dezvoltare a energeticii nucleare pe perioada 1975—2000 (ţinînd seama şi de ieşiri din funcţiune a CNE, adică pînă în 2025), în care s-au considerat 10 combinaţii de reactori, termici şi rapizi.

11. În figura 2 se prezintă diagramele $C_i = f(t)$ obţinute pentru principalele tipuri de reactori nucleari.

Din figura 2 rezultă deosebirile esenţiale care există între mărimile $C_i$ în special pentru reactorii moderaţi cu apă grea şi pentru reactorii rapizi-reproducători.

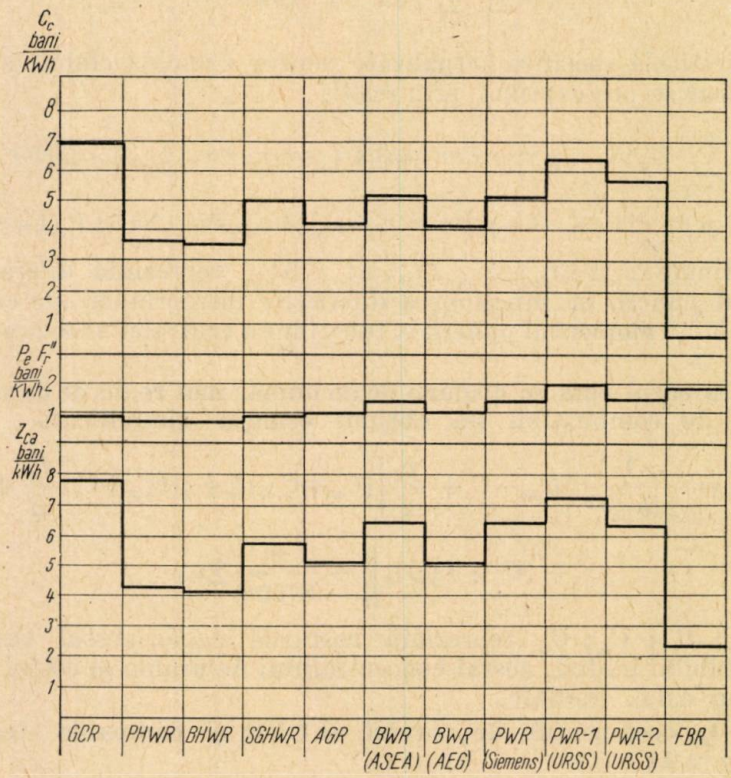



Fig. 3. — Variaţia mărimilor $C_c$ şi $Z_c$ pentru diferitele tipuri de cicluri de combustibil în condiţiile ţării noastre.

În figura 3 se prezintă variaţia mărimilor $C_c$ şi $Z_c$ pentru ciclurile de combustibil ale reactorilor analizaţi. Se observă că mărimile $C_c$ şi $Z_c$ sînt mai scăzute în cazul reactorilor moderaţi cu apă grea şi al reactorilor rapizi.

12. Variația investițiilor specifice în ciclurile de combustibil menționate se prezintă în figura 4.

Se observă că valorile cele mai scăzute pentru mărimea $i_c$ sînt în cazul reactorilor moderați cu apă grea și a reactorilor rapizi. În cazul cînd nu se ține seama de uzina de îmbogățire și se importă uraniu îmbogățit, mărimea $i_c$ este minimă pentru reactorii cu uraniu îmbogățit. Același

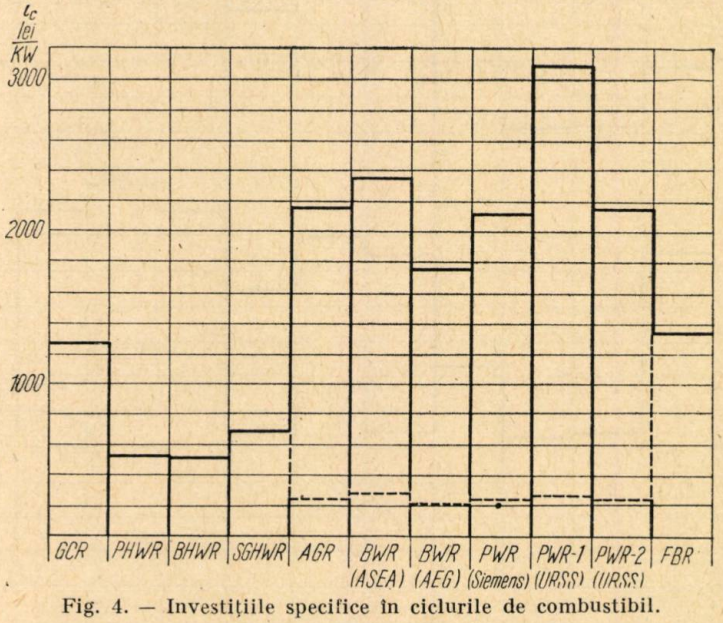



Fig. 4. — Investițiile specifice în ciclurile de combustibil.

lucru rezultă și pentru $Z_c$ (vezi fig. 5). Neluarea în considerație a uzinei de îmbogățire conduce la micșorarea substanțială a mărimii $Z_c$.

Analiza influenței reprelucrării e. d. c. iradiate asupra lui $Z_c$ a demonstrat că această influență este diferită la diferiți reactori (vezi fig. 6).

13. Analiza eficacității ciclurilor de combustibil în cadrul unei variante a programului de dezvoltare a energeticii nucleare pe perioada 1975 — 2025 pe baza datelor de la M.E.E. (I.S.P.E.) a scos în evidență ponderea complet diferită pe care o vor avea reactorii termici față de cei rapizi. Ponderea reactorilor rapizi cea mai mare este în cazul utilizării reactorilor moderați cu apă grea în combinația cu FBR.

Rezultatele analizei valorilor $C_c$ pentru program pe perioadele 1975—2000 și 2001—2025, precum și pentru întreaga perioadă 1975—2025, arată că reactorii moderați cu apă grea sînt cei mai eficace (vezi fig. 7).

Rezultatele analizei mărimii $Z_c$ sînt date în figura 8.

Din figura 8, rezultă marile avantaje pe care le are utilizarea combinată a reactorilor moderați cu apă grea împreună cu reactorii rapizi reproducători. Trebuie menționat de asemenea faptul că, în cazul cînd pentru reactorii cu uraniu îmbogățit nu se ține seama de uzina de difuzie, utilizarea combinată a acestor reactori de tip PWR împreună cu reactorii rapizi-reproducători conduce la obținerea acelorași valori pentru mărimile $C_c$ și $Z_c$ pentru întreg programul, ca și în cazul utilizării combinației reactorilor HWR și FBR.

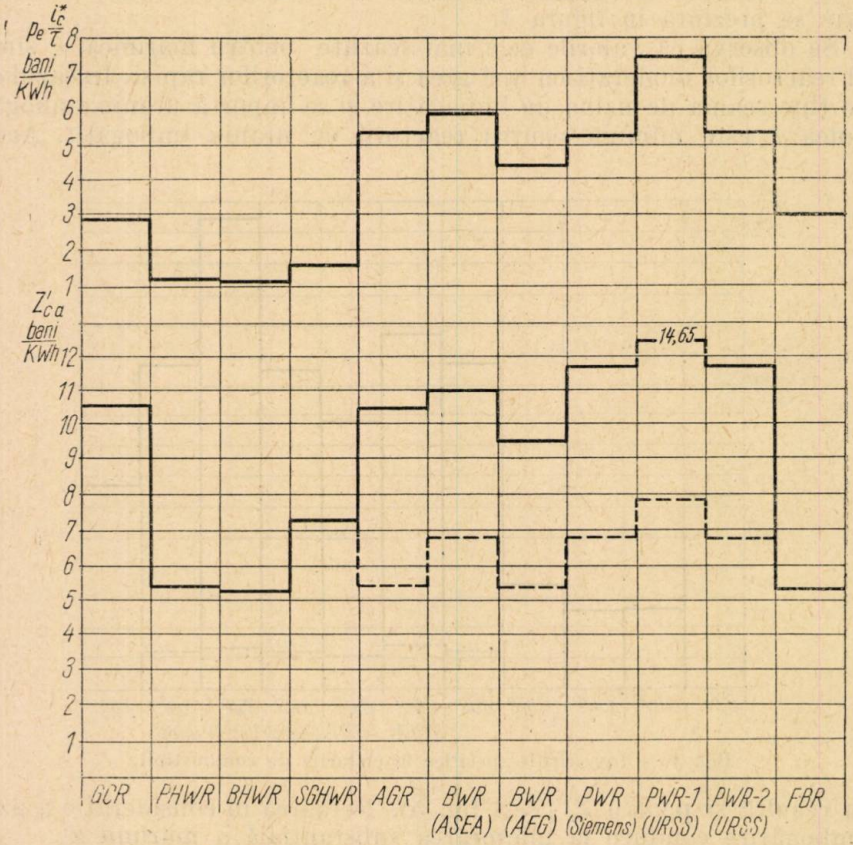



Fig. 5 — Variația mărimii $Z_c$ pentru ciclurile de combustibil.

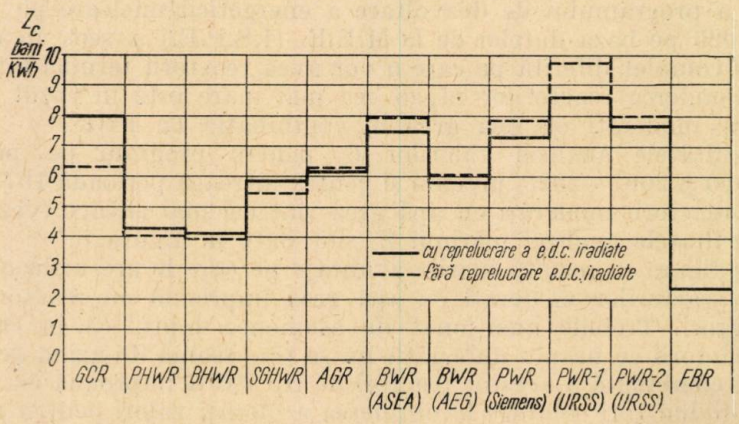



Fig. 6. — Variația mărimii $Z_c$ pentru cicluri de combustibil cu și fără reprelucrarea e.d.c. iradiate.

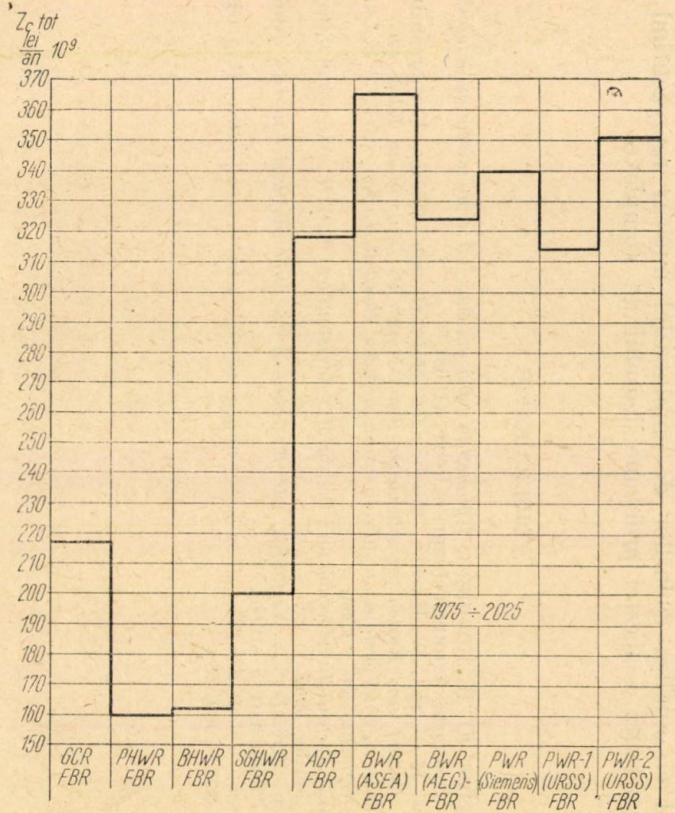



Fig. 7. — Variația mărimii $C_e$ pentru programul de dezvoltare a energeticii nucleare în Republica Socialistă România pe perioada 1975—2025.

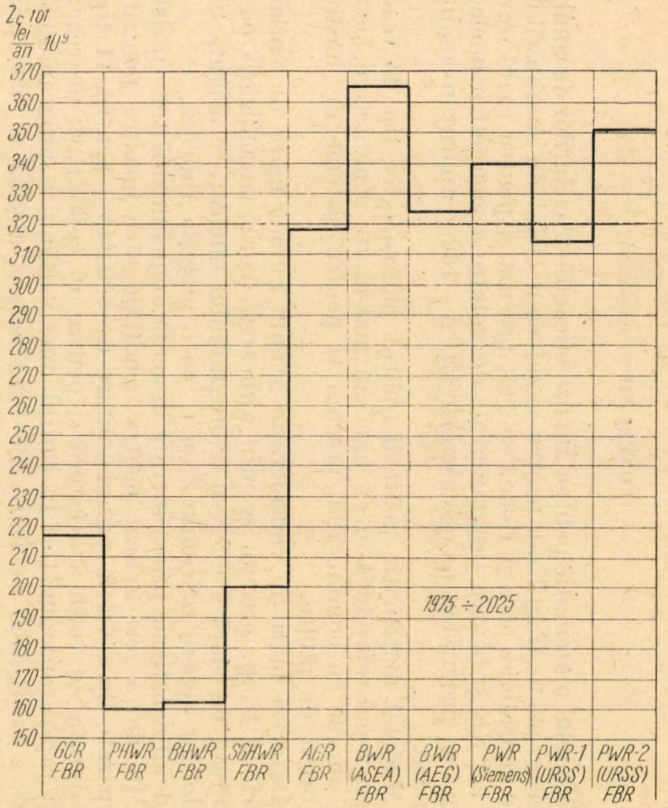



Fig. 8. — Variația mărimii $Z_e$ pentru programul de dezvoltare a energeticii nucleare în Republica Socialistă România pe perioada 1975—2025.

## CONCLUZII

1. Modelul matematic pentru analiza eficacităţii ciclurilor de combustibil nuclear poate fi utilizat pentru cazul cînd ciclul de combustibil al CNE este considerat pe o perioadă scurtă, precum şi pentru toată durata de viaţă a CNE şi pentru programul de dezvoltare a energeticii nucleare. Modelul a fost programat pe calculatorul CIFA—102 şi aplicat în condiţiile ţării noastre.

2. Modelul matematic poate fi aplicat pentru orice tip de reactor termic sau rapid-reproducător cu una sau mai multe zone active, pentru încărcări simple cu combustibil, precum şi pentru sisteme de încărcări parţiale oricît de multe.

3. Datorită luării în consideraţie a unui număr mare de variabile de costuri de timp, precum şi prin aplicarea teoriei actualizării pe întreaga durată de viaţă a CNE şi a programului nuclear, se asigură obţinerea valorilor pentru mărimile $Z_c$ şi $C_c$ cu o precizie ridicată.

Modelul constituie prima lucrare în acest domeniu din ţara noastră.

4. Modelul a fost aplicat pentru condiţiile ţării noastre pentru 11 tipuri separate de CNE la puteri unitare de 600 MW, pentru 11 tipuri CNE pe durata de viaţă a acestora şi pentru 10 combinaţii de reactori termici şi rapizi-reproducători în cadrul unei variante a programului de dezvoltare a energeticii nucleare. Pe baza acestei analize a fost stabilit faptul că în toate cazurile analizate ciclurile de combustibil ale reactorilor moderaţi cu apă grea şi ale reactorilor rapizi-reproducători necesită cheltuieli minime în condiţiile ţării noastre.

Alegerea tipului de CNE este o problemă care trebuie studiată în ansamblul ei, analiza ciclurilor de combustibil nuclear reprezentînd o parte importantă a acestei probleme deosebit de complexe.

## BIBLIOGRAFIE

1. В. В. Батов, Ю. И. Корякин, *Критерии эффективности использования ядерного топлива*, Атомная Энергия Септ. (1966).
2. H. Grümm, D. Gupta, W. Häfele, *Ergänzendes Material zum Bericht*, Kernbrennstoffbedarf und Kosten ver schiedener Reaktortypen in Deutschland KFK 466.
3. I. H. Vallance, *Fuel cycle economics of uranium fueled thermal reactors*, Referat la Conf. Geneva, 247, 1964.
4. K. Schmale, *Brennstoffversorgung und Brennstoff—kreislauf von L.W.R.*, Atom und Strom, aprilie 1947.
5. H. Grümm, *Vereinfachtes Verfahren zur Berechnung des Brennstoffkostenanteills*, Atomwirtschaft 2 (1966).
6. J. Gaussens, *Calcul des immobilisations financières des cycles de combustible*, Rap. CEA 2325/1963.

# CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND PROCESELE CARACTERISTICE ALE POMPEI DE INJECŢIE CU DISTRIBUITOR ROTATIV ŞI PISTOANE OPUSE

DE

G. BĂRĂNESCU, T. DUDAŞ, B. GRÜNWALD, N. APOSTOLESCU, GH. CAZAN, A. MANOLE, GH. ZĂTREANU, GH. BORILĂ, C. DOBRE, R. MANIŢIU, D. TARAZA şi A. MANEA

621.43.038

În lucrare se prezintă rezultatele cercetărilor experimentale efectuate cu o pompă C.A.V. — D.P.A. cu distribuitor rotativ şi pistoane opuse. Cercetarea a urmărit stabilirea caracteristicii de debit la diferite temperaturi de intrare a combustibilului şi precizarea dependenţei proceselor funcţionale faţă de diferiţi factori (turaţie, sarcină, lungimea conducte de înaltă presiune etc.).
Rezultatele cercetării confirmă o serie de concluzii teoretice stabilite în lucrări anterioare şi pun în evidenţă complexitatea funcţională a pompei.

Pompele de injecţie cu element unic de pompare sînt utilizate pe scară tot mai largă pentru alimentarea cu combustibil a motoarelor cu aprindere prin comprimare. Numeroasele particularităţi constructive şi funcţionale, proprii acestor pompe, fac în prezent obiectul unor ample cercetări teoretice şi experimentale.

În cadrul unor lucrări precedente [1], [2], s-a efectuat o analiză teoretică a funcţionării şi s-a elaborat o metodă de calcul a proceselor funcţionale pentru pompe de injecţie cu distribuitor rotativ şi pistone opuse.

Lucrarea de faţă conţine rezultatele cercetărilor experimentale întreprinse în scopul verificării unor concluzii desprinse din analiza teoretică a funcţionării pompei.

## 1. OBIECTIVELE CERCETĂRII ŞI INSTALAŢIA EXPERIMENTALĂ

Cercetarea experimentală a pompei de injecţie cu distribuitor rotativ şi pistoane opuse a urmărit stabilirea caracteristicii de debit, cu evidenţierea influenţei temperaturii de intrare a combustibilului în pompa

de transfer, precum şi precizarea dependenţei proceselor funcţionale faţă de diferiţi factori.

Încercările efectuate cu o pompă C.A.V.—D.P.A s-au desfăşurat la turaţia arborelui pompei cuprinsă în domeniul 200—1 400 rot/min. Organul de reglare a sarcinii a fost fixat în două,trei şi patru poziţii,

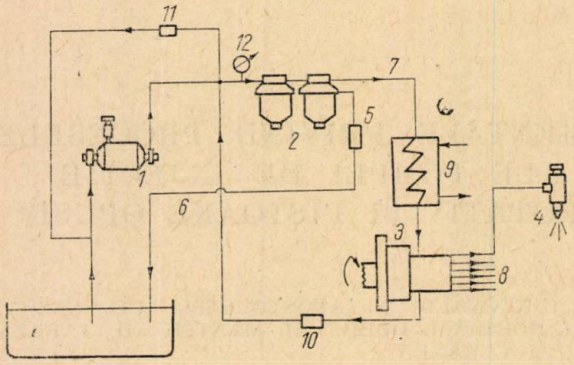



Fig. 1. — Schema instalaţiei experimentale : *1* — pompă de alimentare ; *2* — filtru de combustibil ; *3* — pompă de injecţie ; *4* — injector ; *5* — supapă de prea-plin ; *6* — conductă de prea-plin ; *7* — conductă de joasă presiune ; *8* — conducte de înaltă presiune ; *9* — schimbător de căldură ; *10* — supapă de reglaj ; *11* — ventil de retur ; *12* — manometru.

care corespund sarcinilor maximă, minimă şi unor sarcini intermediare. Pentru ceilalţi parametri s-au adoptat următoarele valori : temperatura de intrare a combustibilului în pompa de transfer : 20,50 şi 80°C ; presiunea de deschidere a injectorului : 100,145 şi 180 kgf/cm$^2$ ; lungimea conductei de înaltă presiune : 1 100 şi 1 800 mm.

Experimentările au fost efectuate pe standul de încercare a pompelor de injecţie tip M12. Schema instalaţiei este arătată în figura 1. S-a avut în vedere realizarea unor condiţii de lucru cît mai apropiate de condiţiile de explotare a pompei pe motor. Pentru studiul influenţei temperaturii de intrare a combustibilului, s-a introdus un schimbător de căldură pe conducta de joasă presiune, între filtru şi pompă. S-a înregistrat variaţia presiunii combustibilului la cele două extremităţi ale conductei de înaltă presiune şi legea de ridicare a acului injectorului ; pentru aceasta, instalaţia experimentală a fost completată cu un indicator piezoelectric de presiune ORION KTS tip 2 780—S, prevăzut cu osciloscop catodic cu două spoturi şi cu o instalaţie electronică de înregistrare a ridicării acului injectorului.

## 2. REZULTATELE ÎNCERCĂRILOR

### 2.1. Caracteristica de debit

Din cercetarea teoretică a funcţionării pompei de injecţie cu distribuitor rotativ şi pistoane opuse a rezultat [1] că alura caracteristicii de debit nu poate fi avantajoasă, întrucît modificarea turaţiei antrenează două efecte contrare : variaţia într-un anumit sens a timpului-secţiune şi variaţia în sens opus a presiunii de refulare a pompei de transfer.

Această concluzie a fost confirmată de încercările experimentale efectuate în diferite condiţii. De exemplu, pentru presiunea de deschidere a injectorului de 100 kgf/cm$^2$ şi lungimea conductei de înaltă presiune

de 1 100 mm, s-a înregistrat o creștere de circa 20% a debitului maxim de combustibil injectat pe ciclu în intervalul 200—1 200 rot/min (fig. 2). Variații de același ordin de mărime ale debitului de combustibil au fost

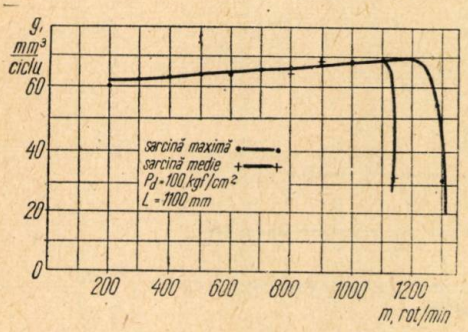



Fig. 2. — Caracteristica de debit.

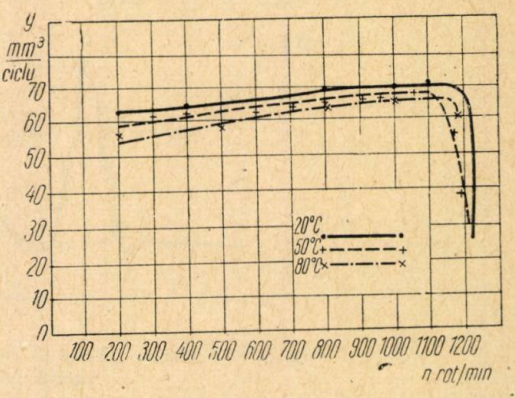



Fig. 3. — Influența temperaturii de intrare a combustibilului asupra caracteristicii de debit.

constatate și la presiunea de deschidere a injectorului de 145 kgf/cm², lungimea conductei de înaltă presiune fiind aceeași ca și în cazul schimbării ambilor parametri (presiune de deschidere și lungime a conductei).

Influența temperaturii de intrare a combustibilului în pompa de transfer este prezentată în figura 3. Se observă o diminuare a debitului de combustibil la creșterea temperaturii sale de intrare. Această variație este probabil provocată de creșterea scăpărilor datorită scăderii viscozității combustibilului și, într-o anumită măsură, de schimbarea modulului de elasticitate a combustibilului, care antrenează o modificare a proceselor din conducta de înaltă presiune. Variația debitului este însă neesențială și deci se poate considera că pompa funcționează în condiții bune chiar la fluctuații însemnate ale temperaturii.

### 2.2. Influențele unor factori asupra funcționării pompei

Pentru a elucida influențele unor factori asupra funcționării pompei, s-au prelucrat diagramele de variație a presiunii combustibilului la intrarea în conducta de înaltă presiune. Diagramele, extinse pe un interval de 90° dintr-un ciclu, pun în evidență procesele de refulare și de descărcare a conductei de înală presiune.

După cum rezultă din cercetarea teoretică [1], la pompa de injecție cu distribuitor rotativ și pistoane opuse descărcarea conductei de înaltă presiune se poate realiza în două etape. Prima descărcare are loc din momentul terminării refulării pînă la întreruperea legăturii dintre distribuitor și conducta de înaltă presiune; a doua descărcare se poate produce începînd din momentul deschiderii orificiului de refulare pînă la punerea în mișcarea a pistoanelor de către came. Intervalul de 90° pe care s-a înregistrat variația presiunii combustibilului include ambele descărcări.

În general, diagramele de variație a presiunii combustibilului cuprind cîteva zone distincte (fig. 4). În zona $AB$ presiunea nu variază sensibil, oscilînd în jurul presiunii remanente după prima descărcare. Zona $BC$ corespunde unei ușoare scăderi a presiunii, care evidențiază a

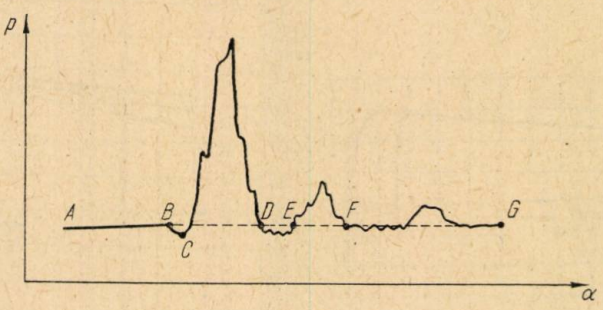



Fig. 4. — Variația presiunii la intrarea în conducta de înaltă presiune.

doua descărcare. În zona $CD$ se manifestă o variație puternică a presiunii, determinată de refularea combustibilului; scăderea energică a presiunii la finele acestei zone este cauzată de prima descărcare a conductei. După un interval de variație redusă a presiunii, înregistrată neclar cînd presiunea avea valori sub limita de sensibilitate a traductorului (zona $DE$), apare o nouă variație importantă (zona $EF$). Zona finală $FG$ cuprinde oscilațiile amortizate ale presiunii din conductă, în porțiunea din ciclu în care legătura conductei cu pompa este întreruptă.

În figurile 5—7 se arată diagramele obținute la presiunea de deschidere a injectorului de 145 kgf/cm$^2$ și lungimea conductei de înaltă presiune de 1 100 mm, pentru sarcina maximă și diferite turații. Fiecare clișeu conține și curba de deplasarea a acului injectorului.

Din examinarea acestor figuri se evidențiază *influența turației* asupra procesului de refulare la pompă.

Considerente teoretice simple arată că, la sarcină constantă, excitația introdusă în conductă, precum și excitația prezentă în conductă la finele procesului de refulare, variază neesențial cu turația. Această împrejurare impune o anumită profilare a camelor care pun în mișcare pistoanele pompei. Pe porțiunea descendentă a profilului sînt acționate undele de presiune care sosesc la pompă după închiderea procesului de refulare propriu-zis, în vederea slăbirii lor sub presiunea de închidere a injectorului. Pentru buna desfășurare a procesului de admisiune, este indicată realizarea unei presiuni remanente în conductă apropiate de presiunea $p_u$ din spatele pistoanelor; în acest mod, se evită vehicularea prealabilă a combustibilului între conductă și distribuitor, proces în general nefavorabil.

Îndeplinirea condiției de mai sus reclamă o anumită destindere a combustibilului sub acțiunea pistoanelor, destindere precizată de diferența $h_u$ dintre vîrful și palierul camelor (fig. 8). Această destindere, suficientă pentru coborîrea presiunii în conductă pînă la valoarea $p_u$, este capabilă să slăbească satisfăcător trenul de unde ce urmează după sfîrșitul refulării numai pînă la o anumită turație.

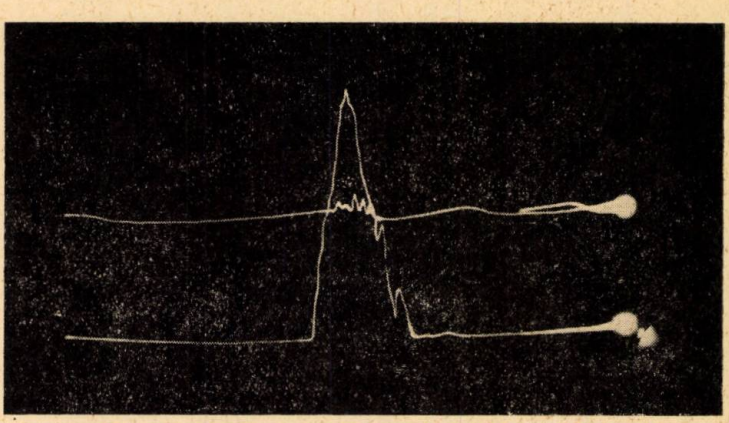


Fig. 5. — Variația presiunii la intrarea în conducta de înaltă presiune pentru $p_d = 145$ kgf/cm$^2$, $L = 1\,100$ mm, sarcină maximă și $n = 200$ rot/min.

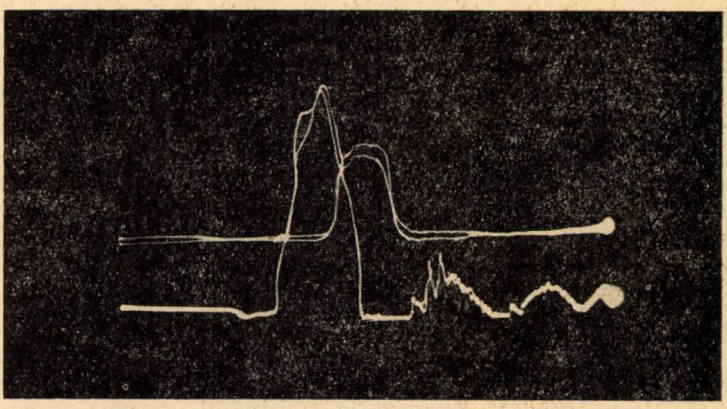


Fig. 6. — Variația presiunii la intrarea în conducta de înaltă presiune pentru $p_d = 145$ kgf/cm$^2$, $L = 1\,100$ mm, sarcină maximă și $n = 800$ rot/min.

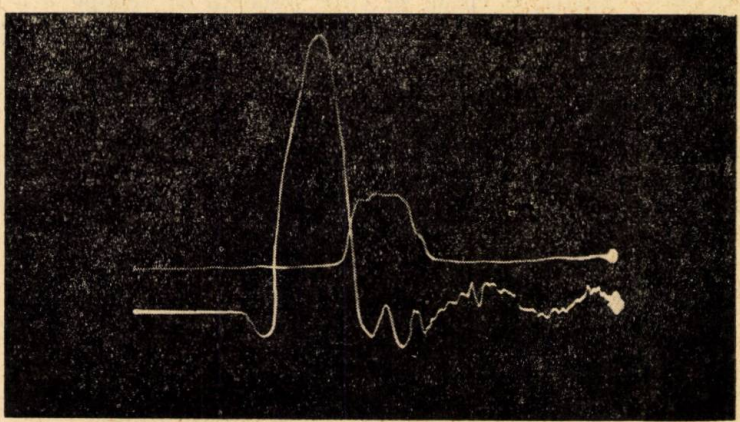


Fig. 7. — Variația presiunii la intrarea în conducta de înaltă presiune pentru $p_d = 145$ kgf/cm$^2$, $L = 1\,100$ mm, sarcină maximă și $n = 1\,200$ rot/min.

Fie *2—3—4* porțiunea descendentă a profilului camelor (fig. 8), extinsă pe unghiul $\alpha_4 - \alpha_2$; diferența $h_u$ corespunde deplasării pistoanelor care asigură destinderea combustibilului în conductă pînă la presiunea

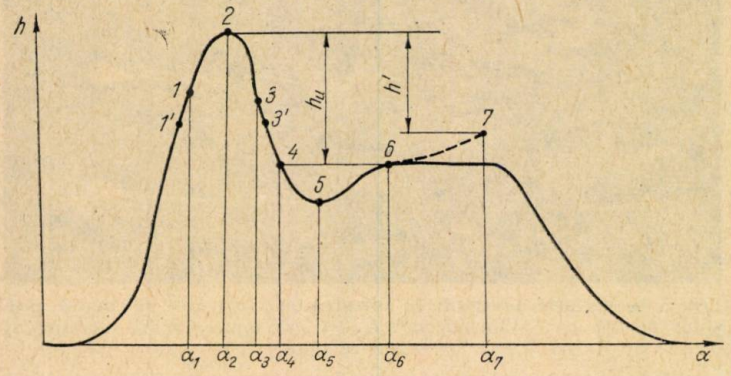



Fig. 8. — Profilul camelor.

$p_u$. Se presupune că în *1* pleacă de la pompă unda de amplitudine maximă, undă ce sosește din nou la pompă în *3*. La creșterea turației, această undă este lansată mai devreme — de pildă în *1'* —, avansul fiind frînat de efectul de amortizare produs de combustibilul prezent în distribuitor. Deoarece timpul necesar parcurgerii spațiului pompă-injector-pompă este practic constant, la creșterea turației întoarcerea undei respective la pompă va avea loc în *3'*. Cît timp întoarcerea acestei unde se situează pe porțiunea *2—4*, unda este slăbită prin acțiunea de destindere a pistoanelor. La o anumită turație $n^*$, întoarcerea la pompă a undei de amplitudine maximă va avea loc în *4*. Dacă din *4* cama ar continua în palier, la orice turație $n > n^*$ unda de amplitudine maximă, care sosește acum într-un punct situat după *4*, ar găsi pistoanele imobile; ea s-ar reflecta integral și, ajunsă la injector, ar putea provoca o nouă injecție. Astfel, o camă la care palierul ar începe din *4* ar permite funcționarea normală a motorului pînă la o turație ce corespunde turației $n^*$ a distribuitorului.

Turația limită poate fi crescută dacă se continuă porțiunea descendentă a profilului camei. Această practică ar conduce însă la o destindere a combustibilului sub presiunea $p_u$. Îndeplinirea celor două deziderate: 1) lărgirea domeniului de turații, 2) limitarea destinderii medii a combustibilului, poate fi făcută prin coborîrea profilului după *4*, urmată de întoarcerea la palierul corespunzător punctului *4*. În cazul figurii 8, pompa poate funcționa în bune condiții pînă la turația la care unda de amplitudine maximă se întoarce la pompă în punctul *5*. Pe porțiunea *5—6* se asigură excitația necesară compensării destinderii suplimentare *4—5*.

Particularitățile funcționale introduse pe porțiunea *4—5—6* sînt evidențiate de înregistrări (fig. 5—7). Pentru turații mici, scăderea presiunii în conductă are loc mai lin, presiunea $p_u$ realizîndu-se în conductă în vecinătatea punctului *4* (fig. 5). La turații mai mari, pistoanele

încep să urmărească și porțiunea *4—5—6*, fapt marcat prin excitația suplimentară aferentă profilului *5—6* (fig. 6).

În domeniul turațiilor mari apare și un alt fenomen. Destinderea produsă de porțiunea *2—3—4—5* este localizată asupra unei părți tot

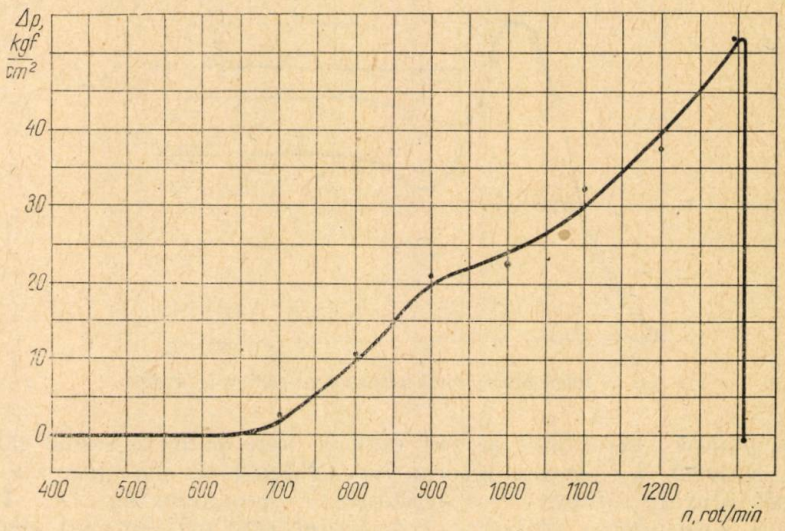



Fig. 9. — Variația scăderii maxime de presiune în cursul celei de-a doua descărcări, pentru $p_a = 145$ kgf/cm², $L = 1\,100$ mm sarcină maximă.

mai mici a trenului de unde. Reîntoarcerea acestui tren de unde la pompă poate provoca o scădere a presiunii sub valoarea $p_u$. Drept urmare, pistoanele se vor desprinde de pe palierul camei sub acțiunea presiunii din spatele lor; astfel se reintroduce în conductă o parte a combustibilului descărcat. Dacă la închiderea orificiului de admisiune pistoanele se află desprinse de palierul camei (de exemplu punctul 7, fig. 8), destinderea globală a conductei corespunde diferenței $h' < h_u$. În consecință, presiunea remanentă din conductă va fi mai mare decît $p_u$ și, la deschiderea orificiului de refulare, conducta se va descărca în distribuitor. Acest fenomen este evidențiat de bucla negativă care precedă refularea (fig. 6 și 7). În acord cu cele de mai sus, se remarcă o descărcare cu atît mai intensă, cu cît turația este mai mare; această influență este ilustrată și în figura 9, care reprezintă variația scăderii maxime de presiune în cursul celei de-a doua descărcări în funcție de turație, rezultată prin prelucrarea diagramelor obținute la presiunea de deschidere a injectorului de 145 kgf/cm² și lungimea conductei de înaltă presiune de 1 100 mm, pentru sarcina maximă. Către turația limită, intervenția regulatorului modifică variațiile descrise.

*Influența sarcinii.* Scăderea sarcinii este însoțită de o micșorare a excitației prezente în conductă la sfîrșitul refulării. La turații mici, destinderea undelor are loc progresiv, presiunea $p_u$ realizîndu-se la o coborîre a pistoanelor pe profilul camelor cu o distanță $h_s < h_u$ cu atît mai mică, cu cît sarcina este mai redusă. După atingerea presiunii $p_u$, pistoanele se desprind de profilul camei. Lucrurile se petrec ca și

cînd profilul camei ar fi *2—3* (fig. 10). Pentru aceeași sarcină și o turație mai mare, este posibilă coborîrea mai accentuată a pistoanelor, deoarece undele reflectate intense acționează acum pe un unghi mai mare. În continuare, deplasarea pistoanelor este condiționată de variația pre-

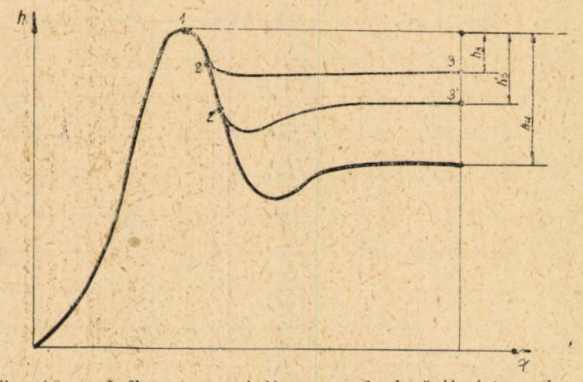



Fig. 10. — Influența sarcinii asupra deplasării pistoanelor.

siunii la pompă; pistoanele se pot deplasa spre palierul camei sau spre palierul aparent $h_s$. Aceste alternative evidențiază posibilitatea închiderii orificiului de refulare la o deplasare a pistoanelor $h'_s > h_s$. Într-un atare caz, destinderea globală a conductei este mai intensă decît cea corespunzătoare presiunii $p_u$; astfel presiunea remanentă din conductă se stabilește la o valoare inferioară lui $p_u$. În consecință, deschiderea

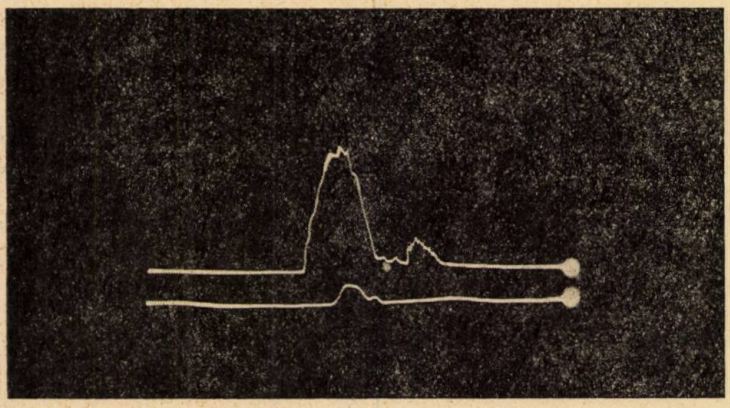


Fig. 11. — Variația presiunii la intrarea în conducta de înaltă presiune pentru $p_d = 145$ kgf/cm², $L = 1\,100$ mm, sarcină mijlocie și $n = 400$ rot/min.

orificiului de refulare va fi marcată de o descărcare a distribuitorului în conductă, în general cu atît mai intensă cu cît sarcina este mai mică și turația mai mare.

Constatările de mai sus sînt în acord cu înregistrările efectuate. De exemplu, la turația de 400 rot/min și sarcină mijlocie (fig. 11) nu a avut loc a doua descărcare, iar la aceeași turație însă la sarcină mi-

nimă (fig. 12) s-a produs a doua descărcare, din distribuitor spre conducta de înaltă presiune.

Descărcarea distribuitorului spre conducta de înaltă presiune la sarcini reduse a fost pusă în evidență pe un interval larg de turație,

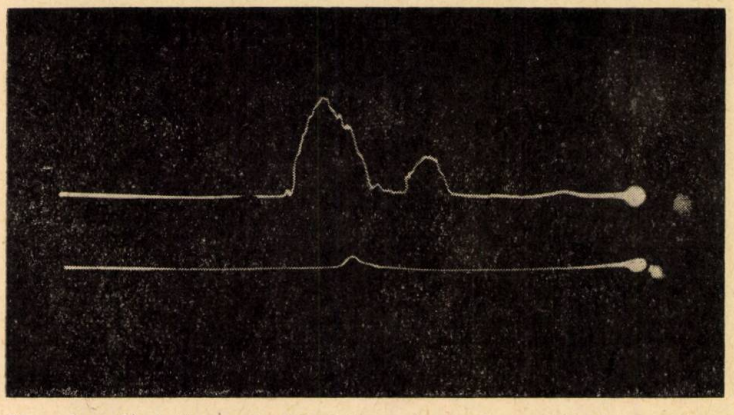


Fig. 12. — Variația presiunii la intrarea în conducta de înaltă presiune pentru $p_d = 145$ kgf/cm², $L = 1\,100$ mm, sarcină minimă și $n = 400$ rot/min.

așa cum se observă în figura 13, obținută prin prelucrarea înregistrărilor fotografice.

*Influența lungimii conductei de înaltă presiune se exercită asupra intensității primei descărcări.* Astfel, la sporirea lungimii conductei de

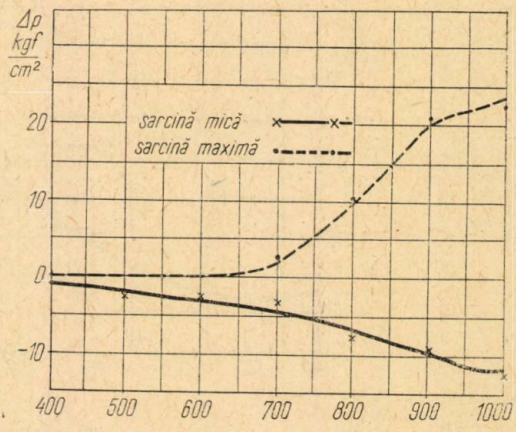



Fig. 13. — Variația scăderii maxime de presiune în cursul celei de-a doua descărcări, pentru $p_d = 145$ kgf/cm², $L = 1\,100$ mm și două sarcini.

la 1 100 la 1 800 mm, diferenței $h_u$ dintre vîrful și palierul camelor (fig. 8 sau 10) îi corespunde o destindere mai redusă a combustibilului; presiunea remanentă din conductă poate depăși presiunea $p_u$ chiar la turații mici. Ca urmare, și la turații mici deschiderea orificiului de refulare este marcată printr-o descărcare a conductei în distribuitor.

Aceste concluzii se confirmă de exemplu, comparînd înregistrarea din figura 5 cu cea obținută la același regim funcțional, însă cu conductă de lungime mai mare, prezentată în figura 14.

Prelucrînd înregistrările efectuate la sarcină maximă, lungimea conductei de 1 800 mm şi diferite turaţii, s-a trasat variaţia scăderii maxime de presiune în cursul celei de-a doua descărcări (fig. 15, curbă

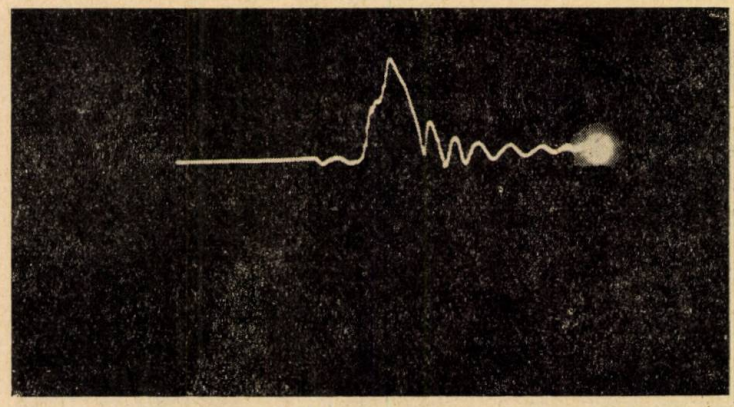


Fig. 14. — Variaţia presiunii la intrarea în conducta de înaltă presiune pentru $p_a = 145$ kgf/cm², $L = 1\,800$ mm, sarcină maximă şi $n = 200$ rot/min.

cu linie continuă); pentru comparaţie, în figura 15 este reprezentată cu linie întreruptă şi variaţia corespunzătoare lungimii conductei de 1 100 mm. Se observă că în cazul lungimii conductei de 1 800 mm, a doua

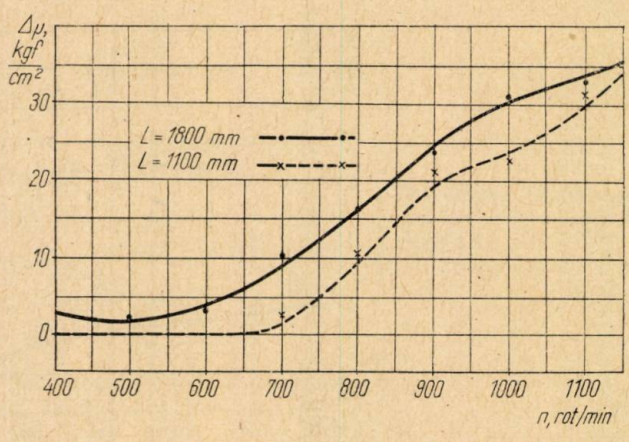



Fig. 15. — Variaţia scăderii maxime de presiune în cursul celei de-a doua descărcări, pentru $p_a = 145$ kgf/cm², sarcină maximă şi două lungimi ale conductei de înaltă presiune.

descărcare se manifestă chiar la turaţii mici şi este mai intensă pe întreaga gamă de turaţii.

*Influenţa presiunii de deschidere a injectorului* este asemănătoare influenţei sarcinii : micşorarea presiunii de deschidere antrenează reducerea excitaţiei la terminarea cursei de refulare.

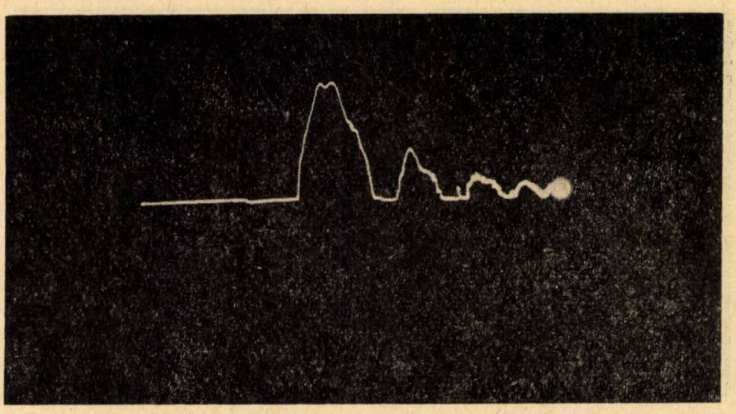


Fig. 16. — Variația presiunii la intrarea în conducta de înaltă presiune pentru $p_d = 145$ kgf/cm², $L = 1\,800$ mm, sarcină maximă și $n = 400$ rot/min.

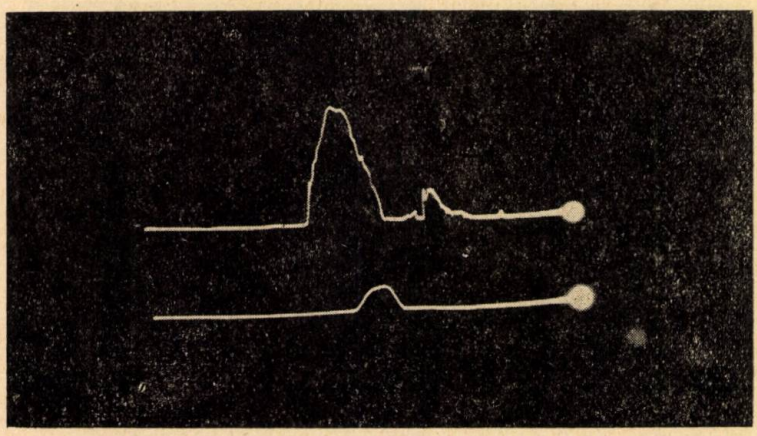


Fig. 17. — Variația presiunii la intrarea în conducta de înaltă presiune pentru $p_d = 100$ kgf/cm², $L = 1\,800$ mm, sarcină maximă și $n = 400$ rot/min.

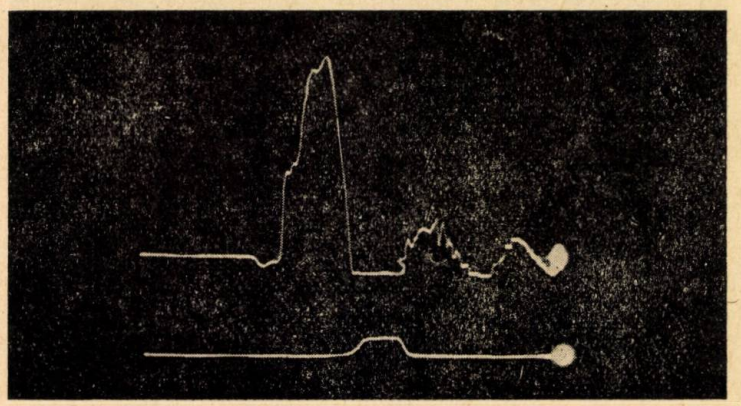


Fig. 18. — Variația presiunii la intrarea în conducta de înaltă presiune pentru $p_d = 100$ kgf/cm², $L = 1\,800$ mm, sarcină maximă și $n = 800$ rot/min.

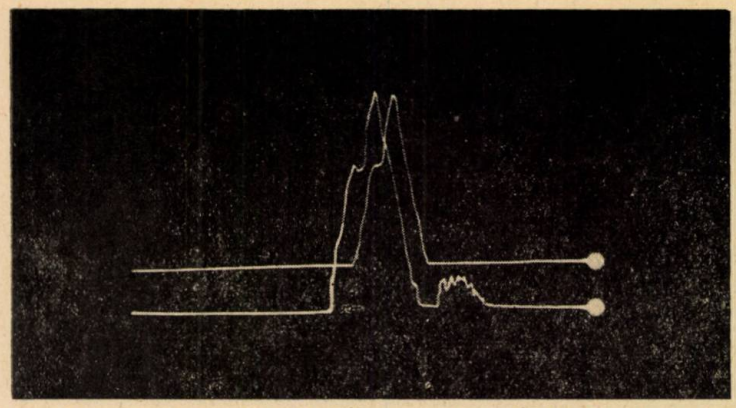


Fig. 19. — Variația presiunii la extremitățile conductei de înaltă presiune în cazul debitării combustibilului printr-un injector deschis, pentru $L = 1\,100$ mm, sarcină maximă și $n = 600$ rot/min.

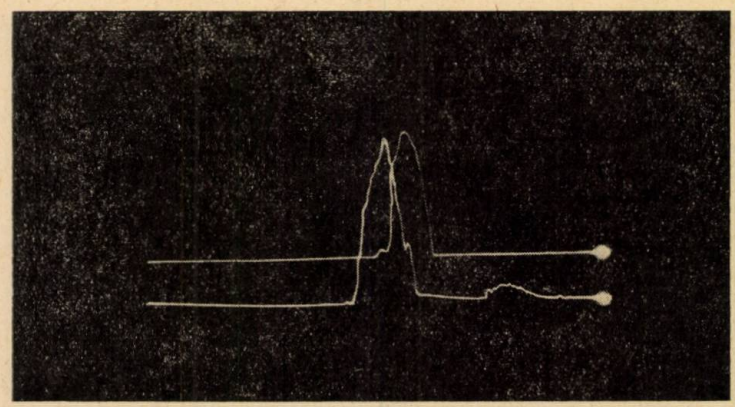


Fig. 20. — Variația presiunii la extremitățile conductei de înaltă presiune în cazul debitării combustibilului printr-un injector deschis, pentru $L = 1\,100$ mm, sarcină mică și $n = 600$ rot/min.

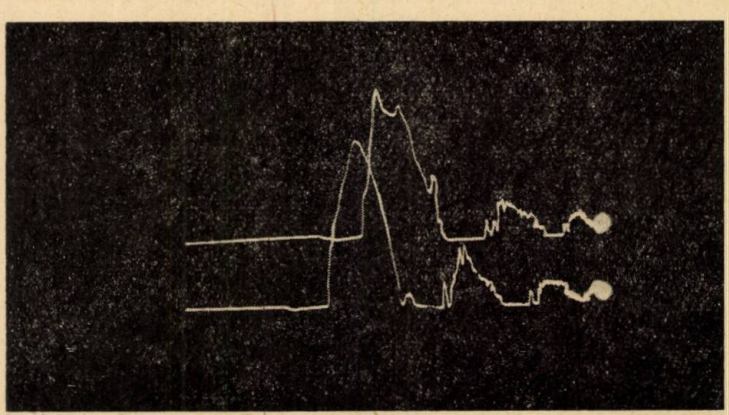


Fig. 21. — Variația presiunii la extremitățile conductei de înaltă presiune pentru $p_d = 145$ kgf/cm$^2$, $L = 1\,800$ mm, sarcină maximă și $n = 600$ rot/min.

Astfel, la turații mici este posibilă desprinderea pistoanelor de profilul camelor. Situația este ilustrată de pildă de figurile 16 și 17. În prima apare clar excitația suplimentară, fapt care indică coborîrea pistoanelor sub palierul camei. În figura 17, înregistrată în aceleași

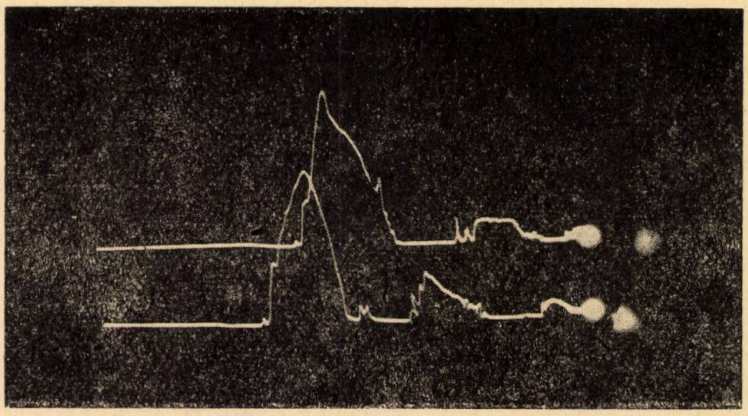


Fig. 22. — Variația presiunii la extremitățile conductei de înaltă presiune pentru $p_d = 145$ kgf/cm$^2$, $L = 1\,800$ mm, sarcină mică și $n = 600$ rot/min.

condiții, dar la presiune de deschidere a injectorului mai mică, pistoanele se desprind de profilul camei deasupra palierului și, ca urmare, excitația suplimentară nu mai poate avea loc. La creșterea turației, contactul cu cama este prelungit, existînd astfel posibilitatea producerii excitației suplimentare (fig. 18).

Pentru a pune în evidență particularitățile funcționării pompei cu injector deschis, s-a înregistrat variația presiunii la cele două extremități ale conductei, în cazul debitării combustibilului printr-un injector deschis (fig. 19 și 20) și prin injectorul de tip închis (fig. 21 și 22).

După cum era de așteptat, excitația suplimentară exercită o slabă influență asupra variației presiunii la înjectorul deschis, deoarece există posibilitatea descărcării conductei spre injector. În schimb, la folosirea injectorului închis această posibilitate este exclusă, presupunînd că acul se menține închis, astfel încît se constată o influență importantă asupra variației presiunii la injector.

### 3. CONCLUZII

Cercetarea experimentală privind pompa de injecție cu distribuitor rotativ și pistoane opuse confirmă unele concluzii teoretice stabilite în lucrările anterioare. Încercările efectuate reliefează complexitatea funcțională a pompei, ilustrînd interdependența fenomenelor ce au loc în diferite condiții de lucru, precum și influența acestora asupra performanțelor pompei.

### BIBLIOGRAFIE

1. G. Bărănescu, *Unele particularități funcționale ale pompei de injecție cu distribuitor rotativ și pistoane opuse*, Construcția de mașini, 7 (1968).
2. G. Bărănescu, A. Manole, R. Manițiu, A. Manea, *Calculul proceselor din pompa de injecție cu distribuitor rotativ și pistoane opuse*, St. cerc. energ. și electr., **18**, 3 (1968).

# INFLUENȚE ALE FORMEI CAMEREI DE ARDERE TIP PANĂ ASUPRA PERFORMANȚELOR MOTORULUI CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE[1])

DE

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, ION ȘTEFAN şi NICOLAE STOICA

621.43

În lucrare se analizează în primul rînd posibilitățile de principiu de a modifica caracteristica de moment motor prin schimbarea arhitecturii camerei de ardere. Se face în continuare un studiu teoretic al camerei de ardere pană, urmărindu-se efectul măririi pragului. Se verifică experimental şi se arată că peste o anumită mărime a pragului fenomenul de detonație apare foarte rapid, limitînd performanțele motorului. Se atrage atenția asupra rolului jucat de turbulența suplimentară determinată de curgerea gazelor de sub prag şi se explică astfel performanțele superioare ale acestei camere.

O latură a îmbunătățirii performanțelor motorului cu aprindere prin scînteie constă în realizarea unei variații corespunzătoare a momentului motor cu turația, care la motoarele de tracțiune trebuie să prezinte un maximum în zona turațiilor relativ scăzute, în continuare curba urmînd să fie coborîtoare. Este posibil să se realizeze acest deziderat acționîndu-se asupra procesului de ardere, între altele prin intermediul arhitecturii camerei de ardere.

În lucrarea de față se cercetează influențarea caracteristicii de moment motor a motorului cu aprindere prin scînteie prin modificarea camerei de ardere tip pană; se analizează posibilitățile de principiu, efectul acestor modificări asupra desfăşurării arderii în motor şi se prezintă unele rezultate experimentale.

---

[1]) Lucrare prezentată la Conferința de Motoare cu Ardere Internă, Bucureşti, 1967.

## 1. POSIBILITATEA AMELIORĂRII PERFORMANȚELOR MOTORULUI, PRIN MODIFICAREA FORMEI CAMEREI DE ARDERE

Se analizează factorii de care depinde valoarea momentului motor. După cum se știe, momentul motor efectiv se poate scrie

$$M = 716{,}2 \frac{P_e}{n} \text{ [kgf. m]}, \tag{1}$$

iar puterea efectivă

$$P_e = \text{const.}\ V_s\, nip_m \text{ [cP]}, \tag{2}$$

astfel că momentul motor devine

$$M = \text{const}' \cdot p_m. \tag{3}$$

Se procedează la explicitarea acestei expresii. Dacă se introduce $\eta_t$ randamentul termic al ciclului ideal, $\varphi$ coeficientul diagramei indicate, care ține seama de micșorarea lucrului mecanic la diagrama indicată față de diagrama ciclului ideal și $\eta_m$ randamentul mecanic, relația (3) se poate scrie (pentru o valoare precizată a dozajului)

$$M = \text{const}'' \cdot \eta_t\, \varphi \eta_m, \tag{4}$$

unde randamentul termic $\eta_t$ în cazul unui ciclu cu ardere mixtă (considerat mai apropiat de ciclul real) are forma

$$\eta_t = \alpha\left(1 - \frac{1}{\varepsilon^{\chi-1}}\right) + (1-\alpha)\left(1 - \frac{1}{\varkappa\varepsilon^{\chi-1}} \cdot \frac{\psi^{\chi}-1}{\psi-1}\right), \tag{5}$$

notațiile corespunzînd indicațiilor din figura 1.

Prin acționarea asupra elementelor care modifică valoarea factorilor variabili din ecuația (4) se poate influența cuplul motor; în continuare, se analizează efectul schimbărilor în arhitectura camerei de ardere.

Transformările constructive ale camerei de ardere influențează indirect valoarea randamentului mecanic, fie prin modificarea forțelor care se transmit pieselor în mișcare, ceea ce afectează lucrul mecanic de frecare, fie prin modificări ale comenzii supapelor, ceea ce poate conduce la varierea energiei consumate pentru antrenarea acestor organe.

Expresia (5) arată că randamentul termic $\eta_t$ este independent de turație, în timp ce, după cum este cunoscut, atît randamentul mecanic $\eta_m$, cît și coeficientul diagramei indicate $\varphi$, depinde de turația $n$ a motorului.

Dacă s-ar considera randamentul mecanic $\eta_m$ și coeficientul diagramei $\varphi$ constante la orice turație, curba momentului motor la plină admisiune ar avea forma unei drepte $a_1$ (fig. 2). În măsura în care se procedează la îmbunătățirea performanțelor camerei de ardere, în sensul ca arderea să dureze mai puțin, randamentul termic $\eta_t$ crește, căci raportul căldurilor schimbate în procesul de ardere $\alpha$ crește, iar raportul

volumetric de ardere $\psi$ scade, obținîndu-se în aceeași ipoteză dreapta $a_2$. În realitate cei doi factori $\eta_m$ și $\varphi$ variază cu turația, astfel că momentul motor este dat de curba $b_1$ care trece printr-un maximum la turația momentului motor maxim $n_M$. Prin îmbunătățirea randamentului termic $\eta_t$, dacă se admite aceeași variație a factorilor $\eta_m$ și $\varphi$ ca și în cazul precedent, curba de moment motor se va deplasa la valori mai ridicate, curba $b_2$. De fapt, randamentul mecanic $\eta_m$ va scade, fiindcă

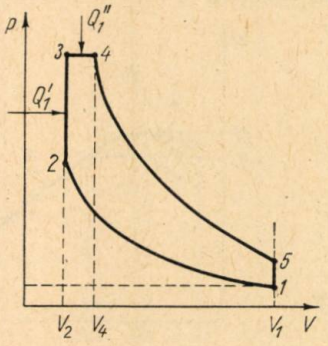



Fig. 1. — Diagrama ciclului ideal considerat, cu notațiile folosite în text.

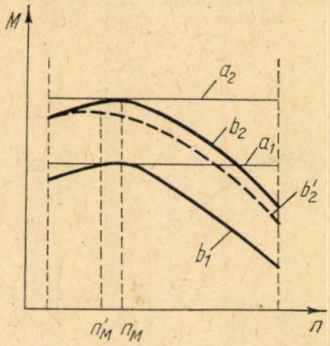



Fig. 2. — Variația momentului motor $M$ cu turația $n$ în cazul modificării randamentului termic $\eta_t$ al ciclului ideal.

presiunile au crescut ca urmare a realizării unei durate mai mici a arderii; termenul $\varphi$ are în schimb tendința să crească, astfel că punctul de moment maxim se poate deplasa, în general la turații mai mici $n_M'$, curba $b_2'$.

Modificarea camerei de ardere influențează factorul diagramei $\varphi$ datorită faptului că afectează schimbul de căldură, umplerea și desfășurarea arderii.

Micșorarea transferului de căldură în procesul de ardere, posibil de realizat prin reducerea suprafeței de schimb de căldură, duce la o ușoară mărire a valorilor momentului motor (curba $a_2$, fig. 3) în zona turațiilor scăzute și în același timp la intensificarea mișcării din camera de ardere ca urmare a compactizării ei. În zona turațiilor ridicate, se poate presupune că mișcarea gazelor în cilindru este suficient de importantă, pentru ca valoarea coeficientului de convecție să crească, schimbul de căldură să se apropie de valoarea maximă, astfel că momentul motor, practic, nu mai este influențat.

În cazul în care se îmbunătățește umplerea motorului, aceasta poate conduce, fie la o mărire a valorii momentului motor maxim la aceeași turație a motorului (fig. 4 *a* curba $a_2$), fie la o mărire și o deplasare cu turația a valorii maxime a acestuia, așa cum rezultă din fig. 4*b* (curba $b_2$).

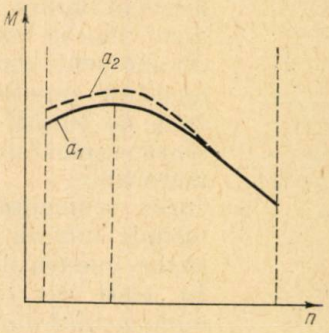



Fig. 3. — Variația momentului motor $M$ cu turația $n$ în funcție de modificarea schimbului de căldură: $a_1$ — curba de referință; $a_2$ — curba modificată.

Acţionarea asupra procesului de ardere conduce la modificarea momentului motor, în sensul celor arătate la studiul randamentului termic $\eta_t$.

Cea mai importantă influenţă asupra caracteristicii de moment motor o are însă efectul detonaţiei. Se consideră (fig. 5, curba *a*) variaţia momentului motor la admisiune totală în funcţie de turaţie, în cazul în care reglajele sînt optime pentru presiunea medie maximă şi se utilizează un combustibil care exclude detonaţia. În acest caz, momentul maxim are valoarea $M'$ şi se obţine la turaţia $n'$.

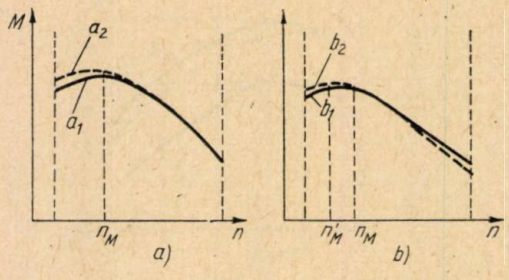



Fig. 4. — Influenţa formei curbei de moment motor $M$, prin îmbunătăţirea umplerii : a) — mărirea valorii momentului motor maxim la turaţie constantă ; b)— mărirea valorii momentului motor maxim şi deplasarea valorii lui maxime cu turaţia.

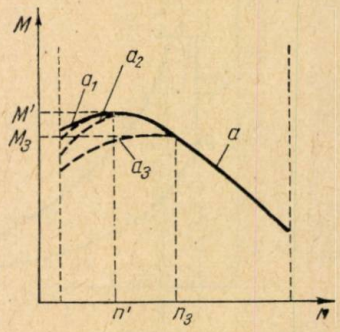



Fig. 5. — Variaţia momentului motor $M$ cu turaţia $n$ în cazul funcţionării fără detonaţie (curba plină) şi în cazul apariţiei fenomenului de detonaţie (curbele punctate).

În realitate în special în zona turaţiilor mai scăzute, deoarece nu este posibil să se funcţioneze cu un combustibil total insensibil la detonaţie din considerente de optimizare a parametrilor funcţionali şi economici ai motorului, apare fenomenul de detonaţie, care este combătut prin modificarea reglajelor, îndeosebi reglajul momentului declanşării scînteii electrice, ceea ce are drept efect scăderea performanţelor. Apar astfel două posibilităţi :

— curba de moment motor la limita de detonaţie atinge curba de moment motor maxim (curba *a*), fie înainte de turaţia de moment motor maxim (curba $a_1$), fie chiar în punctul de turaţie de moment motor maxim (curba $a_2$). În aceste cazuri nu se modifică practic caracteristica de moment motor, deoarece zona de turaţii inferioare momentului motor maxim nu interesează exploatarea, fiind o zonă de instabilitate la funcţionarea motorului ;

— curba momentului motor la limita de detonaţie (curba $a_3$) se întinde într-un domeniu de turaţii mult mai mare şi întîlneşte curba momentului motor maxim (curba *a*) la o turaţie $n_3 > n'$. În acest caz curba momentului motor se modifică : valoarea momentului motor maxim scade, iar turaţia pentru acest punct creşte, apropiindu-se de valoarea turaţiei maxime a motorului.

Considerîndu-se acum posibilităţile reale, se observă că modificarea coeficientului de umplere este destul de greu de realizat numai prin transformări neesenţiale ale formei camerei de ardere, deoarece, în ge-

neral, dimensiunile supapei de admisiune sînt maxime. Pentru mărirea coeficientului de umplere se necesită fie modificarea traseului de admisiune, fie transformarea radicală a camerei de ardere, astfel ca să se poată reproiecta canalele din chiulasă și să se poată modifica și geometria supapelor.

În absența acestor posibilități, efortul pentru ameliorarea camerei de ardere trebuie îndreptat spre scurtarea duratei procesului de ardere și spre micșorarea severității la detonație a tipului de cameră respectiv.

## 2. EFECTUL ARHITECTURII CAMEREI DE ARDERE TIP PANĂ ASUPRA DESFĂȘURĂRII ARDERII ÎN MOTOR

Camerele de ardere tip pană sînt caracterizate de prezența unui prag care determină : curgerea gazelor expulzate de deplasarea pistonului, modificări ale formei camerei de ardere, în măsura în care se schimbă mărimea pragului și existența unui anumit volum de gaz sub prag. Se vor analiza pe rînd influențele acestor trei factori.

Se calculează valoarea vitezei de curgere $w$ a gazului de sub prag pornindu-se de la teoria cunoscută asupra mișcării aerului în camerele de ardere ale motoarelor diesel cu injecție directă [1] și punînd la bază o schemă simplă de desfășurare a fenomenelor gazodinamice. Camera de ardere are două praguri $a$ și $b$ (fig. 6) ; pragul $b$ rezultă din necesități constructive, este puțin dezvoltat și acțiunea sa va fi neglijată în cele ce urmează ; pragul $a$ determină o curgere a amestecului proaspăt $c$ aflat sub el.

Pentru calculul vitezei medii de curgere $w$ se va presupune că gazul se deplasează sub forma unui curent, vitezele fiind paralele cu

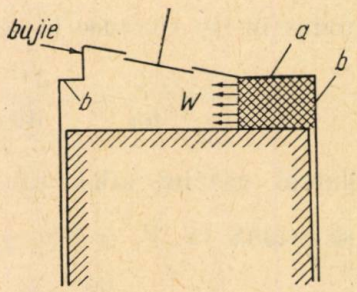



Fig. 6. — Profilul camerei de ardere pană cu schematizarea procesului gazodinamic determinată de prezența pragului $a$.

viteza cuprinsă în planul ce trece prin centrul secțiunii de curgere și prin axul cilindrului, adică se neglijează efectul pereților cilindrului asupra acestei curgeri.

Se consideră că masa de gaz din cilindru este invariabilă și că masa specifică la un moment dat este constantă în tot volumul cilindrului. Cantitatea de gaz aflată în cilindru sub prag este

$$m_r = V_r \rho,$$

care prin diferențiere dă

$$\mathrm{d}m_r = V_r \,\mathrm{d}\rho + \rho \mathrm{d}V_r. \qquad (6)$$

Cantitatea de substanţă care curge prin suprafaţa $f$ în timpul $d\tau$ este

$$dm = wf\rho\, d\tau$$

şi ţinîndu-se seama că $d\tau = \frac{d\theta}{6n}$,

$$dm = wf\rho \frac{d\theta}{6n}. \tag{7}$$

Cantitatea de gaz care curge este egală cu cantitatea de gaz care părăseşte zona pragului, astfel că

$$-dm = dm_r \tag{8}$$

şi cu relaţiile (6) şi (7), relaţia (8) devine

$$-wf\frac{d\theta}{6n} = V_r \frac{d\rho}{\rho} + dV_r. \tag{9}$$

Masa specifică se scrie, raportînd datele la valorile cunoscute din punctul mort exterior (unde se presupune că începe compresiunea, indice „0")

$$\rho = \rho_0 \frac{V_s + V_j + V_c}{V_x + V_j + V_c}, \tag{10}$$

astfel că

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dV_x}{V_x + V_j + V_c}, \tag{11}$$

care introdus în (9) conduce la relaţia

$$-wf\frac{1}{6n} = -\frac{dV_x}{d\theta}\frac{V_r}{V_x + V_j + V_c} + \frac{dV_r}{d\theta}. \tag{12}$$

Volumul gazului aflat sub prag se poate scrie $V_r = V_x \frac{F_r}{F}$; ţinîndu-se seama că $V_x = F(x + x_j)$, relaţia (12) devine

$$w = -\frac{6n}{f} F_r \left[1 - \frac{V_x}{V_x + V_j + V_c}\right]\frac{dx}{d\theta}. \tag{13}$$

Secţiunea $f$ de curgere poate fi scrisă $f = l(x + x_j)$, unde $l$ reprezintă baza acestei secţiuni, şi este deci lungimea pragului.

Termenul $\frac{dx}{d\theta} = \frac{w_p}{\omega}$, astfel că relaţia (13) se scrie (efectuîndu-se transformarea gradelor de rotaţie în radiani)

$$w = -\frac{F_r}{l}\frac{w_p}{x + x_j}\left[1 - \frac{V_x}{V_x + V_j + V_c}\right]. \tag{14}$$

Se observă că valoarea vitezei $w$ este nulă în punctele moarte, iar între acestea trece printr-un maximum a cărui poziție în ciclu este dată de relația

$$\frac{dw}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}\left[\frac{w_p}{x + x_j}\left(1 - \frac{V_x}{V_x + V_j + V_c}\right)\right] = 0. \qquad (15)$$

Se observă că mărimea suprafeței pragului $F_r$ nu influențează poziția în ciclu a acestui maximum, ci numai valoarea vitezei, care va fi cu atît mai mare cu cît suprafața relativă a pragului va fi mai mare.

Pentru a se ilustra efectul pragului de turbulență, s-au analizat patru camere de ardere tip pană cu praguri de diferite mărimi, așa cum rezultă din tabela 1, în care s-a trecut gradul de acoperire $\xi$ și înălțimea maximă $h$ a camerei, la toate menținîndu-se aceleași dimensiuni fundamentale ale motorului ($D = 97$ mm, $S = 85$ mm) și același raport volumetric de compresiune $\varepsilon$.

*Tabela 1*

**Mărimile caracteristice ale camerelor de ardere pană**

| Forma | $F_r$ [m²] | $\xi$ [%] | $h$ [cm] |
|---|---|---|---|
| 1 | $10{,}84 \cdot 10^{-4}$ | 14,9 | 3,16 |
| 2 | $19{,}04 \cdot 10^{-4}$ | 26,1 | 3,64 |
| 3 | $28{,}24 \cdot 10^{-4}$ | 38,9 | 4,40 |
| 4 | $37{,}80 \cdot 10^{-4}$ | 51,9 | 5,55 |

Valorile calculate pentru viteza $w$ în cele patru cazuri analizate sînt redate în figura 7. Se observă că valorile maxime ale vitezei cresc

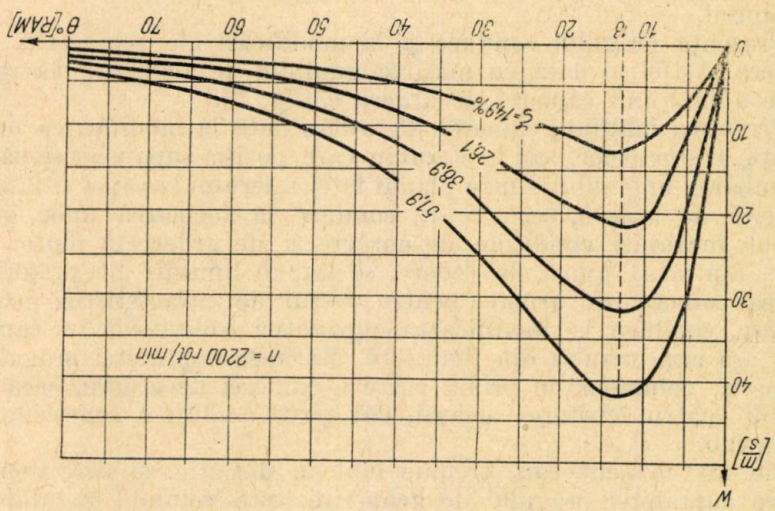



Fig. 7. — Valoarea vitezei $w$ în funcție de unghiul de rotație al arborelui motor $\theta$, pentru diferite grade de acoperire $\xi$, la turația $n = 2200$ rot/min.

mult cu gradul de acoperire. Poziţia maximului vitezei $w$ este la cca $\theta = 13°$RAM înainte de punctul mort.

Influenţa turaţiei asupra vitezei de expulzare a gazelor de sub pragul de turbulenţă rezultă din figura 8. Se remarcă creşterea proporţională a vitezei de expulzare a gazelor cu turaţia motorului. Se observă că valorile vitezei $w$ sînt destul de mari în apropierea punctului mort interior; ordinul de mărime al vitezei de curgere $w$ este, pentru turaţia

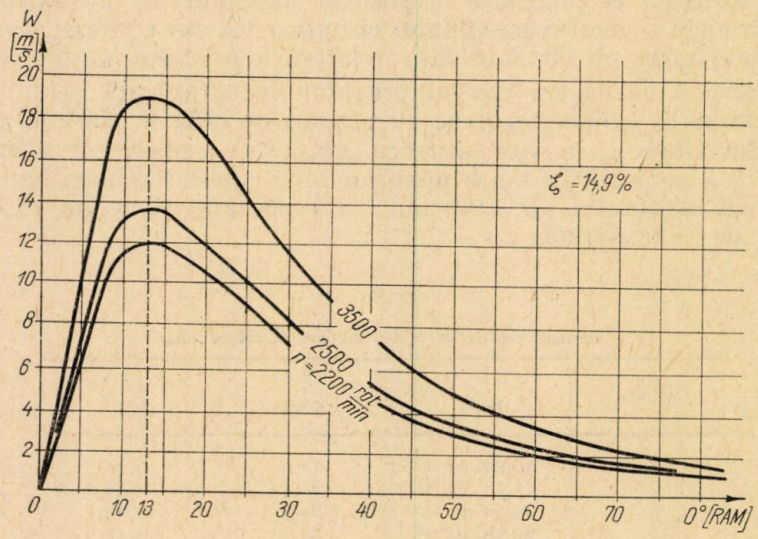



Fig. 8. — Valoarea vitezei $w$ în funcţie de unghiul de rotaţie al arborelui moto $\theta$, pentru diferite turaţii $n$; gradul de acoperire $\xi = 14{,}9\,\%$.

$n = 2200$ rot/min, comparabil cu viteza maximă de deplasare instantanee a pistonului.

Prezenţa pragului conduce şi la modificări ale geometriei camerei de ardere. Astfel, o dată cu mărirea gradului de acoperire va rezulta o creştere a înălţimii camerei de ardere $h$ (fig. 9).

Creşterea înălţimii camerei de ardere duce la modificarea unghiului de poziţie al supapelor, sau în cazul în care poziţia supapelor se păstrează, la schimbarea unghiului dintre planul feţei talerului supapei şi faţa oblică a camerei de ardere, ceea ce va conduce la formarea unor buzunare care pot înrăutăţi condiţiile de curgere şi de ardere în motor şi prin urmare, din acest punct de vedere, se impun limitări ale pragului. Dar înălţarea camerei de ardere, pentru restul de caracteristici geometrice constante, conduce la modificarea repartiţiei volumelor în camera de ardere, aşa cum rezultă din figura 10. Mărimea suprafeţei pragului duce la gruparea volumelor în prima parte a camerei de ardere, ceea ce este favorabil pentru scurtarea arderii, dar poate realiza o funcţionare dură a motorului.

Un alt element care trebuie luat în discuţie, şi care depinde de mărimea suprafeţei pragului de acoperire, este volumul gazului de sub prag. Acesta poate deveni destul de important cînd gradul de acoperire creşte (fig. 11). Volumul de amestec proaspăt conţinut sub prag poate

să reprezinte pînă la 10% din întregul volum al cilindrului în cazul unui grad de acoperire și pentru $\theta = 10°$RAM, unghi la care arderea este în plină desfășurare.

Din cele expuse în acest paragraf rezultă că, în camera de ardere tip pană se naște la sfîrșitul cursei de compresiune un curent de gaz,

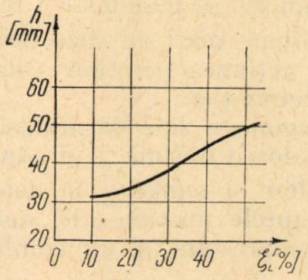



Fig. 9. — Înălțimea maximă a camerei de ardere $h$ în funcție de gradul de acoperire $\xi$.

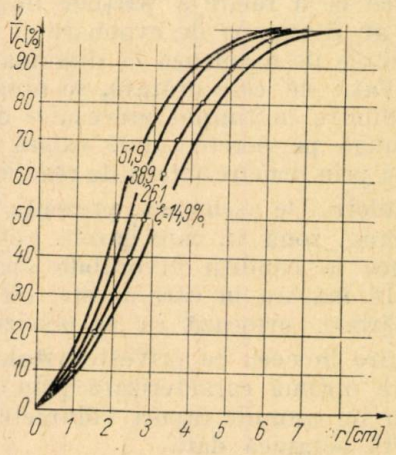



Fig. 10. — Repartiția volumelor $\frac{V}{V_c}$ în camera de ardere pană în funcție de drumul parcurs de frontul de flacără $r$, pentru diferite valori ale gradului de acoperire $\xi$; valorile balustrate reprezintă curba optimă conform experiențelor lui Janeway.

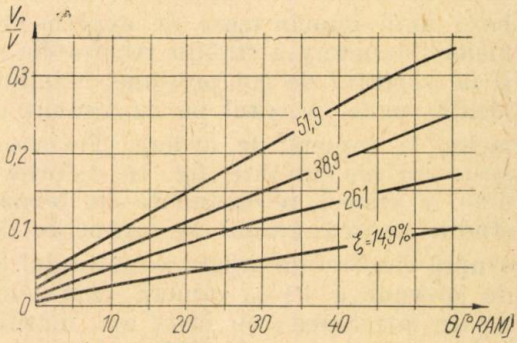



Fig. 11. — Variația raportului $\frac{V_r}{V}$ (volumul gazului de sub prag, către volumul cilindrului) în funcție de poziția arborelui motor $\theta$, pentru diferite valori ale gradului de acoperire $\xi$,

rezultat al expulzării amestecului proaspăt de sub prag, a cărui viteză este comparabilă cu aceea a pistonului; maximul vitezei acestui curent de gaz are loc înainte de p.m.i. Se poate presupune că mișcarea suplimentară a amestecului proaspăt în camera de ardere are o serie de efecte pozitive: amestecarea particulelor de gaze arse cu cele nearse, crearea unei turbulențe suplimentare la scară macroscopică. Aceste două efecte, asociate cu repartizarea mai compactă a volumelor camerei, este de presupus că vor contribui la mărirea vitezei de ardere. Motorul prevăzut cu cameră de ardere pană va tinde deci, conform acestui prim ra-

ţionament, ca o dată cu creşterea gradului de acoperire, care conduce la mărirea vitezei de ardere, să prezinte o uşoară creştere a randamentului termic, să prezinte sensibilitate mai redusă la detonaţie, în schimb să manifeste o tendinţă la mers dur. Deplasarea organizată şi dirijată a amestecului din cilindru de către pereţii camerei de ardere conduce la o răcire a părţilor mai fierbinţi ale interiorului cilindrului (cum ar fi supapa de evacuare şi electrodul central al bujiei), ceea ce contribuie de asemenea la diminuarea tendinţei la detonaţie.

Faţă de cele arătate, se observă că deplasarea rapidă a gazelor din cilindru în timpul procesului de ardere poate face ca centrii activi să ajungă pe perete, unde există condiţii de inhibare a reacţiilor chimice şi prin urmare viteza de reacţie în ansamblu să manifeste o tendinţă de scădere. De asemenea, prezenţa unor volume mari de gaze proaspete sub prag, zonă în care gazele pot suferi acţiunea pereţilor calzi, pot conduce la condiţii favorabile apariţiei detonaţiei.

În măsura în care aceste efecte antagoniste sînt de acelaşi ordin de mărime, urmează să se precizeze o valoare optimă a gradului de acoperire în ceea ce priveşte viteza de ardere şi tendinţa la detonaţie, valoare optimă caracterizată prin performanţele maxime ale motorului pentru un anumit raport volumetric de compresiune şi un combustibil de cifră octanică dată.

### 3. FACTORUL PREDOMINANT ÎN STABILIREA VALORII OPTIME A GRADULUI DE ACOPERIRE

Camerele de ardere tip pană au fost cercetate în special în legătură cu stabilirea formei optime pentru un motor dat. Un studiu mai cuprinzător efectuat de Janeway (citat în [2]) a condus la determinarea pe baza unui număr mare de experimentări, a repartiţiei optime a volumelor; Janeway a stabilit rezultatele sale în funcţie de presiunea medie şi de raportul de compresiune. Studiul citat, definind camera de ardere ideală, pune accentul pe un anumit mod optim de repartiţie al volumelor în camera de ardere. Trasarea punctelor obţinute de Janeway peste curbele stabilite (fig. 10, valorile balustrate) arată o bună suprapunere a curbei recomandate cu repartiţia volumelor stabilită în acest studiu pentru gradul de acoperire de $\xi = 26\%$. Măsurătorile făcute asupra camerei de ardere a motorului SR-211 arată un grad de acoperire de ordinul a 21%, cameră care a dat rezultate bune în exploatare. Apare întrebarea: ce efect are mărirea pragului de turbionare peste valoarea optimă: îmbunătăţirea în continuare a performanţelor motorului, însă cu accentuarea mersului dur, sau apariţia fenomenului de detonaţie. Deoarece în literatura de specialitate nu se dau date în legătură cu această problemă, s-au realizat experimentări folosindu-se două tipuri de camere de ardere. S-a încercat, în afara camerei de ardere originale notată „0" (grad de acoperire 21%) camera de ardere prototip „p", care prezintă o mărire a gradului de acoperire al pragului de turbulenţă la o valoare de cca 28%. Din necesitatea de a păstra acelaşi volum al camerei de ardere s-a efectuat o uşoară adîncire a acesteia.

În figura 12 se compară pe desen conturul în planele orizontal și lateral al camerelor de ardere încercate, iar în figura 13 se prezintă foto-

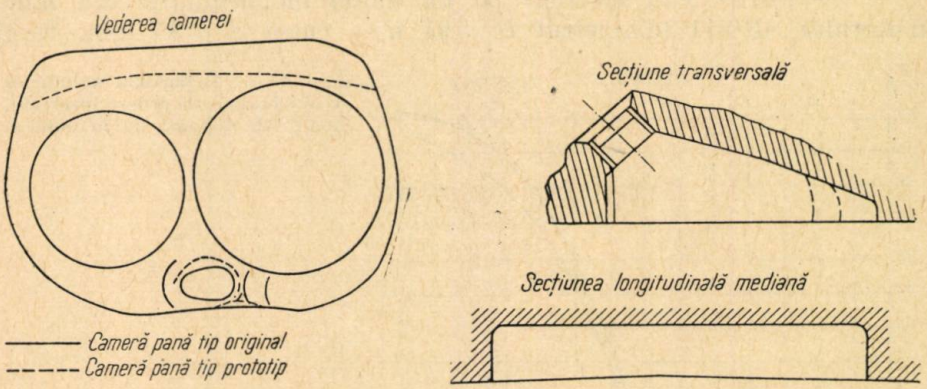



Fig. 12. — Desenul de contur (comparativ) al camerelor de ardere încercate.

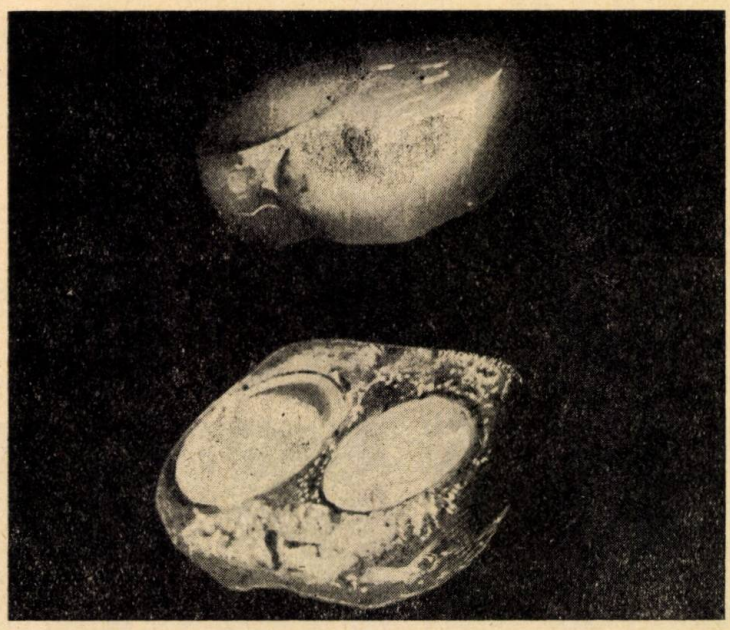


Fig. 13. — Mulajul camerelor de ardere încercate (sus, camera de ardere originală, jos, camera de ardere tip prototip).

grafia mulajelor acestora. n figura 14 se prezintă repartiția volumelor camerelor de ardere în funcție de raza de la bujie. Se observă că repartiția volumelor pentru camera prototip este, pentru cca 60%din distanța de la bujie, apropiată de cea a camerei originale, deoarece din acest punct, mai departe, urmează să se repartizeze numai circa 25% din volumul total; rezultă că abaterea față de camera originală este de mai mică importanță.

Determinarea volumelor camerei de ardere s-a făcut prin tăierea unor mulaje de ceară, aşa după cum se vede în figura 15.

Încercările s-au efectuat pe un motor monocilindric din familia motorului SR-211 (diametrul $D = 97$ mm, cursa $S = 85$ mm, turaţia

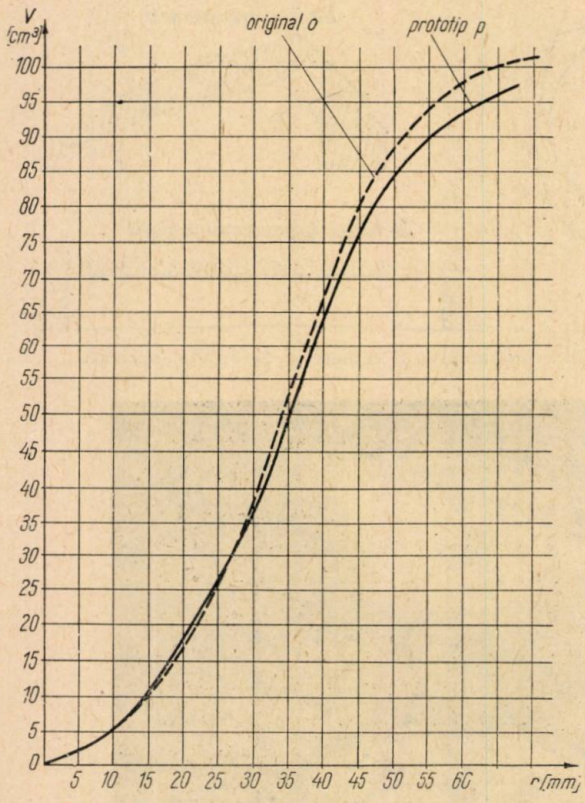
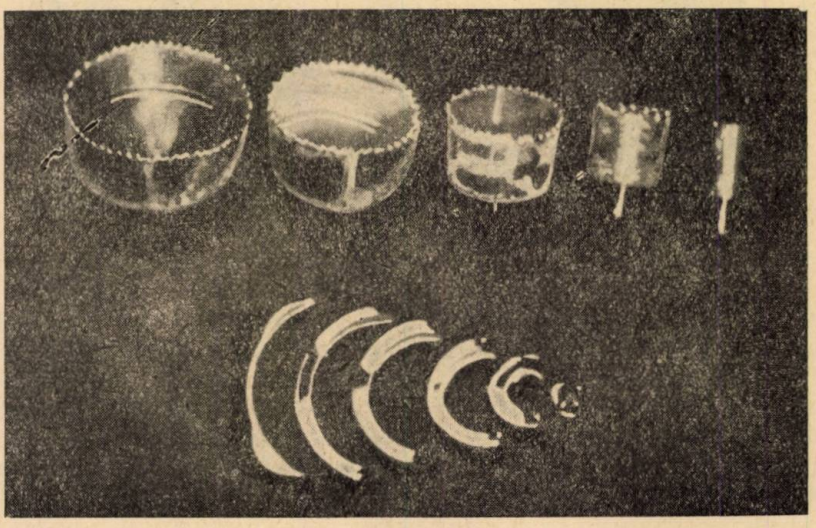



Fig. 14. — Repartiţia volumelor $V$ în camerele de ardere încercate, funcţie de distanţa de la bujie $r$.

Fig. 15. — Prezentarea unei camere de ardere secţionate, pentru a se măsura repartiţia volumelor şi a sculelor folosite pentru secţionare.



nominală $n_{nom}$ = 3 600 rot/min). Motorul a fost montat pe un banc de probe a cărui schemă este redată în figura 16, pe care se poate urmări amplasarea diferitelor aparate de măsură; în figura 17 se prezintă vederea băncului de probe.

Studiul performanțelor motorului echipat cu cele două tipuri diferite de cameră de ardere indică valori apropiate (fig. 18), camera

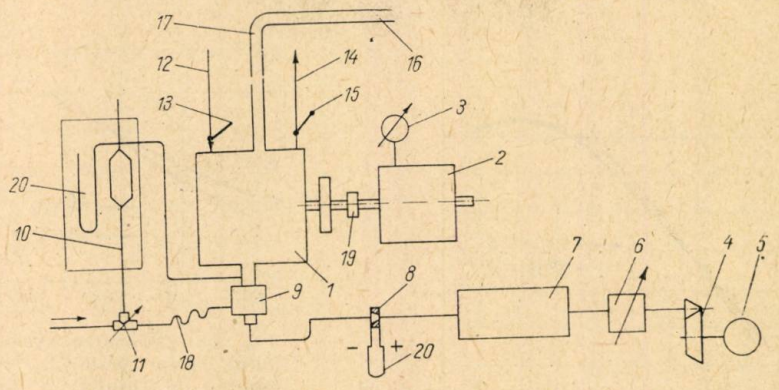



Fig. 16. — Schema băncului de probă a motorului monocilindric SR-M211: *1* — motor monocilindric SR-M211; *2* — frînă hidraulică „Schönebeck B4; *3* — tahometru și contor de ture; *4* — suflantă 100 mm col. apă; *5* — motor electric; *6* — contor de aer; *7* — vas de egalizarea presiunii; *8* — diafragmă de măsură; *9* — carburator experimental; *10* — vas de măsură a combustibilului; *11* — robinet cu 3 căi; *12* — intrare apă de răcire; *13* — termometru de intrare; *14* — ieșire apă de răcire; *15* — termometru de ieșire; *16* — conductă de evacuare; *17* — termocuplă pentru gazele de ardere; *18* — legătură flexibilă; *19* — cuplă; *20* — micromanometru.

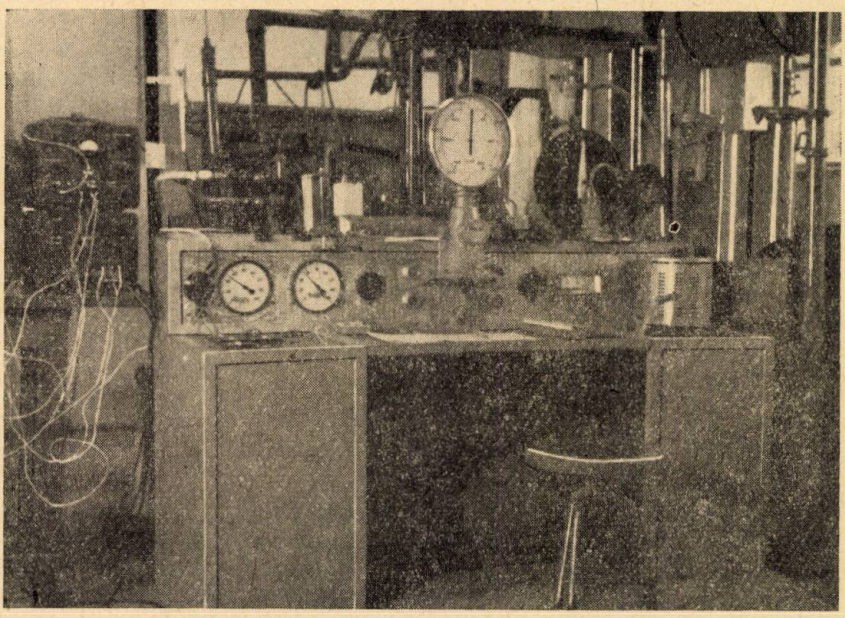


Fig. 17. — Vederea băncului de probă a motorului SR-M211.

de ardere originală fiind mai avantajoasă la turații scăzute, iar camera de ardere prototip la turații ridicate; în orice caz, modificările în valoarea performanțelor motorului sînt destul de mici.

Valoarea avansului optim admisibil la admisiune totală $\beta_a$ (fig. 19) este apropiat pentru cele două tipuri de cameră de ardere. În zona

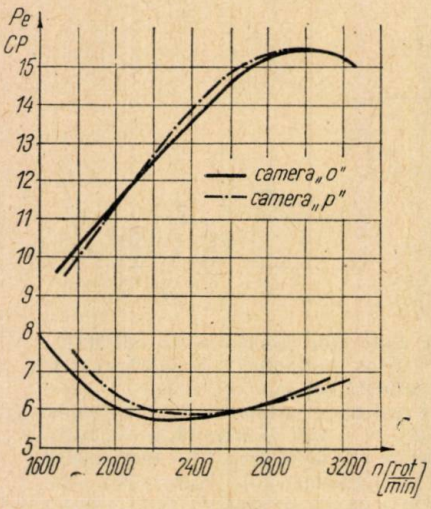



Fig. 18. — Variația puterii efective $P_e$ și a consumului specific de combustibil $c_e$ cu turația $n$ pentru camerele de ardere încercate.

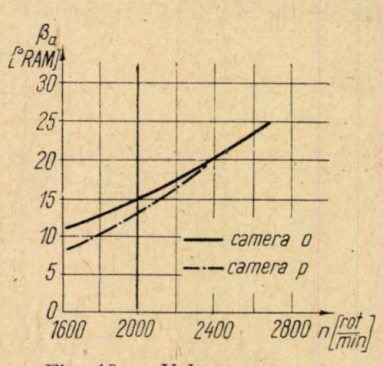



Fig. 19. — Valoarea avansului optim posibil $\beta_a$ în funcție de turația $n$, la plină sarcină, pentru cele două tipuri de camere de ardere.

turațiilor scăzute, camera originală permite valori mai mari ale avansului. Această constatare, împreună cu cea anterioară, sugerează ideea că la camerele prototip, tendința la detonație este amplificată, ceea ce se poate vedea din datele prezentate în figura 20, unde se indică domeniul limitei de detonație pentru avans în funcție de turație.

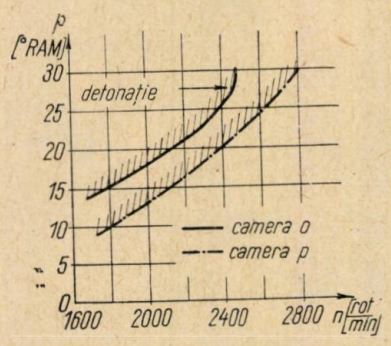



Fig. 20. — Variația avansului β la limita de detonație în funcție de turația $n$, pentru cele două tipuri de camere de ardere (dozaj corect).

În consecință, experimentările prezentate arată că mărirea suprafeței pragului de turbulență peste o anumită valoare stabilită experimental conduce la o accentuare evidentă a tendinței la detonație și prin urmare, în acest caz, factorul determinant este sensibilizarea amestecului proaspăt aflat sub prag.

## 4. EFECTUL MIȘCĂRII GAZULUI DE SUB PRAG ASUPRA ZONEI DE TURBULENȚĂ MAXIMĂ

Pragul de turbulență are un efect de deplasare al gazelor aflate sub acesta, creindu-se astfel o mișcare suplimentară a amestecului din cilindru, mișcare al cărui maximum este situat, după cum s-a arătat, puțin înainte de p.m.i. Deoarece deplasarea gazului se face în realitate cu viteze variabile de la periferie spre centrul curentului, se generează o mișcare turbulentă a cărei intensitate maximă va corespunde maximului vitezei de curgere. În figura 21, se arată că pe cursa de compresiune

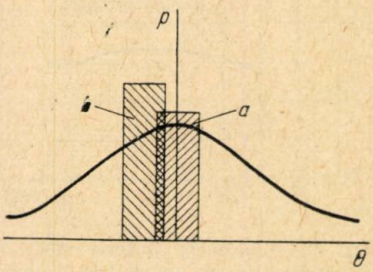



Fig. 21. — Figurarea zonelor de turbulență maximă din camera de ardere tip pană : *a* — zonă de turbulență rezultat al admisiunii gazului ; *b* — zonă de turbulență rezultat al expulzării gazului de sub prag.

se va găsi în afară de zona de turbulență maximă „a", centrată pe p.m.i. datorită mișcării normale a amestecului în cilindru și o zonă de turbulență suplimentară „b", comparabilă ca intensitate cu prima și situată puțin înainte de p.m.i. Prin urmare, mișcarea gazului de sub pragul de turbulență are drept efect lărgirea zonei de turbulență și deplasarea ei asimetric față de p.m.i.

Ca urmare a acestui fapt, este de bănuit că se vor produce trei acțiuni : randamentul arderii va crește ca urmare a îmbunătățirii turbulenței, curba avansului optim la sarcină și turație constantă va avea o formă mai plată, deoarece zona de turbulență este mai întinsă ; valoarea avansului optim va avea tendința să se realizeze la valori mai mari (măsurate în °RAM înainte de p.m.i.). Acest mod de variație a curbelor de avans (la sarcină și turație constantă) este confirmat de valorile experimentale obținute pentru o cameră de ardere tip pană experimentată pe motorul SR-M211 (figura 22) și pe un motor cu cameră de ardere cu supape laterale ($D = 101{,}6$ mm, $S = 114{,}3$ mm $n_{max} = 2800$ rot/min), la care nu se produce efectul de deplasare normală a amestecului proaspăt în timpul cursei de compresiune (fig. 23).

Acest mod de variație cu avansul al curbelor de putere, poate să dea o explicație a reglajelor ce se vor stabili la motoarele echipate cu cameră de ardere pană. În figura 24 se prezintă variația puterii cu avansul la turație și sarcină constantă : pentru un motor echipat cu o cameră de ardere pană (curba *a*) și o cameră de ardere care nu asigură o mișcare suplimentară a amestecului (curba *b*).

Existența mișcării suplimentare a amestecului face ca puterea pe curba *a* să aibe o alură mai plată. În realitate, pentru un combustibil dat, nu se poate funcționa în întreg domeniul desenat în figura 24,

deoarece apare fenomenul de detonaţie, care obligă la micşorarea sarcinei cu mărirea avansului (curbele *c* şi *d*) pentru a păstra procesul de ardere la limita de detonaţie. Este de presupus că detonaţia va apare, la motorul echipat cu cameră de ardere tip pană, la o valoare mai mare a avansului (punctul *A*) decît la motorul echipat cu cameră de ardere fără turbulenţă (punctul *B*), deoarece mişcarea amestecului în cilindru constitue un element favorizant pentru rezistenţa la detonaţie. Prin

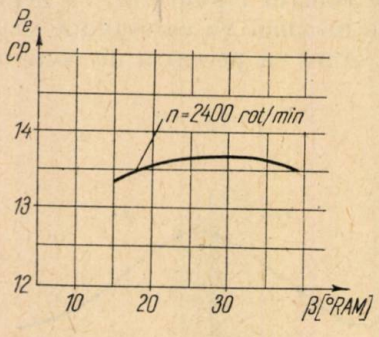



Fig. 22. — Variaţia puterii efective $P_e$ în funcţie de avansul la declanşarea scînteii electrice β: turaţia $n = 2400 \frac{\text{rot}}{\text{min}}$; dozaj corect; motor SR-M211 cu cameră de ardere originală.

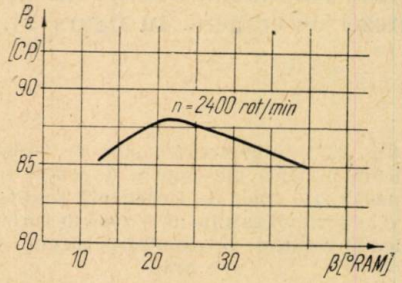



Fig. 23. — Variaţia puterii efective $P_e$ în funcţie de avansul la declanşarea scînteii electrice β: turaţia $n = 2400$ rot/min; dozaj corect; motor SR-101 cu cameră de ardere cu supape laterale.

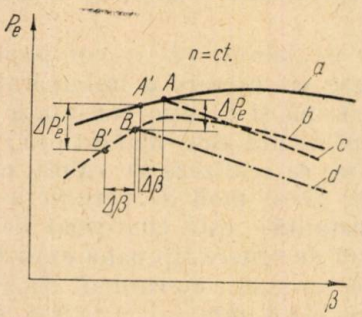



Fig. 24. — Variaţia puterii efective $P_e$ cu valoarea avansului la declanşarea scînteii electrice β la turaţie şi sarcină constantă, pentru acelaşi motor echipat cu două tipuri diferite de camere de ardere tip pană.

urmare, punctele *A* şi *B* reprezintă punctele de avans optim la limita de detonaţie pentru condiţiile date.

Reglarea standard a motorului se efectuează însă cu o anumită margine de siguranţă $\Delta\beta$ asupra valorii avansului, pentru a elimina pericolul detonaţiei, punctele de reglaj fiind *A'*, respectiv *B'*. Datorită formei curbelor, scăderea puterii $\Delta P'_e$ este mai mare în cazul reglajului pentru motoarele de serie, decît diferenţa de putere la limita de detonaţie $\Delta P_e$ şi prin urmare la motoarele cu cameră de ardere pană se remarcă un cîştig de putere şi datorită formei curbei avansului optim determinată de extinderea zonei de turbulenţă din camera de ardere.

## NOTAȚII

$c_e \left[\frac{g}{CP \cdot h}\right]$ — consumul specific efectiv de combustibil,
$D$ [mm] — diametrul cilindrului,
$f$ [m²] — suprafața de curgere a gazului expulzat de sub pragul de turbulență,
$F$ [m²] — suprafața pistonului,
$F_r$ [m²] — suprafața pragului de turbulență,
$h$ [cm] — înălțimea maximă a camerei,
$i$ [—] — numărul de cilindri,
$l$ [m] — baza secțiunii de curgere a gazului expulzat de sub pragul de turbulență,
$M$ [kgf · m] — momentul motor,
$m$ [kg] — cantitatea de gaz,
$m_r$ [kg] — cantitatea de gaz aflată în volumul de sub pragul de turbulență,
$n \left[\frac{rot}{min}\right]$ — turația motorului,
$p_m \left[\frac{kgf}{cm^2}\right]$ — presiunea medie efectivă,
$P_e$ [CP] — puterea efectivă,
$r$ [cm] — drumul parcurs de frontul de flacără,
$S$ [mm] — cursa pistonului,
$V_c$ [m³] — volumul camerei de ardere în chiulasă,
$V_j$ [m³] — volumul jocului dintre chiulasă și piston, în punctul mort interior,
$V_r$ [m³] — volumul gazului de sub pragul de turbulență,
$V_s$ [m³] [dm³] — cilindreea unui cilindru,
$V_x$ [m³] — volumul născut de deplasarea pistonului la un moment dat,
$w \left[\frac{m}{s}\right]$ — viteza medie de curgere a gazului expulzat de sub pragul de turbulență,
$w_p \left[\frac{m}{s}\right]$ — viteza pistonului,
$x$ [m] — cursa pistonului la un moment dat,
$x_j$ [m] — jocul dintre chiulasă și piston la punctul mort interior,
$\alpha$ [—] — raportul căldurilor schimbate,
$\varepsilon$ [—] — raportul volumetric de compresiune,
$\eta_m$ [—] — randamentul mecanic,
$\eta_t$ [—] — randamentul termic,
$\theta$ [°RAM] [rad] — gradele de rotație ale arborelui motor,
$\varkappa$ [—] — raportul căldurilor specifice,
$\xi$ [—] — gradul de acoperire,
$\rho \left[\frac{kg}{m^3}\right]$ — masa specifică,

$\tau$ [s] — timpul,
$\varphi$ [—] — coeficientul diagramei indicate,
$\psi$ [—] — raportul volumetric de ardere,
$\omega \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$ — viteza unghiulară,
p.m.i. — punct mort interior,
°RAM — grade de rotație arbore motor.

## BIBLIOGRAFIE

1. A. Pischinger, *Gemischbildung und Verbrennung im Dieselmotor*, Springer, Viena, 1957.
2. * * * SAE, 460, 1953.

# PERMEANȚA ÎNTREFIERULUI ARMĂTURILOR CU CRESTĂTURI SEMIELIPTICE

DE

ANDREI ȚUGULEA și CORNELIA IONESCU

538.212 ; 538.26 ; 621.313.001.10

Utilizînd metoda încadrării expusă în lucrări anterioare, autorii determină permeanța întrefierului dintre două armături, dintre care una este netedă, iar a doua are crestături semieliptice ascuțite sau aplatisate. Rezultatele calculului se compară cu rezultatele experimentale obținute pe modele electrocinetice decupate din hîrtie electroconductoare, găsindu-se o bună concordanță în limitele de precizie admise în mod obișnuit la calculul circuitelor magnetice. Rezultatele lucrării pot fi utilizate în studiul și proiectarea unor mașini electrice speciale, a căror funcționare se bazează în principal pe variația permeanței întrefierului.

## 1. INTRODUCERE

Lucrarea are drept scop determinarea teoretică și experimentală a permeanței dintre două armături în ipoteza că una dintre ele are crestături semieliptice, iar cealaltă este netedă.

Acest tip de crestături se întîlnește în cazul unor mașini electrice speciale, cum sînt micromotoarele reductoare, sau generatoarele de frecvență ridicată, a căror funcționare se bazează pe variația permeanței întrefierului [3], [4].

Studiul s-a făcut pe cale analitică utilizîndu-se metoda încadrării [1], [2], [5], iar verificarea experimentală a fost făcută prin modelizare electrocinetică pe modele din hîrtie electroconductoare.

## 2. CALCULUL PERMEANȚEI PRIN METODA ÎNCADRĂRII

Metoda încărcării este expusă detaliat în lucrări anterioare [1], [2].

Pe scurt ea consistă în determinarea a două expresii care conduc la valori ce încadrează superior și inferior valoarea exactă a permeanței,

aşa încît diferenţa valorilor de încadrare, şi deci diferenţa dintre ele şi valoarea exactă a permeanţei să fie mică în raport cu fiecare dintre valorile lor.

În acest fel fiecare din valorile lor, sau eventual media lor aritmetică, aproximează cu o eroare suficient de mică valoarea exactă a permeanţei.

În cazul studiat, expresiile de încadrare se obţin prin separarea domeniului în care trebuie determinat cîmpul magnetic, în subdomenii şi integrarea ecuaţiei lui Laplace în subdomeniile obţinute, prin metoda separării variabilelor.

Valorile $\Lambda_s$ şi $\Lambda_i$, care încadrează superior şi inferior valoarea exactă a permeanţei, se calculează cu formulele :

$$\Lambda_s = \frac{2\,W_{ms}}{(V_{m1} - V_{m2})^2}, \tag{1}$$

$$\Lambda_i = \frac{2\,W_{mi}}{(V_{m1} - V_{m2})^2}, \tag{2}$$

unde

$$W_m = \frac{1}{2}\,\mu_0 \int_{\mathcal{D}} (\operatorname{grad} V_m)^2\,\mathrm{d}\theta = \frac{\mu_0}{2} \oint_\Gamma V_m \frac{\partial V_m}{\partial n}\,\mathrm{d}s, \tag{3}$$

$V_m$ fiind potenţialul magnetic scalar, iar $W_{ms}$ şi $W_{mi}$ valorile de încadrare a energiei magnetice acumulate în întrefier.

În calcul s-a presupus maşina suficient de lungă în raport cu dimensiunile transversale ale întrefierului, astfel încît cîmpul magnetic să poată fi considerat plan paralel şi s-a neglijat curbura maşinii.

S-a considerat numai intervalul unui pas dentar şi s-a calculat permeanţa lineică în sens axial.

S-au mai utilizat şi următoarele notaţii (fig. 1) :

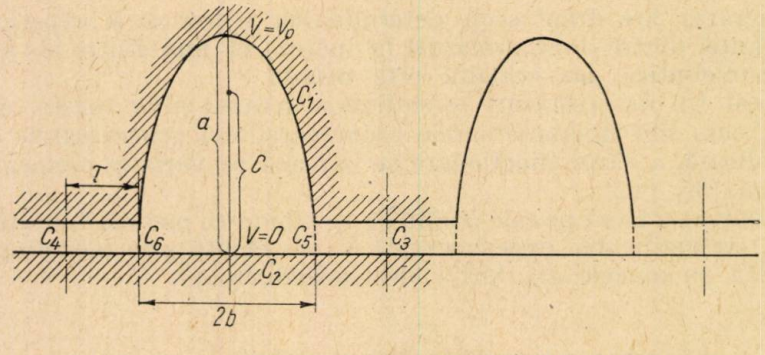



Fig. 1. — Armături cu crestături semieliptice.

— $C_1$ şi $C_2$ contururile armăturilor care limitează transversal tubul de flux a cărui permeanţă se determină.

Potenţialele acestor armături presupuse echipotenţiale sînt

$$V_{m2} = 0 \quad \text{şi} \quad V_{m1} = V_0$$

— $C_3$ și $C_4$ sînt liniile de cîmp care limitează lateral tubul de flux;
— $C_5$ și $C_6$ prelungirile conturului semieliptic $C_1$, care împarte domeniul de studiat în subdomeniile *1*, *2*, *3*.

$a, b$ — semiaxele elipsei,
$c$ — distanța focală,
$2\tau$ — lungimea porțiunii drepte a conturului $C_1$.

S-a presupus întrefierul $\delta$ suficient de mic, pentru ca aceste arce de elipsă să se confunde cu coardele pe care la subîntind; subdomeniile *2* și *3* putînd fi considerate astfel dreptunghiulare.

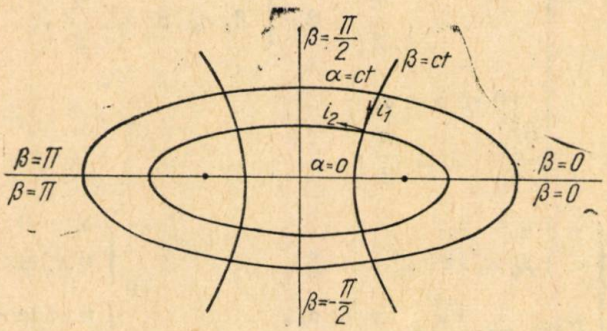



Fig. 2 — Coordonatele cilindrului eliptic.

Dată fiind configurația eliptică a crestăturii, a fost utilizat în calcul sistemul de coordonate eliptice plane ($\alpha$, $\beta$) care sînt legate de coordonatele carteziene prin relațiile:

$$\begin{aligned} x &= c \operatorname{ch} \alpha \cos \beta, \qquad (0 \leqslant \alpha \leqslant \infty), \\ y &= c \operatorname{sh} \alpha \sin \beta, \qquad (-\pi \leqslant \beta \leqslant \pi). \end{aligned} \tag{4}$$

Liniile de coordonate sînt reprezentate de un sistem de cilindri eliptici și hiperbolici, cofocali, determinați respectiv de ecuațiile:

$$\begin{aligned} &\frac{x^2}{c^2 \operatorname{ch}^2 \alpha} + \frac{y^2}{c^2 \operatorname{sh}^2 \alpha} = 1 \qquad (\alpha = \text{const.}), \\ &\frac{x^2}{c^2 \cos^2 \beta} - \frac{y^2}{c^2 \sin^2 \beta} = 1 \qquad (\beta = \text{const.}). \end{aligned} \tag{5}$$

Ecuația Laplace în coordonate eliptice plane este

$$\Delta V = \frac{1}{c^2 (\operatorname{ch}^2 \alpha - \cos^2 \beta)} \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial \beta^2} \right] = 0, \tag{6}$$

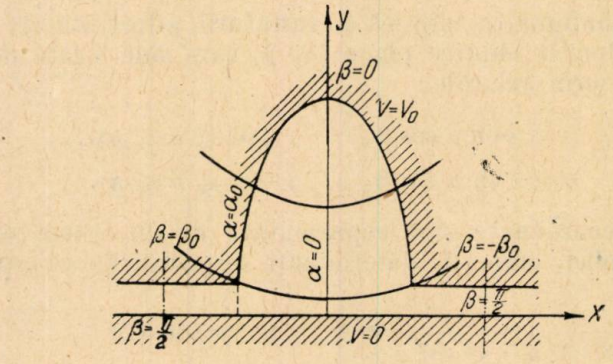
care se reduce la

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial \beta^2} = 0. \tag{7}$$

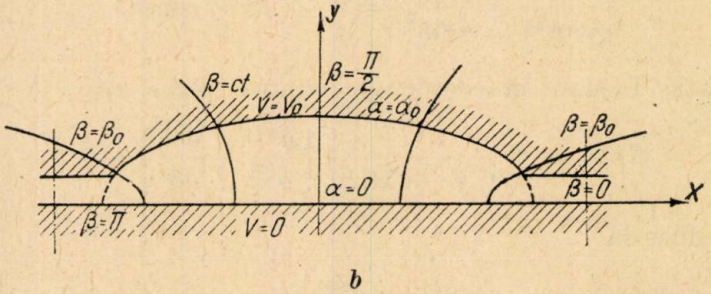
Integrarea ecuației lui Laplace pentru subdomeniul semieliptic *1* s-a făcut în următoarele condiții de frontieră pentru cele două variante posibile de așezare a elipsei (fig. 3 *a* și *b*)

$$V=\begin{cases} V_0\begin{cases}\alpha=\alpha_0,\\ 0\leqslant|\beta|\leqslant\beta_0,\end{cases}\\ V(\beta)=\dfrac{V_0\left(\dfrac{\pi}{2}-|\beta|\right)}{\dfrac{\pi}{2}-\beta_0}\begin{cases}\alpha=\alpha_0,\\ \beta_0\leqslant|\beta|\leqslant\dfrac{\pi}{2},\end{cases}\\ 0\begin{cases}0<\alpha<\alpha_0,\\ \beta=\pm\dfrac{\pi}{2},\end{cases}\end{cases} \tag{8}$$

$$V=\begin{cases} V_0\begin{cases}\alpha=\alpha_0,\\ \beta_0\leqslant|\beta|\leqslant\pi-\beta_0,\end{cases} & 0\begin{cases}\alpha=0,\\ 0\leqslant\beta\leqslant\pi,\end{cases}\\ V(\beta)=\dfrac{V_0}{\beta_0}\beta\quad\begin{matrix}\alpha=\alpha_0,\\ |\beta|<\beta_0,\end{matrix} & 0\begin{cases}0<\alpha<\alpha_0,\\ \beta=0;\beta=\pi.\end{cases}\end{cases} \tag{9}$$




*a*




*b*

Fig. 3 — Alegerea coordonatelor cilindrului eliptic, în cazul crestăturilor : a) semiaxa mare verticală, b) semiaxa mare orizontală.

### 3. CALCULUL PERMEANȚEI ÎN CAZUL a

Căutăm o soluție a ecuației lui Laplace (7) de forma

$$V_1(\alpha, \beta) = A(\alpha) \cdot B(\beta), \tag{10}$$

care introdusă în ecuația (7) conduce la ecuațiile:

$$\frac{d^2B}{d\beta^2} + \lambda^2 B = 0, \tag{11}$$

$$\frac{d^2A}{d\alpha^2} - \lambda^2 A = 0 \tag{12}$$

cu soluția generală

$$V_1(\alpha, \beta) = \sum_{\lambda} A_\lambda B_\lambda = \sum_{\lambda} [C_\lambda \cos \lambda\beta + D_\lambda \sin \lambda\beta] [E_\lambda \operatorname{ch} \lambda\alpha + F_\lambda \operatorname{sh} \lambda\alpha]. \tag{13}$$

Termenii de forma

$$\begin{cases} C_\lambda \cos \lambda\beta \, F_\lambda \operatorname{sh} \lambda\alpha, \\ D_\lambda \sin \lambda\beta \, E_\lambda \operatorname{ch} \lambda\alpha, \end{cases} \tag{14}$$

dispar din sumă deoarece cîmpul $\boldsymbol{H} = -\operatorname{grad} V_m$, corespunzător acestor termeni, pentru punctele focale ($\alpha = 0$; $\beta = 0$ și $\beta = \pi$) este $\infty$.

Ținînd apoi seama de faptul că

$$V_1 = -V_1(\pi - \beta), \tag{15}$$

în expresia soluției (13) vor rămîne numai termeni în $\cos \lambda\beta$

$$V_1(\alpha, \beta) = \sum_{\lambda} C_\lambda \cos \lambda\beta \operatorname{ch} \lambda\alpha. \tag{16}$$

Pentru a completa condițiile la limită pe frontierele de separare $C_5$ și $C_6$ admitem o variație liniară a potențialului magnetic, după cum s-a precizat în relația (8) și (9), deci variația potențialului pe frontiera domeniului *1* este trapezoidală (fig. 4).

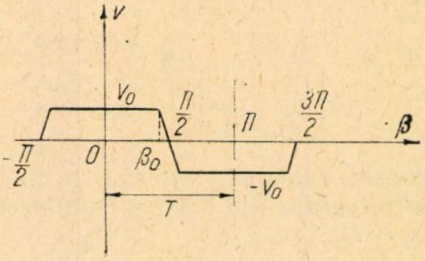



Fig. 4. — Diagrama de variație a potențialului pe frontiera crestăturii în cazul a).

Deoarece soluția este periodică în $\beta$, $\lambda$ trebuie să fie un număr întreg $\lambda = n$. Dezvoltînd în serie Fourier de $\cos n\beta$ și ținînd seama de faptul că $V_1(\beta) = V_1(-\beta)$, obținem numai termeni impari ($n = 2m + 1$)

$$V_1(\alpha_0, \beta) = \sum_{m=0}^{\infty} C_{2m+1} \cos(2m+1)\beta \cdot \operatorname{ch}(2m+1)\alpha_0 = \sum_{m=0}^{\infty} V_{2m+1} \cos(2m+1)\beta, \tag{17}$$

de unde rezultă

$$C_n = C_{2m+1} = \frac{V_{2m+1}}{\operatorname{ch}(2m+1)\,\alpha_0}, \tag{18}$$

unde

$$V_{2m+1} = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} V(\alpha_0\,\beta_0)\cos(2m+1)\,\beta\,d\beta = \frac{4V_0}{\pi}\,\frac{\cos(2m+1)\,\beta_0}{(2m+1)^2\left(\frac{\pi}{2}-\beta_0\right)}. \tag{19}$$

Înlocuind în (18) și apoi rezultatul în (17), obținem forma finală a soluției

$$V_{1(\alpha,\beta)} = \frac{4V_0}{\pi\left(\frac{\pi}{2}-\beta_0\right)}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\cos(2m+1)\,\beta_0}{(2m+1)^2\operatorname{ch}(2m+1)\,\alpha_0}\cos(2m+1)\,\beta\cdot$$

$$\cdot\operatorname{ch}(2m+1)\,\alpha. \tag{20}$$

Expresiile de încadrare a permeanței se calculează utilizînd formula (1) respectiv (3).

Permeanța geometrică $P_s = \frac{\Lambda_s}{\mu_0}$ de încadrare superioară pentru subdomeniu va fi

$$P_s = \frac{2W_{ms}}{\mu_0 V_0^2} = \frac{1}{V_0^2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} V(\alpha_0\,\beta)\left(\frac{\partial V}{\partial\alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0} d\beta + \frac{2\tau}{\delta}. \tag{21}$$

Efectuînd integrările și adunînd contribuția subdomeniilor *2* și *3* obținem

$$P_s = \frac{8}{\pi\left[\frac{\pi}{2}-\beta_0\right]}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\cos^2(2m+1)\,\beta_0}{(2m+1)^3}\operatorname{th}(2m+1)\,\alpha_0 + \frac{2\tau}{\delta}. \tag{22}$$

Pentru calculul expresiei de încadrare inferioară a permeanței s-a efectuat integrala din (21) pe frontierele care mărginesc întregul domeniu $D_1\,U\,D_2\,U\,D_3$ [1], [2]:

$$P_i = \frac{1}{V_0^2}\int_{-\beta_0}^{\beta_0} V_0\left(\frac{\partial V}{\partial\alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0} d\beta + \frac{2\tau}{\delta}, \tag{23}$$

$$P_i = \frac{4}{\pi\left(\frac{\pi}{2}-\beta_0\right)}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\sin 2(2m+1)\,\beta_0}{(2m+1)^2}\operatorname{th}(2m+1)\,\alpha_0 + \frac{2\tau}{\delta}. \tag{24}$$

## 4. CALCULUL PERMEANȚEI ÎN CAZUL b

Se rezolvă analog ecuația lui Laplace prin metoda separării variabilelor, ținîndu-se seama de faptul că expresia potențialului este o funcție impară :

$$\begin{aligned} V_{(\beta)} &= V(\pi - \beta), \\ V_{(\beta)} &= -V(-\beta). \end{aligned} \tag{25}$$

Deci, soluția va conține numai termeni impari în sinus

$$V_{1(\alpha,\beta)} = \sum_{m=0}^{\infty} D_{2m+1} \sin(2m+1)\,\beta\, \mathrm{sh}\,(2m+1)\,\alpha. \tag{26}$$

Variația potențialului pe frontieră este tot trapezoidală, de forma (fig. 5)

$$\begin{cases} V = V_0, \quad \beta_0 \leqslant \beta \leqslant \dfrac{\pi}{2} - \beta_0, \\ V = \dfrac{V_0}{\beta_0}\,\beta, \quad 0 < |\beta| < \beta_0. \end{cases} \tag{27}$$

Dezvoltînd în serie Fourier se obține :

$$V_{1(\alpha_0,\beta)} = \sum_{m=0}^{\infty} D_{2m+1} \sin(2m+1)\,\beta\, \mathrm{sh}\,(2m+1)\,\alpha_0 = \sum_{m=0}^{\infty} V_{2m+1} \sin(2m+1)\beta, \tag{28}$$

$$D_{2m+1} = \frac{V_{2m+1}}{\mathrm{sh}\,(2m+1)\,\alpha_0}, \tag{29}$$

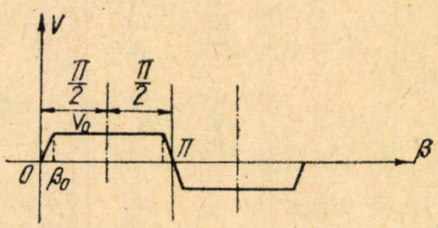



Fig. 5 — Diagrama de variație a potențialului pe frontiera crestăturii în cazul b).

unde

$$V_{2m+1} = \frac{4}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} V(\alpha_0\,\beta)\sin(2m+1)\,\beta\,d\beta = \frac{4V_0}{\pi}\,\frac{\sin(2m+1)\,\beta_0}{(2m+1)^2\,\beta_0}. \tag{30}$$

Înlocuind în (29) și (28) se obține

$$D_{2m+1} = \frac{4V_0 \sin(2m+1)\,\beta_0}{\pi\,\beta_0\,(2m+1)^2\,\mathrm{sh}\,(2m+1)\,\alpha_0}, \tag{31}$$

forma finală a soluției

$$V_{1(\alpha,\beta)} = \frac{4V_0}{\pi\beta_0}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\sin(2m+1)\beta_0}{(2m+1)^2\,\mathrm{sh}\,(2m+1)\alpha_0}\sin(2m+1)\beta\cdot\mathrm{sh}\,(2m+1)\alpha. \tag{32}$$

În mod analog ca în cazul *a*, se calculează expresiile de încadrare superioară și inferioară a permeanței.

Rezultă

$$P_s = \frac{8}{\pi\beta_0^2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\sin^2(2m+1)\beta_0}{(2m+1)^3}\,\mathrm{cth}\,(2m+1)\alpha_0 + \frac{2\tau}{\delta}, \tag{33}$$

$$P_i = \frac{4}{\pi\beta_0}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\sin 2(2m+1)\beta}{(2m+1)^2}\,\mathrm{cth}\,(2m+1)\alpha_0 + \frac{2\tau}{\delta}. \tag{34}$$

## 5. REZULTATE FINALE

Efectuînd substituția $\gamma_0 = \frac{\pi}{2} - \beta_0$ în relațiile (22) și (24) și reluînd relațiile (33) și (34) obținem următoarele rezultatele finale:

a)
$$\begin{cases} P_s = \dfrac{8}{\pi\gamma_0^2}\displaystyle\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\sin^2(2m+1)\gamma_0}{(2m+1)^3}\,\mathrm{th}\,(2m+1)\alpha_0 + \frac{2\tau}{\delta}, & (35)\\ P_i = \dfrac{4}{\pi\gamma_0^2}\displaystyle\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\sin(2m+1)2\gamma_0}{(2m+1)^2}\,\mathrm{th}\,(2m+1)\alpha_0 + \frac{2\tau}{\delta}, & (36)\end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} P_s = \dfrac{8}{\beta\pi_0^2}\displaystyle\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\sin^2(2m+1)\beta_0}{(2m+1)^3}\,\mathrm{cth}\,(2m+1)\alpha_0 + \frac{2\tau}{\delta}, & (37)\\ P_i = \dfrac{4}{\pi\beta_0}\displaystyle\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\sin 2(2m+1)\beta_0}{(2m+1)^2}\,\mathrm{cth}\,(2m+1)\alpha_0 + \frac{2\tau}{\delta}. & (38)\end{cases}$$

Dacă facem ca $\alpha_0 \to \infty$ se obțin rezultatele cazului limită al crestăturilor semicirculare studiate într-o lucrare anterioară [5].

Într-adevăr în acest caz $\lim\limits_{\alpha_0\to\infty}\mathrm{th}\,(2m+1)\alpha_0 = \lim\limits_{\alpha_0\to\infty}\mathrm{cth}\,(2m+1)\alpha_0 = 1$.

Pentru unghiuri $\beta_0$, respectiv $\gamma_0$, mai mici decît $\frac{\pi}{4}$ se pot aplica și formulele asimptotice de sumare a seriilor stabilite în lucrarea menționată mai înainte [5].

În cele ce urmează ne interesează cazul în care elipsele se depărtează mult de cerc, adică cazurile pentru care coordonata $\alpha_0$ ia valori mici, de ordinul unității sau chiar și mai puțin.

Seria din relația (35) a fost calculată dîntr-o lucrare anterioară [6], curbele corespunzătoare tabelelor din [1] fiind trasate în lucrarea [7].

În calcule, chiar pentru valori mici ale coordonatei $\alpha_0$ (excentricități mari) se separă cîțiva termeni din serii, pînă cînd factorii reprezentînd funcții hiperbolice devin unitari și apoi se aplică cu ușurință adăugînd și scăzînd termenii necesari formule asimptotice de sumare [1], [2].

## 6. STUDIUL EXPERIMENTAL AL PERMEANȚELOR PE MODELE ELECTROCINETICE

Pentru verificarea experimentală a rezultatelor obținute s-au utilizat modele electrocinetice, decupate din hîrtie electroconductoare.

Justificarea teoretică a acestui tip de modelizare, precum și modul cum se efectuează practic, au fost indicate în lucrări anterioare [5].

Prin măsurarea raportului tensiunilor $U_{012}$ respectiv $U_{12}$ la bornele modelului necrestat, respectiv cu crestături, cele două modele avînd lungimi egale, se determină direct factorul lui Carter. Valoarea obținută experimental se compară cu valoarea factorului Carter, calculată cu ajutorul formulelor (35)—(38).

Pentru experimentare a fost ales un model cu 2 crestături, (indicate în modelul $a_1$ din tabelă); măsurătorile au fost efectuate pentru mai multe valori ale curentului de alimentare a modelului, constatîndu-se o proporționalitate între tensiuni și curenți. Au fost folosite aparate de tip universal, cu consum propriu foarte mic, de clasă 1,5.

Rezultatele obținute prin măsurători sînt prezentate în tabele, în care sînt calculate de asemeni și valorile de încadrare superioară, inferioară și valorile medii ale coeficientului Carter, calculate cu formulele (35), (38) pentru modelul considerat.

Coeficientul lui Carter $k_c$ va fi cuprins între valorile extreme

$$k_{cs} \leqslant k_c \leqslant k_{ci}, \tag{39}$$

iar eroarea în aproximarea acestuia nu va depăși în valoarea relativă

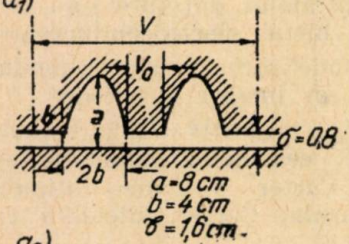
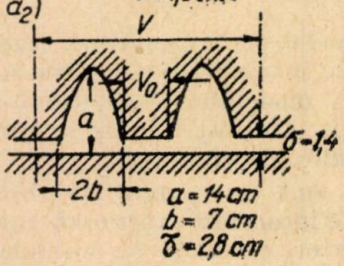
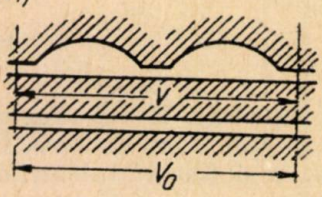
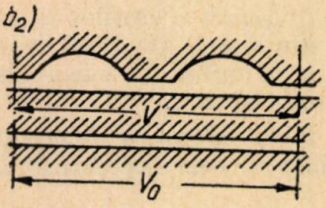
$$\varepsilon = \frac{k_{ci} - k_{cs}}{k_{cs}} 100\%. \tag{40}$$

În această relație s-a raportat diferența absolută la valoarea de încadrare inferioară a coeficientului lui Carter (obținută cu expresia de încadrare superioară a permeanței), pentru a se obține o valoare de încadrare superioară a erorii.

Pentru modelele studiate această limită maximă a erorilor ce pot fi comise nu depășește 10%, așa cum rezultă din tabel. De fapt, dacă se convine dela început să se lucreze cu media valorilor de încadrare, erorile posibile se înjumătățesc, deci nu vor depăși 5%.

Măsurătorile efectuate confirmă acest fapt, deoarece diferența medie procentuală dintre valorile medii calculate și cele experimentale nu întrece în nici una dintre experiențe 2,5%.

*Tabe*

| Modelul | Valori calculate pentru | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $k_c = \left(\frac{U_0}{U}\right)_{\substack{\text{más} \\ \text{mediu}}}$ | $P_s$ | $P_m$ | $P_i$ | $P_0$ |
| $a_1$)   | 1,906 | 7,525 | 7,205 | 6,885 | 14 |
| $a_2$)   | 1,94 | 7,34 | 7,09 | 6,84 | 13,85 |
| $b_1$)   | 2,24 | 10,8 | 10,465 | 10,13 | 23,75 |
| $b_2$)   | 2,37 | 10,15 | 9,81 | 9,47 | 23,45 |

*la 1*

| un pas dentar | | | Diferențele relative între valorile calculate și valorile măsurate în % | | | ε % | Observații<br>Formule de calcul |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $k_{cs} = \frac{P_0}{P_s}$ | $k_{cm} = \frac{P_0}{P_m}$ | $k_{ci} = \frac{P_0}{P_i}$ | $\varepsilon_s$ | $\varepsilon_m$ | $\varepsilon_i$ | | |
| 1,86 | 1,947 | 2,035 | −2,41 | 2,175 | 6,77 | 9,4 | $\varepsilon_s = \frac{k_{cs} - k_{cexp}}{k_{cexp}} 100$ |
| 1,9 | 1,965 | 2,03 | −2,06 | 1,29 | 4,64 | 6,8 | $\varepsilon_m = \frac{k_{cm} - k_{cexp}}{k_{cexp}} 100$ |
| 2,2 | 2,265 | 2,345 | −1,785 | 1,117 | 4,7 | 6,6 | $\varepsilon_i = \frac{k_{ci} - k_{cexp}}{k_{cexp}} 100$ |
| 2,32 | 2,397 | 2,475 | −2,1 | 1,14 | 4,42 | 6,65 | $\varepsilon = \frac{k_{ci} - k_{cs}}{k_{cs}} 100$ |

Dacă ținem seama că măsurătorile au fost efectuate cu instrumente de clasa 1,5, putem conta pe o precizie globală de 5—5,5% adică exact de ordinul erorii maxime posibile.

## 7. COMPARAȚIE CU CAZUL ARMĂTURILOR CU CRESTĂTURI DREPTUNGHIULARE

În literatură este tratată similar problema determinării permeanței unui întrefier cu crestături dreptunghiulare [3]. S-a ajuns de exemplu la următoarea expresie de calcul a limitei superioare a permeanței:

$$P_s = \frac{2b}{a} + \frac{4}{\pi\alpha^2}\frac{\sin^2 n\alpha}{n^3}\operatorname{th} n\xi_0 + \frac{2\tau}{\delta}, \tag{41}$$

$$\alpha = \frac{\pi\delta}{a}, \tag{42}$$

$$\xi_0 = \frac{\pi b}{a} \tag{43}$$

unde $b$ este semilățimea crestăturii, iar $a$ înălțimea ei.

Pentru o crestătură drepuntghiulară circumscrisă crestăturii semieliptice considerate în calcul și în experiment, modelul $a_1$ din tabel s-a obținut următoarea valoare a permeanței $P_{sd} = 6{,}484$.

Diferența dintre valorile permeanței calculate cu formula (35) pentru crestătura semieliptică și cu formula (45) pentru crestătura dreptunghiulară circumscrisă ei este

$$\varepsilon = \frac{P_{se} - P_{sd}}{P_{sd}} 100 = \frac{7{,}525 - 6{,}484}{6{,}484} 100 = 16\%.$$

Diferența este apreciabilă, ceea ce justifică calculul efectuat, arătînd că nu întotdeauna se poate aproxima, din punct de vedere al calculului permeanței, crestătura semieliptică cu cea dreptunghiulară.

## 8. CONCLUZII

Metoda încadrării folosită în acest caz pentru calculul permeanței reprezintă o metodă avantajoasă, deoarece spre deosebire de alte metode de aproximație permite aprecierea erorilor de calcul.

Determinările experimentale pe modele electrocinetice decupate din hîrtie electroconductoare verifică rezultatele obținute analitic, diferențele relative dintre valorile calculate și valoarea măsurată fiind sub 10%, pentru valorile de încadrare și sub 5—5,5%, pentru valoarea medie.

Se observă că valorile măsurate se situează între cele de încadrare, ceeace confirmă premizele teoretice ale metodei. De aceea expresia valorii medii a valorilor de încadrare este recomandabilă pentru calcule asigurînd o precizie suficientă pentru nevoile practice curente.

## BIBLIOGRAFIE

1. A. Ţugulea, *Calculul prin aproximaţie al permeanţelor*, Electrotehnica **6**, *5*, p. 164–172 (1958).
2. — *Calculul prin încadrare al permeanţelor în cîmpul cu simetrie*, Autoreferat al lucrării de dizertaţie, Lit. şi Tip. Învăţămîntului 1958 Bucureşti.
3. A. Ţugulea, V. Bunea, *Asupra formei optime a crestăturii alternatorului de frecvenţă ridicată*, St. cerc. energ., **XII**, *4* (962).
4. V. Bunea, *Asupra teoriei generatorului de frecvenţă ridicată de tip Guy*, Comunicările Academiei Republicii Socialiste România, **VIII** (1961).
5 A. Ţugulea, C. Ionescu, *Studiul teoretic şi experimental al permeanţei unui întrefier cu crestături semicirculare*, St. cerc. energ. electr., **XVII**, *2* (1967).
6. N. Damian Iordache, I. Tudor, A. Ţugulea, *Cu privire la calculul sumei unor serii importante în aplicaţiile electrotehnice cu ajutorul calculatorului cifric*, St. cerc. energ. electr. **16**, *3*, 691–700 (1966).
7. A. Ţugulea, *Reactanţa de dispersie şi rezistenţa în curent alternativ a laturilor de bobină situate în crestături eliptice*, St. cerc. energ. electr. **16**, *2*, 221–235 (1966).

# REGIMUL TRANZITORIU AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ȘI PARAMETRII TRANZITORII AI UNEI BOBINE CU MIEZ TUBULAR CONDUCTOR, CU APLICAȚII LA PRELUCRAREA PRIN DEFORMARE ELECTROMAGNETICĂ

DE

CEZAR FLUERAȘU

621.3.011

În lucrare se determină regimul tranzitoriu de stabilire a cîmpului electromagnetic într-o bobină circulară, avînd lungimea mare în raport cu diametrul, conținînd un miez tubular conductor, coaxial cu ea, ai cărui pereți au grosimea mică în raport cu raza.

În continuare se determină parametrii tranzitorii ai acestei bobine. Rezultatele sînt exprimate sub forma unor serii de exponențiale. Se studiază posibilitatea determinării unei scheme echivalente în regim tranzitoriu.

Rezultatele obținute sînt utilizate la studiul prelucrării prin deformare electromagnetică a unei țevi conductoare.

## 1. INTRODUCERE

După cum s-a arătat în lucrarea [1], regimul tranzitoriu al unui element dipolar de circuit este caracterizat prin patru funcțiuni de timp denumite respectiv rezistență tranzitorie, inductivitate tranzitorie, conductanță tranzitorie și capacitate tranzitorie, definite precum urmează:

$$r(t) = \mathcal{L}^{-1}[R(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Z(p)}{p} - l(0+)\right], \tag{1.1}$$

$$l(t) = \mathcal{L}^{-1}[L(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Z(p) - r_0}{p^2}\right], \tag{1.2}$$

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Y(p)}{p} - c(0+)\right], \tag{1.3}$$

$$c(t) = \mathcal{L}^{-1}[C(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Y(p) - g_0}{p^2}\right]. \tag{1.4}$$

În aceste relații

$$Z(p) = \frac{1}{Y(p)} = \frac{U(p)}{I(p)} \tag{1.5}$$

este impedanța operațională a elementului de circuit, $r_0 = \frac{1}{g_0}$ rezistența sa în curent continuu, iar

$$l(0+) = \lim_{t\to 0+} l(t) = \lim_{p\to\infty} \frac{Z(p)}{p} \tag{1.6}$$

și

$$c(0+) = \lim_{t\to 0+} c(t) = \lim_{p\to\infty} \frac{Y(p)}{p} \tag{1.7}$$

sînt inductivitatea inițială, egală cu inductivitatea exterioară, respectiv capacitatea inițială; pentru elementele inductive de circuit $c(0+) = 0$.

Între parametrii tranzitorii ai unui element dipolar inductiv de circuit există o serie de relații de legătură, dintre care indicăm următoarele:

$$r(t) = r_0 + \frac{\mathrm{d}l(t)}{\mathrm{d}t}\ , \tag{1.8}$$

$$g(t) = g_0 + \frac{\mathrm{d}c(t)}{\mathrm{d}t}\ , \tag{1.9}$$

$$l(0+)\,g(t) + \int_0^t r(t-\xi)\,g(\xi)\,\mathrm{d}\xi = t\ , \tag{1.10}$$

$$r_0 c(\infty) + g_0 l(\infty) = 0\ . \tag{1.11}$$

Cu ajutorul parametrilor tranzitorii, ecuațiile în valori instantanee ale elementului de circuit, în condiții inițiale de repaus, pot fi scrise sub una din următoarele forme:

$$u(t) = l(0+)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^t r(t-\xi)\,i(\xi)\,\mathrm{d}\xi, \tag{1.12}$$

$$u(t) = r_0 i + l(0+)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^t l'(t-\xi)\,i(\xi)\,\mathrm{d}\xi, (g_0 \neq 0) \tag{1.13}$$

$$i(t) = c(0+)\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^t g(t-\xi)\,u(\xi)\,\mathrm{d}\xi, \tag{1.14}$$

$$i(t) = g_0 u + c(0+)\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^t c'(t-\xi)\,u(\xi)\,\mathrm{d}\xi, (r_0 \neq 0). \tag{1.15}$$

În lucrarea de față se determină cîmpul electromagnetic al unei bobine circulare de lungime mare în raport cu diametrul său, conținînd un miez tubular conductor și parcursă de un curent variabil $i(t)$. Grosimea peretelui miezului este presupusă mică în raport cu raza bobinei.

În continuare, se determină parametrii tranzitorii ai bobinei. Pentru determinarea cîmpului electromagnetic se folosește o metodă de aproximație expusă în lucrarea [2], a cărei idee este prezentată pe scurt în paragraful următor.

## 2. O METODĂ DE APROXIMARE PENTRU DETERMINAREA CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC TRANZITORIU AL CONDUCTOARELOR CU PEREȚI SUBȚIRI

În lucrarea [2] este prezentată o metodă de aproximare pentru determinarea cîmpului electromagnetic cvasistaționar al conductoarelor cu pereți subțiri.

Ideea metodei constă în înlocuirea acestor conductoare prin conductoare fictive de grosime nulă, avînd însă o conductivitate superficială și o permeabilitate superficială, parcurse de o pînză de curent și de o pînză de flux magnetic. Pe această cale, se obțin următoarele rezultate: densitatea pînzei de curent $J_s(p) = \mathcal{L}[j_s(t)]$ *) și a pînzei de flux $B_s(p) = \mathcal{L}[b_s(t)]$ satisfac relațiile

$$J_s(p) = \sigma_s \frac{E_{t1}(p) + E_{t2}(p)}{2}, \tag{2.1}$$

$$J_s(p) = H_{t2}(p) - H_{t1}(p), \tag{2.2}$$

$$B_s(p) = \mu_s \frac{H_{t1}(p) + H_{t2}(p)}{2}, \tag{2.3}$$

$$B_s(p) = \frac{1}{p}[E_{t2}(p) - E_{t1}(p)]. \tag{2.4}$$

În aceste relații, indicii 1 și 2 desemnează valorile limită ale mărimilor respective pe cele două fețe ale conductorului, iar sensurile de referință ale diferitelor mărimi sînt indicate în figura 1.

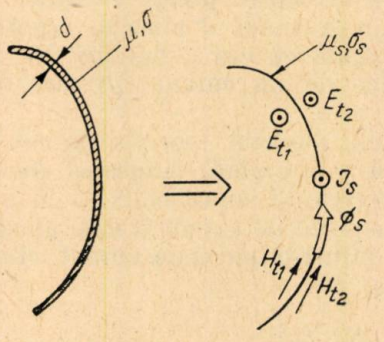



Fig. 1. — Înlocuirea unui conductor cu pereții subțiri printr-o pînză de curent și printr-o pînză de flux.

*) Se vor folosi caractere majuscule pentru desemnarea transformatelor Laplace ale mărimilor, valorile instantanee ale acestora fiind desemnate prin caractere minuscule.

Funcțiunile $\sigma_s$ și $\mu_s$, denumite respectiv *conductivitate superficială operațională* și *permeabilitate superficială operațională*, au expresiile :

$$\sigma_s = \sigma d \frac{\text{th} \frac{d\sqrt{p\mu\sigma}}{2}}{\frac{d\sqrt{p\mu\sigma}}{2}}, \quad \mu_s = \mu d \frac{\text{th} \frac{d\sqrt{p\mu\sigma}}{2}}{\frac{d\sqrt{p\mu\sigma}}{2}}, \tag{2.5}$$

în care $d$ reprezintă grosimea peretelui conductorului, $\sigma$ conductivitatea, iar $\mu$ permeabilitatea sa.

Introducînd notația

$$\boxed{\tau = \mu\sigma d^2} \tag{2.6}$$

care definește o constantă de timp ce caracterizează fenomenul pătrunderii cîmpului electromagnetic în peretele conductorului, relațiile (2.5) devin :

$$\boxed{\frac{\sigma_s}{\sigma d} = \frac{\mu_s}{\mu d} = \frac{\text{tg} \frac{\xi}{2}}{\frac{\xi}{2}}, \quad \xi = \sqrt{-p\tau}} \tag{2.7}$$

În acest mod, rezolvarea problemei se reduce la determinarea cîmpului electromagnetic din domeniul neocupat de conductoare, pe suprafețele care înlocuiesc prezența acestora, trebuind să fie satisfăcute relațiile (2.1,...,2.4).

### 3. DETERMINAREA CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

Fie o bobină cu $N$ spire avînd lungimea $h$ mare în comparație cu raza sa $b$ ($h \gg b$). Coaxial cu bobina și în interiorul acesteia se află un miez tubular cu raza exterioară $a$ ai cărui pereți realizați dintr-un material linear, omogen și izotrop au grosimea $d$ mică în raport cu raza $a$ ($d \ll a$) ; lungimea miezului este egală cu cea a bobinei. Se va determina cîmpul electromagnetic produs de un curent $i(t)$ care circulă în bobină (fig. 2*a*).

Folosind ideea expusă mai sus, modelul teoretic de calcul se va obține înlocuind miezul tubular cu o suprafață cilindrică de rază $a$ și lungime infinită dotată cu o conductivitate superficială și cu o permeabilitate superficială și străbătută de o pînză de curent și de o pînză de flux. Bobina inductoare va fi înlocuită printr-o pînză de curent clindrică de lungime infinită cu densitatea (fig. 2*b*)

$$J_s'(p) = \frac{NI(p)}{h}. \tag{3.1}$$

Din motive de simetrie, liniile cîmpului magnetic vor fi paralele cu axul bobinei, iar cele ale cîmpului electric vor fi circulare. În cele două domenii delimitate în interiorul bobinei cîmpul magnetic va fi uniform, suferind la trecerea prin suprafața care înlocuiește miezul un salt în acord cu relația (2.2), iar în exteriorul bobinei cîmpul magnetic va fi nul.

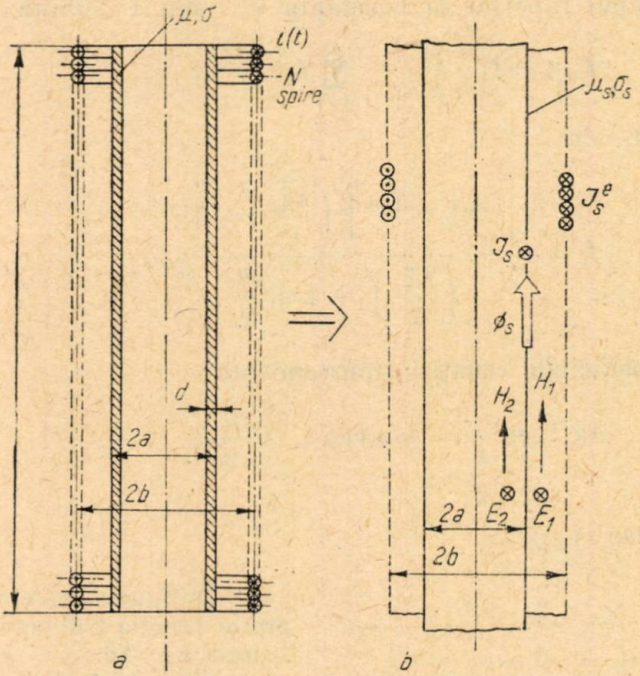



Fig. 2. — a) Bobină cu miez tubular conductor.
b) Modelul teoretic pentru determinarea cîmpului electromagnetic.

Neglijînd efectul pelicular tranzitoriu din conductoarele bobinei și efectuînd calculele în modul prezentat în paragraful precedent (vezi Anexa I), se obțin următoarele rezultate:

$$J_s(p) = pJ_s^e(p) \cdot F(p), \tag{3.2}$$

$$H_1(p) = J_s^e(p), \tag{3.3}$$

$$H_2(p) = p\,J_s^e(p)\left[\frac{1}{p} + F(p)\right], \tag{3.4}$$

unde

$$F(p) = \frac{1}{p}\,\frac{2\operatorname{tg}\dfrac{\xi}{2}\left[\dfrac{k\xi}{2} + \dfrac{2}{k\xi}\right]}{1 - k\xi\operatorname{tg}\dfrac{\xi}{2} - \operatorname{tg}^2\dfrac{\xi}{2}} \tag{3.5}$$

și

$$k = \frac{\mu_0}{\mu}\frac{a}{d} . \tag{3.6}$$

Originalul funcției $F(p)$ poate fi determinat cu ajutorul teoremei de dezvoltare a lui Heaviside (vezi Anexa II), iar expresia sa ca funcțiune de timpul raportat la constanta de timp $\tau$ definită în (2.6) este

$$f(\theta) = f\left(\frac{t}{\tau}\right) = -\sum_{n=1}^{\infty} f_n \, e^{-\xi_n^2 \theta} . \tag{3.7}$$

Coeficienții $f_n$ sînt

$$f_n = \frac{2}{\xi_n} \frac{-(-1)^n \sqrt{\left(\frac{k\xi_n}{2}\right)^2 + 1}}{\left(\frac{k\xi_n}{2}\right)^2 + 1 + \frac{k}{2}} , \tag{3.8}$$

iar $\xi_n$ sînt rădăcinile ecuației transcendente:

$$\operatorname{tg} \xi_n = \frac{1}{\frac{k}{2}\xi_n} \quad \text{sau} \quad \operatorname{ctg} \xi_n = \frac{k}{2}\xi_n \tag{3.9}$$

tabulate în [3], [4].

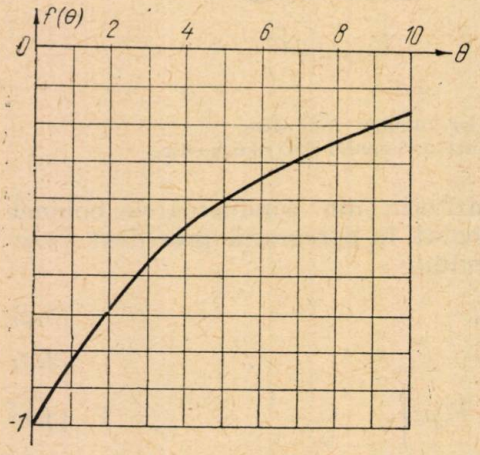



Fig. 3. — Reprezentarea grafică a funcției $f(\theta)$ din relația (3. 7).

În figura 3 este reprezentată grafic funcția $f(\theta)$ corespunzătoare valorii $k = 10$.

Valorile instantanee ale densității pînzei de curent induse și ale intensităților cîmpurilor magnetice din cele două domenii pot fi determinate din expresiile operaționale (3.2), (3.3) și (3.4), cu ajutorul formulelor lui Duhamel. Observînd că $j_s^e(0+) = 0$ pentru elementele inductive de circuit în condiții inițiale de repaus, se obțin următoarele rezultate:

$$j_s\left(\frac{t}{\tau}\right) = j_s(\theta) =$$

$$= \frac{N}{h}\int_0^{\theta} i'(\eta) f(\theta - \eta)\, d\eta = -\frac{N}{h}\sum_{n=1}^{\infty} f_n e^{-\xi_n^2\theta} \int_0^{\theta} i'(\eta) e^{\xi_n^2 \eta}\, d\eta, \tag{3.10}$$

$$h_1\left(\frac{t}{\tau}\right) = h_1(\theta) = \frac{N}{h} i(\theta), \tag{3.11}$$

$$h_2\left(\frac{t}{\tau}\right) = h_2(\theta) = \frac{N}{h}\int_0^\theta i'(\eta)\,[1 + f(\theta - \eta)]\,d\eta =$$

$$= \frac{Ni(\theta)}{h} - \frac{N}{h}\sum_{n=1}^{\infty} f_n e^{-\xi_n^2\theta}\int_0^\theta i'(\eta)\, e^{\xi_n^2\eta}\,d\eta, \tag{3.12}$$

în care $i(\theta) = i\left(\frac{t}{\tau}\right)$ este valoarea instantanee a intensității curentului din bobină, reprezentată în funcție de timpul raportat la constanta de timp $\tau$.

## 4. DETERMINAREA IMPEDANȚEI OPERAȚIONALE

Impedanța operațională a bobinei este dată de relația

$$Z(p) = \frac{U(p)}{I(p)} = r_0 + p\frac{\Phi(p)}{I(p)}\,, \tag{4.1}$$

unde $r_0$ este rezistența în curent continuu a bobinei, iar $\Phi(p)$ este transformata Laplace a fluxului magnetic din bobină, care poate fi calculată în modul următor

$$\Phi(p) = N\Phi_f(p) = N\,[\mu_0\pi(a-d)^2 H_2(p) + \mu_0\pi(b^2 - a^2)\,H_1(p) + \\ + 2\pi a B_s(p)]. \tag{4.2}$$

Înlocuind expresiile operaționale ale cîmpurilor și densității de curent date de relațiile (3.2), (3.3) și (3.4), se obține impedanța operațională a bobinei

$$Z(p) = r_0 + pL_0 + p\,\frac{\mu_0 2\pi a^2 N^2}{h}\cdot\frac{\operatorname{tg}\frac{\xi}{2}\left[\frac{k\xi}{2} + \frac{2}{k\xi}\right]}{1 - k\xi\operatorname{tg}\frac{\xi}{2} - \operatorname{tg}^2\frac{\xi}{2}} -$$

$$- p\,\frac{\mu_0 2\pi a d N^2}{h}\cdot\frac{1 + \operatorname{tg}^2\frac{\xi}{2}}{1 - k\xi\operatorname{tg}\frac{\xi}{2} - \operatorname{tg}^2\frac{\xi}{2}}\,, \tag{4.3}$$

în care $L_0$ este inductivitatea în curent continuu a bobinei în absența miezului (sau cu miez neferomagnetic). În relația de mai sus, s-a ținut seama de faptul că grosimea peretelui miezului e mică în raport cu raza ($d \ll a$).

## 5. PARAMETRII TRANZITORII AI BOBINEI

Din relațiile de definiție (1.1) și (1.2), utilizînd expresia (4.3) a impedanței operaționale, rezultă rezistența tranzitorie și inductivitatea tranzitorie a bobinei. Calculele sînt efectuate în Anexa III, în cele ce urmează fiind prezentate numai rezultatele.

Raportînd rezistența tranzitorie și inductivitatea tranzitorie la valorile lor finale, se obțin următoarele funcții universale exprimate în funcție de timpul raportat la constanta de timp $\tau$

$$\rho(\theta) = \frac{r\left(\frac{t}{\tau}\right)}{r_0} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n e^{-\xi_n^2 \theta}, \tag{5.1}$$

$$\lambda(\theta) = \frac{l\left(\frac{t}{\tau}\right)}{L_\infty} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n e^{-\xi_n^2 \theta}, \tag{5.2}$$

în care $\xi_n$ sînt rădăcinile ecuației transcendente (3.9).

Coeficienții $\rho_n$ și $\lambda_n$ au expresiile :

$$\rho_n = 2\,\frac{\tau_0 - \tau_e}{\tau}\left[\xi_n \frac{\frac{k\xi_n}{2} + \frac{2}{k\xi_n}}{\left(\frac{k\xi_n}{2}\right)^2 + 1 + \frac{k}{2}}\right] -$$

$$- 2\,\frac{\mu_0}{\mu}\,\frac{\tau_e}{\tau}\left[\xi_n \frac{-(-1)^n \sqrt{\left(\frac{k\xi_n}{2}\right)^2 + 1}}{\left(\frac{k\xi_n}{2}\right)^2 + 1 + \frac{k}{2}}\right], \tag{5.3}$$

$$\lambda_n = \frac{\tau}{\tau_\infty}\,\frac{\rho_n}{\xi_n^2}, \tag{5.4}$$

iar coeficienții $\lambda_n$ verifică relația

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n = 1 - \frac{\tau_e}{\tau_\infty}. \tag{5.5}$$

S-au folosit următoarele notații :

$L_0 = \dfrac{\mu_0 \pi b^2 N^2}{h}$ — inductivitatea în curent continuu a bobinei fără miez ; (5.6)

$l(0+) = L_0 - \dfrac{\mu_0\, \pi a^2 N^2}{h}$ — inductivitatea inițială ; (5.7)

$L_\infty = L_0 + l_c\left(1 - \dfrac{\mu_0}{\mu}\right)$ — valoarea finală a inductivității tranzitorii ; (5.8)

$$l_c = \frac{\mu 2\pi a d N^2}{h}; \tag{5.9}$$

precum și următoarele mărimi, care pot fi interpretate drept constante de timp

$$\tau_0 = \frac{L_0}{r_0}, \quad \tau_e = \frac{l(0+)}{r_0}, \quad \tau_c = \frac{l_c}{r_0}, \quad \tau_\infty = \frac{L_\infty}{r_0}. \tag{5.10}$$

Curbele reprezentative ale funcțiilor $\rho(\theta)$ și $\lambda(\theta)$ redate în figura 4 sînt în acord cu proprietățile generale ale parametrilor tranzitorii ai elementelor inductive de circuit prezentate în [1].

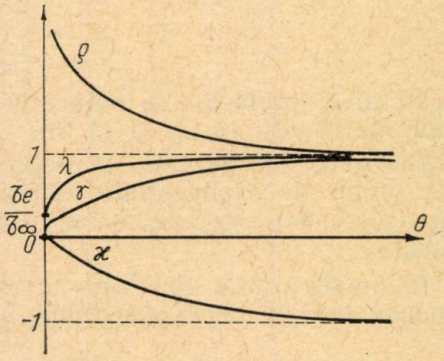



Fig. 4. — Parametrii tranzitorii ai unui element dipolar de circuit.

Conductanța tranzitorie a bobinei poate fi determinată cu ajutorul relației de legătură (1.10), care reprezintă o ecuație integrală a conductanței tranzitorii. Căutînd o soluție exprimată sub forma unei serii de exponențiale, ecuația integrală (1.10) se transformă într-un sistem de ecuații algebrice (vezi Anexa IV) a cărui rezolvare furnizează coeficienții și exponenții termenilor conductanței tranzitorii. După determinarea conductanței tranzitorii capacitatea tranzitorie poate fi determinată din relația de legătură (1.9).

Raportînd conductanța tranzitorie și capacitatea tranzitorie la valorile lor finale $g_0$, respectiv $c(\infty) = -\dfrac{g_0\, l(\infty)}{r_0}$, se obțin următoarele funcții de timp (raportat la constanta de timp $\tau$):

$$\gamma(\theta) = \frac{g\left(\dfrac{t}{\tau}\right)}{g_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n \mathrm{e}^{-\eta_n \theta}, \tag{5.11}$$

$$\varkappa(\theta) = \frac{c\left(\dfrac{t}{\tau}\right)}{|c(\infty)|} = -1 + \sum_{n=1}^{\infty} \varkappa_n \mathrm{e}^{-\eta_n \theta}, \tag{5.12}$$

în care exponenții $\eta_n$ rezultă din rezolvarea ecuației

$$\frac{1}{\eta} - \sum_m \frac{\rho_m}{\xi_m^2 - \eta} = \frac{\tau_e}{\tau}, \tag{5.13}$$

iar coeficienții $\gamma_n$ sînt soluțiile sistemului de ecuații

$$\frac{1}{\xi_n^2} - \sum_m \frac{\gamma_m}{\xi_n^2 - \eta_m} = 0 \qquad (n = 1, 2, \dots), \tag{5.14}$$

$$\sum_m \gamma_m = 1. \tag{5.15}$$

Coeficienții din expresia capacității tranzitorii sînt

$$\varkappa_n = \frac{\tau}{\tau_\infty} \frac{\gamma_n}{\eta_n}. \tag{5.16}$$

În acest mod, problema se reduce la rezolvarea ecuației (5.13) și a sistemului de ecuații (5.14) și (5.15).

Deoarece, în general, expresia rezistenței tranzitorii conține un număr infinit de exponențiale, ecuația (5.13) va fi de grad infinit, iar sistemul de ecuații va avea o infinitate de ecuații cu o infinitate de necunoscute.

În practică însă, din expresia rezistenței tranzitorii se reține numai un număr finit $N$ de exponențiale, obținîndu-se expresia aproximativă

$$\rho^*(\theta) = 1 + \sum_{n=1}^{N-1} \rho_n e^{-\xi_n^2 \theta} + \rho_N^* e^{-\xi_N^2 \theta}. \tag{5.17}$$

Această expresie diferă mult în origine de valoarea exactă $\rho(\theta)$ ($\rho^*(0+)$ este finit, pe cînd $\rho(0+)$ este infinit), însă se apropie de aceasta pe măsura creșterii lui $\theta$. Cu cît se reține un număr mai mare de exponențiale, cu atîta funcția $\rho^*(\theta)$ se apropie de valoarea exactă, începînd de la valori mai mici ale timpului. Ultimul coeficient ($\rho_N^*$) se determină din condiția ca suma coeficienților $\lambda_n$ ai tuturor termenilor reținuți să satisfacă relația (5.5)

$$\sum_{n=1}^{N-1} \lambda_n + \lambda_N^* = 1 - \frac{\tau_e}{\tau_\infty}; \quad \rho_N^* = \frac{\tau_\infty}{\tau} \xi_N^2 \lambda_N^*. \tag{5.18}$$

În acest fel, ecuația (5.13) va fi de gradul $(N + 1)$, iar rădăcinile sale $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{N+1}$ vor determina, prin sistemul de ecuații (5.14, 5.15), $N + 1$ coeficienți $\gamma_n$, obținîndu-se funcțiile

$$\gamma^*(\theta) = 1 - \sum_{n=1}^{N+1} \gamma_n e^{-\eta_n \theta}, \tag{5.19}$$

$$\varkappa^*(\theta) = -1 + \sum_{n=1}^{N+1} \varkappa_n e^{-\eta_n \theta}, \tag{5.20}$$

care aproximează valorile exacte $\gamma(\theta)$ și $\varkappa(\theta)$ cu atît mai bine cu cît $N$ este mai mare.

Rădăcinile ecuației (5.13) pot fi determinate printr-o metodă de iterație, observînd că valorile succesive $\xi_n^2$ diferă mult una de alta, încît rădăcinile $\eta_n$ vor avea valori apropiate de $\xi_n^2$. Una dintre aceste

rădăcini poate fi determinată într-o primă aproximație observînd că din ecuația (5.13) toți termenii, cu excepția celui de rang $n$, pot fi neglijați, obținîndu-se o ecuație de gradul I pentru $\eta_n$. Valoarea exactă poate fi determinată în continuare prin cîteva iterații.

Pentru valori mici ale timpului, în raport cu constanta de timp se pot determina expresiile asimptotice (vezi Anexa V):

$$\rho(\theta) \sim 1 - \frac{4}{k}\frac{\tau_e}{\tau} + \frac{\tau_e}{\tau}\frac{1}{\sqrt{\pi\theta}} + \frac{16}{k^2}\frac{\tau_e}{\tau}\sqrt{\frac{\theta}{\pi}} - \frac{16}{k^3}\frac{\tau_e}{\tau}\theta \ldots, \quad \theta \ll 1; \tag{5.21}$$

$$\lambda(\theta) \sim \frac{\tau_e}{\tau_\infty} + 2\frac{\tau_e}{\tau_\infty}\sqrt{\frac{\theta}{\pi}} - \frac{4}{k}\frac{\tau_e}{\tau_\infty}\theta + \frac{32}{3k^2\sqrt{\pi}}\frac{\tau_e}{\tau_\infty}\theta\sqrt{\theta} \ldots, \quad \theta \ll 1; \tag{5.22}$$

$$\gamma(\theta) \sim \theta\frac{\tau}{\tau_e}\left\{1 - \frac{4}{3\sqrt{\pi}}\frac{\tau_e}{\tau_e}\sqrt{\theta} - \frac{1}{2}\left[\frac{\tau}{\tau_e} - \frac{2}{k}\frac{\tau_e}{\tau_e}\left(3 - \frac{\tau_0}{\tau_e}\right)\right]\theta \ldots\right\}, \quad \theta \ll 1; \tag{5.23}$$

$$\varkappa(\theta) \sim -\theta\frac{\tau}{\tau_\infty}\left[1 - \frac{1}{2}\frac{\tau}{\tau_e}\theta + \frac{8}{15\sqrt{\pi}}\frac{\tau\tau_e}{\tau_e^2}\theta\sqrt{\theta} \ldots\right], \quad \theta \ll 1. \tag{5.24}$$

Expresii asimptotice pentru valori mari ale timpului se obțin reținînd din expresiile exacte (5.1), (5.2), (5.11) și (5.12) cîte o singură exponențială.

## 6. SCHEMA ECHIVALENTĂ A BOBINEI

După cum se arată în [1], conductanța tranzitorie a unui element inductiv de circuit este numeric egală cu intensitatea curentului ce se stabilește în circuit la aplicarea tensiunii treaptă unitate $1(t)$

$$i(t)|_{u=1(t)} = g(t) = \frac{1}{r_0}\gamma(t) = \frac{1}{r_0}\left[1 - \sum_{n=1}^{\infty}\gamma_n e^{-\eta_n\frac{t}{\tau}}\right]. \tag{6.1}$$

Aceasta permite determinarea unei scheme echivalente alcătuită din legarea în paralel a unui număr infinit de circuite $r - L$, ai căror parametri satisfac relațiile (fig. 5)

$$r_n = \frac{r_0}{\gamma_n}, \quad L_n = \frac{\tau r_0}{\eta_n \gamma_n} \tag{6.2}$$

deduse identificînd expresia (6.1) cu expresia curentului care s-ar stabili în circuitul echivalent la aplicarea tensiunii treaptă unitate.

Faptul că această schemă echivalentă conține un număr infinit de elemente este în acord cu teoria parametrilor tranzitorii, care arată că nu se poate descrie comportarea în regim tranzitoriu a unui element de circuit care conține conductoare masive printr-un număr finit de exponențiale.

În cazurile în care din conductanța tranzitorie se determină numai primele $N+1$ exponențiale, în modul prezentat în paragraful precedent, schema echivalentă va conține $N+1$ ramuri în paralel; ea va fi însă echivalentă cu elementul de circuit numai începînd de la

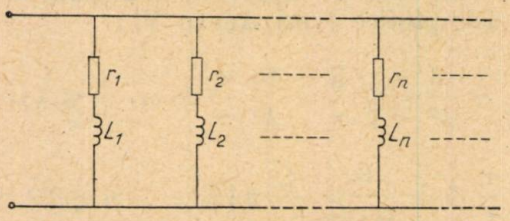



Fig. 5. — Schema echivalentă a bobinei cu miez tubular conductor.

o anumită valoare a timpului, care scade pe măsură ce se reținmai mulți termeni. Comportarea elementului de circuit în primele momente ale regimului tranzitoriu nu poate fi în general caracterizată suficient de precis printr-o schemă echivalentă cu un număr finit de elemente.

## 7. UTILIZAREA REZULTATELOR OBȚINUTE MAI SUS LA STUDIUL PRELUCRĂRII PRIN DEFORMARE ELECTROMAGNETICĂ A UNEI ȚEVI METALICE CU PEREȚI SUBȚIRI

O metodă modernă de prelucrare a metalelor prin deformare plastică la rece este formarea electromagnetică [5]. Principiul acestei metode este ilustrat în figura 6.

Piesa care trebuie prelucrată este înconjurată de o bobină prin care se stabilește un impuls de curent avînd intensitatea de ordinul zecilor de kiloamperi și durata de ordinul zecilor de microsecunde, produs

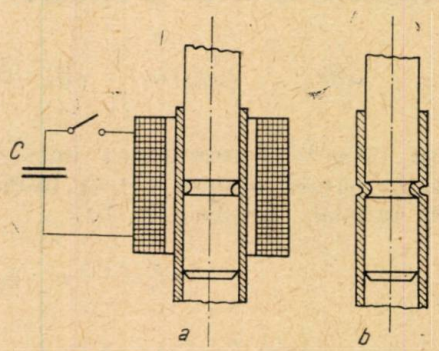



Fig. 6. — Prelucrarea prin deformare electromagnetică a unei țevi conductoare.

de obicei prin descărcarea unui condensator. În piesa de prelucrat se vor induce curenți turbionari, iar ca urmare a interacției dintre acești curenți și cîmpul megnetic vor apărea forțe care tind să micșoreze raza țevii. Dacă aceste forțe depășesc limita de curgere a materialului, piesa se va deforma plastic, după cum se poate vedea în figura 6 *b*.

Experienţele efectuate arată că, în general, impulsul de curent are forma unei sinusoide rapid amortizate. Din acest motiv, în primă aproximaţie, calculele pot fi făcute presupunînd regimul armonic permanent [6].

În realitate, comportarea tranzitorie a circuitului diferă mult de cea în regim permanent, în special în primele momente ale procesului tranzitoriu. Un studiu mai exact va trebui deci să ţină seama de regimul tranzitoriu de stabilire a cîmpului electromagnetic din elementul de circuit alcătuit din bobina de prelucrare şi din piesa de prelucrat. De asemenea e necesar să se ţină seama de efectul pelicular tranzitoriu din linia de legătură între condensator şi bobina de formare şi, eventual, de efectele de relaxaţie din condensator. Aceasta impune studierea întregului circuit cu metodele teoriei parametrilor tranzitorii. Într-o primă aproximaţie, se neglijează influenţa deformării piesei.

Folosind rezultatele obţinute în paragrafele precedente, se poate studia cantitativ procesul de deformare electromagnetică a ţevii cilindrice din figura 6.

Pentru un interval de timp care începe la o anumită valoare a timpului şi se încheie la sfîrşitul procesului tranzitoriu, atît bobina de formare, cît şi linia de alimentare pot fi înlocuite prin scheme echivalente cu un număr finit de elemente, problema reducîndu-se la o problemă de regim tranzitoriu într-un circuit cu elemente filiforme de circuit şi cu parametrii concentraţi.

Primele momente ale procesului tranzitoriu nu pot fi însă descrise cu ajutorul unor scheme echivalente cu un număr finit de elemente. Soluţia se obţine în acest caz prin rezolvarea ecuaţiilor integrale (1.12)... ...(1.15), în care se utilizează expresiile asimptotice în origine ale parametrilor tranzitorii.

Într-o primă aproximaţie, se poate admite că în primele momente ale regimului tranzitoriu tensiunea la bornele condensatorului rămîne egală cu valoarea sa iniţială $U_0$, curentul din circuit fiind, aproximativ,

$$i(\theta) \approx U_0 \frac{l(0+)}{l(0+) + l_l(0+)} g_0 \gamma(\theta), \tag{7.1}$$

în care $l_l(0+)$ reprezintă inductivitatea exterioară a liniei de alimentare, iar pentru $\gamma(\theta)$ se foloseşte expresia asimptotică (5.23). O asemenea aproximaţie este consistentă pentru valori ale timpului $t \ll T$, unde $T$ este perioada (aproximativă) a curentului, măsurată pe oscilogramă.

După determinarea intensităţii curentului din bobină poate fi determinată valoarea instantanee a forţei normale pe suprafaţa piesei de prelucrat şi orientată spre interior

$$f_{sn}(t) = -\mu_0 j_s(t) \frac{h_1(t) + h_2(t)}{2} = \mu_0 \frac{h_1^2(t) - h_2^2(t)}{2}, \tag{7.2}$$

dedusă prin intermediul tensorului tensiunilor maxwelliene, în care densitatea pînzei de curent din piesă şi intensităţile cîmpurilor magnetice pe cele două suprafeţe ale piesei sînt date de relaţiile (3.10),..., (3.12).

În primele momente ale procesului tranzitoriu, cînd curenții induși în piesă sînt repartizați pe suprafața exterioară a acesteia, expresia (7.2) devine

$$f_{sm}(t) \approx \mu_0 \frac{h_1^2(t)}{2}, \qquad t \ll \tau. \tag{7.3}$$

## 8. EXEMPLU NUMERIC

Se consideră o bobină cu următoarele caracteristici:
$N = 200$ spire;
$b = 1{,}5$ cm;
$h = 10$ cm;
$r_0 = 2{,}58\ \Omega$ (conductor de cupru cu diametrul de 0,4 mm);
bobină al cărei miez, realizat din aluminiu, are dimensiunile
$a = 1$ cm,
$h = 10$ cm,
$d = 1$ mm.

Rezultă constanta de timp $\tau$

$$\tau = 43\ \mu s,$$

iar inductivitatea finală

$$L_\infty = L_0 = 0{,}355\ \text{mH}.$$

Reținînd numai cîte patru exponențiale în expresiile rezistenței tranzitorii și inductivității tranzitorii, se obțin următoarele valori:

$$\rho(\theta) \approx 1 + 0{,}25\, e^{-0{,}188\theta} + 0{,}658\, e^{-10{,}25\theta} + 0{,}512\, e^{-39{,}8\theta} + 2{,}285\, e^{-89\theta},$$

$$\lambda(\theta) \approx 1 - 0{,}414\, e^{-0{,}188\theta} - 0{,}020\, e^{-10{,}25\theta} - 0{,}004\, e^{-39{,}8\theta} - 0{,}008\, e^{-89\theta},$$

în care coeficientul ultimului termen a fost corectat după cum se arată în relația (5.18).

Rezolvarea ecuațiilor (5.13), (5.14) și (5.15) furnizează următoarele expresii ale conductanței și capacității tranzitorii:

$$\gamma(\theta) \approx 1 - 0{,}317\, e^{-0{,}14\theta} - 0{,}68\, e^{-0{,}71\theta} - 0{,}002\, e^{-10{,}64\theta} - 0{,}001\, e^{-90{,}29\theta},$$

$$\varkappa(\theta) \approx -1 + 0{,}703\, e^{-0{,}14\theta} + 0{,}297\, e^{-0{,}71\theta}$$

(în care s-au neglijat termenii ai căror coeficienți sînt mai mici decît 0,001 și care scad rapid în timp).

Expresiile asimptotice în origine ale parametrilor tranzitorii, calculate cu relațiile (5.21)...(5.24), sînt:

$$\rho(\theta) \approx 0{,}886 + \frac{0{,}16}{\sqrt{\theta}} + 0{,}0256\sqrt{\theta} - 0{,}004\,\theta\ldots, \qquad \theta \ll 1;$$

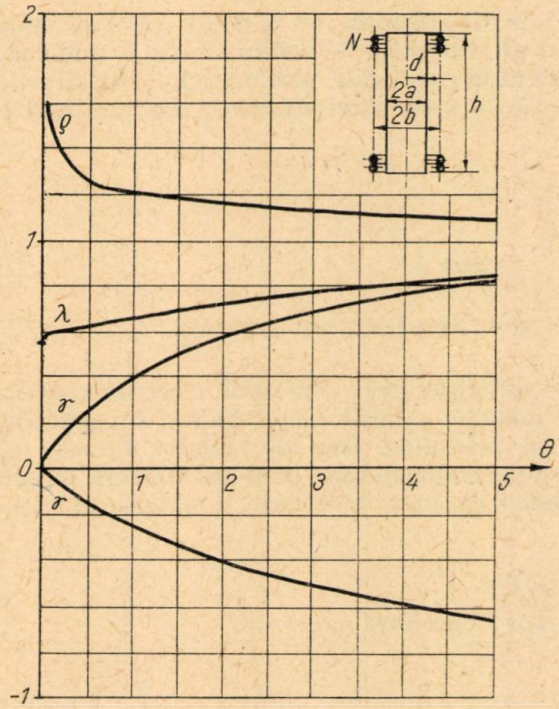
$$\lambda(\theta) \approx 0{,}554 + 0{,}099\sqrt{\theta} - 0{,}035\,\theta + 0{,}005\,\theta\sqrt{\theta}\ldots, \qquad \theta \ll 1;$$

$$\gamma(\theta) \approx 0{,}562\,\theta - 0{,}067\,\theta\sqrt{\theta} - 0{,}147\,\theta^2\ldots, \qquad \theta \ll 1;$$

$$\varkappa(\theta) \approx -0{,}311\,\theta + 0{,}088\,\theta^2\ldots, \qquad \theta \ll 1.$$

În figura 7 sînt reprezentate curbele $\rho(\theta)$, $\lambda(\theta)$, $\gamma(\theta)$ și $\varkappa(\theta)$ ale bobinei considerate.

Se constată că valorile parametrilor tranzitorii ai acestei bobine diferă sensibil de valorile lor finale pînă la valori ale variabilei $\theta \approx 5$. Aceasta corespunde unei valori a timpului $t \approx 200\ \mu S$.



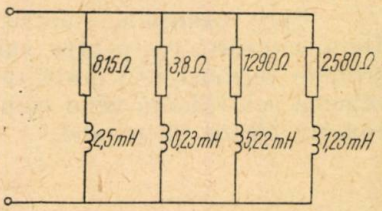




Fig. 8. — Schema echivalentă a bobinei considerate.

Fig. 7. — Parametrii tranzitorii ai unei bobine avînd caracteristicile: $N = 200$, $b = 1{,}5$ cm, $h = 10$ cm, $r_0 = 2{,}58\ \Omega$, avînd un miez din aluminiu cu $a = 1$ cm, $d = 1$ mm.

Din calcule se constată că pentru valori $\theta > 0{,}1$ e suficient să se rețină primele două exponențiale din expresiile funcțiilor $\rho$, $\lambda$, $\gamma$ și $\varkappa$. Pentru valori $\theta > 0{,}6$ este suficient să se rețină o singură exponențială în expresiile funcțiilor $\rho$ și $\lambda$.

Schema echivalentă corespunzătoare expresiilor parametrilor tranzitorii determinate mai sus este reprezentată în figura 8.

În acord cu cele de mai sus, această schemă poate reprezenta elementul de circuit considerat începînd de la valori ale variabilei $\theta$ pentru care contribuțiile exponențialelor nereținute în expresiile parametrilor tranzitorii devin neglijabile.

În acord cu cele arătate mai sus, pentru valori $\theta > 0{,}1$ ($t > 4{,}3\ \mu S$) este suficient ca din această schemă să se rețină primele două ramuri.

Se poate determina cu aproximație valoarea timpului raportat $\theta$, începînd de la care schema echivalentă cu patru ramuri reprezentată în figura 8 descrie procesul tranzitoriu cu o precizie dorită. Raportînd primul termen neglijat (cel de rang 5) la cel precedent (de exemplu, în expresia lui $\lambda$) și impunînd acestui raport o anumită valoare $\varepsilon$, se poate

determina valoarea $\theta^*$ începînd de la care eroarea relativă comisă prin neglijarea celei de-a cincea exponențiale este mai mică decît $\varepsilon$.

$$\frac{\lambda_5 e^{-\xi_5^2 \theta^*}}{\lambda_4 e^{-\xi_4^2 \theta^*}} \approx e^{-(\xi_5^2 - \xi_4^2)\theta^*} = e^{-69{,}26\,\theta^*} < \varepsilon.$$

Spre exemplu, pentru $\varepsilon = 0{,}1$ rezultă $\theta^* \approx 0{,}001$ ($t \approx 43$ ns). De aici rezultă că, pentru valori ale timpului de ordinul nanosecundelor, trebuie reținuți mai mulți termeni în expresiile parametrilor tranzitorii, schema echivalentă fiind compusă, în mod corespunzător, din mai multe ramuri legate în paralel.

## *ANEXA I*

### DETERMINAREA CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

Ecuațiile care servesc la determinarea cîmpului electromagnetic sînt (2.1),..., (2.4), la care se adaugă valorile componentei tangențiale a intensității cîmpului electric pe cele două fețe ale tubului de rază $a$, obținute aplicînd legea inducției electromagnetice pe două conture circulare perpendiculare pe axa bobinei cu raza $a$, situate în interiorul, respectiv în exteriorul miezului

$$E_2(p) \cdot 2\pi a = - p\,\mu_0\,\pi a^2 H_2(p),$$

$$E_1(p)\,2\pi a = - p\,\mu_0\,\pi a^2 H_2(p) - p\,2\,\pi a B_s(p).$$

## *ANEXA II*

### DETERMINAREA ORIGINALULUI FUNCȚIEI $F(p)$ DIN RELAȚIA (3.5)

Originalul funcției $F(p)$ poate fi determinat utilizînd teorema de dezvoltare a lui Heaviside. Într-adevăr, observînd că funcția $F(p)$ este reprezentată prin raportul a două funcții intregi de $p$, utilizarea acestei formule este posibilă.

Rădăcinile numitorului sînt date de ecuația transcendentă

$$1 - k\xi \operatorname{tg} \frac{\xi}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\xi}{2} = 0,$$

care, după transformări trigonometrice elementare, devine

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{1}{\frac{k}{2}\xi} \quad \text{sau} \quad \operatorname{ctg} \xi = \frac{k}{2}\,\xi,$$

care poate fi rezolvată grafic.

Aplicînd prima teoremă a lui Heaviside (deoarece funcţia $F(p)$ nu are pol în origine), se obţine

$$f(t) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{p_n} \frac{\operatorname{tg}\frac{\xi_n}{2}\left[\frac{k\xi_n}{2}+\frac{2}{k\xi_n}\right]}{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}p}\left[1-k\xi\operatorname{tg}\frac{\xi}{2}-\operatorname{tg}^2\frac{\xi}{2}\right]\Big|_{\xi_n}} \mathrm{e}^{-p_n t} =$$

$$= -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\xi_n} \frac{\sin\xi_n\left[\frac{k\xi_n}{2}+\frac{2}{k\xi_n}\right]}{\frac{k}{2}\sin\xi_n+\frac{k\xi_n}{2}+\operatorname{tg}\frac{\xi_n}{2}} \mathrm{e}^{-\xi_n^2\theta}.$$

Utilizînd formulele

$$\operatorname{tg}\frac{\xi_n}{2} = -\frac{k\xi_n}{2} - (-1)^n\sqrt{\left(\frac{k\xi_n}{2}\right)^2+1},$$

$$\sin\xi_n = \frac{-(-1)^n}{\sqrt{\left(\frac{k\xi_n}{2}\right)^2+1}},$$

deduse din relaţii trigonometrice, se obţine expresia (3.7).

Pentru valori mici ale timpului raportat $\theta$ se pot obţine expresii asimptotice utilizînd dezvoltarea

$$\operatorname{th}\varphi = 1 + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\,\mathrm{e}^{-2n\varphi}.$$

Notînd $x = \sqrt{p\tau} = j\xi$, folosind relaţia de mai sus şi reţinînd numai primii termeni ai dezvoltării în serie, rezultă expresia asimptotică pentru argumente mari a funcţiei $F(p)$,

$$F(p) \sim -\frac{1}{p} + \frac{4}{k}\frac{\mathrm{e}^{-\sqrt{p\tau}}}{p\sqrt{p\tau}} + \frac{8}{k^2\tau}\frac{\mathrm{e}^{-\sqrt{p\tau}}}{p^2} \ldots.$$

Originalul acestei funcţii reprezintă expresia asimptotică în origine a funcţiei $f(\theta)$

$$f(\theta) \sim -1 + \frac{8}{k}\sqrt{\frac{\theta}{\pi}}\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{4\theta}} - \frac{4}{k}\operatorname{erfc}\frac{1}{2\sqrt{\theta}} \ldots, \qquad \theta \ll 1,$$

care poate fi pusă sub o formă mai convenabilă, utilizînd dezvoltarea asimptotică a funcţiei erorilor [7], obţinîndu-se rezultatul

$$f(\theta) \sim -1 + \frac{16}{k}\,\theta\sqrt{\frac{\theta}{\pi}}\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{4\theta}} \ldots, \qquad \theta \ll 1.$$

*ANEXA III*

DETERMINAREA REZISTENȚEI ȘI INDUCTIVITĂȚII TRANZITORII

Transformata Laplace a inductivității tranzitorii este

$$L(p)=\frac{L_0}{p}+\frac{2\mu_0\pi a^2N^2}{h}\frac{1}{p}\frac{\operatorname{tg}\frac{\xi}{2}\left[\frac{k\xi}{2}+\frac{2}{k\xi}\right]}{1-k\xi\operatorname{tg}\frac{\xi}{2}-\operatorname{tg}^2\frac{\xi}{2}}-$$

$$-\frac{2\mu_0\pi adN^2}{h}\frac{1}{p}\frac{1+\operatorname{tg}^2\frac{\xi}{2}}{1-k\xi\operatorname{tg}\frac{\xi}{2}-\operatorname{tg}^2\frac{\xi}{2}}.$$

Pentru inversarea celui de-al doilea termen din relația de mai sus se folosește cea de-a doua teoremă de dezvoltare a lui Heaviside, deoarece imaginea are un pol în origine. Cel de-al treilea termen poate fi exprimat prin funcția $F(p)$ din relația (3.5) sub forma

$$-\frac{2\mu_0\pi adN^2}{h}\left[\frac{1}{p}+F(p)\right].$$

Procedînd în modul descris în Anexa I, se obține rezultatul din relația (5.2).

Rezistența tranzitorie poate fi determinată cu ajutorul relației de legătură (1.8), care se poate scrie sub forma adimensională

$$\rho(\theta)=1+\frac{\tau_\infty}{\tau}\frac{\mathrm{d}\lambda(\theta)}{\mathrm{d}\theta}.$$

*ANEXA IV*

DETERMINAREA CONDUCTANȚEI ȘI CAPACITĂȚII TRANZITORII

Ecuația integrală (1.10) a conductanței tranzitorii poate fi scrisă sub forma adimensională

$$\frac{\tau_e}{\tau}\gamma(\theta)+\int_0^\theta\rho(\theta-x)\gamma(x)\,\mathrm{d}x=\theta.$$

Căutînd pentru $\gamma(\theta)$ o soluție de forma (5.10), introducînd-o în ecuația de mai sus și punînd condiția ca expresia obținută să fie o identitate pentru orice valori ale timpului, se obțin ecuațiile (5.13), (5.14) și (5.15).

Coeficienții din expresia capacității tranzitorii pot fi determinați din relația de legătură (1.9), care poate fi scrisă sub forma adimensională

$$\gamma(\theta) = 1 + \frac{\tau_\infty}{\tau} \frac{d\varkappa(\theta)}{d\theta}.$$

*ANEXA V*

EXPRESII ASIMPTOTICE ALE PARAMETRILOR TRANZITORII PENTRU TIMPI MICI

Comportarea asimptotică la timpi mici a parametrilor tranzitorii este dictată de comportarea asimptotică la infinit a imaginilor lor. Dezvoltînd asimptotic impedanța operațională pentru valori mari ale lui $p$, utilizînd dezvoltarea tangentei hiperbolice în serie de exponențiale (vezi Anexa II), se obține

$$Z(p) \sim r_0 \left[ \frac{\tau_e}{\tau} p\tau + \frac{\tau_e}{\tau} \sqrt{p\tau} + 1 - \frac{4}{k} \frac{\tau_e}{\tau} + \frac{8}{k^2} \frac{\tau_e}{\tau} \frac{1}{\sqrt{p\tau}} - \frac{16}{k^3} \frac{\tau_e}{\tau} \frac{1}{p\tau} \dots \right],$$

din care rezultă comportarea asimptotică a lui $R(p)$ și $L(p)$.

Utilizînd relațiile de inversiune

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{p^n \sqrt{p}}\right] = \frac{4^n n!}{(2n)! \sqrt{\pi}} t^{n-\frac{1}{2}},$$

se obțin expresiile (5.21) și (5.22).

Comportarea asimptotică a admitanței operaționale se obține dezvoltînd expresia $Y_{(p)} = \frac{1}{Z(p)}$ în serie de puteri negative ale lui $p$. Se obține

$$Y(p) \sim g_0 \frac{\tau}{\tau_e} \frac{1}{p\tau} \left\{ 1 - \frac{\tau_e}{\tau_e} \frac{1}{\sqrt{p\tau}} - \left[ \frac{\tau}{\tau_e} - \frac{2}{k} \frac{\tau_e}{\tau_e} \left( 3 - \frac{\tau_0}{\tau_e} \right) \right] \frac{1}{p\tau} + \dots \right\},$$

din care se obțin expresiile (5.23) și (5.24).

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleț, Al. Timotin, A. Țugulea, *Introducerea parametrilor tranzitorii în studiul circuitelor electrice lineare avînd elemente nefiliforme și pierderi suplimentare*, St. cerc. energ. electr. t., **16**, *4*, 857–929 (1966).
2. C. Flueraşu, *The operational surface conductivity and permeability in the study of quasistationnary state of thin wall conductors*. În curs de apariție. Rev. roum. Sci. Techn,

3. А. В. Лыков, *Теория теплопроводности*, Москва—Гос. изд. техн—теор. литературы—1962.
4. C. V. Bălă, A. Ţugulea, *Efectul pelicular tranzitoriu şi parametrii tranzitorii ai barelor conductoare masive de secţiune dreptunghiulară aşezate în crestăturile maşinilor electrice*, St. cerc. energ. electr., **17**, *3*, 621—647 (1967).
5. H. Preperski, *Elektromagnetisches Umformen*—EuM, 82, Jg, Heft 7, p 342—349 (1965).
6. H. Dietz, H. I. Lippman, H. Schenk, *Theorie des Magneform—Verfahrens: Erreichbarer Druck* ETZ—A—Bd. 88—H9 217—221 (1967).
7. Janke Emde, Lösch, *Tafeln höherer Funktionen*, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, 1960.

# CÎMPUL ELECTROMAGNETIC ŞI PIERDERILE SUPLIMENTARE ÎN TRANSFORMATOARELE ELECTRICE CU CUVĂ ECRANATĂ

DE

A. ŢUGULEA, A. MORARU şi C. V. BĂLĂ

631.313.1.001 : 538.53

Se studiază efectul ecranelor electromagnetice (conductoare) folosite în transformatoare pentru reducerea pierderilor suplimentare în cuvă.
Se stabileşte o soluţie analitică a problemei plane de cîmp electromagnetic într-o secţiune schematizată prin transformator, indicîndu-se şi o metodă de echivalare a ecranelor de grosime finită prin ecrane cu conductibilitate superficială.
Se analizează condiţiile de modelizare analogică prin reţele electrice, se descriu modelul realizat şi problemele studiate: influenţa formei şi a dimensiunilor ecranului asupra cîmpului de dispersie din cuvă şi influenţa neuniformităţii înfăşurărilor asupra curenţilor din ecran.

## 1. INTRODUCERE

Cîmpul magnetic de dispersie al înfăşurărilor transformatoarelor de puteri foarte mari produce pierderi suplimentare însemnate în cuvă datorită fenomenului de histerezis şi curenţilor turbionari induşi în peretele cuvei. Pentru reducerea acestor pierderi s-au aplicat următoarele metode: ecranarea electromagnetică a cuvei, şuntarea magnetică sau construirea cuvei din materiale de permeabilitate magnetică mică şi rezistivitate electrică mare.

Ecranarea electromagnetică a cuvei consistă în aplicarea unui ecran închis în interiorul cuvei; ecranul se execută din cupru sau aluminiu, are o grosime de 6—8 mm şi este fixat pe suprafaţa interioară a cuvei. Fluxul magnetic de dispersie al transformatorului care se închide prin cuvă este atenuat de curenţii induşi în ecranul conductor. Solenaţia curenţilor turbionari induşi este practic independentă de gro-

St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 819—837, 1968

simea ecranului, la valori uzuale ale grosimii acestuia. Reacția curenților turbionari modifică și liniile cîmpului magnetic de dispersie în zona înfășurărilor, reducîndu-se astfel în anumite condiții și pierderile suplimentare datorită refulării curentului în conductoarele înfășurării în direcție axială.

O metodă analitică de calcul a pierderilor suplimentare în ecran și a distribuției curenților induși este prezentată în lucrarea [1] pentru cazul particular al transformatoarelor care au înălțimea înfășurărilor egale, solenațiile înfășurărilor repartizate uniform, înălțimile cuvei egală cu dublul înălțimii înfășurării, înălțimea ecranului egală cu înălțimea cuvei; neglijîndu-se curbura cuvei și a înfășurărilor, se rezolvă problema plană, peretele cuvei și miezul feromagnetic fiind presupuse de permeabilitate infinită.

În lucrările [2] și [3] se prezintă rezultatele obținute prin încercarea experimentală a două autotransformatoare de 220 MVA și 333 MVA; se pune în evidență rolul ecranului electromagnetic în reducerea pierderilor suplimentare provocate de componenta radială a cîmpului magnetic de dispersie în înfășurări, în ecran și în cuvă. În lucrările [3] și [4] se prezintă o metodă analitică de predeterminare a distribuției curenților în ecranul electromagnetic. Curba cîmpului magnetic de dispersie în absența ecranului se aproximează printr-o curbă triunghiulară și se presupune că este produsă de o solenație distribuită uniform și așezată într-o crestătură a cărei pereți sînt formați din miez și cuvă.

O analiză a problemei reducerii pierderilor suplimentare în cuva transformatorului prin utilizarea ecranelor electromagnetice sau a ecranelor magnetice (șunturi magnetice) este prezentată în lucrările [5] și [6]. Circuitul magnetic al cîmpului de dispersie este studiat cu ajutorul unui circuit electric. Parametrii cuvei sînt calculați în funcție de pierderile determinate prin metoda Rosenberg.

Șuntarea magnetică a cuvei consistă în conducerea cîmpului magnetic de scăpări prin alte căi, evitîndu-se închiderea acestuia prin cuva transformatorului. Șunturile magnetice sînt construite din pachete de tole din oțel slab aliat cu siliciu și așezate în paralel cu peretele cuvei; soluția a fost aplicată în construcția transformatoarelor de 240 MVA [7]. Șunturile magnetice se pot așeza și între capetele înfășurărilor și jugurile miezului feromagnetic [8].

Prin utilizarea în construcția cuvelor și a pieselor de consolidare a miezului și înfășurărilor transformatoarelor a unor aliaje speciale cu un conținut ridicat de nichel [9] se reduc pierderile în cuvă și piesele masive, dar pot apărea pierderi suplimentare în piesele masive ale construcțiilor din vecinătatea transformatorului.

Dintre toate metodele aplicate pînă în prezent în vederea reducerilor pierderilor suplimentare la transformatoarele de puteri foarte mari, ecranarea electromagnetică s-a dovedit corespunzătoare. În lucrarea de față se prezintă mai întîi o metodă analitică de determinare a cîmpului magnetic de dispersie și a pierderilor în ecran mai generală decît cea prezentată în [1] care se poate aplica la transformatoarele de putere reale; metoda nu implică introducerea ipotezei suplimentare cuprinsă în lucrările [3] și [4] cu privire la forma curbei cîmpului magnetic în absența ecranului.

În continuare se examinează problema cu ajutorul modelelor analogice; aplicarea acestora se exemplifică în cazul unui transformator de mare putere echipat cu ecrane electromagnetice. Pe această cale se pot rezolva probleme de determinare a cîmpului magnetic de dispersie și a distribuției densității de curent în ecran pentru diferite construcții geometrice ale înfășurărilor și ecranului, ale căror soluții analitice nu au fost încă stabilite.

## 2. REZOLVAREA ANALITICĂ A PROBLEMEI CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC LA TRANSFORMATORUL CU ECRAN LATERAL

Modelul teoretic pentru studiul cîmpului electromagnetic din spațiul cuprins între coloanele transformatorului și cuvă consistă dintr-un domeniu dreptunghiular mărginit de pereți, de permeabilitate infinită și avînd suprapus, pe peretele opus coloanei care poartă înfășurările o placă conductoare de grosime $d$ reprezentînd ecranul și așezată pe toată înălțimea $h$ a domeniului (fig. 1)

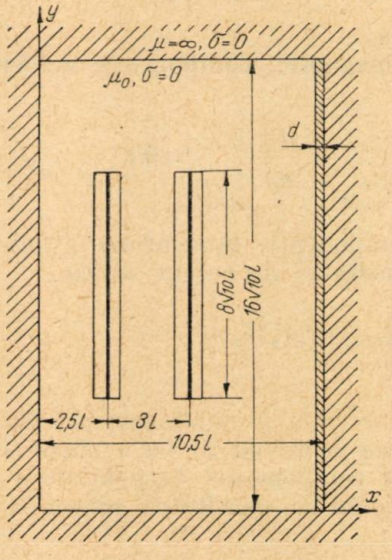



Fig. 1. — Secțiune prin transformator și axele de coordonate.

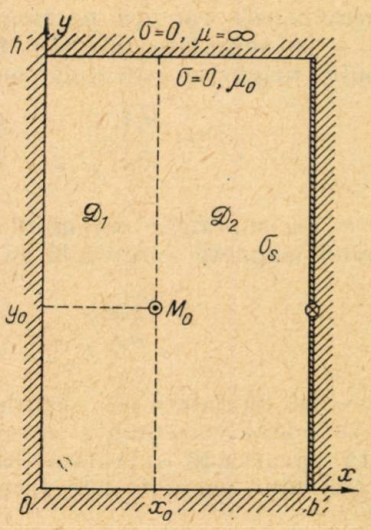



Fig. 2. — Model pentru calculul cîmpului produs de un conductor filiform.

La rezolvarea problemei se admit următoarele ipoteze simplificatoare:

— se neglijează curenții de deplasare și se consideră regimul cuasistaționar;

— se neglijează influența curenților turbionari induși în pereții feromagnetici (coloane, capace și cuvă) și se ține seama numai de curenții turbionari induși în ecran;

— se neglijează curbura transformatorului considerîndu-se cîmpul plan-paralel;

— ecranul se consideră infinit subțire, de conductivitate superficială constantă $\sigma_s$ și permeabilitate $\mu$ (conductivitatea superficială urmează a fi determinată după criteriile prezentate în anexa 1);
— se consideră regimul armonic;
— distribuția densității de curent în înfășurări se consideră dată prin funcțiunea $J(x, y)$, independentă de reacția curenților din ecran.

Fie un singur conductor parcurs de curentul $I$ și așezat în punctul $M_0(x_0, y_0)$; curentul $I$ se închide prin ecran. Fie $\underline{A}(x, y, x_0, y_0)$ unica componentă existentă a potențialului vector orientată în direcția axei $Oz$.*) (fig. 2).

Domeniul considerat se subîmparte în subdomeniile $\mathcal{D}_1$ și $\mathcal{D}_2$ prin suprafața plană $x = x_0$; în acest fel se poate considera funcțiunea $\underline{A}$ egală cu reuniunea funcțiilor $\underline{A}_1$ și $\underline{A}_2$, cu expresii diferite în cele două subdomenii $\mathcal{D}_1$ și $\mathcal{D}_2$ care satisfac ecuațiile [10]

$$\Delta \underline{A}_1(M, M_0) = 0, \qquad M \in \mathcal{D}_1, \tag{1}$$

$$\Delta \underline{A}_2(M, M_0) = 0, \qquad M \in \mathcal{D}_2, \tag{2}$$

cu următoarele condiții pe frontiere:

— pe suprafața miezului feromagnetic, componenta tangențială a cîmpului magnetic este nulă, adică

$$-\frac{\partial \underline{A}_1}{\partial x}\bigg|_{\substack{x=0\\y}} = \frac{\partial \underline{A}}{\partial y}\bigg|_{\substack{x\\y=0}} = \frac{\partial \underline{A}}{\partial y}\bigg|_{\substack{x\\y=h}} = 0; \tag{3}$$

— pe suprafața ecranului, componenta tangențială a intensității cîmpului magnetic este egală cu densitatea de curent, adică

$$\frac{\partial \underline{A}_2}{\partial x}\bigg|_{\substack{x=b\\y}} = -\,\mathrm{j}\omega\mu_0\sigma_s\,\underline{A}_2(b, y); \tag{4}$$

— pe suprafața de separație $x = x_0$ a subdomeniilor $\mathcal{D}_1$ și $\mathcal{D}_2$, dacă se asimilează curentul care trece printr-un fir cu o pînză singulară situată pe această suprafață, saltul componentei tangențiale a intensității cîmpului magnetic este proporțional cu densitatea pînzei de curent, adică

$$\left[-\frac{\partial \underline{A}_2}{\partial x} + \frac{\partial \underline{A}_1}{\partial x}\right]_{\substack{x=x_0\\y}} = \mu_0 I\delta(y - y_0), \tag{5}$$

iar componenta normală a inducției magnetice se conservă, adică

$$\underline{A}_1(x_0, y) = \underline{A}_2(x_0, y). \tag{6}$$

Notînd

$$\gamma_k^2 = \mathrm{j}\omega\mu_0\sigma_s\frac{h}{k\pi}, \tag{7}$$

*) Dacă $I$ se consideră egal cu unitatea, atunci $\underline{A}$ reprezintă chiar funcțiunea Green pentru problema considerată.

în care $k$ este egal 1, 2,..., soluțiile ecuațiilor (1) și (2) cu condițiile pe frontiere (3), (4), (5), și (6) sînt:

$$\underline{A}_1(M, M_0) = \frac{2\mu_0 \underline{I}}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\gamma_k^2 \operatorname{sh} k\pi \frac{b - x_0}{h} - \operatorname{ch} k\pi \frac{b - x_0}{h}}{k\left(\operatorname{sh} k\pi \frac{b}{h} - \gamma_k^2 \operatorname{ch} k\pi \frac{b}{h}\right)} \cdot \tag{8}$$

$$\cdot \cos k\pi \frac{y_0}{h} \cdot \operatorname{ch} k\pi \frac{x}{h} \cdot \cos k\pi \frac{y}{h} - \mu_0 \frac{\underline{I}}{h} x_0 + \underline{A}_0;$$

$$\underline{A}_2(M, M_0) = \frac{2\mu_0 \underline{I}}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\gamma_k^2 \operatorname{sh} k\pi \frac{b - x}{h} - \operatorname{ch} k\pi \frac{b - x}{h}}{k\left(\operatorname{sh} k\pi \frac{b}{h} - \gamma_k^2 \operatorname{ch} k\pi \frac{b}{h}\right)} \cdot \tag{9}$$

$$\cdot \cos k\pi \frac{y_0}{h} \operatorname{ch} k\pi \frac{x_0}{h} \cdot \cos k\pi \frac{y}{h} - \mu_0 \frac{\underline{I}}{h} x + \underline{A}_0.$$

Potențialul vector rezultant produs de o distribuție de curent $J(x_0, y_0)$ echivalentă cu solenația înfășurărilor se obține prin superpoziție; rezultă

$$\underline{A}(x, y) = \frac{1}{\underline{I}} \int_0^h \mathrm{d}y_0 \left[ \int_0^x \underline{J}(M_0)\, \underline{A}_2(M, M_0)\, \mathrm{d}x_0 + \right.$$
$$\left. + \int_x^b \underline{J}(M_0)\, \underline{A}_1(M, M_0)\, \mathrm{d}x_0 \right]. \tag{10}$$

Inducția magnetică rezultă din relația

$$\underline{\boldsymbol{B}} = -\boldsymbol{k} \times \operatorname{grad} \underline{A} = \boldsymbol{i} \frac{\partial \underline{A}}{\partial y} - \boldsymbol{j} \frac{\partial \underline{A}}{\partial x} \tag{11}$$

și are componenta normală pe ecran

$$\underline{B}_x = \left. \frac{\partial \underline{A}}{\partial y} \right|_{\substack{x=b \\ y}} = \frac{1}{\underline{I}} \int_0^h \int_0^b \underline{J}(M_0) \left( \frac{\partial \underline{A}_2}{\partial y} \right)_{x=b} \mathrm{d}x_0\, \mathrm{d}y_0. \tag{12}$$

Densitatea pînzei de curent din ecran este

$$\underline{J}_s(y) = -\frac{1}{\mu_0} \left. \frac{\partial \underline{A}}{\partial x} \right|_{\substack{x=b \\ y}} = -\frac{1}{\mu_0 \underline{I}} \int_0^h \int_0^b \underline{J}(M_0) \left( \frac{\partial \underline{A}_2}{\partial x} \right)_{x=b} \mathrm{d}x_0\, \mathrm{d}y_0 \tag{13}$$

Pierderile $P$ în unitatea de lungime a ecranului în direcția axei $Ox$ rezultă din puterea aparentă

$$\underline{S} = -\int_0^h \mathrm{j}\omega\mu\, \underline{A}(b, y)\, \underline{J}_s^*(y)\, \mathrm{d}y = P + \mathrm{j}Q. \tag{14}$$

În cazul particular al unui transformator cu înfăşurările egale, repartizate uniform şi raportate la axele lor (fig. 3), densitatea de curent $\underline{J}(x_0, y_0)$

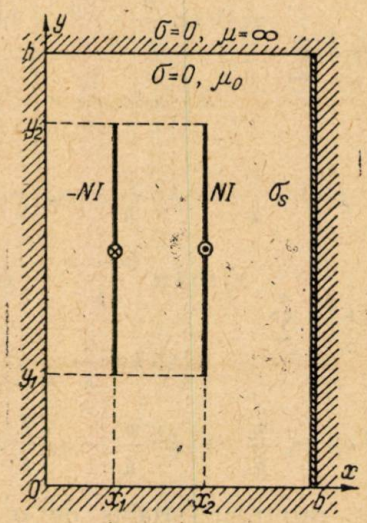



Fig. 3. — Modelul simplificat al unui transformator cu înfăşurări repartizate uniform.

din înfăşurări în raport cu coordonata $x$ fiind descrisă de funcţiunile

$$\frac{\underline{NI}}{y_2 - y_1}\,\delta(x - x_1) \quad \text{şi} \quad -\frac{\underline{NI}}{y_2 - y_1}\,\delta(x - x_2),$$

$NI$ fiind solenaţiile înfăşurărilor egale şi de semne contrarii, rezultă pentru densitatea de curent din ecran relaţia

$$\underline{J}_s(y) = -\frac{8\underline{NI}}{\pi}\cdot$$

$$\cdot\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\operatorname{sh} k\pi\dfrac{x_2 - x_1}{2h}\operatorname{sh} k\pi\dfrac{x_2 + x_1}{2h}\cdot\cos k\pi\dfrac{y_2+y_1}{2h}\sin k\pi\dfrac{y_2-y_1}{2h}}{k\operatorname{ch} k\pi\dfrac{b}{h}\left(1 - \dfrac{1}{\gamma_k^2}\operatorname{th} k\pi\dfrac{b}{h}\right)(y_2 - y_1)}\cdot\cos k\pi\frac{y}{h}\cdot \tag{15}$$

Fie de exemplu

$$y_2 - y_1 = \frac{h}{2},\ y_2 + y_1 = h\ ,\ x_2 - x_1 = \frac{3h}{16\sqrt{10}},\quad x_2 + x_1 = \frac{8h}{16\sqrt{10}},$$

din relaţia (15) rezultă

$$j_s(\eta) = \frac{\underline{J}_s(y)}{\underline{J}_{s0}} = -\frac{4}{\pi}\sum_{m=0}^{\infty} F_{2m+1}\cos 2\pi(2m+1)\,\eta \tag{16}$$

în care

$$2(2m+1)=k \quad \text{şi} \quad \eta=\frac{y}{h}\ ,\ \alpha=\frac{\pi}{16\sqrt{10}}$$

$\underline{J}_{s0}=\dfrac{2N\underline{I}}{h}$ reprezentînd pînza de curent a fiecărei înfăşurări, iar

$$\underline{F}_{2m+1}=(-1)^m\frac{\operatorname{sh}3(2m+1)\alpha\cdot\operatorname{ch}8(2m+1)\alpha}{(2m+1)\operatorname{ch}21(2m+1)\alpha}\cdot\frac{\gamma^2_{2(2m+1)}}{\gamma^2_{2(2m+1)}-\operatorname{th}21(2m+1)\alpha}\cdot \quad (16')$$

Din relaţia (16) rezultă că densitatea de curent în ecran este nulă pentru $\eta=\dfrac{1}{4}$ şi $\dfrac{3}{4}$ şi ia valori absolute maxime în jurul punctelor $\eta=\dfrac{1}{8}$, $\dfrac{3}{8}$, $\dfrac{5}{8}$ şi $\dfrac{7}{8}$.

În cazul particular al unui ecran presupus perfect conductor ($k\gamma_k^2\to\infty$) din (15) şi (16') se obţine

$$\underline{J}_s(y)=-\frac{8N\underline{I}}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\operatorname{sh}k\pi\dfrac{x_2-x_1}{2h}\cdot\operatorname{sh}k\pi\dfrac{x_2+x_1}{2h}\cdot\cos k\pi\dfrac{y_2+y_1}{2h}\sin k\pi\dfrac{y_2-y_1}{2h}}{k\operatorname{ch}k\pi\dfrac{b}{h}\cdot(y_2-y_1)}\cdot$$

$$\cdot\cos k\pi\frac{y}{h} \quad (15')$$

şi

$$F_{2m+1}=(-1)^m\frac{\operatorname{sh}3(2m+1)\alpha\cdot\operatorname{ch}8(2m+1)\alpha}{(2m+1)\operatorname{ch}21(2m+1)\alpha}\cdot \quad (16'')$$

Această aproximaţie este acceptabilă dacă ecranul nu e prea subţire. Astfel pentru un ecran de cupru cu grosimea de 5 mm şi înălţime de 2 m obţinem

$$k\gamma_k^2\simeq 70,$$

astfel încît în primii termeni ai seriei (16) coeficienţii $F_{2m+1}$ se pot calcula cu o bună aproximaţie utilizînd relaţia (16''). La ordine mai mari ale armonicelor pot apărea diferenţe, dar ponderea acestora este rapid descrescătoare după cum rezultă din (16').

În condiţiile în care aproximaţia ecranului perfect conductor nu mai e posibilă, utilizarea relaţiilor (15) respectiv (16) şi (16') este necesară şi necesită un volum mare de calcule. Relaţiile nu mai sînt aplicabile dacă înălţimea ecranului nu este egală cu înălţimea ferestrei; în acest caz o soluţie analitică este foarte greu de obţinut şi este indicat să se recurgă la o metodă de modelizare asupra căreia ne oprim în cele ce urmează.

### 3. MODELIZAREA ANALOGICĂ PRIN REȚELE ELECTRICE

Metoda modelizării analogice prin rețele electrice e caracterizată printr-o elasticitate remarcabilă și o generalitate suficientă [10]—[15]. Pentru stabilirea relațiilor de echivalență, model-original, este necesară discretizarea în spațiu a ecuațiilor care descriu fenomenele de cîmp. La studiul efectului ecranelor este indicată modelarea analogică prin rețele electrice.

Toate mărimile de cîmp se pot exprima în funcție de potențialul vector $A$ de divergență nulă. Considerînd cîmpul plan paralel, potențialul vector $A$, cîmpul electric $E$ și densitatea curentului de conducție $J$ au componente paralele cu o singură direcție $Oz$ iar cîmpul magnetic $B$ are componente numai în planul perpendicular pe acea direcție. În regim cuasistaționar ecuația diferențială a potențialului vector în sistemul cartezian de coordonate este

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = -\mu J. \tag{17}$$

În ecran distribuția de curent nu este independentă de potențialul vector (nefiind impusă) și satisface condiția

$$J = -\sigma \frac{\partial A}{\partial t}. \tag{18}$$

Drept mărime de corespondență din sistemul fizic (original) și tensiunea electrică din rețeaua echivalentă (modelul analogic) se poate alege fie cîmpul electric $E$ fie potențialul vector $A$, între acestea existînd relația generală

$$E = -\frac{\partial A}{\partial t}. \tag{19}$$

În continuare se alege arbitrar potențialul vector $A$ ca mărime de corespondență.

Discretizînd ecuația în spațiu pentru o rețea carteziană oarecare ($x = x_1, x_2, \ldots x_k, \ldots$), ($y = y_1, y_2, \ldots y_k, \ldots$) cu $A$, $J$, și $\sigma$ funcții continue de punct și neglijînd contribuția derivatelor superioare se obține relația

$$\frac{A_{k-1,l} - A_{k,l}}{\frac{x_k - x_{k-1}}{y_{l+1} - y_{l-1}}} + \frac{A_{k+1,l} - A_{k,l}}{\frac{x_{k+1} - x_k}{y_{l+1} - y_{l-1}}} + \frac{A_{k,l-1} - A_{k,l}}{\frac{y_l - y_{l-1}}{x_{k+1} - x_{k-1}}} + \frac{A_{k,l+1} - A_{k,l}}{\frac{y_{l+1} - y_l}{x_{k+1} - x_{k-1}}} = \begin{cases} -\frac{\mu}{4}(x_{k+1} - x_{k-1})(y_{l+1} - y_{l-1}) \cdot J_{kl} \\ +\frac{\mu}{4}(x_{k+1} - x_{k-1})(y_{l+1} - y_{l-1})\,\sigma \frac{\partial A_{kl}}{\partial t_{orig}} \end{cases} \tag{20}$$

Ea este analogă cu ecuația corespunzătoare unui nod dintr-o rețea echivalentă cu rezistențele $X_{k,l}$ pe laturile orizontale și rezistențele $Y_{k,l}$ pe laturile verticale, cu capacitățile $C_{k,l}$ față de masă, cu potențialele $V_{k,l}$ în noduri și curenții $I_{k,l}$ injectați în noduri (fig. 4),

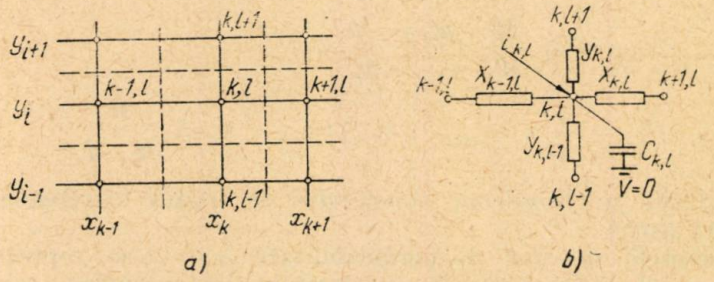



Fig. 4. — Rețea plană de discretizare (a) și rețea electrică echivalentă (b).

stabilită prin aplicarea legii lui Ohm și a primei teoreme a lui Kirchhoff corespunzătoare nodului $k$

$$\frac{V_{k-1,l}-V_{k,l}}{X_{k-1,l}}+\frac{V_{k+1,l}-V_{k,l}}{X_{k,l}}+\frac{V_{k,l-1}-V_{k,l}}{Y_{k,l-1}}+$$

$$+\frac{V_{k,l+1}-V_{k,l}}{Y_{k,l}}=\begin{cases}-i_{k,l} & \text{pentru înfășurări}\\ C_{k,l}\dfrac{\partial V_{k,l}}{\partial t_{mod}} & \text{pentru ecran.}\end{cases} \tag{21}$$

Analogia care stă la baza modelizării presupune corespondența următoarelor mărimi :
potențialul vector : $A_{k,l} \rightleftarrows$ potențialul electric scalar $V_{k,l}$ ;
densitatea de curent discretizată $I_{k,l} \rightleftarrows$ curentul $i_{k,l}$,
unde s-a notat cu $I_{k,l}$ curentul exterior din sferturile de ochi ale rețelei adiacente nodului $k, l$ *)

$$I_{kl}=\frac{1}{4}(x_{k+1}-x_{k-1})(y_{l+1}-y_{l-1})J_{k,l}. \tag{22}$$

Adoptînd valori arbitrare pentru scările de modelizare

— a potențialului vector $M_A=\dfrac{A_{kl}}{V_{k,l}}$, (23)

— a curenților exteriori $M_I=\dfrac{I_{k,l}}{i_{k,l}}$, (24)

— a timpului $M_t=\dfrac{t_{orig}}{t_{mod}}$, (25)

*) Relațiile sînt valabile pentru $J$ = const. și $\sigma$ = const. în cele patru sferturi de ochi ale rețelei ; altfel trebuie înlocuite printr-o integrală de suprafață a lui $J$ sau $\sigma$ [15].

se stabilesc următoarele relații pentru valorile rezistențelor și capacităților :

$$X_{k,l} = 2\mu \frac{M_i}{M_A} \frac{x_{k+1} - x_k}{y_{l+1} - y_{l-1}}; \tag{26}$$

$$Y_{k,l} = 2\mu \frac{M_i}{M_A} \frac{y_{l+1} - y_l}{x_{k+1} - x_{k-1}}; \tag{27}$$

$$C_{k,l} = \frac{1}{4} \sigma \cdot (x_{k+1} - x_{k-1})(y_{l+1} - y_{l-1}) \frac{M_A}{M_i \cdot M_t}. \tag{28}$$

*Condițiile pe frontierele domeniului* se traduc în rețeaua electrică echivalentă astfel :

— peretele de fier de permeabilitate $\mu = \infty$ se reprezintă prin dublarea rezistențelor paralele cu peretele, înjumătățirea capacităților și a surselor de curent din nodurile secționate dacă peretele coincide cu rețeaua (în miezul feromagnetic nu se mai continuă rețeaua), sau prin secționarea (întreruperea) rezistențelor dacă peretele trece la jumătatea distanței dintre liniile rețelei. În [13] se recomandă al doilea procedeu ca fiind mai economic la precizie dată ;

— axa de simetrie se reprezintă la fel ca peretele de fier ;

— ecranul se modelizează prin condensatoare sau prin amplificatoare operaționale. Pentru ecranul situat pe coloana $k$ (paralel cu axa ordonatelor) se obține relația

$$T_{k,l} \cdot \frac{\mathrm{d}V_{k,l}}{\mathrm{d}t_{mod}} + V_{kl} = V_{k-1,l}, \tag{29}$$

unde

$$T_{k,l} = \mu \frac{\sigma d}{M} (x_k - x_{k-1}). \tag{30}$$

Potențialul $V_{k,l}$ care satisface relația de mai sus se poate elabora în funcție de $V_{k-1,l}$, cu ajutorul amplificatoarelor operaționale [16], conectate după schema din figura 6 *b*.

La un ecran cu conductivitate superficială $\sigma_s$ se impune condiția pe frontieră

$$H_y(b, y) = J_{s\,ecran} \tag{31}$$

care servește și la determinarea pînzei de curent în ecran, $H_y(b, y)$ fiind cunoscut.

*Alte mărimi de cîmp* se determină din următoarele relații :

— componenta $H_x$ a cîmpului magnetic în mijlocul laturii $k$, $l$ — $(l + 1)$

$$H_x = M_A \frac{V_{k,l+1} - V_{k,l}}{\mu (y_{l+1} - y_l)} = 2M_i \frac{V_{k,l+1} - V_{k,l}}{Y_{k,l}(x_{k+1} - x_{k-1})}; \tag{32}$$

— componenta $H_y$ a cîmpului magnetic în mijlocul laturii $k-(k+1)$, $l$

$$H_y = -M_A \frac{V_{k+1,l} - V_{k,l}}{\mu (x_{k+1} - x_k)} = -2M_i \frac{V_{k+1,l} - V_{k,l}}{X_{k,l}(y_{l+1} - y_{l-1})}; \tag{33}$$

— fluxul pe unitate de lungime, care străbate suprafața cuprinsă de nodurile $k_1$, $l_1$ și $k_2$, $l_2$,

$$\Phi_{1,2} = (V_{k_1,l_1} - V_{k_2,l_2})\, M_A ; \tag{34}$$

— intensitatea cîmpului electric solenoidal în nodul $k$, $l$

$$E = -\frac{M_A}{M_t}\frac{\mathrm{d}V_{k,l}}{\mathrm{d}t_{mod}} ; \tag{35}$$

— curentul în porțiunea de ecran cuprinsă în sferturile de ochi adiacente nodului $k$, $l$

$$I_{k,l} = -M_t\, C_{k,l}\frac{\mathrm{d}V_{k,l}}{\mathrm{d}t_{mod}} . \tag{36}$$

La discretizarea cu pași constanți $\Delta x$ și $\Delta y$ se obține o rețea echivalentă cu două valori de rezistențe

$$X = \mu\frac{M_t}{M_A}\frac{\Delta x}{\Delta y} \quad , \quad Y = \mu\frac{M_t}{M_A}\frac{\Delta y}{\Delta x} \tag{37}$$

și cu raportul lor

$$\frac{X}{Y} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 \quad \text{sau} \quad \frac{\Delta x}{\Delta y} = \sqrt{\frac{X}{Y}} . \tag{38}$$

Această rețea „anizotropă" este indicată îndeosebi pentru modelizarea domeniilor dreptunghiulare cu raport mare între laturi, pentru a păstra aceeași eroare de discretizare după ambele direcții.

## 4. MODELUL DE REȚEA REALIZAT ȘI PROBLEMELE STUDIATE

Pentru a fi adaptat parametrilor de ieșire ai unui calculator analogic de mare precizie și a obține o suficientă simplitate, modelul s-a construit sub forma unei rețele de rezistențe de precizie ($\pm$ 0,2%), de valori diferite după cele două axe, dar egale în lungul unei axe date

$$X_{k,l} = X = 10\,\mathrm{k\Omega} \text{ și } Y_{k,l} = Y = 100\,\mathrm{k\Omega}.$$

Domeniul modelizat este reprezentat în figura 5. Rețeaua de rezistențe cuprinde 12 rînduri și 10 coloane cu posibilitatea de dublare a rezistențelor marginale în vederea realizării condițiilor pe frontiere.

Rețeaua spațială corespondentă are

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \sqrt{10} \; ; \; M_A = \frac{\pi}{2}\sqrt{10}\cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{V\cdot m}} \; ; \; M_t = 1{,}25\cdot 10^7\ \mathrm{A/A}.$$

Scara timpului a fost variată în limite largi $M_t = 2\cdot 10^{-2} \ldots 2\cdot 10^{-4}$ s/s pentru a modifica astfel grosimea ecranului modelizat. Ecranul de bază considerat este din aluminiu ($\sigma = 28\cdot 10^6\ \Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1}$; $\mu = \mu_0$) de $d = 6$ mm grosime. Pentru frecvența de bază $f = 1$ Hz ($M_t = 2\cdot 10^{-2}$) și un pas de divizare pe o ordonată de $h = 250$ mm, la modelizarea ecranului sînt necesare condensatoare de 83,5 $\mu F$, sau scheme cu amplificatoare operaționale cu constante de timp de $T = 0{,}835$ s. S-a ales ultima posibili-

tate. Pentru studiul ecranului supraconductor ($\sigma = \infty$), condițiile de limită în rețeaua echivalentă se realizează prin scurtcircuit ($C = \infty$).

Pentru generarea tensiunii sinusoidale de frecvență joasă (impusă de banda de lucru a calculatorului analogic utilizat) necesară alimentării modelului s-a folosit un oscilator obișnuit cu două etaje și cu stabili-

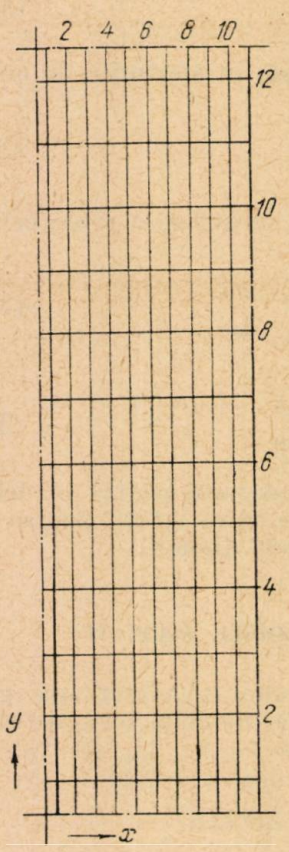



Fig. 5. — Dimensiunile maxime ale spațiului modelat.

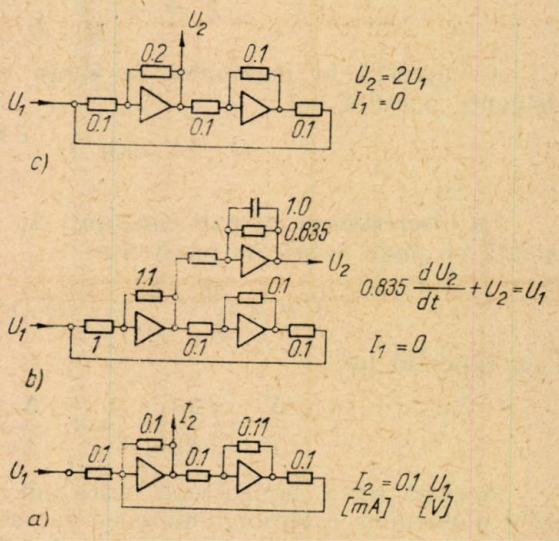



Fig. 6. — Circuite auxiliare folosite la modelul de rețea : a) sursă de curent ; b) condiție la limită ; c) măsurare fără consum.

zare de amplitudine, cunoscut în literatură [16]. Cu ajutorul unor circuite cu amplificatoare operaționale acordate cu reacție pozitivă unitară (fig. 6) s-au realizat surse de curent comandate după tensiune (fig. 6*a*), blocuri pentru punerea condițiilor la limită cu măsurare practic fără consum a tensiunii de pas (fig. 6*b*) și blocuri de măsurare practic fără consum (fig. 6*c*), care în montaj diferențial permit măsurarea tensiunilor față de masă sau a diferențelor de tensiuni între diferitele puncte ale rețelei. Stabilitatea nulului în schema diferențială a fost mai bună cu 5 mV, la un nivel al tensiunilor față de masă de 40 V.

Sursele de curent modelizează solenațiile înfășurărilor sau conductoarelor situate în mediul studiat. În cazul modelului realizat curentul acestor surse a fost de ordinul 2,5...5 mA după sistemul modelizat; în majoritatea măsurătorilor efectuate pentru înfășurările repartizate

uniform și așezate simetric curentul surselor modelizate a avut valoarea de 3 mA.

Pe modelul de rețea prezentat mai sus, combinat cu calculatorul analogic pentru asigurarea surselor de curent alternativ de joasă frecvență, a condițiilor pe frontiera domeniului format de ecranul electromagnetic și a posibilității de măsurare pe modelul de rețea prin metoda compensării automate (fără o încărcare a modelului) s-au măsurat următoarele :

— componenta radială a cîmpului magnetic pe suprafața ecranului și a cuvei ;

— componenta axială a cîmpului magnetic pe suprafața ecranului, respectiv densitatea de curent la suprafața ecranului ;

— fluxul magnetic de scăpări al înfășurărilor.

Studiul s-a efectuat pentru diferite grosimi ale ecranului electromagnetic, pentru diferite forme geometrice și dimensiuni ale ecranului ; s-au efectuat cercetări și asupra transformatoarelor cu înfășurări dispuse parțial neuniform.

### Influența dimensiunilor și formei geometrice a ecranului electromagnetic asupra cîmpului de scăpări din cuvă

S-a studiat transformatorul considerat cu înfășurările repartizate uniform, avînd caracteristicile constructive prezentate mai sus ; grosimea ecranului de aluminiu a fost variată în limite largi, prin schimbarea frec-

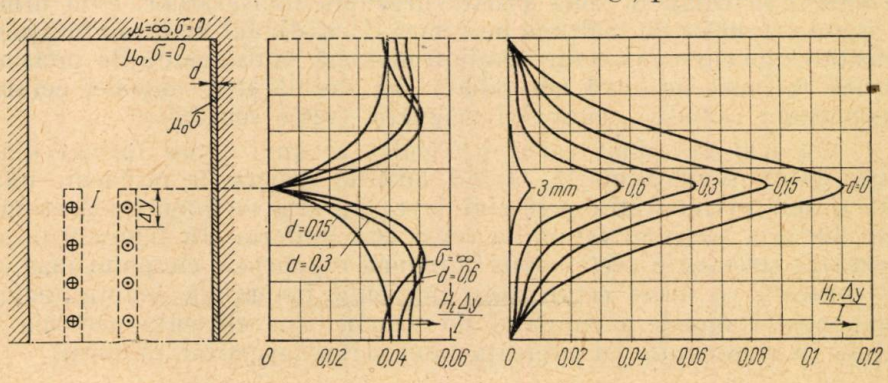



Fig. 7. — Componentele cîmpului pe suprafața ecranului sau a cuvei la înfășurări repartizate uniform, pentru diferite grosimi $d$ ale ecranului.

venței tensiunii de alimentare, între aceste mărimi existînd relația

$$d = \frac{T \cdot M_t}{\Delta x \sigma_s \mu_0} \cdot \tag{39}$$

În figura 7 s-au reprezentat grafic funcțiunile caracteristice $\frac{H_r \Delta y}{I}$ și $\frac{H_t \Delta y}{I}$, definite ca rapoartele dintre componentele radială $H_r$, respectiv tangențială $H_t$ ale cîmpului magnetic și păturile de curent în direcție radială $I/\Delta x$, respectiv axială $I/\Delta y$.

Funcțiunea $\frac{H_t \Delta y}{I}$ reprezintă și raportul dintre densitatea de linie a curentului electric $J_s$ în ecran și pătura de curent în direcție axială. Se constată din aceste figuri că la variații mari ale grosimii ecranului (de la 1 mm la $\infty$) solenația curenților induși în ecran egală cu

$$\theta_e = \int_0^{h/4} J_e \, dy \tag{40}$$

variază relativ puțin.

La transformatorul cu înălțimea cuvei respectiv a ecranului egală cu dublul înălțimii înfășurării, curbele densităților de curent în ecran, sînt simetrice în raport cu planul care delimitează frontal înfășurările.

Datorită reacției curenților turbionari, scade inductivitatea de dispersie a înfășurărilor cu aproximativ 2—3%.

S-au mai studiat și cazurile în care înălțimea ecranului de grosime $d$ este mai mică decît înălțimea cuvei; curbele corespunzătoare sînt reprezentate în figura 8.

Odată cu scăderea înălțimii ecranului se constată o scădere a solenației curenților turbionari induși în ecran și o creștere a componentei radiale a cîmpului magnetic de dispersie în zona cuvei situată deasupra ecranului. Pierderile în ecran cresc sensibil, deoarece crește densitatea de curent în ecran în zona situată deasupra înfășurărilor. Prin urmare, în cazul ecranelor de înălțime mai mică decît dublul înălțimii înfășurării, densitatea de curent în ecran poate fi maximă la extremitățile înfășurărilor iar în zona de cuvă neecranată din vecinătatea muchiei ecranului componenta radială a cîmpului magnetic crește sensibil.

S-a mai examinat cazul particular al unui ecran format dintr-o spiră dublă scurtcircuitată, avînd laturile dispuse la mijlocul, înfășurării și spre extremitățile peretelui cuvei, iar aria secțiunii egală cu jumătate din aria secțiunii ecranului repartizat uniform. În figura 9 este reprezentat schematic acest ecran împreună cu curbele cîmpului magnetic. Se constată că acest ecran are o influență favorabilă asupra reducerii componentei radiale a cîmpului de scăpări, dar eficiența acestuia este redusă în comparație cu eficiența unui ecran repartizat uniform.

### Influența neuniformității înfășurărilor asupra curenților din ecran

S-a considerat cazul aceluiași transformator, avînd înfășurarea dispusă lîngă miez, neschimbată, iar înfășurarea exterioară de înălțime redusă cu 25% față de cazul precedent. În figura 10 sînt reprezentate înfășurările și componentele raportate ale cîmpului magnetic la transformatorul cu ecran de grosime constantă care acoperă în mod uniform cuva; pentru comparație s-au reprezentat și componentele radiale ale cîmpului în absența ecranului. Așezarea neuniformă a înfășurărilor provoacă o creștere a inductivității de dispersie cu aproximativ 13%, iar ecranul o reducere cu aproximativ 5%.

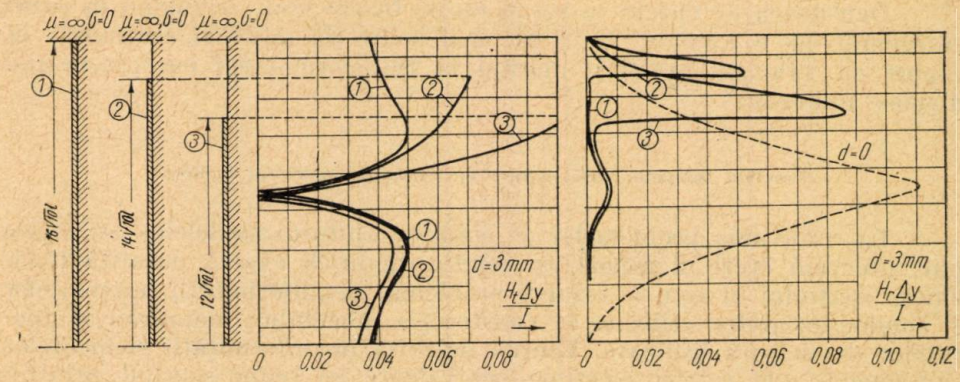



Fig. 8. — Componentele cîmpului pe suprafaţa ecranului sau a cuvei la înfăşurări repartizate uniform pentru diferite înălţimi ale ecranului.

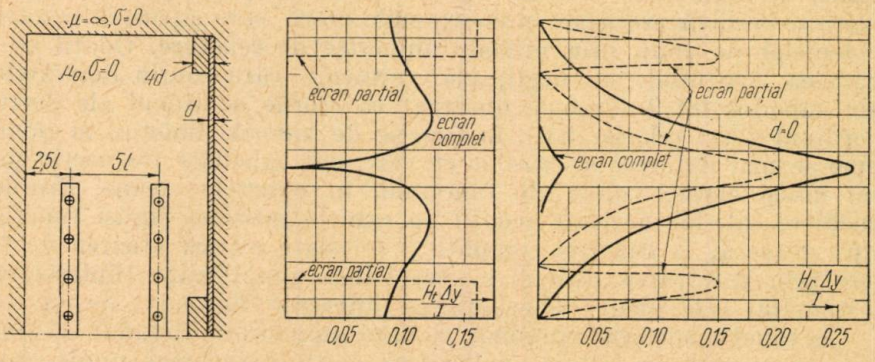



Fig. 9. — Componentele cîmpului pe suprafaţa ecranului sau a cuvei la înfăşurări repartizate uniform pentru ecran parţial şi ecran complet.

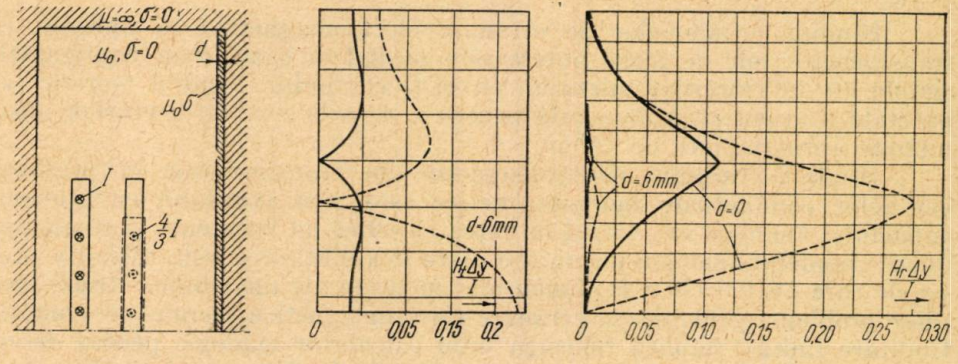



Fig. 10. — Influenţa neuniformităţii dispunerii înfăşurărilor asupra componentelor cîmpului pe suprafaţa ecranului sau a cuvei : înfăşurări repartizate uniform ▬ ; neuniform --- .

Densitatea de curent în ecran crește foarte mult, ajungînd în cazul considerat la o valoare de 4 ori mai mare (la mijlocul ecranului) în raport cu valoarea aceleiași mărimi la transformatorul cu înfășurările dispuse uniform.

### Precizia soluțiilor determinate cu ajutorul modelului analogic

La rezolvarea problemelor de cîmp cu ajutorul modelelor analogice pot interveni erori în raport cu soluția analitică exactă datorită trunchierii spațiului în care se rezolvă problema, neuniformității rezistențelor și condensatoarelor utilizate în construcția modelului, metodelor și aparatelor de măsură utilizate. Erorile datorită neuniformității elementelor componente ale rețelei electrice echivalente se reduc sensibil printr-o mixare prealabilă a elementelor înaintea de construcția rețelei.

Structura modelului este determinată de eroarea de trunchiere; în funcție de valoarea maxim admisibilă a acestei erori, se determină numărul de ochiuri al rețelei electrice, care formează modelul analogic. Eroarea de trunchiere provine din discretizarea spațiului real, continuu, în care se rezolvă problema și corespunde erorii care apare la rezolvarea problemelor de cîmp prin metode numerice de relaxare. Odată cu discretizarea spațiului se neglijează termenii care conțin derivatele de ordin superior lui 2. Trebuie observat că erorile de calcul ale derivatei de ordinul 2 (v. relația (23)), în funcție de valorile funcției în punctele vecine se mai datoresc și erorilor cu care sînt calculate (respectiv măsurate) însăși aceste valori ale funcțiunii în punctele vecine. Erorile de trunchiere satisfac aceleași ecuații pe care le satisface însăși funcția de cîmp; deaceea, în cazurile complicate se poate estima eroarea de trunchiere prin rezolvarea exactă a problemei simplificate (liniarizată) și a sistemului echivalent de ecuații cu diferențe finite (v. de ex. [11]).

În cazul modelului examinat pe baza unui studiu detaliat al erorilor și prin comparație cu soluția analitică exactă în cazuri mai simple, eroarea totală a fost sub 6—10%.

## 5. CONCLUZII

Studiul problemelor de ecranare electromagnetică cu aplicații la transformatoarele de mare putere este posibil în cazul unor configurații simple ale înfășurărilor miezului, cuvei și ecranului. Studiul teoretic reprezintă o importanță deosebită pentru a servi la evaluarea erorilor altor metode aproximative de calcul.

Studiul cîmpului electromagnetic din transformator în prezența ecranelor conductoare neferomagnetice este ușor abordabil cu ajutorul modelului analogic sub formă de rețea electrică cu rezistențe și condensatoare; modelul analogic prezintă o mare flexibilitate și redă calitativ procesele care au loc chiar la dimensiuni modeste ale modelului. Rezolvarea unor probleme generale de ecranare electromagnetică (ecran de conductibilitate finită), implică folosirea unui calculator analogic pentru deservirea modelului (surse de curent, condiții la limită, instalații de măsurare).

Ecranele electromagnetice au o eficiență maximă numai dacă acoperă întreaga suprafață interioară a cuvei transformatorului.

Distribuția densității de linie a curentului în ecran este relativ puțin influențată de grosimea acestuia (la dimensiuni uzuale, de ordinul milimetrilor).

Dintre erorile metodei de modelare prin rețele electrice a problemelor de cîmp electromagnetic, cea mai importantă o constituie eroarea de trunchiere, a cărei evaluare se poate efectua comparativ în cazuri mai simple pentru care se cunosc soluțiile analtice.

## *ANEXA I*

### ALEGEREA CONDUCTIVITĂȚII SUPERFICIALE

Aproximația ecranului infinit subțire intervine în condiția la limită (4) unde se presupune o anumită conductivitate superficială $\sigma_s$. Dacă ecranul este subțire și în raport cu adîncimea de pătrundere $d \ll \delta$ atunci pe grosimea ecranului curentul este practic uniform distribuit și se poate lua $\sigma_s = \sigma d$. Din contră, dacă ecranul e foarte gros față de adîncimea de pătrundere, $d \gg \delta$ atunci în conformitatea cu metoda efectului pelicular pronunțat se poate considera $\sigma_s = \sigma\delta(1 - \mathrm{j})/2$. Pentru situații intermediare problema e puțin mai dificilă, deoarece curentul e neuniform distribuit pe grosimea ecranului.

Pentru a obține o aproximație mai bună se va calcula o conductivitate superficială echivalentă (care poate fi eventual și complexă), în ipoteza că distribuția de curent în ecran după direcția normală la suprafața ecranului depinde numai de valoarea componentei tangențiale a intensității cîmpului magnetic.

În aceste condiții se presupune o porțiune din ecran. Ecuația cîmpului scrisă în raport cu un sistem de axe de coordonate rectangular este

$$\frac{\mathrm{d}^2 \underline{H}_y}{\mathrm{d}x^2} - \gamma^2 \underline{H}_y = 0, \qquad \text{cu } \gamma^2 = \mathrm{j}\omega\mu\sigma. \tag{A.1}$$

Cu condițiile $\underline{H}_y(0) = \underline{H}_0$; $\underline{H}_y(d) = 0$ se obține soluția

$$\underline{H}_y(x) = \underline{H}_0 \frac{\operatorname{sh}\gamma(d - x)}{\operatorname{sh}\gamma d}, \tag{A.2}$$

iar intensitatea cîmpului electric $\underline{E}$ este

$$\underline{E} = \frac{1}{\sigma}\frac{\mathrm{d}\underline{H}_y}{\mathrm{d}x} = -\frac{\gamma}{\sigma}\underline{H}_0 \frac{\operatorname{ch}\gamma(d - x)}{\operatorname{sh}\gamma d}, \tag{A.3}$$

$$E(0) = -\frac{\gamma}{\sigma} H_0 \operatorname{cth}\gamma d. \tag{A.4}$$

Observînd că $\underline{H}_0 = -\underline{J}_s$ deoarece $\underline{H}_y(d) = 0$, din (A4) se obține

$$J_s = \frac{\sigma}{\gamma}\underline{E}(0)\,\mathrm{th}\,\gamma d = \sigma_s\,\underline{E}(0). \tag{A.5}$$

Comparînd cu (4) rezultă

$$\sigma_s = \frac{\sigma d}{\gamma d}\,\mathrm{th}\,\gamma d = \sigma_{sr} + \mathrm{j}\,\sigma_{si}. \tag{A.6}$$

Această expresie a conductivității trebuie inclusă în expresiile parametrilor complecși $\gamma_k$ (5), obținîndu-se

$$\gamma_k^2 = \frac{1}{k\pi}\gamma h\,\mathrm{th}\,\gamma d. \tag{A.7}$$

Se observă că pentru $|\gamma d| \ll 1$, $\sigma_s = \sigma d$, iar pentru $|\gamma_d| \gg 1$ se obține

$$\sigma_s = \frac{\sigma\delta}{1+\mathrm{j}} = \frac{\sigma\delta}{2}(1-\mathrm{j}). \tag{A.8}$$

Se observă că în cazul efectului pelicular pronunțat $\sigma_s$ e complex, factorul de proporționalitate dintre $\sigma_s$ și $\sigma\delta$ fiind $\frac{1-\mathrm{j}}{2}$.

Pentru ecranele uzuale (de grosimi 5—10 mm din Al) la 50 Hz ($\delta \cong 12$ mm) se pot păstra și numai primii doi termeni din dezvoltarea în serie a termenului $\mathrm{th}\,\gamma d$; din (A.6) rezultă în acest caz

$$\sigma_s = \sigma d\left[1 - \mathrm{j}\,\frac{2}{3}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2\right], \tag{A.9}$$

aproximație mulțumitoare chiar și pentru ecrane cu grosimi apropiate de 10 mm.

În general, dacă se notează cu

$$\sigma_{s0} = \sigma \cdot d \tag{A.10}$$

rezultă funcția adimensională

$$\frac{\sigma_{s0}}{\sigma_s} = \gamma d\,\mathrm{cth}\,\gamma d = \xi\left[\frac{\mathrm{sh}\,2\xi + \sin 2\xi}{\mathrm{ch}\,2\xi - \cos 2\xi} + \mathrm{j}\,\frac{\mathrm{sh}\,2\xi - \sin 2\xi}{\mathrm{ch}\,2\xi - \cos 2\xi}\right] =$$

$$= \varphi(\xi) + \mathrm{j}\,\frac{2}{3}\,\xi^2\,\varphi'(\xi),$$

cu

$$\xi = \frac{d}{\delta} = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} \cdot d. \tag{A.11}$$

Funcțiile $\varphi(\xi)$ și $\varphi'(\xi)$ sînt reprezentate grafic în [17], și permit determinarea funcțiunilor $\sigma_{sr}$ și $\sigma_{si}$, care reprezintă partea reală și imaginară a conductivității echivalente superficiale.

## BIBLIOGRAFIE


1. N. Mullineaux, J. R. Reed, *Eddy – current shielding of transformer tanks*, Proc. Inst. El. Eng. 113, 5, 815–818 (1966).
2. R. Elsner, *Physikalische und technische Probleme beim – Bau von Höchstespanngstransformatoren*, E.u.M. **83**, *4*, 235–243 (1966).
3. W. Dietrich, H. Klotz, 1000 *MVA Drehstrombänke mit* 380 *kV Einpahsen – Spartransformatoren*, Siemens Zeitschrift **41**, *1*, 23–31 (1967).
4. W. Dietrich, *Schirwirkung und Verluste elektrisch gut leitender Abschirnungen von Transformatorkesseln*, E.T.Z. – **88**, *22*, 545,...550 (1967).
5. J. Stepina, *Reduction of additional iron losses screening*, Elektrotechn. Obzor 50, 254 (1961).
6. — *Screening of transformer tanks by aluminium for cutting down the additional losses*, Elektrotechn. Obzor 51, 330 (1962).
7. * * * *Crompton Parkinson Transformers. Large* Power Transformers, Specification A 406 7 th edition (1966).
8. V. S. Anșin, L. M. Bespalaia, V. V. Karasev, A. G. Kraiz, L. V. Letes, E. A. Mankin, *Snijenie dobavocinih poteri v moșnih transformatorah*, Elektrotehnika Moskva, *38*, 10–13 (1967).
9. H. Kerr, S. Palmer, *Develpments in the design of large power transformers*, Proc. Inst. El. Eng. *111*, *4*, 823–832 (1964).
10. R. Rădulеț, A. Țugulea, A. Timotin, *Shielding of parallel conductors by electromagnetic shield in the form of a rectangular prism sheath*, Rev. Roum. Sci. Tehn., série Electr. Energ. **12**, *3*, 437–453 (1967).
11. C. V. Bălă, S. St. Ghețaru, *Cîmpul magnetic alternativ-tangențial în mediul feromagnetic*, St. cerc. energ. electr. **15**, *2*, 267–292 (1965).
12. S. I. Lurie, *Matematiceskoe modelirovanie magnitnih polei rasseianaia transformatorov i reaktorov na elektroprovodiașcei bumaghe*, Elektricesvo *10*, 80–86 (1965).
13. K. Oberretl, *Die Ermitllung von magnetische Feldern, Wirbelströmen und Kräften in komplizierten Fallen durch Simulation an Gittermodellen*, Archiv für Elektrotechnik 48, 297–313 (1963).
14. P. Silvester, *Network Analog solution of skin and Proximity Effect Problmes*, IEEE Trans. P.A. **86**, *2*, 241–247 (1967).
15. A. Moraru, *Finite difference equations of the magnetic field in nonlinear media*, Rev. Roum. Sci. Tehn. Electr. Energ., *1*, 37–49 (1968).
16. M. S. Korn, *Electronic analog and hybrid computers*, Mc Graw-Hill Co., New York 1964.
17. R. Richter, *Elektrischen Maschinen Erster Band – zweite verbesserte Auflage*, Verlag Birkhäuser Basel 1951.

# INDICI PENTRU CARACTERIZAREA REGIMURILOR SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

DE

PAUL DIMO

621.316.11.001

În lucrare se arată posibilități noi de studii pe bază de indici caracteristici. Indicii recomandați $\left(\frac{dQ}{dU}, \Delta P/M\right)$ etc. pot fi deduși ușor pe imaginile „analizei nodale" (al doilea concept figurativ al analizei nodale).

## 1. NECESITATEA UNOR STUDII GENERALE PENTRU DEPISTAREA CAZURILOR PERICULOASE CARACTERISTICE

Investițiile enorme pe care le reclamă un sistem electroenergetic, pe de o parte, și importanța capitală pe care o are felul cum funcționează rețelele electrice asupra întregii economii a unui teritoriu, pe de altă parte, fac necesară o bună cunoaștere a posibilităților de funcționare a acestor instalații. Încercînd o clarificare a necesităților de analiză, putem enumera următoarele elemente care trebuie analizate :

— *posibilitățile maxime*, sau capacitatea instalației într-o serie mare de împrejurări : puterile maxime care pot fi transportate, tensiunile critice în toată gama de regimuri normale și de avarie posibile în diverse zile și la diverse ore ;

— *condițiile calitative* în care se desfășoară procesul producerii și transportării energiei electrice. Aceste condiții se referă la posibilitățile de menținere a tensiunii și a frecvenței constante ; necesitățile reglajului, felul și locul unde trebuie introdus apar cu claritate numai după o examinare a acestor condiții calitative, care, la rîndul lor, trebuie cunoscute într-o serie de regimuri normale și de avarie în diverse zile și la diverse ore ;

— *condițiile economice* de funcționare a întregului sistem electroenergetic, ținînd seama de costul energiei electrice în diversele centrale,

de costul pierderilor etc., pentru stabilirea regimurilor optime de repartiție a puterilor cerute de consumator între centralele sistemului etc.

★

Considerațiile de mai jos pun în evidență numărul mare de studii și calcule care ar fi teoretic necesare pentru o alegere a soluțiilor de echipare și de funcționare a unui sistem complex modern.

În ce privește configurația sistemului electroenergetic și determinarea posibilităților de funcționare, sînt, evident de studiat în primul rînd un număr de regimuri normale în diverse sezoane, ore ale zilei etc. Aceasta însă nu e tot. Regimurile de avarie pot hotărî de multe ori, prin necesitatea continuării alimentării consumatorilor, anumite instalații (linii, conexiuni), care apar adesea neeconomice pentru regimurile normale. Se cere deci o cunoaștere a posibilităților de funcționare în multiple alternative ale diverselor regimuri normale posibile și a posibilităților de avarie în aceste regimuri. Regimurile de avarie sînt interesante în special din punctul de vedere al posibilităților maxime ale diverselor părți ale sistemului, condițiile de reglaj fiind mai puțin importante în aceste regimuri, în care se poate admite și o „calitate" mai proastă a energiei electrice furnizate.

★

Calculatorul numeric a adus azi o evoluție hotărîtoare prin posibilitățile sale nelimitate de calcul. În plus, studiul se mai întreprinde azi și pe microrețele cu un număr mare de generatori.

Cu toate aceste noi tehnici de calcul, se poate spune că în acest domeniu există încă o lipsă mare, pe care nu au eliminat-o decît parțial numeroasele mijloace noi apărute în ultimii ani.

În general, aceste mijloace noi și, putem spune, spectaculoase dau rezultatele unei anumite situații, oferind posibilitatea evaluării unor mărimi finale determinate, dar nu ușurează judecarea împrejurărilor și a condițiilor fizice în care se desfășoară procesul respectiv. În ce privește raționamentul propriu-zis al proceselor fizice, se utilizează încă modelul simplu al celor două mașini sincrone, care servește în mod general la definirea noțiunilor în problemele noi complicate de reglaj, stabilitate statică și stabilitate dinamică în manualele de specialitate.

Această lipsă devine gravă în sistemele moderne, extinse, interconectate și buclate, din cauza numărului practic infinit de „cazuri" care ar putea fi studiate. Din cauzele arătate mai sus ar fi necesar studiul unui număr practic nelimitat de regimuri, iar pentru fiecare dintre aceste regimuri, un număr de foarte multe variante de avarii etc. *În general, alegerea cazurilor (în orice caz foarte numeroase) se face încă conform experienței și intuiției cercetătorului, a cărui experiență este hotărîtoare* (1). Vom arăta în cele ce urmează că „analiza nodală" pe echivalenți REI, asociată calculatorului numeric, poate constitui cu succes o cale directă și simplă de judecare a stărilor sistemului în vederea selecției cazurilor caracteristice, în special a celor periculoase.

## 2. POSIBILITĂȚILE „IMAGINII NODALE"

Studiul nodurilor unui sistem electroenergetic prin reprezentarea grafică arătată în lucrări autorizate (3) permite tocmai formarea procesului de înțelegere a situațiilor de către specialist.

Mărimile caracteristice alcătuind adevăraţii „indici caracteristici" şi care se determină cu atîta uşurinţă pe un asemenea grafic (cum ar fi, de exemplu, $dQ/dU$ sau $dp/d\delta$) pot da indicaţii asupra calităţilor unui regim şi a necesităţilor reglajului.

Diagramele în evantai ale regimurilor dinamice pot contribui la lămurirea problemelor esenţiale care determină un proces instabil etc.

Efectele generale pe care le poate avea asupra regimului un anumit reglaj pot fi examinate cu cea mai mare uşurinţă prin variaţia măririi respective în transformarea regimului — după cum am văzut în numeroase aplicaţii [2] şi [3].

Apare deci evident faptul că formarea inginerului specializat în electroenergetică poate fi mult uşurată prin utilizarea generalizată a imaginilor nodale. Analiza sugestivă a fenomenelor, limitată azi la sistemul celor două maşini, poate fi extinsă la cele mai complexe configuraţii şi probleme, natura fenomenelor apărînd cu claritate, dependenţa dintre diversele mărimi şi felul acestei dependenţe putînd fi urmărită vizual.

În cazul sistemelor extinse şi complexe, reducerea pentru un nod la o schemă radială se face uşor pe cale digitală [2]. Cercetătorul e astfel pus întotdeauna în faţa a două concepte figurative simple, furnizate de calculatorul numeric:

— *schema standard REI*, cu o structură topologică simplă (radială), întotdeauna aceeaşi [3];

— *imaginea nodală*, la rîndul ei o diagramă standardizată [2], [3].

Atît în proiectare, cît şi în exploatare [2], constituirea comodă a echivalenţilor şi schemelor REI cu ajutorul calculului digital pot dirija raţionamentul şi conduc la o selecţie sigură a „cazurilor" care caracterizează sistemul. Vom încerca să arătăm mai departe cum poate fi întreprinsă o analiză generală a sistemului cu ajutorul imaginilor nodale şi a schemelor REI respective, pentru selectarea cazurilor periculoase.

## 3. STUDIUL PRELIMINAR AL REGIMURILOR CU PROGRAM DE CALCUL „CURENT CONTINUU". EXTRAGEREA IMAGINILOR NODALE ŞI AI INDICILOR CARACTERIZÎND REGLAJUL TENSIUNII ŞI STABILITĂŢII STATICE

În multe sisteme electroenergetice se calculează pentru o primă orientare o serie numeroasă de alternative de funcţionare (în exploatare) sau de structură (în proiectare), cu un program aproximativ de calcul pe cale digitală, denumit program „curent continuu". Sînt calcule de „selecţie", care au avantajul că pun în evidenţă cu o aproximaţie convenabilă caracteristicile regimurilor respective, în ceea ce priveşte circulaţia puterilor active prin liniile sistemului.

Se introduc în calcul numai reactanţele liniilor şi se consideră numai injecţiile pe puteri active în noduri. Pentru reţelele de înaltă tensiune (peste 110 kV), în care circulaţiile de puteri reactive nu depăşesc limite reduse, asemenea calcule, chiar dacă reţeaua e neomogenă, complexă şi alcătuită din laturi buclate, dau rezultate satisfăcătoare. Calculul curenţilor de scurtcircuit necesar estimaţiilor preliminare pentru dimensiunea întrerupătorilor se poate face pe aceeaşi cale. Dacă curenţii de scurtcircuit sînt calculaţi şi cu componentele lor pe surse cu primă

aproximație cu masa de curent continuu (sau program c.c.), se poate constitui o primă serie de imagini nodale care vor da o primă orientare cercetătorului pentru un anumit regim cunoscut.

Știm că pe asemenea imagini nodale se pot obține [2]:

— indicii caracteristici stabilității statice și reglajului tensiunii în speță indicele $dQ/dU$, care se citește direct pe graficul nodului pentru regimul respectiv;

— indicații calitative pentru fiecare nod reprezentat în legătură cu multiplele posibilități de evoluție a regimului pornind de la regimul reprezentat.

★

Odată această primă cercetare făcută pentru un anumit regim cunoscut, se pot selecționa cîteva noduri importante ale sistemului care vor face obiectul unui studiu mai detaliat.

## 4. EXAMINAREA DESCENTRALIZATĂ ȘI INDEPENDENTĂ A BARELOR CENTRALELOR PENTRU CARACTERIZAREA SISTEMULUI

*Pentru nodurile centralelor importante*, o asemenea reprezentare e indicat a se efectua în două moduri:

— considerînd reactanța sincronă a generatoarelor și deci în ipoteza condițiilor „naturale" de stabilitate;

— considerînd reactanța tranzitorie (sau altă reactanță) și deci aproximînd un reglaj rapid al tensiunii.

În ambele cazuri, schema REI a nodurilor barelor generatoare apare o schemă practic de reactanțe, cel puțin pentru ramurile generatorilor legați direct la nod, chiar dacă reducerea schemei se face exact, cu considerarea sarcinilor și a rezistenței circuitului, cu calculatorul numeric [2]. Pe o asemenea schemă standard se pot face o serie de aprecieri, și anume:

### 4.1. Din punctul de vedere al stabilității statice $\left(\text{indicele } \frac{dQ}{dU}\right)$

Să presupunem că imaginile au fost deduse atît cu ajutorul reactanței sincrone a generatorilor, cît și cu ajutorul reactanței tranzitorii (fig. 2 și 1).

Cercetînd fazorii rezultați în diversele noduri, vom putea stabili o ierarhie a lor în legătură cu stabilitatea statică prin simpla examinare a poziției unghiulare a rezultantei fazorilor și a valorii acestei rezultante (vezi fig. 1 și 3), stabilind nodurile care apar defavorabile stabilității statice. Am văzut [3] că rotirea fazorilor pe grafic în sensul invers acelor unui ceasornic e o deplasare defavorabilă stabilității. Simpla observație asupra înclinării fazorului rezultant va arăta capacitatea absolută a nodului de supraîncărcare.

În plus, pentru aceleaşi noduri, o nouă reprezentare, în care în reducerea reţelei s-au introdus reactanţele tranzitorii sau alte reactanţe aproximînd reglajul tensiunii, va arăta în ce măsură acest reglaj poate îmbunătăţi situaţia, după cum se vede pe figura 2.

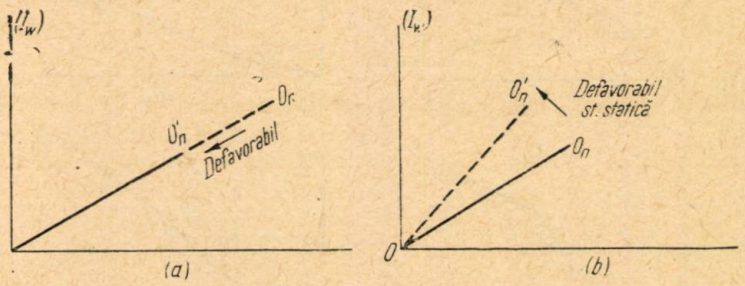



Fig. 1. — Aspectele sugestive ale imaginii nodale în legătură cu stabilitatea statică şi reglajul. Aspecte generale deduse din examinarea lanţurilor de fazori $OOn$ : *a* — micşorarea fazorului rezultant indică micşorarea valorii absolute a indicelui $dQ/dU$, valoarea relativă rămînînd aceeaşi ; *b* — rotirea fazorului rezultant $OOn$ către axa ordonatelor indică deplasarea către o stare defavorabilă stabilităţii (indicele $dQ/dU$ descreşte în valoare absolută şi în valoare relativă).

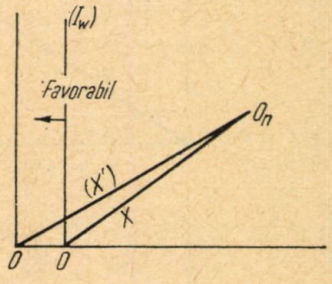



Fig. 2. — Diferenţa dintre fazorii rezultaţi cu introducerea reactanţei tranzitorii ($X'd$) faţă de cei rezultaţi cu introducerea reactanţei sincrone $Xd$ va arăta posibilităţile de îmbunătăţire a stabilităţii datorită reglajului rapid al tensiunii. Poziţia $O'On$ e mai favorabilă decît poziţia $On$, după cum se poate observa din cercetarea imaginii *b* (vezi fig. 1).

### 4.2. Din punctul de vedere al stabilităţii dinamice (indicele dinamic $\frac{\Delta p}{M}$)

Aceleaşi grafice obţinute pe cale digitală pot de asemenea fi folosite pentru o ierarhizare a nodurilor din punctul de vedere al stabilităţii dinamice.

Se va considera ca defect tip scurtcircuitul trifazat simetric în nodul reprezentat şi se va lua drept criteriu lovitura primită de generatoarele sistemului în primul interval de calcul.

Şi aici o primă ierarhizare se poate efectua prin ordonarea nodurilor după valoarea puterilor de scurtcircuit. În cazul stabilităţii dinamice, nodurile cu curenţi mari de scurtcircuit trebuie reţinute întotdeauna în cercetările preliminare, deoarece loviturile primite în caz de scurtcircuit trifazat simetric cresc în general cu valoarea curentului de scurtcircuit.

La fel ca la stabilitatea statică, sînt în primul rînd interesante valorile în care fazorii au unghiuri mai mici cu axa ordonatelor, indicînd o poziţie defavorabilă stabilităţii statice, care, bineînţeles, este sigur defavorabilă

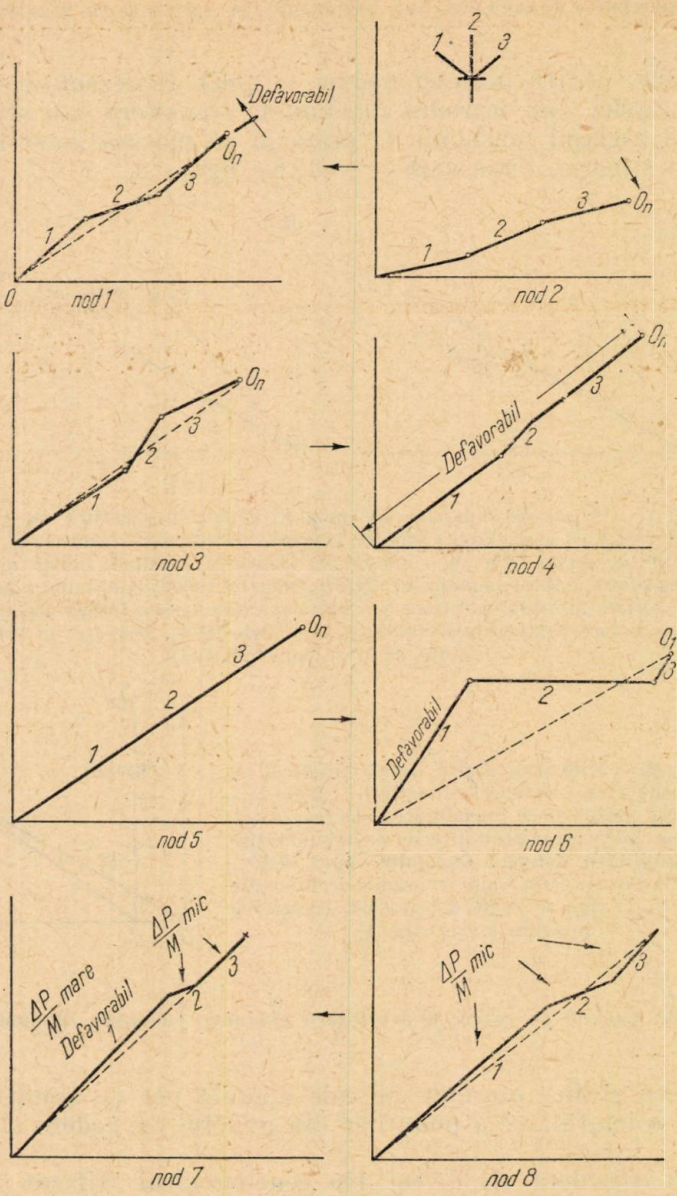



Fig. 3. — Depistarea cazurilor periculoase. Selecția nodurilor : — între nodurile *1* și *2* se reține nodul *1*, care apare mai defavorabil ca nodul *2* din cauza înclinării generale a rezultantei fazorilor. Între nodurile *3* și *4*, un scurtcircuit în nodul *4* dă o lovitură mai puternică și mai periculoasă decît un scurtcircuit în nodul *3*. Acest lucru rezultă din faptul că fazorii componenți în nodul *4* sînt mai mari și rezultanta generală a fazorilor este mai mare. Se reține deci nodul *4* ;

— între nodurile *5* și *6* e mai defavorabil nodul *6*, în care fazorii se depărtează mai mult de poziția coliniară. Se reține nodul *6* ;

— între nodurile *7* și *8* e mai defavorabil nodul *7*, în care indicele $\Delta P/M$ pentru unul din fazorii mari are o valoare mare comparată cu cea a celorlalți fazori. Se reține pentru studiu nodul *7*.

și în cazul unei lovituri puternice (scurtcircuit) în nodul respectiv (vezi fig. 3).

Caracteristica esențială însă în cazul stabilității dinamice este aprecierea cu ajutorul imaginii nodale a loviturii primite de generatori și efectul ei în momentul inițial al scurtcircuitului. Acest lucru e posibil prin evaluarea accelerației pe care o capătă fiecare rotor în primul interval de calcul $\left(\frac{\Delta P}{M}\right)$.

Acest calcul se face ușor, utilizînd numai schema REI a nodului în studiu care dă indicații complete. Reamintim că această schemă este extrasă din echivalentul REI al sistemului [2]. În primul interval de calcul (tensiunile generatoarelor sînt considerate constante), circulațiile sînt schimbate exclusiv în schema REI a nodului în studiu; în restul echivalentului de sistem (laturile între centrale) nu apare nici o schimbare.

Pentru acest calcul trebuie cunoscut timpul de lansare al generatorului respectiv (notat $M$ mai sus). Evaluarea loviturii de putere $\Delta p$ din primul interval de calcul se poate citi direct pentru scurtcircuitul trifazat simetric chiar pe imaginea nodală pentru fiecare generator reprezentat [2], [3].

Astfel calculăm pentru generatorii reprezentați de fazorii relativ mari, cum e cazul fazorului nodului 7 din figura 3 (nod 7), accelerația ce urmează loviturii inițiale dată de scurtcircuit și o comparăm cu aceea a restului lanțului de fazori, socotiți un singur generator echivalent. Acest generator echivalent se stabilește simplu pe grafic [3] făcînd rezultanta fazorilor respectivi. Din aceste calcule simple va rezulta dacă loviturile de putere primite în primul moment al scurtcircuitului trifazat poate azvîrli puternic unul sau mai mulți generatori față de poziția relativă a celorlalți generatori.

### 4.3. Indici caracteristici ai stabilității cu caracter general (static și dinamic)

Pentru o orientare a problemelor de stabilitate există unele indicații caracteristice comune atît pentru stabilitatea statică, cît și pentru cea dinamică (vezi fig. 3).

Este evident că un sistem funcționînd la limita stabilității statice nu va putea suporta nici lovituri bruște și puternice corespunzătoare scurtcircuitelor. Deplasările rotorilor defavorabili stabilității statice, arătate în figura 1 *b* (rotirea inversă acelor unui ceasornic), vor fi defavorabile și stabilității dinamice a generatorului respectiv pentru cazul unei schimbări bruște chiar în nodul reprezentat. De aceea *stabilirea indicilor care determină puteri maxime sau tensiuni critice sînt de un prim interes pentru caracterizarea generală a sistemului.*

Ni se pare de prim interes în cercetările preliminare stabilirea indicelui cunoscut [3], care indică o cifră teoretică a rezervei de putere pentru centrala funcționînd cu o putere $P$:

$$Kp = \frac{P_{\max} - P}{P}. \qquad (1)$$

Determinarea indicelui $K_p$ e bine să fie făcută pentru două nivele de tensiuni, şi anume :

— *pentru tensiunea nominală a reţelei* sau cea determinată într-un regim cunoscut pe bara centralei ;

— *pentru tensiunea minimă posibilă* pe barele aceleiaşi centrale, considerînd multiplele posibilităţi de variaţie a sistemului exterior barei cercetate.

Condiţiile de înrăutăţire sînt libere. Este însă de recomandat să se adopte o cale unitară pentru toate centralele sistemului.

Între cele două stări, iniţială şi finală, va trebui făcută o apreciere a efortului cerut sistemului pentru realizarea stării finale la barele centralei. Dacă se apreciază că sistemul nu ar avea rezerva necesară de putere reactivă, de exemplu procesul de înrăutăţire va fi oprit pe drum, în punctul în care se apreciază că s-a epuizat rezervele de putere reactivă ale sistemului, care pot fi evoluate printr-o primă estimaţie aproximativă. Dincolo de acel punct nu mai poate fi deci menţinută tensiunea barei şi am ajuns practic la o stare-limită.

În asemenea cazuri devine interesantă determinarea tensiunii minime (critice) corespunzătoare puterii nominale a generatorilor centralei respective. Trebuie observat că atît indicele $K_r$, cît şi tensiunea critică se pot determina cu criteriul $\frac{dQ}{dU}$ pe imaginea nodală. Procedeul extrem de simplu care rezultă astfel [2], [3] se justifică din ipotezele făcute în legătură cu separarea condiţiilor de înrăutăţire, de caracteristicile statice considerate la aplicarea criteriului $\frac{dQ}{dU}$ pe imaginea nodală. Puterea constantă pe grupuri, considerată caracteristică statică la evaluarea derivatei, se justifică considerînd ca putere constantă cea repartizată de dispecer şi care trebuie menţinută de centrală (corespunzătoare unui consumator ipotetic al centralei). Legea de variaţie a puterii reactive e de asemenea introdusă numai la evaluarea derivatei, asupra căreia are o influenţă relativ mică ; în schimb, curentul de scurtcircuit al sistemului are în general o importanţă hotărîtoare. Evoluţia puterii reactive în timpul degradării regimului e lăsată liberă, aşa cum rezultă din condiţiile fizice ce pot fi presupuse existente în sistem în timpul înrăutăţirii.

Pentru asemenea cercetări este de asemenea posibilă o cale mult mai simplă. Se poate evalua, în diverse noduri ale sistemului, indicele $\frac{dQ}{dU}$, stabilind astfel o primă ierarhie a „rigidităţii" nodurilor în ordinea descrescătoare a acestui indice $\left(\frac{dQ}{dU} = 0 \text{ instabilitate}\right)$.

Să ne oprim puţin asupra semnificaţiei acestui indice.

### 4.4. Indicele $\frac{dQ}{dU}$. Valori absolute şi valori relative şi indicaţiile lor

Am văzut că derivata $\frac{dQ}{dU}$ se citeşte direct pe grafic fără altă construcţie sau cercetare şi de aceea este foarte interesantă pentru aplicaţii

practice, putînd fi evaluată imediat pentru multiplele transformări ale imaginii nodale necesare cercetării.

Pentru a trage toate concluziile posibile din studiul unor asemenea derivate sau rapoarte, este nevoie să fie examinate atît valorile absolute, cît şi valorile relative ale acestor mărimi, şi anume valorile relative ale derivatelor ar putea da indicaţii asupra calităţilor unui nod în raport cu valorile cele mai favorabile care ar rezulta ţinînd seama de structura nodului respectiv. Derivatele trebuie raportate la una dintre mărimile caracteristice ale nodului, care are dimensiuni identice cu derivata în cauză.

Derivata puterii reactive $\frac{dQ}{dU}$, care poate servi la cercetarea stabilităţii, are dimensiunile unui curent electric. Dacă cercetăm valoarea ei maximă (în valoare absolută) în diversele situaţii posibile de încărcare a grupurilor şi a nodului utilizînd formula [2], [3]

$$\frac{dQ}{dU} = \sum_m \frac{I_{cm}}{\cos \delta_m} - 2kU, \tag{2}$$

rezultă că în cazul unor maşini care îşi menţin excitaţia constantă această derivată este maximă atunci cînd toate unghiurile $\delta_m$ sînt nule, sarcina totală fiind în acest caz, la rîndul ei, nulă. Acest lucru rezultă atît din formula de mai sus, cît şi (mai sugestiv şi mai simplu) dintr-o examinare a reprezentării unui nod, unde diferenţa dintre cei doi termeni ai derivatei (negativ şi pozitiv) este maximă atunci cînd fazori care reprezintă maşinile sînt coliniari şi paraleli cu axa absciselor. În acest caz, cel mai favorabil pentru derivata $\frac{dQ}{dU}$ din punctul de vedere al „rigidităţii", nodului, valoarea acestei derivate devine egală cu curentul de scurtcircuit, care rezultă din adunarea aritmetică a tuturor curenţilor de scurtcircuit. Notăm curentul de scurtcircuit cu $I_c$, iar derivata puterii reactive cu $Q'$. Avem deci totdeauna $Q' < I_c$ sau $\frac{Q'}{I_c} < 1$, putem numi acest raport „*valoarea relativă*" a derivatei $\frac{dQ}{dU}$. Această valoare relativă va fi totdeauna mai mică decît 1, ea putînd atinge această valoare atunci cînd nodul este complet descărcat. *Regimul respectiv este cel mai favorabil regim posibil al generatoarelor legate la nod în ce priveşte stabilitatea* şi reglajul tensiunii. Este regimul care asigură rigiditatea maximă a nodului.

Cu cît valoarea relativă a derivatei va fi mai mică decît 1, cu atît sîntem mai departe de acest regim optim pentru a ajunge la limita stabilităţii atunci cînd această valoare este nulă. Valoarea relativă a acestei derivate dă deci indicaţii asupra situaţiei generatoarelor legate la nod din punctul de vedere al posibilităţilor lor de a menţine tensiunea constantă. Această valoare relativă este deci un „indice" interesant pentru poziţia relativă a generatoarelor respective faţă de posibilităţile lor optime şi faţă de limita inferioară. Acest „indice" pe care îl reprezintă derivata puterii reactive raportată la curentul maxim de scurtcircuit cu nodul în gol pare astfel extrem de interesant, mai ales atunci cînd dorim să comparăm diverse regimuri între ele sau să stabilim poziţia unui regim în raport cu limitele posibile ale regimurilor nodului.

În afară de raportul $Q'/I_c$, $Q'/I_c$ se pot stabili valori relative pentru toate rapoartele care au servit la cercetarea stabilității și de care ne-am ocupat în lucrări anterioare [3]. Astfel se pot stabili valorile relative ale rapoartelor $\left(\frac{\Delta P}{\Delta \delta} \text{ sau } \frac{\Delta P}{\Delta U}\right)$ pentru fiecare generator în parte; $\frac{dP}{dU}$ pentru întregul nod, ca și în cazul derivatei $\frac{dQ}{dU}$, discutată mai înainte.

*În momentul de față nu există un punct de vedere stabilit în legătură cu utilizarea unor asemenea indici.* Unul dintre indicii cei mai interesanți în metoda de analiză nodală propusă de noi ne apare valoarea relativă a derivatei puterii reactive pe calea simplificată stabilită [2].

Valoarea relativă a acestei derivate, raportată la curentul de scurtcircuit în gol, așa cum s-a făcut mai sus, dă indicații asupra calităților regimului respectiv fără nici o intervenție a reglajului de tensiuni sau de puteri. Această valoare pare de prim interes pentru orientarea poziției unui regim și este cuprinsă, după cum am văzut, între 0 și 1 pentru regimurile stabile. Ceilalți indici, cum ar fi $\frac{dP}{dU}$ sau $\frac{dP}{d\delta}$, pot fi utilizați în cercetarea în continuare a efectelor reglajelor, dar necesită de multe ori calcule în plus. De aceea, în cazul cînd nu trebuie studiate problemele speciale, apare interesant de stabilit numai acest indice, determinat de valoarea relativă a derivatei puterii reactive, care dă deci indicații asupra :

— *rigidității nodului* în raport cu posibilitățile sale optime;

— *poziției generatoarelor* din punctul de vedere al încărcării lor cu putere activă și reactivă și al efectului asupra menținerii tensiunii.

## 5. DEPISTAREA „FALSELOR DEFECTE" ȘI A NODURILOR ÎN CARE SÎNT POSIBILE FALSE ACȚIONĂRI ALE PROTECȚIEI

Una dintre problemele cele mai complexe în legătură cu funcționarea sistemelor electroenergetice este depistarea cazurilor de falsă acționare a protecției. Aceste cazuri sînt greu de lămurit, deoarece sînt datorite unor stări excepționale prin care trece sistemul la un moment dat. Aceste stări, care pot fi stabile la un moment dat, conduc aparent la variații ale valorilor curenților pe unele linii și tensiunilor în unele noduri, identice cu cele ce apar în cazul unui defect. Protecția va lucra deci și va acționa fals, putînd provoca prin aceasta dezorganizări locale. Dacă asemenea fenomene se produc concomitent cu o avarie care a determinat starea dinamică respectivă, asemenea împrejurări conduc la extinderea avariilor și pot fi extrem de dăunătoare. În general, releele de impedanță sînt cele mai sensibile la asemenea false defecte. Acest lucru se explică ușor, deoarece aceste relce acționează în momentul în care raportul tensiunii către curentul liniei respective scădea sub o anumită valoare. În timpul unui regim dinamic în care oscilațiile rotorice pot deveni puternice chiar dacă regimul se stabilizează în final, au loc în general asemenea false acționări ale protecției. Examinarea imaginilor nodale dă un răspuns imediat acestei probleme, fără să mai fie nevoie de cercetări laborioase în multitudinea de regimuri posibile, combinate

la rîndul lor cu multiple variante de avarie în diverse alternative ca loc și timp de defect. Se poate ușor observa că cercetarea unei astfel de probleme prin determinarea printr-un calcul complet al multiplelor regimuri dinamice posibile, stabile sau instabile, este practic imposibilă. Cercetarea pe calea imaginilor nodale revine la un simplu calcul al curenților de scurtcircuit cu componentele necesare imaginilor nodale pentru toate nodurile sistemului în care există pe liniile legate la nod relee de impedanță sau alt tip de releu sensibil la variații puternice de tensiune (de exemplu releu de minimum tensiune).

În general însă asemenea fenomene pot interveni și în cazuri simple de oscilații puternice fără pierderea stabilității. Ele pot fi „depistate" fără un calcul complet al mișcărilor dinamice, așa cum s-a arătat în studii anterioare.

Odată imaginile nodale alcătuite pentru nodurile respective este suficient de examinat pe aceste imagini [4]:

— dacă există un fazor dominant, care, rotit față de rest, să conducă la o micșorare sensibilă a rezultantei. Astfel, pentru ca rezultanta care măsoară tensiunea să fie micșorată cu circa 40% (cifră de la care încolo se pot întotdeauna produce declanșări), este suficient ca unul dintre fazorii componenți să aibă o lungime egală cu circa 20% din rezultantă;

— dacă există un asemenea fazor, mai trebuie căutat dacă o poziție anumită a unui defect ar putea produce după eliminare o mișcare suficientă a acestui fazor (respectiv al generatorului respectiv). Poziția scurtcircuitului trebuie căutată cît mai aproape de bornele generatorului, pentru a se obține devierea unghiului maxim posibil *).

Pe această cale se pot elimina de la început o serie de locuri în care aceste defecte, socotite cele mai grele (scurtcircuite trifazate), nu pot produce false defecte. Selecția e continuată mai departe cu cazurile asupra cărora asemenea cercetări sumare nu apar suficient de concludente prin calcule complete ale regimurilor dinamice, care pot constitui și o etalonare a aprecierilor făcute simplificat.

## 6. ANALIZA CAZURILOR CARACTERISTICE SELECȚIONATE. INDICAȚIILE PRIMEI OSCILAȚII ȘI NECESITATEA CERCETĂRII REGIMULUI POSTAVARIE

Se vede din cele expuse mai sus că, efectuînd o analiză nodală (stabilirea schemelor REI cu studiul imaginilor în nodurile importante ale sistemului), se poate stabili o selecție a unui număr limitat de avarii caracteristice. Ceea ce nu este însă lămurit rămîne avaria ce poate fi acceptată ca rezonabilă și pentru care nu e cazul să luăm măsuri speciale. Acest din urmă punct e destul de delicat, deoarece trebuie evaluat mai întîi riscul pe care îl avem cu o asemenea avarie și evaluată și paguba.

Ne vom mărgini a sintetiza cîteva concluzii de legătură cu selecția avariilor caracteristice, așa cum rezultă dintr-o analiză nodală generală

*) Pentru ușurarea de asemenea cercetări, G. Moraite a propus [2] un calcul simplificat pentru ca, pornind de la imaginea la timpul $0^-$ (înainte de defect), să se determine aproximativ imaginea finală nodală, cu unghiurile maxime ce pot fi atinse de un generator sau altul în urma unui scurtcircuit trifazat simetric, eliminat într-un anumit timp. Astfel se face o selecție fără a se utiliza calcule pas cu pas pentru cazul scurtcircuitului trifazat simetric [4].

în nodurile principale cu caracter prelimiar, făcută conform celor arătate în paragrafele precedente :

— *o primă selecție* a regimurilor ce trebuie studiate se va face printr-o cercetare a regimurilor cu rezervele cele mai mici de putere activă și reactivă (în general rezultă la orele de vîrf). Se vor reține cîteva regimuri care rezultă conform acestui criteriu simplu ca cele mai grele ;

— în cadrul acestor regimuri se va face o *a doua selecție*, considerînd o avarie simplă care scoate din funcțiune pe timp lung un element important (un grup puternic sau o linie puternică de transport) ;

— *regimul staționar ce va rezulta* va fi examinat apoi cu ajutorul schemelor REI și al imaginilor nodale întocmite pentru barele importante ale sistemului, așa cum se vede în figura 3 ;

— se vor cerceta valorile curenților de scurtcircuit în fiecare nod și în special pe barele centralelor importante ;

— se vor stabili pentru barele importante cel puțin indicii $\frac{dQ}{dU}$ absolut și relativ pentru o ipoteză pesimistă de funcționare în regimul respectiv (de exemplu, cu rezervă redusă de putere reactivă pentru tensiunea minimă serviciu etc.) ;

— se va examina compoziția fazorilor și se vor stabili generatorii ce ar putea fi azvîrliți puternic în caz de scurtcircuit (evaluarea loviturii prin stabilirea indicilor $\Delta P/M$, vezi figura 3, nodul 7, și explicațiile figurii) ;

— se vor putea stabili astfel nodurile „vulnerabile". Aceste noduri vor trebui studiate în primul rînd pentru regimuri dinamice, și anume pentru cazul scurtcircuitului trifazat în imediata vecinătate a unui nod pentru care imaginea nodală dă indicații. Dacă regimul respectiv dinainte de scurtcircuit a rezultat ca o rezervă redusă de putere activă și reactivă (sau practic nulă), atunci se vor calcula cu atenție și puterile maxime din punctul de vedere al stabilității statice în nodurile centralelor importante sau tensiunile critice. Aceste determinări se vor efectua cu criterii practice, așa cum s-a arătat mai sus ;

— se vor calcula în detaliu regimurile staționare rezultate postavarie care ar rezulta în urma eliminării defectului. Se vor restudia nodurile cu ajutorul imaginilor și în acest regim postavarie hotărînd dacă e cazul anumitor sacrificii ale sarcinii în noduri, selecționate conform indicațiilor imaginilor nodale (nodurile în care indicii de tipul $\frac{dQ}{dU}$ sînt apropiați de zero). Din acest studiu va rezulta mărimea caracteristică ce poate fi aleasă pentru a executa selectiv și automat delestarea (mărime care poate fi chiar tensiunea nodului respectiv). În general sînt preferabile relee care măsoară pendularea, deoarece asemenea pendulări sînt inevitabile atunci cînd ne apropiem de limita stabilității statice. În cazul în care am lua ca mărime indicatoare a unui regim grav tensiunea, trebuie stabilită cu multă grije acea tensiune critică la care va acționa protecția în nodul respectiv $\left(\text{cu criteriul practic } \frac{dQ}{dU}\right)$. Această tensiune variază la diverse ore în timpul evoluării regimurilor. De aceea asemenea relee cu delestare pe tensiune vor trebui blocate în orele cînd reapar rezer-

vele suficient de putere activă și reactivă și introduse numai în orele critice dacă s-a ajuns la concluzia că se poate aproxima o tensiune critică;

— cunoașterea calculului postavarie nu micșorează importanța calculului primei oscilații. Cum caracteristicile dinamice ale sarcinilor nu sînt în general cunoscute, calculul trebuie făcut cu grijă pentru prima oscilație a sistemului, pentru regimul care rezultă în final, în care se introduc, bineînțeles, toate reglajele și sarcinile ce trebuie satisfăcute în ipoteza că rămîn identice cu cele din momentul inițial (ipoteza cea mai pesimistă pentru stabilitate și reglaj). Calculul primei oscilații poate fi făcut în o primă treaptă de selecție, fără a se introduce nici un reglaj. Se poate considera că dacă prima oscilație indică stabilitatea, iar regimul postavarie e de asemenea stabil, sistemul nu are de suferit. Vor trebui însă controlate și circulațiile de puteri pe linii. De asemenea vor trebui examinate și posibilitățile de „false defecte" în timpul trecerii prin regimurile dinamice, așa cum s-a arătat mai sus. Dacă prima oscilație nu indică în mod decisiv stabilitate, vor trebui introduse efectele reglajelor și, eventual, caracteristicile sarcinilor sub o formă mai apropiată. Considerarea sarcinilor simple impedanțe, așa cum se face în calculul preliminar, ar putea fi în unele cazuri o condiție pesimistă. Dificultatea pentru aprecierea unui răspuns exact al sarcinilor este de multe ori imposibil de rezolvat și vom fi forțați în marea majoritate a cazurilor să ne rezumăm la figurarea sarcinilor cu simple impedanțe (fără inerție);

— calculul regimului dinamic complet, plecînd de la prima oscilație, cu introducerea reglajelor și a caracteristicilor sarcinilor pînă la regimul staționar final, poate fi astfel intreprins pentru un număr foarte mic de cazuri.

## 7. CONCLUZII ȘI RECOMANDĂRI ÎN LEGĂTURĂ CU INTRODUCEREA UNOR INDICI CALITATIVI

Se observă din cele de mai sus că o cercetare orientată cu selecții succesive a cazurilor caracteristice poate fi intreprinsă, folosindu-se în paralel cu calculul digital raționamente calitative făcute pe imagini nodale. Importanța unei asemenea selecții apare evidentă considerînd numărul practic infinit de situații posibile dacă ținem seama de numărul mare de elemente ce pot conduce la regimuri diferite cu caractere diferențiate în sistemele electroenergetice moderne.

★

Din experiența cîștigată pînă în prezent cu calculul grafic pe imagini, așa cum rezultă și din exemplele numerice prezentate în lucrări anterioare [2], [3] apare că sînt deosebit de interesanți și ușor de aplicat următorii indici caracteristici:

a) *indicele* $\frac{dQ}{dU}\left(\text{sau } \frac{\Delta Q}{\Delta U}\right)$ al puterii reactive, atît cu valoarea sa absolută, cît și cu cea relativă,

b) *indicele dinamic* $\Delta P/M$ sau accelerația pe care o capătă rotorul unui generator în caz de scurtcircuit trifazat în nodul central al schemei REI;

c) *indici în legătură cu structura* care rezultă în special din reducerea sistemului la două noduri (un generator și unul consumator [2]). Acești indici au fost examinați în lucrări anterioare [2].

## BIBLIOGRAFIE

1. C. Concordia, *Comportarea sistemelor interconectate după avarii*, Reuniunea de la București a comitetului 13 — CIGRE, 1967, S.U.A.
2. Paul Dimo, *Analiza nodală a sistemelor electroenergetice*, Edit. Academiei, București, 1968.
3. Paul Dimo, *Analiza nodală prin separarea nodurilor și utilizarea curenților de scurtcircuit*, Edit. tehnică, București, 1959.
4. G. Moraite, *The selection of the ,,Dangerous'' States by means of the ,,DIMO'' nodal analysis*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ., Bucarest, **11**, 2 (1961).

# SCHEME ECHIVALENTE ALE TRANSFORMATOARELOR REȚELELOR ELECTRICE

DE

F. MANEA

538.551.23 : 621.314.2

Folosind teoria tehnică a transformatorului, s-au dedus în mod unitar scheme echivalente pentru studiul regimurilor tranzitorii sau permanente, simetrice și nesimetrice, ale transformatoarelor ca elemente ale rețelei sistemului electroenergetic.

Schemele echivalente în coordonatele fazelor și în coordonatele direcțiilor proprii operatorului de transformare au avantaje remarcabile, evidențiate în lucrare.

## 1. INTRODUCERE

La studiul regimurilor de funcționare ale transformatorului se utilizează două metode [1]: metoda fizică, care folosește inductivitățile proprii și mutuale, și metoda tehnică, care folosește inductivitățile utile și de dispersiune. În prima metodă, transformatorul este considerat ca avînd simple circuite electrice liniare, cuplate magnetic [2], și nu pune probleme speciale de scheme echivalente. Metoda tehnică permite stabilirea unor relații și scheme echivalente care pot fi folosite și în cazul saturației miezului feromagnetic.

Pentru transformatoarele monofazate și trifazate cu două înfășurări sînt cunoscute schemele echivalente clasice, cu mărimi raportate (cvadripoli în $T$, sau $\pi$) [3] — [6], precum și scheme mai exacte [7], bazate pe dualitatea circuitelor magnetice și electrice, în condițiile unor ipoteze simplificatoare [8].

Pentru transformatoarele cu trei înfășurări pe fază și autotransformatoare se cunosc scheme echivalente convenționale, deduse în primă aproximație, cu neglijarea curentului de magnetizare [3], [6], [9], [11].

În cele ce urmează s-au urmărit obținerea unor noi scheme echivalente mai exacte sau mai explicite pentru transformatoarele cu mai multe înfășurări și autotransformatoare.

În vederea prezentării unitare a diverselor variante de scheme echivalente, s-au evidențiat scheme fundamentale ce conțin transformatoare ideale (fără dispersiune, curent de magnetizare și pierderi) și parametri de circuit ce pot fi atașați rețelelor exterioare. Transformatoarele ideale, asociate transformatoarelor reale, permit simplificarea studiului rețelelor. Separarea lor în transformatoare de modul și transformatoare de argument este utilă datorită proprietăților diferite privind „reflectarea" parametrilor rețelelor transferate dintr-un circuit în altul. Transformatoarele „de argument", care nu admit scheme echivalente pasive reciproce, apar ca urmare a unor schimbări de coordonate din cele fizice, ale fazelor transformatoarelor Y —Δ, în cele ale direcțiilor proprii matricei de transformare (coordonatele vectorilor reprezentativi). În regim armonic simetric (succesiune directă sau inversă), transformatoarele de „argument" sînt transformatoare de fază.

Pentru transformatoarele și autotransformatoarele trifazate, s-au propus scheme echivalente și în coordonatele fizice ale fazelor, scheme care permit studiul direct al nesimetriilor din rețelele electrice.

Folosind scheme echivalente s-au dedus, ca exemplificare (Anexa 6), expresiile curenților la funcționarea în paralel a $n$ transformatoare diferite.

## 2. SCHEME ECHIVALENTE ALE TRANSFORMATORULUI MONOFAZAT CU DOUĂ ÎNFĂȘURĂRI

Schema electrică a circuitelor transformatorului la care se evidențiază transformatoare ideale cu circuite cuplate magnetic perfect (fără dispersiune și fără curent de magnetizare) o vom denumi schemă echivalentă fundamentală.

În Anexa 1 se deduc schemele reprezentate în figura 1.

Pe lîngă circuitele clasice, primar (indice 1) și secundar (indice 2), care conțin rezistența și inductanța de dispersiune respective, s-a in-

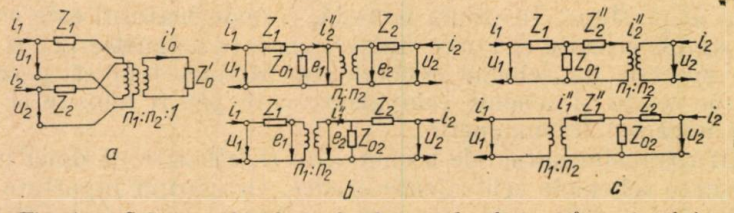



Fig. 1. — Scheme echivalente fundamentale ale transformatorului monofazat : a) — schema cu parametri divizați în trei circuite ; b) — scheme cu parametri divizați în două circuite ; c) — scheme cu parametri într-un singur circuit.

trodus al treilea circuit, alcătuit dintr-o singură spiră ce se închide prin impedanța de magnetizare $z_0'$. Curentul $i_0'$ din „circuitul de magnetizare" este numeric egal cu solenația celor două înfășurări. Introducerea circuitului de magnetizare prezintă importanță metodică, de prezentare a echivalării parametrilor prin raportarea la alt număr de spire al bobinajelor. Prin eliminarea subrețelei formate de circuitul de magnetizare

(în urma raportării la înfășurarea primară sau secundară) se obțin schemele echivalente fundamentale care conțin transformatoare ideale cu două circuite, ca cele din figura 1 *b*, iar prin transferul impedanțelor longitudinale rezultă schemele cu cvadripoli în $T$, ca cele din figura 1 *c*.

Cvadripolul în $T$, care conține o singură impedanță de magnetizare (nedivizată) și două reactanțe de dispersiune (o reactanță globală divizată), corespunde mai bine p.v. fizic transformatorului cu înfășurări alternate situate în jurul aceluiași miez magnetic.

O schemă echivalentă de tip cvadripol în $\pi$ conține o singură reactanță de dispersiune și două impedanțe de magnetizare, corespunzînd mai bine transformatorului cu înfășurări cilindrice concentrice (în jurul aceleiași coloane). Această concluzie rezultă pe baza spectrului aproximat al liniilor de inducție magnetică și a dualității schemelor echivalente magnetice și electrice (Anexa 2).

O corespondență fizică mai exactă, între schemele circuitelor magnetice și cele electrice echivalente, s-ar obține considerînd parametrii repartizați neuniform, ceea ce ar conduce la calcule complicate. Pe baza dualității schemelor magnetice aproximate cu cele electrice echivalente, s-au obținut scheme mai exacte de calcul al regimurilor periodice din domeniul neliniar al circuitului feromagnetic [7].

Deoarece pentru transformatoarele din sistemele energetice în regim armonic curentul de mers în gol și tensiunea de scurtcircuit au valori de ordinul procentelor (față de cele nominale), impedanța de magnetizare este de cîteva sute de ori mai mare decît impedanța longitudinală de dispersiune. De aceea se folosește schema echivalentă simplificată — cvadripol în $\Gamma$ —, pentru care impedanța longitudinală se egalează cu cea de scurtcircuit, iar cea transversală cu cea de mers în gol.

Schemele cu transformatoare ideale simplifică rezolvarea problemelor rețelei sistemului energetic:

a) Parametrii schemelor se atașează rețelelor exterioare, iar transformatorul de cuplaj ideal are ecuațiile simple $e_1/e_2 = n_1/n_2$, $n_1 i_1 + n_2 i_2 = i_0'$ sau $n_1 i_2'' + n_2 i_2 = n_1 i_1 + n_2 i_1'' = 0$. Aceste ecuații se pot folosi, în metoda tensiunilor nodale (matricea $\Upsilon$) sau a curenților ciclici (matricea $Z$), ca ecuații de legătură la frontiera subrețelelor, fără a mai efectua „reflectarea" parametrilor unei rețele prin transformatorul de cuplaj cu altă rețea.

b) Transformatorul ideal, asociat unei impedanțe serie sau derivație din circuitele sale (transformator semiideal), se poate transforma (Anexa 3) într-o schemă fără cuplaje magnetice, cvadripol $\pi$ (figura 2 *a*) sau cvadripol $T$ ((figura 2 *b*).
Cvadripolul echivalent $\pi$ se asociază comod metodei tensiunilor nodale (la construirea matricei $\Upsilon$-lor).

c) Transformatorul ideal poate fi substituit, în urma evidențierii diferențelor dintre tensiunea respectiv curentul primar și secundar, printr-un cvadripol activ cu surse de tensiune și curent (fig. 3).

S-a notat prin $\Delta u = u_1\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right) = u_2\left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right)$ valoarea t.e.m. a sursei de tensiune și prin $\Delta i = i_1\left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right) = i_2\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right)$ valoarea curentului impus al sursei de curent.

Schema activă prezintă avantajul că oferă elemente de sugestie (sursele) pentru efectuarea raționamentelor privind efectul calitativ al transformatoarelor din rețele buclate simple. De asemenea, poate fi folosită în calculele iterative.

d) Elementele unei rețele simple (cu puține elemente), situate în circuitul unei înfășurări, pot fi transferate prin raportare la circuitul

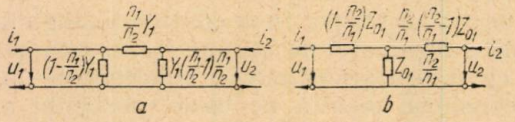


Fig. 2. — Cvadripoli pasivi echivalenți transformatorului semiideal; a) — schema $\pi$ a transformatorului semiideal longitudinal; b) — schema $T$ a transformatorului semiideal transversal.

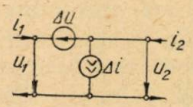


Fig. 3. — Cvadripolul activ cu surse de tensiune și curent, echivalent transformatorului ideal.

înfășurării cu rețeaua ce trebuie studiată. Pentru rețelele complexe, buclate prin cuplajul transformatoarelor, este preferabilă fie păstrarea transformatoarelor ideale ca elemente de rețea, fie echivalarea acestora prin cvadripoli pasivi ($T$, $\pi$) sau cvadripoli activi (cu surse de tensiune ori de curent).

### 3. Scheme echivalente ale transformatorului monofazat cu trei înfășurări

Transformatorul liniar, fără pierderi în fier, cu rezistențele înfășurărilor atașate circuitelor exterioare, are ecuațiile de tensiune ale circuitelor electrice corespunzătoare unui tridipol reciproc: $u_1 = pL_{11}i_1 + pL_{12}i_2 + pL_{13}i_3$; $u_2 = pL_{21}i_1 + pL_{22}i_2 + pL_{23}i_3$; $u_3 = pL_{31}i_1 + pL_{23}i_2 + pL_{33}i_3$.

Ca și în cazul transformatorului cu două înfășurări, vom efectua raportarea mărimilor la cîte o singură spiră.

Vom nota: $i'_1 = n_1 i_1$, $i'_2 = n_2 i_2$, $i'_3 = n_3 i_3$, $u'_1 = \frac{u_1}{n_1}$, $u'_2 = \frac{u_2}{n_2}$, $u'_3 = \frac{u_3}{n_3}$, $L'_{11} = \frac{L_{11}}{n_1^2}$, $L'_{12} = \frac{L_{12}}{n_1 n_2}$, $L'_{13} = \frac{L_{13}}{n_1 n_3}$, $L'_{23} = \frac{L_{23}}{n_2 n_3}$, $L'_{22} = \frac{L_{22}}{n_2^2}$, $L'_{33} = \frac{L_{33}}{n_3^2}$.

Inductivitățile raportate la o singură spiră sînt numeric egale cu permeanțe echivalente ale tuburilor de flux, proprii și mutuale, ce înlănțuie spirele echivalente circuitelor. Prin raportarea la o singură spiră se poate stabili mai ușor corespondența dintre circuitele magnetice fizice și schema electrică echivalentă.

În general, inductivitățile mutuale dintre spirele echivalente circuitelor, luate două cîte două, diferă între ele. De aceea, schema echivalentă liniară exactă a celor trei circuite cuplate magnetic va conține șase

elemente, corespunzătoare celor șase inductivități (trei proprii și trei mutuale), distincte.

Pentru determinarea schemei echivalente, se pot lua ca bază ecuațiile de tensiune ale circuitelor sau ecuațiile de curent ale nodurilor, obținute prin inversarea ecuațiilor de tensiuni.

Dacă evidențiem cea mai mică inductivitate mutuală, fie $L'_{23}$, încît aceasta să fie element comun celor trei circuite, noile ecuații de tensiuni se pot scrie sub forma următoare:

$$u'_1 = pL'_{23}(i'_1 + i'_2 + i'_3) + p(L'_{12} - L'_{23})(i'_1 + i'_2) + p(L'_{13} - L'_{23})(i'_1 + i'_3) + \\ + p(L'_{11} - L'_{13} - L'_{12} + L'_{23})\, i'_1;$$

$$u'_2 = pL'_{23}(i'_1 + i'_2 + i'_3) + p(L'_{12} - L'_{23})(i'_1 + i'_2) + pL'_{23} i'_3 + \\ + p(L'_{22} - L'_{12})\, i'_2;$$

$$u'_3 = pL'_{23}(i'_1 + i'_2 + i'_3) + p(L'_{13} - L'_{23})(i'_1 + i'_3) + pL'_{23} i'_2 + \\ + p(L'_{33} - L'_{13})\, i'_3.$$

Aceste ecuații, asociate celor de raportare a tensiunilor și curenților, corespund schemei echivalente din figura 4 *a*.

Deoarece la transformatoarele cu miez de fier din sistemele energetice inductivitatea mutuală $L'_{23}$, corespunzătoare permeanței tubului

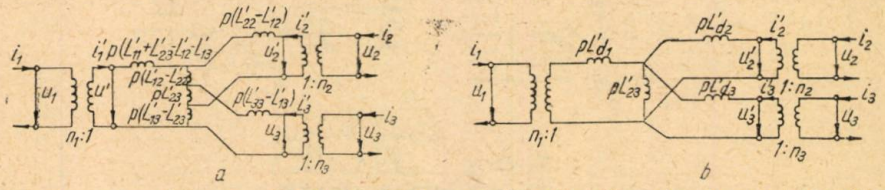



Fig. 4. — a) — Schema echivalentă fundamentală a transformatorului cu trei înfășurări; b) — schema echivalentă cu aproximarea ramurii de magnetizare.

de flux mutual al fluxului comun înlănțuit de spirele echivalente circuitelor doi și trei, este de sute de ori mai mare decît diferențele inductivităților proprii și mutuale, se poate considera infinită în primă aproximație. Pentru îmbunătățirea primei aproximații, inductivtatea $L'_{23}$ se reconectează apoi între nodurile comune celor trei circuite, ca în figura 4 *b*.

Inductivitățile de „dispersiune" ale schemei din figura 4 *b*, au expresiile (obținute pe baza primei aproximații) următoare:

$$L'_{d_1} = L'_{11} + L'_{23} - L'_{13} - L'_{12};\ L'_{d_2} = L'_{22} - L'_{23} - L'_{12} + L'_{13};\ L'_{d_3} = \\ = L'_{33} - L'_{23} - L'_{13} + L'_{12}.$$

Se observă că suma inductivităților de dispersiune dintre oricare două circuite are aceeași expresie ca la transformatorul cu două circuite: $L'_{d_{12}} = L'_{d_1} + L'_{d_2} = L'_{11} + L'_{22} - 2L'_{12}$; $L'_{d_{13}} = L'_{d_1} + L'_{d_3} = L'_{11} + L'_{33} - 2L'_{13}$; $L'_{d_{23}} = L'_{d_2} + L'_{d_3} = L'_{22} + L'_{33} - 2L'_{23}$.

Pe această bază valorile reactanțelor de dispersiune ale schemei pot rezulta experimental din încercarea la scurtcircuit.

Din schema echivalentă, fundamentală, se pot obține scheme corespunzătoare unor cazuri particulare p.v. constructiv. Astfel, pentru trans-

formatorul cu înfăşurări concentrice, la care inductivitatea mutuală specifică (raportată la o spiră) dintre circuitul median şi circuitele extreme are valoarea comună $L'_{21} = L'_{23}$, schema iniţială se simplifică. La transformatorul cu înfăşurări alternate, cînd se poate considera o inductivitate

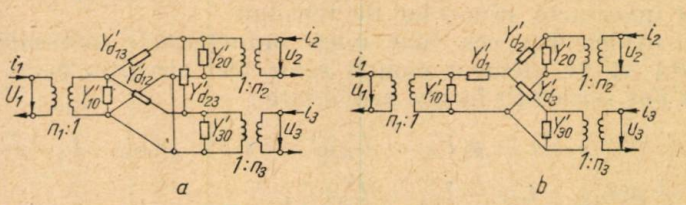



Fig. 5. — Schema echivalentă obţinută prin metoda tensiunilor nodale : a) — schema poligonală ; b) — schema parţial radială.

mutuală specifică comună circuitelor $L'_{12} = L'_{13} = L'_{23}$, schema echivalentă fundamentală are structura radială simplă a celei din figura 4 *b*.

O altă schemă echivalentă, cu structură poligonală, se obţine pe baza ecuaţiilor de curent. Pentru aceasta, trebuie însă inversat în prealabil sistemul ecuaţiilor de tensiuni ale circuitelor. Schema din figura 5 *a*, determinată pe baza ecuaţiilor metodei tensiunilor nodale, se modifică

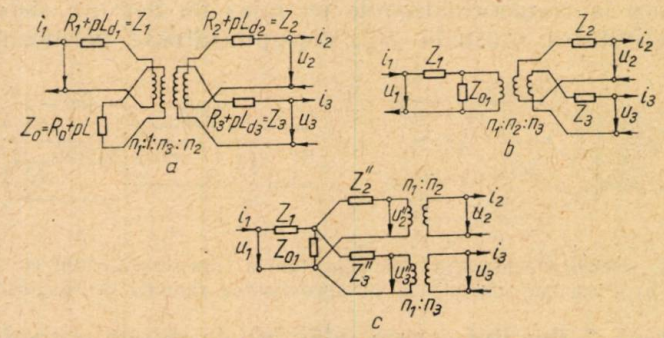



Fig. 6. — Scheme echivalente ale transformatorului cu trei înfăşurări pe fază : a) schema cu patru circuite ; b) — schema cu trei circuite ; c) — schema cu parametri raportaţi la circuitul primar.

prin transfigurare triunghi-stea într-o schemă cu structură parţial radială, ca în figura 5 *b*.

Spre deosebire de schemele anterioare, acestea sînt însă mai puţin legate de configuraţia tuburilor de flux magnetic şi deci de fenomenele fizice din transformator. De aceea, pentru transformatorul cu trei înfăşurări pe fază, cu pierderi în cupru şi fier, considerăm indicate schemele echivalente din figura 6.

## 4. SCHEME ECHIVALENTE ALE AUTOTRANSFORMATORULUI MONOFAZAT

Autotransformatorul diferă fizic de transformator prin aceea că circuitele electrice ale înfăşurărilor sînt conectate galvanic. Evidenţiind, ca şi la transformator, elemente de cuplaj magnetic ideal, rezultă, conform celor arătate în Anexa 4, schemele echivalente din figura 7.

Impedanța operațională $z_s = R_s + pL_{ds}$ este alcătuită din rezistența $R_s$ și inductivitatea $L_{ds}$ de dispersiune ale porțiunii de circuit primar, suplimentar față de circuitul secundar. Impedanța $z_2 = R_2 + pL_{d_2}$

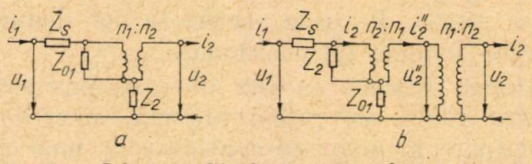



Fig. 7. — Scheme echivalente exacte ale autotransformatorului : a) — schema echivalentă fundamentală ; b) — schema echivalentă cu două autotransformatoare ideale.

este alcătuită din elemente ale porțiunii de circuit comun primarului și secundarului.

Prima schemă echivalentă, *a*, corespunde conexiunii fizice a circuitelor transformatorului. Cea de-a doua variantă, *b*, este o schemă de calcul, pe baza căreia se pot deduce ușor alte scheme echivalente, simplificate, ca cele din figura 8.

S-a notat prin $c = 1 + kz_2/z_{01}$ coeficientul de modificare a valorilor tensiunilor circuitelor cuplate ideal, de la transformatorul inițial la cel echivalent.

Schemele obținute, mai exacte sau mai explicite decît cele existente în literatura tehnică [11] — [13], diferă prin evidențierea elementului $kz_2$ în serie cu impedanța $z_{01}$ și prin divizarea impedanței longitudinale

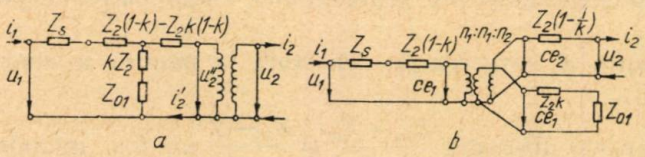



Fig. 8. — Scheme echivalente simplificate asemănătoare schemelor transformatorului : a) — schema cu parametri raportați la circuitul primar ; b) — schema cu trei circuite cuplate magnetic ideal.

în elemente asociate primarului, respectiv secundarului. Impedanța longitudinală totală (sumă) are însă aceeași valoarea ca cea conținută în schemele clasice.

Pe baza schemelor echivalente simplificate, asemănătoare schemelor transformatorului, unele probleme referitoare la regimurile de funcționare ale autotransformatorului se soluționează similar celor ale transformatorului. Studiul comparativ al transformatorului și autotransformatorului, ca elemente ale rețelei sistemului energetic, se poate efectua folosind aceste scheme echivalente.

## 5. SCHEME ECHIVALENTE ALE TRANSFORMATORULUI TRIFAZAT

Sînt cunoscute schemele echivalente, în coordonate simetrice, pentru circuitele primare sau secundare ale transformatoarelor trifazate cu diverse conexiuni ale fazelor.

În cele ce urmează se evidențiază o schemă echivalentă, în coordonatele fazelor, denumită schemă fundamentală deoarece conține transformatoare ideale ca elemente specifice transformatorului, parametrii de circuit atașîndu-se rețelei. Pe baza aceleia se pot deduce ușor schemele echivalente în orice sisteme de coordonate.

Transformatorul trifazat, cu flux liber, se consideră p.v. al schemei echivalente, pentru toate secvențele (directă, inversă și homopolară), ca trei transformatoare monofazate conectate în mod corespunzător conexiunilor înfășurărilor. Impedanțele de scurtcircuit sînt egale (pentru toate secvențele), dar impedanța de mers în gol este mai mică pentru secvența homopolară, datorită permeanței coloanelor feromagnetice nebobinate parcurse de fluxul homopolar. Diferența devine foarte importantă pentru transformatorul cu flux forțat, cînd impedanța de magnetizare homopolară este comparabilă cu cea nominală.

### 5.1. Schema echivalentă fundamentală, în coordonatele fazelor, pentru transformatorul trifazat cu conexiune $Y$-$\Delta$

În cazul general cînd impedanțele de scurtcircuit și de funcționare în gol diferă pentru secvența directă sau inversă de cele homopolare, este reprezentată în figura 9.

Impedanțele $Zh_0$ și $Z_0$ sînt cele de magnetizare, iar $Z_h$ și $Z$ sînt impedanțe longitudinale (de scurtcircuit) homopolare, respectiv directe sau inverse.

Impedanța $Z_n$ este cea de conectare la pămînt a neutrului transformatorului.

Impedanțele diferență $\frac{Z_{h_0}-Z_0}{3}$ și $\frac{Z_h-Z}{3}$ au fost introduse în conductoarele neutre pentru a completa impedanțele de secvență directă sau inversă la valoarea necesară secvenței homopolare. Ele nu influențează

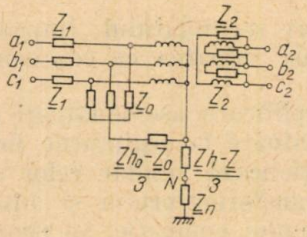



Fig. 9. — Schema echivalentă fundamentală, în coordonatele fazelor transformatorului trifazat $y - \Delta$.

schemele de secvență directă și inversă, ci numai pe cea de secvență homopolară.

Schema echivalentă din coordonatele fazelor prezintă avantajul unei relații mai directe cu fenomenele fizice, putînd fi folosită și la analiza sugestivă a unor regimuri din domeniul neliniar al impedanțelor de magnetizare.

### 5.2. Schema echivalentă a transformatorului ideal cu conexiune Y-Δ în coordonatele direcțiilor proprii

Problema se pune pentru transformatorul ideal, deoarece parametrii de circuit ai schemei se pot asocia rețelei exterioare transformatorului ideal. De exemplu, pentru schema din figura 9, impedanțele $Z_2$ din secundarul în triunghi pot fi transferate prin raportare la circuitele primarului în stea și atașate rețelei externe.

Pornind de la relațiile dintre curenții și tensiunile fazelor primare și secundare ale transformatorului ideal Y—Δ, vom pune problema determinării coordonatelor direcțiilor proprii ale matricei de conexiune încît să se obțină relații, de la primar la secundar, independente între noile coordonate.

Pentru schema reprezentată în figura 10 *a* rezultă următoarele relații între curenții, respectiv tensiunile, fazelor stelate :

$$\begin{bmatrix} i''_a \\ i''_b \\ i''_c \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i'_a \\ i'_b \\ i'_c \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} e'_a \\ e'_b \\ e'_c \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e''_a \\ e''_b \\ e''_c \end{bmatrix}.$$

S-a notat prin $k$ raportul numărului de spire al înfășurărilor $k = n'/n''$.

Se observă că matricele de transformare sînt singulare și transpuse una față de cealaltă (această ultimă condiție este suficientă pentru ca

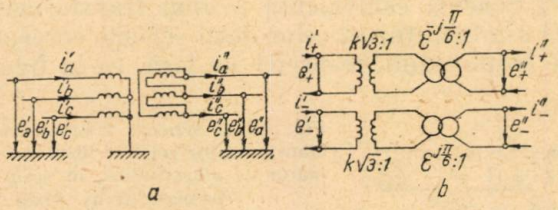



Fig. 10. — a) — Transformator ideal $y$, Δ ; b) — transformatoare echivalente în coordonatele direcțiilor proprii.

puterea să fie invariantă). Ca structură, ele posedă simetrie ciclică a elementelor și de aceea transformarea Stokvis-Fortescue conține vectorii proprii transformării căutate. Valorile proprii ale ecuației caracteristice sînt următoarele :

$$\lambda_1 = 0 ; \quad \lambda_2 = k\sqrt{3}\varepsilon^{j\pi/6} ; \quad \lambda_3 = k\sqrt{3}\ \varepsilon^{-j\pi/6}.$$

În noul sistem de coordonate, denumit sistem (0, +, −), se obțin următoarele relații între tensiuni și curenți : $e'_0 = 0 = i''_0$ ; $i''_+/i'_+ = e'_-/e''_- = k\sqrt{3}\,\varepsilon^{j\pi/6}$ și $e'_+/e''_+ = i''_-/i'_- = k\sqrt{3}\,\varepsilon^{-j\pi/6}$.

Pe lîngă transformarea de modul, apare operatorul complex de rotire cu $\pi/6$ și deci schema echivalentă va fi alcătuită dintr-un transformator ideal de „modul" înlănțuit cu un transformator „de argument" ca în figura 10 *b*.

În regim armonic de tensiuni și curenți coordonata notată cu indicele „+" conține suma vectorilor rotitori reprezentativi de succesiune directă și inversă (deci un vector rezultant), iar coordonata notată cu indicele „—" este conjugată complex. Schemele echivalente din figura 10 *b* rămîn valabile și pentru coordonatele simetrice ale regimurilor armonice.

În cazul regimurilor trifazate armonice, simetrice (de succesiune directă sau inversă, dar nu și homopolară), transformatoarele sînt „rotitoare", provocînd de la primar la secundar, pe lîngă o modificare a amplitudinilor tensiunilor — și în raport invers a curenților — („transformatoare de amplitudini") , o schimbare suplimentară a fazelor tensiunilor și curenților cu aceeași valoare („transformatoare de fază").

În cele ce urmează, se evidențiază utilitatea separării celor două efecte corespunzătoare transformatoarelor ideale de amplitudine și de fază.

### 5.3. Scheme echivalente ale transformatoarelor rotitoare

Transformatoarele rotitoare produc, în regim armonic simetric de succesiune directă sau inversă, pe lîngă modificarea valorilor efective ale curenților și tensiunilor electromotoare corespunzătoare fluxului magnetic util, o modificare a fazei cu aceeași valoare atît pentru curent, cît și pentru tensiunile electromotoare (primare față de cele secundare). Vom separa efectul modificării valorilor efective de cel al fazelor, deosebind: „transformatoare ideale de amplitudini" și „transformatoare ideale de fază". Schema echivalentă a unui transformator ideal rotitor se compune deci din înlănțuirea celor două scheme corespunzătoare transformatorului de amplitudini, respectiv de fază, ca în figura 11.

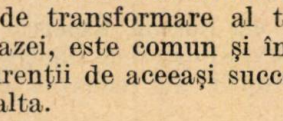



Fig. 11. — Schema echivalentă a unui transformator rotitor, ideal ca transformator de amplitudini, în serie cu transformatorul de fază.

S-a notat prin $k = E_2/E_1 = E/E_1 = I_1/I_2 = I_1/I$ raportul de transformare al transformatorului de amplitudini și prin $\varepsilon^{j\alpha} = \underline{E}_2/\underline{E} = \underline{I}_2/\underline{I}$ raportul de transformare al transformatorului de fază. Unghiul $\alpha$, de rotire a fazei, este comun și în același sens, atît pentru tensiunile cît și pentru curenții de aceeași succesiune. El diferă prin semn de la o succesiune la alta.

Spre deosebire de transformatorul de amplitudini, la care raportul de transformare al tensiunilor este invers față de cel al curenților, la transformatorul de fază, raportul de transformare al tensiunilor este egal cu cel al curenților. De aceea la un transformator de fază (pentru care raportul de amplitudini este unitate) se poate efectua transferul impedanțelor dintr-un circuit în altul fără modificarea valorilor impedanțelor. În schimb nu se poate elimina cuplajul dintre cele două înfășurări prin construirea unei rețele pasive echivalente (care satisface teorema reciprocității), fiind necesară o rețea echivalentă nereciprocă. (Anexa 5). De aceea eliminarea cuplajului circuitelor se poate efectua numai cu scheme active.

Ca și la transformatorul de amplitudini, se deduce schema echivalentă cu sursă de tensiune și sursă de curent echivalentă unui transformator de fază, ca în figura 12.
S-a notat prin :

$$\Delta\underline{U} = \underline{U} - \underline{U}_2 = \underline{U}(1 - \varepsilon^{j\alpha}) = \underline{U}_2(\varepsilon^{-j\alpha} - 1);$$

$$\Delta\underline{I} = \underline{I} - \underline{I}_2 = \underline{I}(1 - \varepsilon^{j\alpha}) = \underline{I}_2(\varepsilon^{-j\alpha} - 1).$$

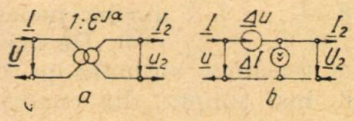



Fig. 12. — Schema echivalentă fără cuplaj magnetic (b), a unui transformator de fază (a).

Pentru diferențe de faze de valori mici, aproximăm

$$\Delta\underline{U} \simeq -j\alpha\varepsilon^{j\alpha/2}\,\underline{U} = -j\alpha\varepsilon^{-j\alpha/2}\,\underline{U}_2 \text{ și } \Delta\underline{I} \simeq -j\alpha\varepsilon^{j\alpha/2}\,\underline{I} = -j\alpha\varepsilon^{-j\alpha/2}\,\underline{I}_2.$$

Schema echivalentă fără cuplaj magnetic a transformatorului de fază se poate folosi ca mijloc de raționament sau ca mijloc de calcul al rețelelor electrice. Pentru rețelele trifazate simetrice se întocmește schema echivalentă a unei singure faze.

## 6. SCHEME ECHIVALENTE ALE AUTOTRANSFORMATORULUI TRIFAZAT

### 6.1. Autotransformator trifazat cu conexiune stea-stea

Schema echivalentă de succesiune directă sau inversă pentru o fază este aceeași ca cea a autotransformatorului monofazat. De asemenea, schema echivalentă pentru succesiunea homopolară are aceeași structură, valorile impedanțelor fiind însă diferite. În plus, interesează

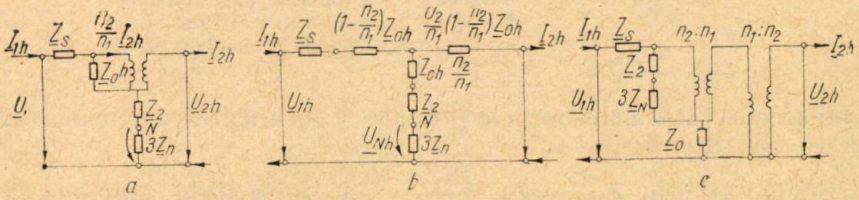



Fig. 13. — Schema echivalentă homopolară a autotransformatorului cu două înfășurări pe fază : a) — schema fundamentală ; b) — cvadripol $T$ echivalent ; c) — schemă echivalentă cu două autotransformatoare.

influența impedanței $\underline{Z}_n$ de conectare la pământ a neutrului transformatorului.

Pentru autotransformatorul trifazat, schema echivalentă homopolară a unei faze este similară cu aceea a autotransformatorului monofazat, la care intervine în serie cu impedanța $\underline{Z}_2$ (ce conține rezistența și reactanța de dispersiune a înfășurării comune) impedanța suplimentară $3\underline{Z}_n$. Schema echivalentă a unei faze va fi deci cea reprezentată în figura 13 *a*.

Transformarea autotransformatorului ideal cu impedanța de magnetizare homopolară într-un cvadripol $T$ echivalent conduce la schema

echivalentă din figura 13 *b*. Spre deosebire de secvența directă sau inversă, cînd impedanța de magnetizare este relativ mare și poate fi considerată infinită în primă aproximație, impedanța de magnetizare homopolară $\underline{Z}_{0h}$ a transformatoarelor cu flux forțat este comparabilă, ca ordin de mărime, cu impedanța nominală. De aceea, schema echivalentă din figura 13 *b* poate fi folosită la calculele regimurilor nesimetrice pentru orice valoare a impedanței $\underline{Z}_n$ de conectare la pămînt a neutrului.

Expresia simplă a tensiunii homopolare a neutrului transformatorului $\underline{U}_{nh} = 3\underline{Z}_n(\underline{I}_{1h} - \underline{I}_{2h})$ devine nedeterminată pentru neutru izolat cînd $\underline{Z}_n \to \infty$ și $\underline{I}_{1h} - \underline{I}_{2h} \to 0$. De aceea, este utilă o expresie mai generală a acestei tensiuni, obținută pe baza schemei fundamentale din figura 13 *a* sau, mai simplu, din cuadripolul echivalent în *T*

$$\underline{U}_{nh} = \underline{U}_{1h} - \underline{Z}_s\underline{I}_{1h} - \underline{Z}_{0h}\left(\underline{I}_{1h} - \underline{I}_{2h}\frac{n_2}{n_1}\right) - \underline{Z}_2(\underline{I}_{1h} - \underline{I}_{2h}) =$$

$$= \underline{U}_2 - \underline{Z}_{0h}\left(\underline{I}_{1h} - \underline{I}_{2h}\frac{n_2}{n_1}\right)\frac{n_2}{n_1} - \underline{Z}_2(\underline{I}_{1h} - \underline{I}_{2h}).$$

Pentru neutrul izolat, $\underline{I}_{1h} - \underline{I}_{2h} = 0$, expresia tensiunii de deplasare a neutrului se particularizează sub forma

$$\underline{U}_{nh} = \underline{U}_1 - \underline{Z}_s\underline{I}_{1h} - \underline{Z}_{0h}\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right)\underline{I}_{1h} = \underline{U}_2 - \underline{Z}_{0h}\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right)\frac{n_2}{n_1}\underline{I}_{1h}.$$

Aceste expresii corecte sînt principial diferite de cele obținute de F. Cahen [11], care a omis tensiunea electromotoare indusă în circuitul secundar, propunînd o expresie de forma $\underline{U}_{nh} = \underline{U}_2$ (v. expresia 13 de la pagina 326 a lucrării sale). Într-adevăr, la funcționarea homopolară cu neutrul izolat, autotransformatorul funcționează pentru o fază ca

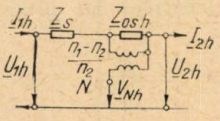



Fig. 14. — Schema echivalentă homopolară a transformatorului trifazat (stea-stea) la funcționarea cu neutrul izolat.

o bobină conectată între bornele primare și secundare cu schema echivalentă ca cea din figura 14.

S-a notat prin $\underline{Z}_{0sh} = \underline{Z}_{0h}\left(\frac{n_1 - n_2}{n_1}\right)^2$ impedanța homopolară de magnetizare raportată la porțiunea seriei cu $n_1 - n_2$ spire din bobinajul primar.

Căderea de tensiune în impedanța de magnetizare $\underline{Z}_{0sh}\underline{I}_{1h}$ apare în secundar cu valoarea $\underline{Z}_{0sh}\underline{I}_{1h}\frac{n_2}{n_1 - n_2}$, care trebuie scăzută din $\underline{U}_{2h}$ spre a obține valoarea corectă a tensiunii de deplasare a neutrului

$$\underline{U}_{nh} = \underline{U}_{2h} - \underline{Z}_{0sh}\underline{I}_h\frac{n_2}{n_1 - n_2} = \underline{U}_{2h} - \underline{Z}_{0h}\left(\frac{n_1 - n_2}{n_1}\right)^2\underline{I}_{1h}\frac{n_2}{n_1 - n_2} = \underline{U}_{2h} -$$

$$- \underline{Z}_{0h}\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right)\frac{n_2}{n_1}\underline{I}_{1h}.$$

Remarcăm că folosirea schemei echivalente din figura 13 *b* evită o asemenea omisiune (deoarece nu conține circuite cuplate magnetic).

### 6.2. Autotransformator trifazat cu trei înfășurări pe fază ($Y, Y, \Delta$)

La transformatoarele cu trei înfășurări se neglijează în general influența impedanței de magnetizare asupra impedanțelor de scurt-

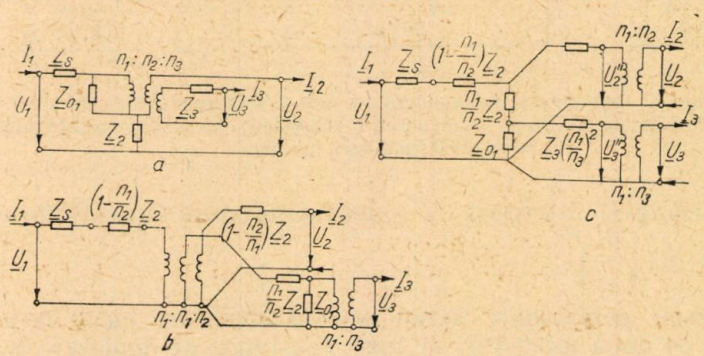



Fig. 15. — Scheme echivalente de succesiune directă sau inversă ale transformatorului cu trei înfășurări : a) — schema fundamentală a circuitelor ; b) — schema echivalentă cu transformatoare ideale ; c) schema echivalentă simplificată a autotransformatorului (cu parametri raportați la circuitul primar).

circuit și, în consecință, se obțin scheme echivalente ce redau cu aproximație funcționarea transformatoarelor. Pentru regimuri normale, aproximațiile sînt practic acceptate.

În cazul regimurilor nesimetrice și al celor cu supratensiuni, impedanța de magnetizare are un rol important. De aceea, în cele ce urmează se urmărește determinarea unor scheme echivalente ale autotransformatoarelor cu trei înfășurări pe fază, mai exacte decît cele cunoscute.

6.2.1. Scheme echivalente de succesiune directă sau inversă

Pentru transformatoarele cu bobine alternate se poate considera un flux magnetic mediu util, comun celor trei înfășurări. Acesta corespunde tensiunii de la bornele impedanței de magnetizare. De aceea schema echivalentă a autotransformatorului cu trei înfășurări (pentru o fază) se deduce prin completarea celei a autotransformatorului cu două înfășurări (pe fază), ca în figura 15.

Pentru curent de magnetizare nul ($\underline{Z}_{01} \to \infty$), schema echivalentă din figura 15 *b* corespunde celei clasice.

6.2.2. Schema echivalentă de succesiune homopolară, a transformatorului cu trei înfășurări, conține, ca și la transformatorul cu două înfășurări, impedanța de legătură a neutrului (amplificată de trei ori) în serie cu cea a înfășurării secundare. Ea are aceeași structură ca și cea de succesiune directă. Dacă terțiarul este conectat în triunghi, el constituie o conexiune în scurtcircuit pentru secvența homopolară.

Rezultă deci schemele echivalente din figura 16.

S-a notat prin $\underline{Z}_{0h3} = \dfrac{\underline{Z}_{0h1} \cdot \underline{Z}_3''}{\underline{Z}_{0h1} + \underline{Z}_3''}$ impedanța echivalentă, provenită din cea de magnetizare homopolară $\underline{Z}_{0h1}$ și cea de scurtcircuit a terțiarului (în triunghi) raportată la numărul de spire $n_1$ al înfășurării primare $\underline{Z}_3'' = \underline{Z}_3 \left(\dfrac{n_1}{n_3}\right)^2$.

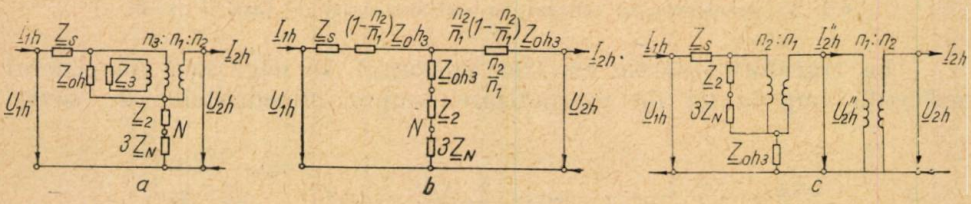



Fig. 16. — Schema echivalentă homopolară a autotransformatorului cu trei înfășurări: a) — schema fundamentală; b) — cvadripolul $T$ echivalent; c) — schema echivalentă cu două autotransformatoare pe fază.

Schemele echivalente avînd aceeași structură ca și la autotransformatorul cu două înfășurări pe fază, tensiunea de deplasare a neutrului transformatorului se calculează similar. Ele permit totodată analiza sugestivă a influenței impedanței de scurtcircuit a terțiarului în triunghi $\underline{Z}_3$, comparativ cu cea a impedanței $\underline{Z}_n$, asupra tensiunii neutrului $N$ al transformatorului.

## CONCLUZII

1. Evidențierea schemelor echivalente fundamentale, cu transformatoare ideale ca elemente de circuit electric, este utilă analizei rețelelor electrice ce conțin transformatoare.

2. Schema echivalentă fundamentală, explicită și exactă a autotransformatorului, dedusă în lucrare, poate fi transformată în mod similar schemei transformatorului.

3. Schema echivalentă a transformatorului trifazat, în coordonatele fazelor, are o structură simplă și deci este avantajoasă la studiul regimurilor simetrice sau nesimetrice.

4. Transformatoarele „rotitoare", din regimul armonic simetric de funcționare, reprezintă o particularizare a transformatoarelor cu raport de transformare complex, din sistemul de coordonate corespunzătoare direcțiilor proprii ale operatorului de transformare.

5. Separarea transformatoarelor de argument (respectiv de fază) de cele de modul (respectiv de raport) este utilă cînd se efectuează raportarea parametrilor rețelei de la un circuit la altul, deoarece parametrii rămîn invarianți la transferul prin transformatoarele de argument.

6. Schemele echivalente de succesiune directă sau inversă și homopolară ale autotransformatorului trifazat (cu sau fără terțiar în triunghi și cu neutrul conectat prin element cu impedanță), deduse în lucrare,

conțin în mod explicit parametrii a căror influență asupra regimurilor de funcționare poate fi ușor analizată.

7. Calculul tensiunii de deplasare a neutrului autotransformatorului trifazat (conectat prin impedanță) în regim nesimetric, pe baza schemelor echivalente deduse, evită unele erori posibile.

## *ANEXA 1*

### SCHEMA ECHIVALENTĂ FUNDAMENTALĂ A TRANSFORMATORULUI MONOFAZAT

Transformatorul monofazat liniar fără pierderi în fier are ecuațiile de tensiuni ale circuitelor electrice corespunzătoare unui cvadripol reciproc : $u_1 = (R_1 + p\,L_{11})\,i_1 + pL_{12}i_2$ ; $u_2 = (R_2 + p\,L_{22})\,i_2 + p\,L_{21}i_1$ . Din acestea se obține o schemă echivalentă în $T$ sau, prin transformare, una în $\pi$. Aceste scheme „neraportate" nu se utilizează, în general deoarece : sînt incomode pentru studiul funcționării în domeniul neliniar al caracteristicii de magnetizare a fierului, conțin parametri nerealizabili fizic (inductivități negative), nu conțin explicit un parametru important al transformatorului — raportul de transformare — și nu permit determinarea sugestivă a efectului sarcinii asupra căderilor de tensiune. De aceea sînt necesare scheme echivalente care să corespundă mai bine schemei fizice a transformatorului și să poată fi folosite (cu aproximațiile admise) și în domeniul neliniar.

Deoarece starea de magnetizare a fierului este determinată de valoarea tensiunii magnetomotoare totale $n_1i_1 + n_2i_2$ , trebuie evidențiat un element al schemei care să fie parcurs de un curent proporțional cu aceasta și care să creeze o cădere de tensiune (inductivă) proporțională cu derivata unui flux magnetic de valoare apropiată de aceea a fluxului din miezul feromagnetic.

Dacă vom nota $i'_1 = n_1i_1$ , $i'_2 = n_2i_2$ , $u'_1 = u_1/n_1$ , $u'_2 = u_2/n_2$ curenții și tensiunile raportate la o singură spiră și, în mod similar, $R'_1 = R_1/n_1^2$ , $R'_2 = R_2/n_2^2$ , $L'_{d_1} = L_{d_1}/n_1^2 = (L_{11} - L_{12}\,n_1/n_2)/n_1^2$ , $L'_{d_2} = L_{d_2}/n_2^2 = (L_{22} - L_{12}\,n_2/n_1)/n_2^2$ rezistențele, respectiv inductivitățile, de dispersiune raportate la o singură spiră, ecuațiile de tensiuni ale circuitelor se scriu în forma următoare :

$$u'_1 = (R_1 + p\,L'_{d_1})\,i'_1 + p\,\frac{L_{12}}{n_1n_2}\,(i'_1 + i'_2)\,;$$

$$u'_2 = (R_2 + p\,L'_{d_2})\,i'_2 + p\,\frac{L_{12}}{n_1n_2}\,(i'_1 + i'_2).$$

Aceste ecuații, asociate celor de raportare a curenților și tensiunilor, corespund schemei echivalente din figura A1.1.

Mărimea $L_{12}/n_1n_2$ are semnificația unei inductivități mutuale între cele două spire echivalente circuitelor transformatorului (spire imaginate ca

obținute prin conectarea în paralel a spirelor fiecărui circuit al transformatorului cu menținerea densității de curent reale).

Fluxul magnetic comun mediu $\frac{L_{12}}{n_1 n_2}(i'_1 + i'_2)$ diferă însă de cel al miezului feromagnetic (deși ca valoare este apropiat de acesta).

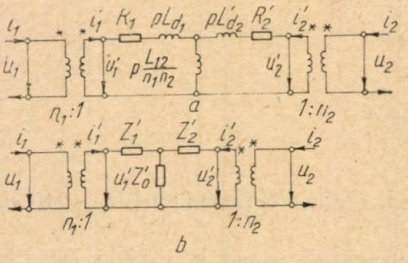
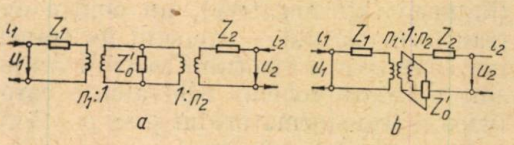


Fig. A 1.1. — Schema echivalentă fundamentală cu parametrii raportați la o singură spiră.

Numai în cazul ideal al unor bobinaje concentrate filiform, fluxul fascicular corespunde fizic celui înlănțuit de spirele echivalente circuitelor transformatorului. Inductivitatea mutuală raportată la o singură spiră $L'_0 = L_{12}/n_1 n_2$ are în acest caz valoarea permeanței $\Lambda_0$ a tubului de flux util, iar inductivitățile de dispersiune raportate la o singură spiră $L'_{d_1}$

Fig. A 1.2. — Schema echivalentă fundamentală cu parametrii longitudinali raportați la circuitele reale ale transformatorului.



și $L'_{d_2}$ au valorile permeanțelor $\Lambda_{d_1}$ și $\Lambda_{d_2}$ ale tuburilor de flux fasciculare de dispersiune respective.

Prezintă importanță deosebită faptul că se poate determina ușor pe cale experimentală caracteristica neliniară a „impedanței de magnetizare" $\underline{Z}'_0$ (fig. A 1.1*b*) — ce conține și efectul pierderilor în fier — mai ales în regim armonic (caracteristica, tensiune-curent) și că inductivitățile de dispersiune pot fi considerate constante, (independente de starea de magnetizare a miezului feromagnetic).

Transferul impedanțelor longitudinale în circuitele reale ale transformatorului conduce la schemele echivalente din figura A1.2

## *ANEXA 2*

### DUALITATEA SCHEMELOR MAGNETICE ȘI ELECTRICE ECHIVALENTE TRANSFORMATORULUI

În cazul înfășurărilor alternate, din jurul aceluiași miez magnetic se întocmește o schemă a tuburilor de flux magnetic ca cea din figura A 2.1*a*. Schemei echivalente magnetice din figura A 2.1*b* i se asociază dual schema echivalentă electrică din figura A 2.1*c*.

În cazul înfășurărilor concentrice, schemele echivalente sînt cele din figura A 2.2.

Divizarea inductivității de magnetizare raportată la o singură

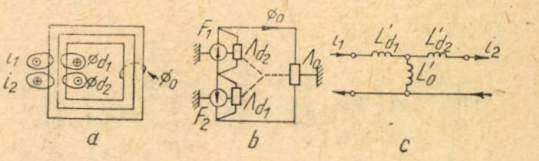


Fig. A 2.1. — Scheme echivalente duale, magnetică și electrică, ale transformatorului cu înfășurări alternate.

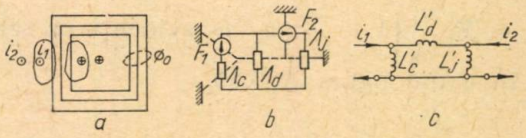


Fig. A 2.2. — Scheme echivalente duale, magnetică și electrică, ale transformatorului cu înfășurări concentrice.

spiră în cea corespunzătoare coloanei ($L'_c$) și jugului ($L'_j$) se poate face pe baza datelor de proiectare.

## *ANEXA 3*

### SCHEME ECHIVALENTE FĂRĂ CUPLAJ MAGNETIC

Fie un transformator ideal care, după ce i se asociază, ca în figura A 3.1, un element derivație cu impedanța $Z_{01}$, este denumit transformator semiideal transversal. Această asociere este posibilă (în rețea există un asemenea element) dacă se efectuează operația de transfer dintr-un circuit în altul al unei porțiuni de rețea (vecină elementului și transformatorului).

Din ecuațiile de tensiuni scrise sub forma $u_1 = Z_{01}\left(i_1 - i_2\frac{n_2}{n_1}\right) =$ $= Z_{01}\frac{n_2}{n_1}(i_1 - i_2) + Z_{01}\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right) i_1$ și $u_2 = u_1\frac{n_2}{n_1} = Z_{01}\frac{n_2}{n_1}\left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) i_2 +$ $+ Z_{01}\frac{n_2}{n_1}(i_1 - i_2)$ se evidențiază schema echivalentă a cvadripolului în $T$ din figura A 3.1*b*.

Fie în mod similar un transformator ideal care, după ce i se aso-

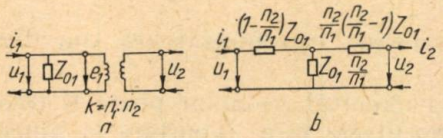


Fig. A 3.1. — Transformator semiideal transversal și schema sa echivalentă.

ciază, ca în figura A 3.2, un element serie cu impedanța $Z_1$, este denumit transformator semiideal longitudinal. Această asociere este posibilă în condiții similare transformatorului semiideal transversal.

Din ecuațiile de curenți scrise sub forma $i_1 = \left(u_1 - u_2 \frac{n_1}{n_2}\right) Y_1 =$

$= \frac{n_1}{n_2} Y_1 (u_1 - u_2) + Y_1 \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) u_1$ și $i_2 = \frac{n_1}{n_2} i_1 = \frac{n_1}{n_2} Y_1 (u_1 - u_2) +$

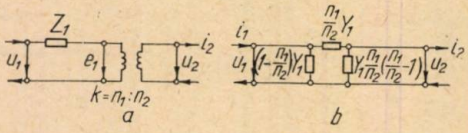


Fig. A. 3.2. — Transformator semiideal longitudinal și schema sa echivalentă.

$+ Y_1 \frac{n_1}{n_2} \left(1 - \frac{u_1}{n_2}\right) u_2$ se evidențiază schema echivalentă a cvadripolului în $\pi$ din figura A 3.2*b*.

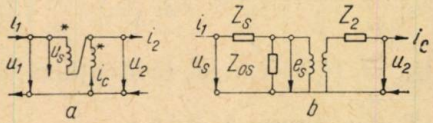
## *ANEXA 4*

### SCHEMA ECHIVALENTĂ A CIRCUITELOR AUTOTRANSFORMATORULUI

Autotransformatorul monofazat poate fi studiat în mod analog transformatorului ca rețea cu două circuite electrice cuplate magnetic : o parte de circuit comună primarului și secundarului, avînd $n_2$ spire și tensiunea la borne $u_2$ (tensiunea secundarului), este parcursă de curentul $i_c$ și o parte de circuit, suplimentară, ce aparține numai circuitului primar, avînd $n_s$ spire, este parcursă de curentul $i_1$ (curentul primar) și are tensiunea la borne $u_s$. Pentru aceste două porțiuni de circuit se poate folosi teoria tehnică a transformatorului monofazat, rezultînd schema echivalentă din figura A 4.1*b*.

Ținînd seama de conexiunea porțiunilor de circuit ale autotransformatorului, conform schemei din figura A 4.1*a* vom impune transfor-

Fig. A 4.1. — Schema porțiunilor de circuit ale autotransformatorului (a) și transformatorul echivalent (b).



matorului schematizat în figura A 4.1*b* satisfacerea ecuațiilor : $i_c = i_2 - i_1$, $e_1 = e_s - e_2$.

Pe baza acestora alcătuim schema corespunzătoare din figura A 4.2.

Impedanța transversală $Z_{02}$ din circuitul secundar poate fi trecută în circuitul primar, cu valoarea rezultată prin raportare la numărul de spire ale circuitului respectiv, conform relației $Z_{01} = Z_{02} \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$.

Rezultă astfel schema echivalentă din figura A 4.2*c*. Ecuațiile de tensiuni ale circuitelor independente din schema reprezentată în figura A 4.2*c* sînt următoarele :

$$u_1 = z_s i_1 + z_{01}\left(i_1 - i_2 \frac{n_2}{n_1}\right) + z_2 (i_1 - i_2);$$

$$u_2 = z_{01}\left(i_1 - i_2 \frac{n_2}{n_1}\right)\frac{n_2}{n_1} + z_2 (i_1 - i_2).$$

Scriind ecuația a doua în forma $u_2 \frac{n_1}{n_2} = z_{01}\left(i_1 - i_2 \frac{n_2}{n_1}\right) + z_2 (i_1 - i_2)\frac{n_1}{n_2}$, se observă corespondența cu schema echivalentă din figura A 4.3*a*.

Prin substituirea primului autotransformator semiideal (cu impedanța $Z_2$ în paralel) printr-un cvadripol în $T$ echivalent, rezultă schema

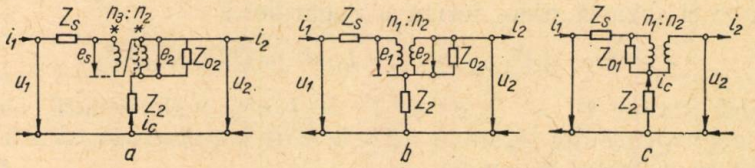



Fig. A 4.2. — Schema echivalentă fundamentală a circuitelor autotransformatorului.

simplificată cu un singur autotransformator ideal din figura A.4.3*b*. Aceasta reprezintă schema echivalentă a autotransformatorului cu parametri raportați la circuitul primar.

Prin transferul impedanței $-z_2 \frac{n_1}{n_2}\left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right)$ din circuitul primar în circuitul secundar, rezultă schema echivalentă din figura A 4.3*c*, la

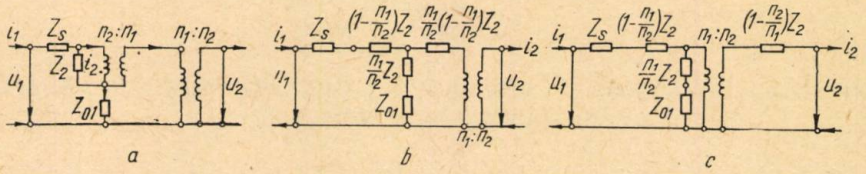



Fig. A 4.3. — Variante ale schemei echivalente a autotransformatorului a) — schema cu două autotransformatoare ideale, b) — schema simplificată cu un singur autotransformator ideal și parametrii raportați la circuitul primar ; c) — schema simplificată cu parametrii longitudinali asociați circuitelor respective.

care parametrii înfășurărilor s-au atașat circuitelor respective. Schemele din figura A 4.3*b* și *c* sînt asemănătoare celor ale transformatorului. De aceea sînt indicate pentru studiul comparativ al autotransformatorului și transformatorului ca elemente ale rețelei sistemului electroenergetic.

## ANEXA 5

### TRANSFERUL REȚELELOR PRIN TRANSFORMATOARE IDEALE

Fie un transformator ideal, de fază, ce posedă în circuitul primar o rețea reprezentată printr-un cvadripol ca în figura A 5.1.

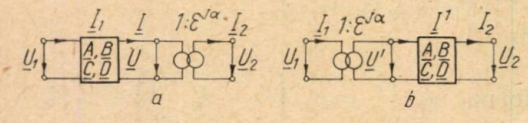



Fig. A 5.1. – Transferul rețelei dintr-o înfășurare în alta a transformatorului de fază.

Ecuațiile cvadripolului (în forma caracteristică) și ale transformatorului de fază din figura A 5.1*a* sînt următoarele :

$$\underline{U}_1 = \underline{A}\,\underline{U} + \underline{B}\,\underline{I}; \qquad \underline{U}_2 = \underline{U}\,\varepsilon^{j\alpha};$$

$$\underline{I}_1 = \underline{C}\,\underline{U} + \underline{D}\,\underline{I}; \qquad \underline{I}_2 = \underline{I}\,\varepsilon^{j\alpha}.$$

Substituim în ecuațiile cvadripolului expresiile $\underline{U} = \underline{U}_2\,\varepsilon^{-j\alpha}$ și $\underline{I} = \underline{I}_2\,\varepsilon^{-j\alpha}$ și rezultă noua formă a ecuațiilor :

$$\underline{U}_1\,\varepsilon^{j\alpha} = \underline{A}\,\underline{U}_2 + \underline{B}\,\underline{I}_2, \quad \underline{I}_1\,\varepsilon^{j\alpha} = \underline{C}\,\underline{U}_2 + \underline{D}\,\underline{I}_2.$$

Dacă notăm $\underline{U}' = \underline{U}_1\,\varepsilon^{j\alpha}$ și $\underline{I}' = \underline{I}_1\,\varepsilon^{j\alpha}$, noile ecuații corespund schemei echivalente din figura A 5.1*b*, la care s-a efectuat transferul cvadripolului în circuitul secundar.

Prin urmare, în cazul transformatorului de fază, transferul rețelelor pasive dintr-o înfășurare în alta se efectuează fără modificarea valorilor impedanțelor.

În schimb, rețeaua privită între cele două perechi de borne, cu ecuațiile $\underline{U}_1 = \underline{A}\,\varepsilon^{-j\alpha}\,\underline{U}_2 + \underline{B}\,\varepsilon^{-j\alpha}\,\underline{I}_2$ și $\underline{I}_1 = \underline{C}\,\varepsilon^{-j\alpha}\,\underline{U}_2 + \underline{D}\,\varepsilon^{-j\alpha}\,\underline{I}_2$, este nereciprocă deoarece $\underline{A}\,\underline{D}\,\varepsilon^{-2j\alpha} - \underline{B}\,\underline{C}\,\varepsilon^{-2j\alpha} \neq 1$, deși cvadripolul dintr-o înfășurare poate fi reciproc ($\underline{A}\,\underline{D} - \underline{B}\,\underline{C} = 1$).

## ANEXA 6

### EXPRESIILE CURENȚILOR DE CIRCULAȚIE LA FUNCȚIONAREA ÎN PARALEL A *n* TRANSFORMATOARE DIFERITE

Vom folosi schema echivalentă a transformatorului în forma reprezentată în figura A 6.1*b* după transformare cu teorema generatorului echivalent din cea clasică *a*.

S-au notat prin $\underline{U}_1$ și $\underline{U}_2$ tensiunile barelor comune celor *n* transformatoare ce funcționează în paralel ;

$\underline{C}_\alpha = 1 + \dfrac{\underline{Z}_{\alpha 1}}{\underline{Z}_{\alpha u}}$, coeficient ce intervine în elementele dipolului echivalent al transformatorului.

Exprimarea curentului $\underline{I}_{m2}$ emis de către transformatorul respectiv la barele de tensiune $\underline{U}_2$ rezultă după determinarea expresiei tensiunii $\underline{U}_2$ din schema celor $n$ transformatoare (figura A 6.2).

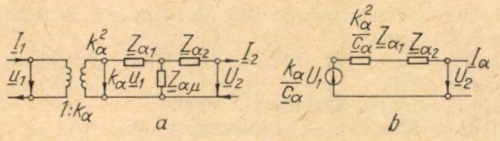



Fig. A 6.1. — Schema echivalentă a transformatorului: a) — Cvadripol; b) — dipol echivalent pentru calculul curentului.

Cu teorema generatorului echivalent, obținem direct expresia tensiunii $\underline{U}_2$

$$\underline{U}_1 = \frac{\underline{U}_1 \sum_{\alpha=1}^{n} \dfrac{\dfrac{k_\alpha}{\underline{C}_\alpha}}{\dfrac{\underline{Z}_{\alpha 1}}{\underline{C}_m} k_\alpha^2 + \underline{Z}_{\alpha 2}} - \underline{I}_s}{\sum_{\alpha=1}^{n} \dfrac{1}{\dfrac{\underline{Z}_{\alpha 1}}{\underline{C}_\alpha} k_\alpha^2 + \underline{Z}_{\alpha 2}}} = \frac{\underline{U}_1 \sum_{\alpha=1}^{n} \dfrac{1}{\underline{Z}_{\alpha 1} k_\alpha + \underline{Z}_{\alpha 2} \dfrac{\underline{C}_\alpha}{k_\alpha}} - \underline{I}_s}{\sum_{\alpha=1}^{n} \dfrac{\underline{C}_\alpha / k_\alpha}{\underline{Z}_{\alpha 1} k_\alpha + \underline{Z}_{\alpha 2} \underline{C}_\alpha / k_\alpha}}.$$

Rezultă apoi

$$\underline{I}_{m2} = \frac{\dfrac{\underline{U}_1 k_m}{\underline{C}_m} - \underline{U}_2}{\dfrac{\underline{Z}_{m1} k_m^2}{\underline{C}_m} + \underline{Z}_{m2}} = \frac{\underline{U}_1}{k_m \underline{Z}_{m1} + \underline{Z}_{m2} \underline{C}_m / k_m} \left[ 1 - \frac{\underline{C}_m / k_m \sum_{\alpha=1}^{n} \dfrac{1}{k_\alpha \underline{Z}_{\alpha 1} + \underline{Z}_{\alpha 2} \underline{C}_\alpha / k_\alpha}}{\sum_{\alpha=1}^{n} \dfrac{\underline{C}_\alpha / k_\alpha}{\underline{Z}_{\alpha 2} \underline{C}_\alpha / k_\alpha + \underline{Z}_{\alpha 1} k_\alpha}} \right] +$$

$$+ \frac{\underline{I}_s \underline{C}_m / k_m}{\sum_{\alpha=1}^{n} \dfrac{\underline{C}_\alpha / k_\alpha}{\underline{Z}_{\alpha 2} \underline{C}_\alpha / k_\alpha + \underline{Z}_{\alpha 1} k_\alpha}}.$$

Dacă particularizăm pentru cazul transformatoarelor cu impedanță longitudinală simetrică $\underline{Z}_{\alpha 2} = \underline{Z}_{\alpha 1} k_\alpha^2$, ce alimentează un consumator de

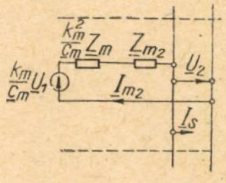


Fig. A 6.2. — Schema echivalentă de calcul a regimului transformatoarelor în paralel.

impedanță dată $\underline{Z}_s$, substituim $\underline{I}_s = \underline{U}_2 / \underline{Z}_s$ în expresia curentului $\underline{I}_m$ și obținem formula cunoscută [14], rezultată pe altă cale prin rezolvarea sistemelor de ecuații.

## BIBLIOGRAFIE


1. R. RĂDULEȚ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. III, Litografia învățământului, 258—286, 1955.
2. J. BORODOULIN, G. PETROV, *Emploi des auto-transformateurs sur des reseaux electrique à haute tension*, CIGRE, Rap. 127, 1960.
3. L. BLUME, A. BOYAJIAN, G. CAMILLI, *A Treatise on the Theory, Operation and Application of Transformers*, New York, 1951.
4. R. RICHETR, *Mașini electrice*, vol. II, Edit. tehnică, București, 1959.
5. G. PETROV, *Mașini electrice* (l. rusă), G.E.I. Moscova — Leningrad, 1956.
6. L. PIOTROVSCHI, *Mașini electrice*, E.E.S., București, 1953.
7. G. SLEMON, *Equivalent Circuits for Transformers and Machines Including Non-linear Effects*, Proc. IEE *5*, (1953).
8. F. CORREGGIARI, *Sulla scissione della reattanza di corto circuito dei transformatori*, L'elettrotecnica, **XVI**, *1*, 2—13 (1954).
9. H. DOMMEL, *Die Darstellung des Transformators in der elektronischen Netzberechnung*, Elektrizitätswirtschaft, Heft 9, mai (1960).
10. I. ANTONIU, *Circuitul echivalent al transformatorului cu trei bobinaje*, Electrotehnica *7*, 221—227 (1961).
11. F. CAHEN, *Sur la schématisation des autotransformateurs, en régime equilibré et en régime deséquilibré*, B.S.F.E. *42*, 320—334 iunie (1963).
12. B. COGBILL, *Zero — Sequence Equivalent Circuit of Autotransformers Connections which yields Neutral Shift*, AIEE Trans. Part. III, *75*, 1228—1232 (1956).
13. R. GUPTA, *Die Entwicklung der Ersatzschaltbilder von Spartransformatoren für symmetrischen und unsymmetrischen Netzbetrieb*, Energietechnik, **13**, Heft 4, 174—182 aprilie (1963).
14. I. GHEORGHIU, *Les courants des circulation en régime sinusoidal et non sinusoidal dans le fonctionement en parallèle de* n *transformateurs à parametres différents*, RGE iunie 1960.
15. F. MANEA, S. IONESCU, *Considerarea autotransformatoarelor în calculul pierderilor de putere din rețelele sistemelor electroenergetice*, Energetica **11**, 6, 253—255 (1963).

# CONTRIBUŢII ÎN PROBLEMA MODELĂRII ECUAŢIILOR DE PROPAGARE CLASICE ŞI GENERALIZATE PENTRU LINII CU PIERDERI

DE

I. ADĂMUŢ

621.315.09.017 ; 518.5

Lucrarea conţine o analiză comparativă a erorilor care rezultă la rezolvarea ecuaţiilor de propagare clasice de ordinul unu şi doi prin metoda diferenţelor finite pentru diferenţe în avans, în urmă şi centrale.
Se discută posibilităţile de modelare pe calculatoare analogice a ecuaţiilor de propagare clasice pentru tensiuni ultrarapid variabile şi se indică schema de propagare pentru ecuaţile de propagare generalizate.
Se analizează căderile de tensiune în zona tranzitorie pentru şase lungimi de linii cuprinse între 100 şi 1250 km alimentate cu tensiunea treaptă, armonică şi de impuls 1/17.

## 0. INTRODUCERE

În lucrări anterioare s-a indicat posibilitatea rezolvării ecuaţiilor de propagare pe linii cu pierderi folosind calculatoare analogice [1], s-au arătat schemele de programare pentru lanţuri de cvadripoli rezolvate prin teoremele Kirchhoff la linii fără pierderi [2], s-au stabilit experimental erorile de metodă şi alura procesului datorite substituirii unei structuri continue cu o structură discretă [3] şi s-au comparat cu rezultatele obţinute pe un calculator electronic digital, folosind o relaţie de calcul precisă [4].

În lucrarea prezentă se vor arăta unele rezultate teoretice şi experimentale obţinute în modelarea ecuaţiilor de propagare clasice rezolvate prin metoda diferenţelor finite [5], plecînd de la ecuaţiile de ordinul unu şi doi pentru tensiuni cu viteza mare de variaţie (tensiune treaptă şi tensiune de impuls) şi cu viteză mică de variaţie (tensiune armonică de frecvenţă industrială). Se vor indica curbele şi valorile obţinute pentru căderea de tensiune în regim tranzitoriu, precum şi schema de progra-

mare calitativă pentru rezolvarea ecuațiilor de propagare generalizate de ordinul unu, ecuații integrodiferențiale cu termen integral de tip Volterra cu nucleu de argument retardat deduse în cercetări recente de un colectiv condus de academicianul Răduleț [6], [7].

## 1. TIPURI MAI UZUALE DE ECUAȚII DE PROPAGARE A UNDELOR ELECTROMAGNETICE PE O LINIE CU PIERDERI

Fie o linie unifilară de lungime $l$, de parametri lineici $r_0$, $l_0$, $c_0$, semnificînd rezistența, inductivitatea și capacitatea lineică, conductanța laterală lineică $g_0$, fiind considerată zero — linie perfect izolată —, iar conductanța solului infinită. Linia leagă o sursă de tensiune $u_e(t)$ și rezistența $R_a$ cu un receptor de impedanță operațională $Z(p)$ considerată egală cu $Z_c = \sqrt{l_0/c_0} = R_r$ pentru a nu avea reflexii (fig. 1).

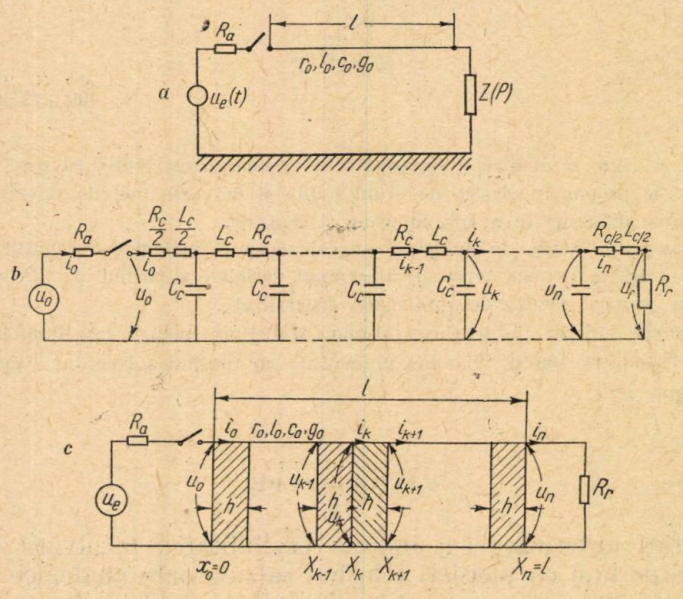



Fig. 1. — a) Schema unei linii lungi reale, b) Modelul discret al liniei lungi (lanț de cuadripoli). c) Linia secționată pentru ecuațiile cu diferențe finite.

În tabela 1 sînt cuprinse ecuațiile de propagare pentru structuri continue (ecuațiile telegrafiștilor clasice și generalizate de ordinul unu și doi) și ecuațiile pentru structuri discrete rezultate din teoremele Kirchhoff de ordinul unu și, prin derivare, cele de ordinul doi. Acestea sînt utilizate în mod curent pentru determinarea tensiunilor și a curenților la studierea procesului de propagare pe linii în condiții de liniaritate.

Întrucît ecuațiile cu derivate parțiale se rezolvă de obicei prin metoda diferențelor finite, putem considera că ecuațiile (7) — (13) rezultate din aplicarea teoremelor Kirchhoff cvadripolului de ordin $k$ (fig. 1*b*)

*Tabela 1*

| Tipul ecuațiilor | Ecuații cu derivate parțiale și integro-diferențiale pentru structuri continue | Ecuații diferențiale ordinare și integro-diferențiale pentru structuri discrete | Observații |
|---|---|---|---|
| Ecuațiile telegrafiștilor clasice de ordinul unu | $-\frac{\partial u}{\partial x} = r_0 i + l_0 \frac{\partial i}{\partial t}$, (1)<br>$-\frac{\partial i}{\partial x} = c_0 \frac{\partial u}{\partial t}$, (2) | $u_{k-1} - u_k = R_c i_{k-1} + L_c \frac{\mathrm{d}i_{k-1}}{\mathrm{d}t}$, (7)<br>$i_{k-1} - i_k = C_c \frac{\mathrm{d}u_k}{\mathrm{d}t}$, (8) | $l_e$ = inductivitate lineică exterioară,<br>$h = \frac{l}{n}$, pas,<br>$n$ = număr secțiuni<br>$L_c = hl_0$,<br>$R_c = hr_0$,<br>$C_c = hc_0$,<br>$l_{ec} = hl_e$. |
| Ecuațiile telegrafiștilor clasice de ordinul doi | $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = l_0 c_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + r_0 c_0 \frac{\partial u}{\partial t}$, (3)<br>$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = l_0 c_0 \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + r_0 c_0 \frac{\partial i}{\partial t}$, (3′) | $u_{k-1} - 2u_k + u_{k+1} = L_c C_c \frac{\mathrm{d}^2 u_k}{\mathrm{d}t^2} + R_c C_c \frac{\mathrm{d}u_k}{\mathrm{d}t}$, (9)<br>$i_{k-1} - 2i_k + i_{k+1} = L_c C_c \frac{\mathrm{d}^2 i_k}{\mathrm{d}t^2} + R_c C_c \frac{\mathrm{d}i_k}{\mathrm{d}t}$, (9′) | |
| Ecuațiile telegrafiștilor generalizate de ordinul unu (cu rezistență tranzitorie) | $-\frac{\partial u}{\partial x} = l_e \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t r(t-\xi)\, i(x,\xi)\, \mathrm{d}\xi$, (4)<br>$-\frac{\partial i}{\partial x} = c_0 \frac{\partial u}{\partial t}$, (5) | $u_{k-1} - u_k = L_{ec} \frac{\mathrm{d}i_k}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_0^t r(t-\xi)\, i_k(x,\xi)\, \mathrm{d}\xi$, (10)<br>$i_{k-1} - i_k = C_c \frac{\mathrm{d}u_k}{\mathrm{d}t}$, (11) | |
| Ecuațiile telegrafiștilor generalizate de ordinul doi (cu rezistență tranzitorie) | $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = l_e c_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t r(t-\xi) u(x,\xi) \mathrm{d}\xi$, (6)<br>$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = l_e c_0 \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + c_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t r(t-\xi) i(x,\xi) \mathrm{d}\xi$, (6′) | $u_{k-1} - 2u_k + u_{k+1} = L_{ec} C_c \frac{\mathrm{d}^2 u_k}{\mathrm{d}t^2} + C_c h \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2} \int_0^t r(t-\xi)\, u(x,\xi)\, \mathrm{d}\xi$, (12)<br>$i_{k-1} - 2i_k + i_{k+1} = L_{ec} C_c \frac{\mathrm{d}^2 i_k}{\mathrm{d}t^2} + C_c h \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2} \int_0^t r(t-\xi)\, i_k(x,\xi)\, \mathrm{d}\xi$. (13) | |

sînt echivalentul ecuațiilor (1) — (6) pentru toate secțiunile interioare, cu excepția celor de la extremități, care sînt puțin diferite.

La grupurile de ecuații din tabela 1 se adaugă condițiile inițiale, sistemul fiind considerat perturbat din starea de repaus

$$u(x, 0) = u'(x, 0) = i(x, 0) = i'(x, 0) = 0, \tag{14}$$

și condițiile la limită

$$u(0, t) = u_e(t) - R_a i_0 \tag{15}$$

pentru extremitatea sursă și

$$u(l, t) = R_r i_n \tag{16}$$

pentru extremitatea receptor.

La aplicarea teoremelor Kirchhoff, ecuațiile de ordinul unu pentru cvadripolii de rang 1 și $n + 1$ pentru curenți au forma

$$\frac{di_0}{dt} = \frac{2}{L_c}(u_0 - u_1) - \frac{1}{\tau_0} i_0, \tag{17}$$

$$\frac{di_n}{dt} = \frac{2}{L_c}(u_n - u_r) - \frac{1}{\tau_0} i_n. \tag{18}$$

Ecuațiile de ordinul doi sînt

$$\frac{d^2u_1}{dt^2} = \frac{1}{L_c C_c}(2u_0 - 3u_1 + u_2) - \frac{1}{\tau_0}\frac{du_1}{dt}, \tag{19}$$

$$\frac{d^2u_n}{dt^2} = \frac{1}{L_c C_c}(u_{n-1} - 3u_n + 2u_r) - \frac{1}{\tau_0}\frac{du_n}{dt} \tag{20}$$

pentru tensiunile cuadripolilor de rang 1 și $n$ și

$$\frac{d^2i_0}{dt^2} = \frac{2}{L_c}\frac{du_0}{dt} + \frac{2}{L_c C_c}(i_1 - i_0) - \frac{1}{\tau_0}\frac{di_0}{dt}, \tag{21}$$

$$\frac{d^2i_n}{dt^2} = \frac{2}{L_c C_c}(i_{n-1} - i_n) - \left(\frac{2R_r}{L_c} + \frac{1}{\tau_0}\right)\frac{di_n}{dt} \tag{22}$$

pentru curenții cvadripolilor de rang 1 și $n + 1$. Remarcăm simetria coeficienților la cele două extremități ale liniei.

## 2. UNELE REZULTATE PRIVIND PRECIZIA REZOLVĂRII ECUAȚIILOR DE PROPAGARE CLASICE PE LINII CU PIERDERI

2. 1 *Erorile de metodă.* Folosirea metodei diferențelor finite pentru rezolvarea ecuațiilor diferențiale cu derivate parțiale introduce erori de metodă, a căror expresie depinde de felul diferenței finite și de ordinul ecuației. În tabela 2 sînt indicate valorile resturilor aproximate, considerate pînă la derivata a 2-a inclusiv, pentru trei tipuri de diferențe finite și pentru ecuațiile de ordinul unu și doi.

*Tabela 2*

| | Denumirea diferenței finite | Expresia diferenței finite | Restul aproximat $\overline{R}_k$ | Relația între mărimea adevărată, cea aproximată și rest |
|---|---|---|---|---|
| Ecuații de ordinul unu | Dif. fin. în avans (în aval) | $\Delta^1 x_k = u(x_k + h) - u(x_k)$ | $\overline{R}_{k\Delta^1} = \frac{h}{2} f'(x_k) + \frac{h^2}{6} f''(x_k)$ | $u(x_k) = \overline{u}(x_k) - \overline{R}_k$ |
| | Dif. fin. în urmă (în amonte) | $\nabla^1 x_k = u(x_k) - u(x_k - h)$ | $\overline{R}_{k\nabla^1} = \frac{h}{2} f'(x_k) - \frac{h^2}{6} f''(x_k)$ | $u(x_k) = \overline{u}(x_k) + \overline{R}_k$ |
| | Dif. fin. centrală | $\delta^1 x_k = u(x_k + h) - u(x_k - h)$ | $\overline{R}_{k\delta^1} = \frac{h^2}{6} f''(x_k)$ | $u(x_k) = \overline{u}(x_k) - \overline{R}_k$ |
| Ecuații de ordinul doi | Dif. fin. în avans (în aval) | $\Delta^2 x_k = u(x_k + 2h) - 2u(x_k + h) + u(x_k)$ | $\overline{R}_{k\Delta^2} = hf'(x_k) + \frac{7}{12} h^2 f''(x_k)$ | $u(x_k) = \overline{u}(x_k) - \overline{R}_k$ |
| | Dif. fin în urmă (în amonte) | $\nabla^2 x_k = u(x_k) - 2u(x_k - h) - u(x_k - 2h)$ | $\overline{R}_{k\nabla^2} = hf'(x_k) - \frac{7}{12} h^2 f''(x_k)$ | $u(x_k) = \overline{u}(x_k) + \overline{R}_k$ |
| | Dif. fin. centrală | $\delta^2 x_k = u(x_k + h) - 2u(x_k) + u(x_k - h)$ | $\overline{R}_{k\delta^2} = \frac{h^2}{12} f''(x_k)$ | $u(x_k) = \overline{u}(x_k) - \overline{R}_k$ |

Din analiza acestor expresii rezultă că :

a) restul aproximat al diferenței centrale este cel mai mic, avînd componentă numai derivata a 2-a, în timp ce celelalte două feluri de diferențe au și derivata întîi ;

b) întrucît derivatele sînt funcții de timp, este posibil ca restul aproximat al diferenței finite în urmă să fie nul, cînd ar fi îndeplinită condiția de egalitate a celor doi termeni cu semne opuse ;

c) restul diferenței centrale de ordinul doi este jumătate din cel al diferenței centrale de ordinul unu ;

d) diferențele în avans și centrală aproximează funcția prin exces, iar diferența în urmă prin lipsă ;

e) restul aproximat variază parabolic cu pasul $h$ al diferenței finite.

Variația derivatelor întîi și a doua va indica gradul de neregularitate a funcției aproximate față de funcția reală. Procesul tranzitoriu va fi cu atît mai îndelungat, cu cît aceste derivate vor avea valori mai mari și variații mai rapide. În figura 2 se observă că funcția treaptă

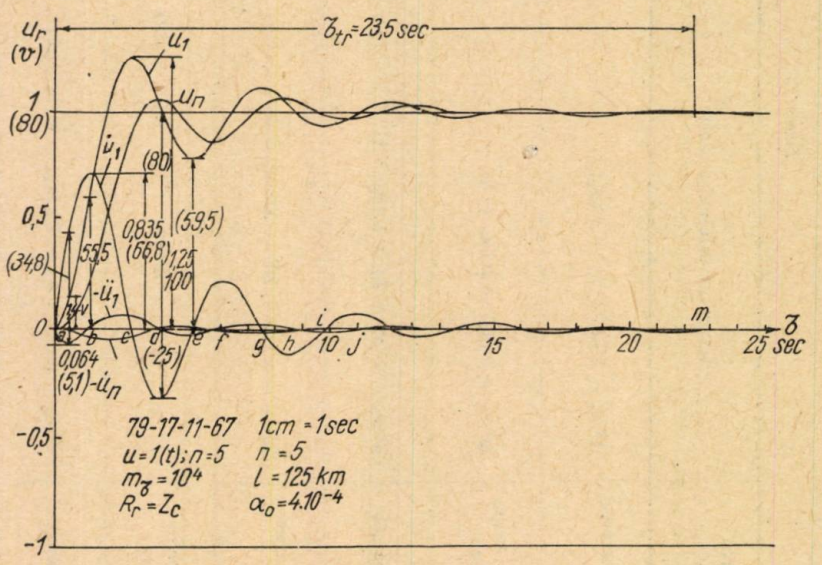



Fig. 2. — Diagrama derivatei a 2-a, întîi și a tensiunii pentru tensiunea treaptă la linia fără pierderi și fără reflexii.

$u_1$ se stabilizează la valoarea constantă în momentul cînd cele două derivate $\dot{u}$ și $\ddot{u}$ se anulează. Se mai remarcă faptul că variația primei derivate este mult mai agitată decît a celei de-a 2-a derivate. Durata procesului tranzitoriu pentru o secțiune de 25 km dintr-o linie de 125 km este de 23,5 s în timpul calculatorului, $m_\tau = \frac{\tau}{t} = 10^4$.

În figura 3, același element pasiv, supus unei perturbații sinusoidale cu condiții inițiale nule, se comportă mult mai liniștit, procesul tranzitoriu fiind foarte redus, fapt confirmat și de variația lentă a derivatei întîi cu amplitudini foarte mici și de variația practic insesizabilă a derivatei a doua.

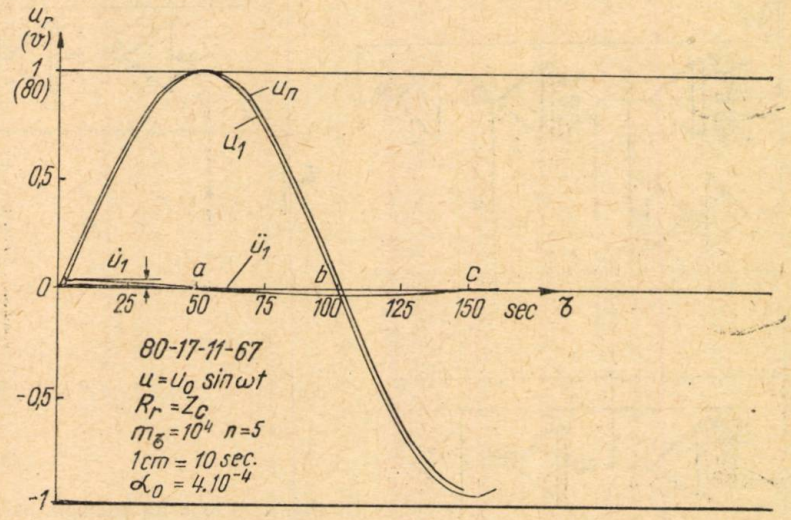



Fig. 3. — Diagrama derivatei a 2-a, întîi și a tensiunii pentru tensiunea sinusoidală la o linie fără pierderi și fără reflexii.

2.2. *Limitele de utilizare a unor dispozitive lente de înregistrare pentru procese ultrarapide.* Modelul unei secțiuni a ecuațiilor cu diferențe finite de ordinul unu pentru o linie cu pierderi este indicat în figura 4.

Expresiile rezistențelor de intrare $R_u$ a curenților $i_k$ și $i_{k-1}$ în amplificatorul integrator care dă tensiunea $u_k$ și ale rezistențelor de intrare $R_i$ a tensiunilor $u_{k-1}$ și $u_k$ în amplificatorul integrator care dă curentul $i_{k-1}$, deduse prin regulile de programare menționate în lucrările [2], [3], sînt

$$R_u = m_\tau \frac{\beta_0}{\alpha_0} \cdot \frac{C}{n} M\Omega, \tag{23}$$

$$R_i = m_\tau \frac{\alpha_0}{\beta_0} \cdot \frac{L}{n} M\Omega, \tag{24}$$

unde $\alpha_0 = \frac{\bar{u}}{u}\frac{v}{v}$; $\beta_0 = \frac{i}{i}\frac{v}{A}$, $m_\tau = \frac{\tau}{t}\frac{s}{s}$ sînt factorii de amplificare ai tensiunii, ai curentului și ai timpului pe calculatorul analogic, $\bar{u}$ și $i$ fiind mărimile pe calculator. Se observă că aceste rezistențe depind de factorii de amplificare a tuturor mărimilor care participă la procesul de propagare $m_\tau$, $\alpha_0$, $\beta_0$, de caracteristicile fizice și geometrice ale liniei

$L = l_0 l$ și $C = c_0 l$ și de modelul liniei $n$. Acest fapt dă o elasticitate în programare, în sensul că factorul de amplificare a timpului $m_\tau$ poate fi mărit oricît de mult dacă se mărește corespunzător și numărul de secțiuni al modelului $n$ pentru $L$, $C$ dați și $\alpha_0$, $\beta_0$ aleși convenabil [2].

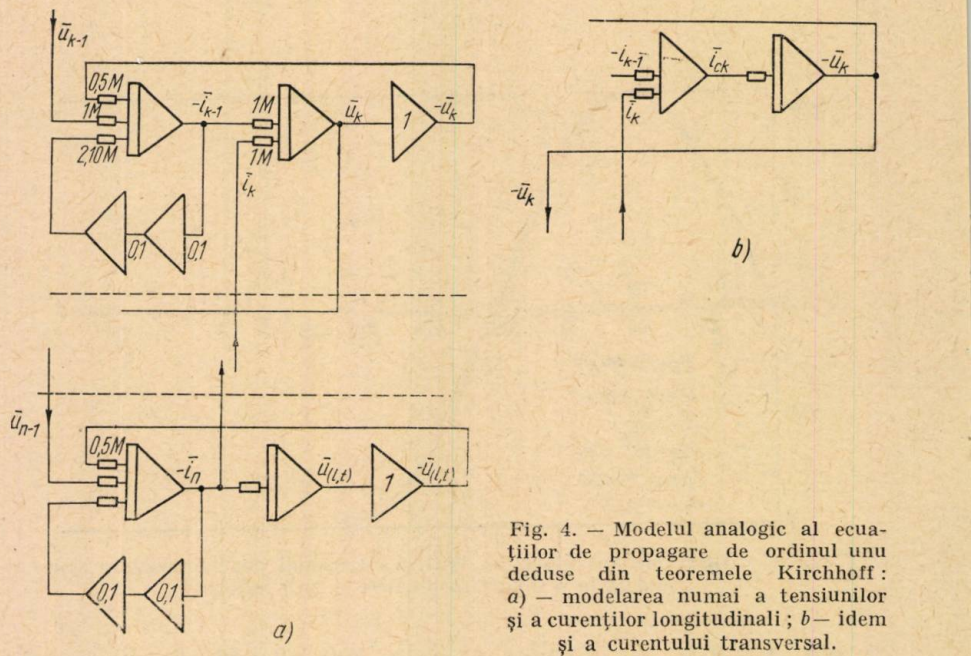



Fig. 4. — Modelul analogic al ecuațiilor de propagare de ordinul unu deduse din teoremele Kirchhoff: *a*) — modelarea numai a tensiunilor și a curenților longitudinali; *b* — idem și a curentului transversal.

Nu tot aceeași situație o avem și cu rezistența de intrare a reacției proprii $R_{rp}$ a curentului $\bar{i}_{k-1}$, a cărei expresie este

$$R_{rp} = m_\tau \cdot \tau_0 \, M\Omega, \tag{25}$$

unde

$$\tau_0 = \frac{l_0}{r_0} \tag{26}$$

este constanta de timp a liniei, dependentă numai de parametrii lineici ai liniei date. Întrucît calculatorul impune limitele $0{,}02\,M\Omega \leqslant R_{rp} \leqslant 10\,M\Omega$ [8], rezultă condiția restrictivă

$$\frac{0{,}020\ M\Omega}{\tau_0\ s} \leqslant m_\tau = \frac{R_{rp}}{\tau_0} \leqslant \frac{10\ M\Omega}{\tau_0\ s}. \tag{27}$$

Pentru constante de timp de ordinul 1 000 — 5 000 μs, corespunzînd liniilor de transport de energie cu conductoare de cupru sau oțel-aluminiu, se obțin valorile extreme $4 \leqslant m_\tau \leqslant 10^4$.

Rezultă deci că pentru procesele rapide ca acelea datorite tensiunilor de impuls pe lungimi de linie de ordinul kilometrilor nu se pot obține detalii ale fenomenului la durate între 0,1 și 100 μs cu mijloace lente de înregistrare, fiind necesară utilizarea oscilografelor care să mărească viteza de deplasare a diagramei [5].

2.3. *Limitări la modelarea ecuațiilor de propagare de ordinul doi la linia cu pierderi.* Modelul ecuației (9) rezultată din ecuația (3) pe baza figurii 1*c* este indicat în figura 5, unde rezistențele de intrare în primul amplificator integrator au expresiile

$$R_u = r_2 = \frac{m\tau^2}{v^2}\ h^2 M\Omega (v, \hat{i}n\ \text{km s}^{-1};\ h, \hat{i}n\ \text{km}),$$
$$r_1 = \frac{r_2}{2};\ R_{rp} = r_3 = m_\tau\, \tau_0 M\Omega \tag{28}$$

pentru secțiunile egale $1 \leqslant k \leqslant n-1$. Tensiunea la extremitatea receptor a liniei se obține din ecuația (1) pentru $x_n = l$, în care se înlocuiește derivata spațială a mărimii $u$ cu diferența în urmă de ordinul unu, singura posibilă în acest caz, iar curentul $i_n$ și derivata lui $\frac{\partial i_n}{\partial t}$ se substituie cu valorile rezultate din relația (16) nederivată și derivată. Se obține ecuația

$$\frac{\mathrm{d}u_n}{\mathrm{d}t} = \frac{R_r}{l_0 h}\, u_{n-1} - \left(\frac{R_r}{l_0 h} + \frac{1}{\tau_0}\right) u_n, \tag{29}$$

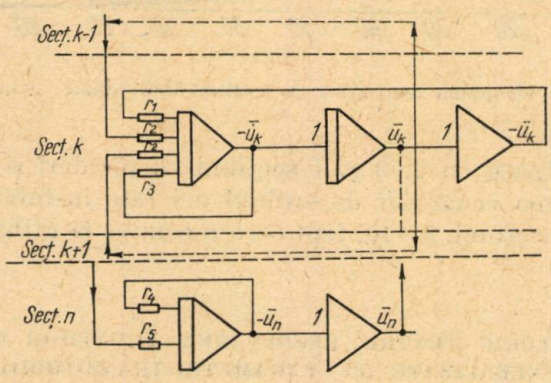



Fig. 5. — Modelul analogic al ecuației telegrafiștilor de ordinul doi rezolvată prin diferențe finite.

modelată în figura 5 ca ultimă secțiune a liniei, cu rezistențele

$$r_5 = \frac{m_\tau}{v}\, h\ \text{M}\Omega,$$
$$r_4 = \frac{m_\tau}{\frac{v}{h} + \frac{1}{\tau_0}}\ \text{M}\Omega. \tag{30}$$

Modelînd cu aceste ecuații o linie de 125 km împărțită în 5—10 secțiuni, alimentată cu tensiunea treaptă sau cu tensiunea de impuls, se obțin rezultate corecte și stabile la înregistrările cu cîte o secțiune cuplată numai cu receptorul ohmic, avînd $R_r = Z_c = \sqrt{\frac{L_0}{c_0}}$ (linie fără reflexii). Dar la conectarea în lanț a tuturor secțiunilor (întreaga linie), funcționarea este nestabilă și rezultatul necorect, fapt observabil din figura 6 pentru o linie fără pierderi, precum și din alte încercări efectuate

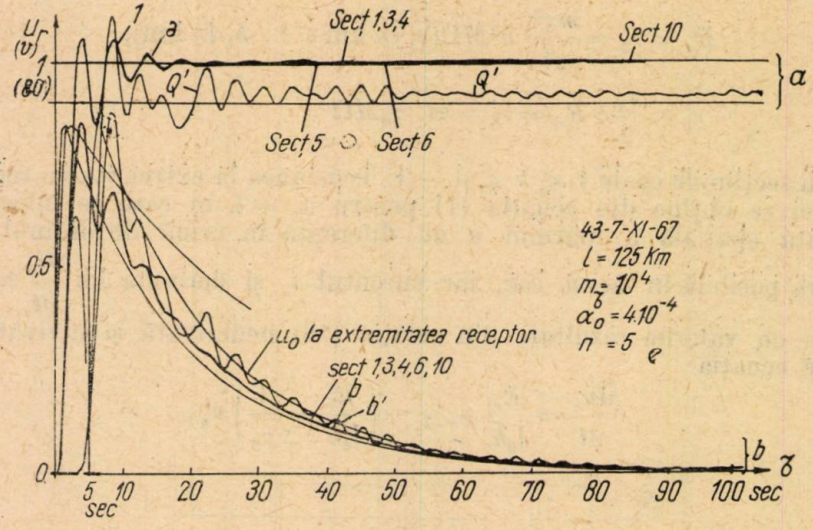



Fig. 6. — Diagrama tensiunilor pe secțiuni individualc și în lanț.

în diverse combinații cu 2, 3 și 4 secțiuni cu pierderi și fără pierderi. Rezultă că schema ecuațiilor de ordinul doi este instabilă, cel puțin la număr redus de secțiuni, 5—10, fapt care a condus la utilizarea ecuațiilor de ordinul unu.

### 3. MODELUL ANALOGIC PENTRU REZOLVAREA ECUAȚIILOR DE PROPAGARE GENERALIZATE (CU PARAMETRI TRANZITORII)

Rezolvarea cu ajutorul calculatoarelor analogice a ecuațiilor integrale de tip Volterra de speța a doua de argument retardat $(t - \xi)$ este indicată în literatură [9] — [10].

Sistemul de ecuații integrodiferențiale cu derivate parțiale de ordinul unu, ecuațiile [4] și [5] prezintă însă dificultăți sporite, datorită derivatelor parțiale ale termenului integral și ale mărimilor $u$ și $i$. Pentru rezolvarea ecuației (4) vom încerca transformarea ei într-o ecuație cu derivate parțiale prin introducerea unei variabile auxiliare $y_k$ pentru secțiunea $k$. Considerînd problema liniară, vom introduce sub

aceeași diferențială termenul integral și mărimea $l_e\, i$. Ecuația (4) devine deci

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial t}\left[l_e\, i(x, \xi) + \int_0^t r(t - \xi)\, i(x, \xi)\, \mathrm{d}\xi \right. \tag{31}$$

sau, notînd paranteza cu $y$

$$y = l_e\, i(x, \xi) + \int_0^t r(t - \xi)\, i(x, \xi)\, \mathrm{d}\xi, \tag{32}$$

obținem o ecuație integrală Volterra de speța a doua.

Cu relația (32), ecuațiile (31) și (4) devin

$$\begin{aligned} -\frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial t} y, \\ -\frac{\partial i}{\partial x} &= c_0 \frac{\partial u}{\partial t}. \end{aligned} \tag{33}$$

Aplicînd ecuațiilor (33) regulile de transformare în ecuații cu diferențe finite centrale, obținem

$$\frac{\mathrm{d}y_k}{\mathrm{d}t} = \frac{u_{k-1} - u_{k+1}}{2h}, \tag{34}$$

$$(k = 1, 2, \ldots, n - 1)$$

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{i_{k-1} - i_{k+1}}{2h\, c_0}, \tag{34'}$$

cu condițiile la limită

$$u_0 = u_0(t), \frac{\mathrm{d}y_0}{\mathrm{d}t} = \frac{u_0 - u_1}{h} \tag{35}$$

la extremitatea-sursă, folosind diferența în avans, și

$$u_n = R_r\, i_n\,; \frac{\mathrm{d}y_n}{\mathrm{d}t} = \frac{u_{n-1} - u_n}{h} \tag{36}$$

la extremitatea receptor, utilizînd diferența în urmă.

În secțiunea $k$ din figura 7, primele două amplificatoare operaționale modelează ecuația (34), ultimele două ecuația (34'), iar bucla din mijloc cu două amplificatoare operaționale și cu un dreptunghi, însemnat cu $K(t)_k$, ecuația integrală (32). Bucla este indicată în literatură [11], dreptunghiul semnificînd de fapt un ansamblu de amplificatoare care modelează integrala de convoluție $\int_0^t r(t - \xi) i(x, \xi)\, \mathrm{d}\xi$. Modelarea acesteia este o operație dificilă, depinzînd de forma analitică a nucleului $r(t)$. Pentru rezolvarea ei se aplică transformata Laplace ecuației (32), explicitîndu-se necunoscuta $\bar{i}_k(p) = \mathcal{L} i_k(x, t)$ [10], [11]. Se obține pentru secțiunea $k$

$$\mathcal{L} y_k = l_e\, i_k(p) + \bar{r}(p)\, i_k(p), \tag{37}$$

de unde

$$\bar{i}_k(p) = \frac{\mathcal{L} y_k}{l_e + \bar{r}(p)}. \tag{37'}$$

Înlocuind pe $y_k$ din ecuația (34) după ce-i aplicăm transformarea Laplace, rezultă

$$\bar{i}_k(p) = \frac{1}{2h}\mathcal{L}(u_{k-1} - u_{k+1})\frac{1}{p}\frac{1}{l_e + \bar{r}(p)}. \tag{38}$$

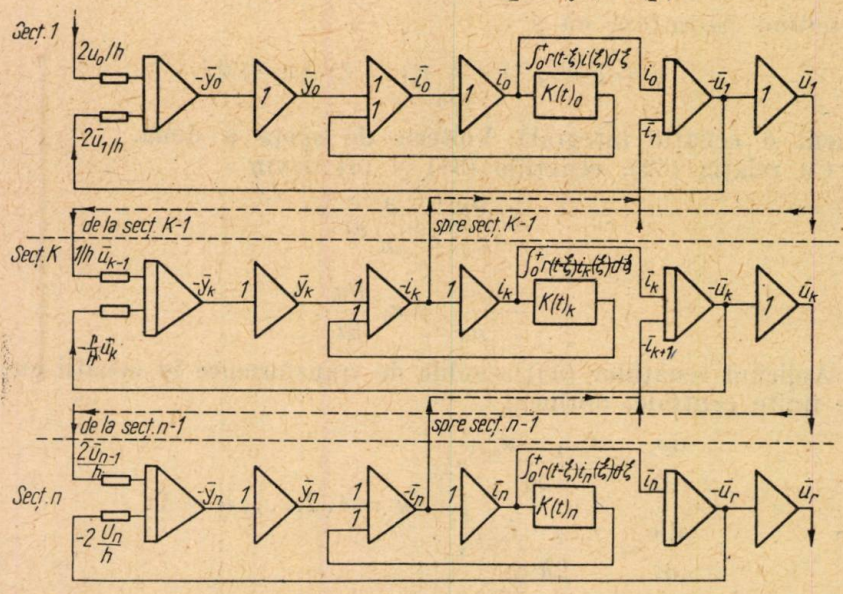



Fig. 7. — Modelul analogic al ecuațiilor telegrafiștilor generalizate de ordinul unu.

În cazul liniei lungi pentru timpi mari, rezistența tranzitorie este o sumă de exponențiale a căror transformate se pot modela ușor; pentru timpi apropiați de zero, rezistența tranzitorie este o funcție de forma [12]

$$r(t) = r_0\left(\frac{a}{\sqrt{t}} + b + c\sqrt{t}\right), \tag{39}$$

care nu se poate modela. Pentru acest caz s-ar putea utiliza descompunerea formei operaționale a rezistenței tranzitorii $r(p) = -k\dfrac{J_0(ja_1\sqrt{p})}{ja_1\sqrt{p}\,J_1(ja_1\sqrt{p})}$ [12], într-o sumă de funcții Laguerre care se modelează ușor pe calculatorul analogic [13], [14], folosind metoda indicată în literatură [15], [16]. În expresia de mai sus, $p$ este variabila complexă, $J_0(ja_1\sqrt{p})$, $J_1(ja_1\sqrt{p})$ sînt funcțiile Bessel de ordinul zero și unu de argument imaginar, iar $k$ un factor constant.

## 4. REZULTATE OBȚINUTE

Folosind ecuațiile (1) și (2) de ordinul unu din motivele arătate la punctul 2.3 pentru o linie aeriană de 220 kV de lungimi cuprinse între 100 și 1 250 km cu conductor de cupru de 240 mm², avînd caracteris-

ticile $r_0 = 7{,}9 \cdot 10^{-2} \Omega \cdot km^{-1}$, $l_0 = 1{,}7$ mH $\cdot km^{-1}$, $c_0 = 0{,}009412$ $\mu F \cdot km^{-1}$, $v = 2{,}5 \cdot 10^5$ km $\cdot s^{-1}$, $Z_c = 425$ Ω, $U_m = 245$ kV, $U_0 = 200$ kV pentru tensiune treaptă, armonică și de impuls, s-au obținut următoarele rezultate :

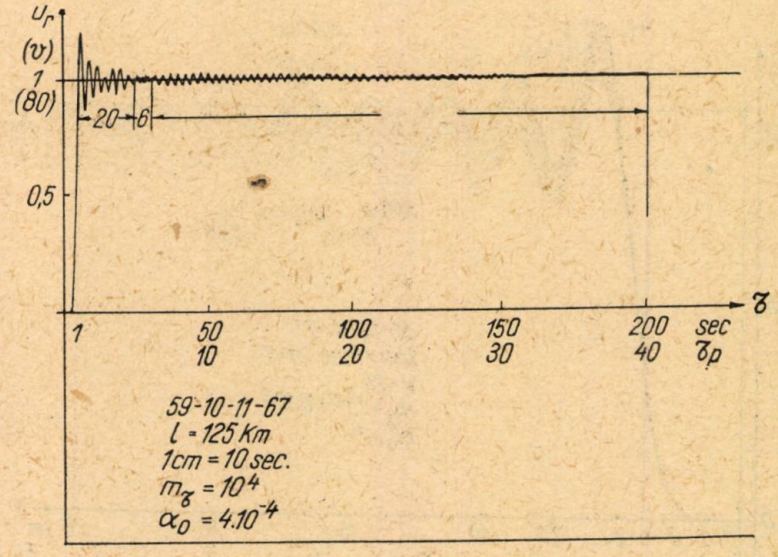



Fig. 8. — Curba tensiunii tranzitorii la o linie de 125 km fără pierderi alimentată cu tensiune treaptă.

4.1. *Tensiunea continuă.* Din figura 8 se observă că curba de răspuns tranzitoriu a tensiunii la o linie fără pierderi modelată cu cinci secțiuni are două zone de oscilații : prima, agitată, de durată circa 10% din timpul tranzitoriu total ; a doua, calmă, continuu amortizată, de durată circa 87%, despărțite de o zonă practic liniștită de durată 3% din total.

Căderea de tensiune în regim staționar, calculată cu formula

$$\Delta U = RI = r_0 l \frac{U_0}{r_0 l + R_r} = \frac{2 \cdot 10^5}{7{,}9 \cdot 10^{-2} l + 425} \text{ v} \qquad (40)$$

pentru șase lungimi de linii (tabela 3), s-a comparat cu valorile obținute pe calculator pentru zona de oscilații agitate (fig. 9).

*Tabela 3*

| l km | $\Delta U$ staționar kV | $\Delta U$ staționar % | $\Delta U$ tranz. calculator % | $\frac{\Delta U \text{ tranz.}}{\Delta U \text{ staționar}}$ | Abatere % | Obs. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 3,66 | 1,83 | 2,00 | 109,5 | + 9,5 | |
| 250 | 8,9 | 4,45 | 4,05 | 91,0 | − 9,0 | |
| 500 | 17,0 | 8,5 | 7,10 | 83,0 | −17,0 | |
| 750 | 24,5 | 12,25 | 10,1 | 82,5 | −17,5 | |
| 1 000 | 31,3 | 15,65 | 13,5 | 86,5 | −13,5 | |
| 1 250 | 37,6 | 18,8 | 16,1 | 85,5 | −14,5 | |

Se observă că pentru linia de 1 250 km căderea de tensiune la prima oscilație este 14,2%, iar la a 8-a oscilație 16,1%, apropiindu-se deci de valoarea regimului staționar. O alură similară o au și liniile mai scurte, fapt ce confirmă corectitudinea înregistrărilor, și arată cum căderea

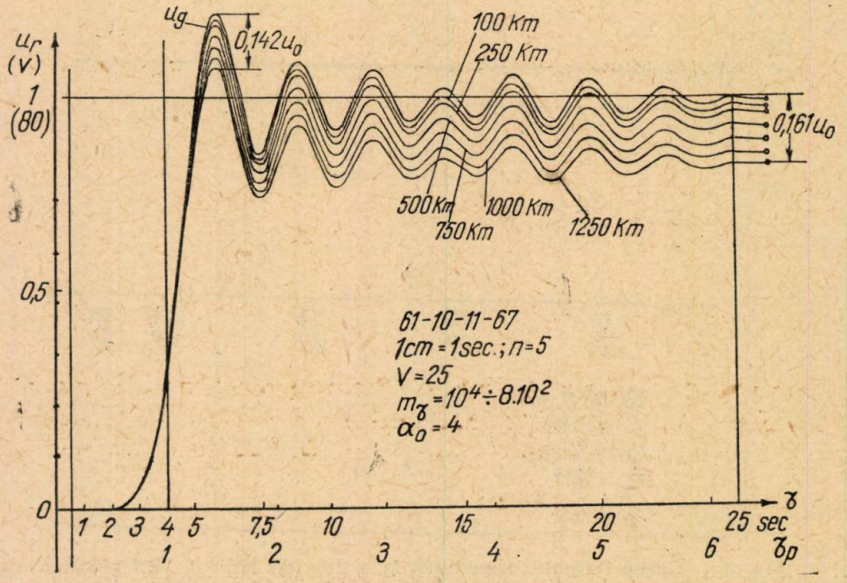



Fig. 9. — Curbele tensiunii tranzitorii la linii cu pierderi pentru $l$ = 100, 250, 500, 750, 1 000, 1 250 km, alimentate cu tensiune treaptă.

de tensiune este variabilă în timp în regim tranzitoriu $\Delta U = f(t_{tr})$. Această tendință de creștere a căderii de tensiune arată că abaterile de 17% sînt caracteristice momentului considerat (12,5% din timpul tranzitoriu total).

4.2. *Tensiune armonică.* În figura 10 este indicată alura tensiunii pentru o linie de 1 000 km la alimentare cu tensiune armonică cu faza inițială 0 (sinusoidă) și $\pi/2$ (cosinusoidă). Se observă că valoarea căderii de tensiune la amplitudini este de 10,1% pentru tensiunea cosinusoidală față de 11,2% pentru tensiunea continuă la același timp ($\tau \simeq 2^8$ din 200 s. durata procesului tranzitoriu la tensiunea treaptă) și 10,7% la tensiunea sinusoidală față de 13,1% la tensiunea continuă la timpul $\tau \simeq 5$ s. Căderile de tensiune la tensiunea armonică se mențin la același ordin de mărime la mai multe treceri succesive prin valoarea maximă a sinusoidei, respectiv cosinusoidei.

4.3. *Tensiune de impuls.* În figura 11 sînt reprezentate tensiunile la extremitatea liniei cu pierderi, alimentată cu unde de tensiune de impuls de 1/17, pentru aceleași lungimi de linie ca și la tensiunea continuă. Se observă că la prima oscilație s-a obținut aceeași cădere de tensiune 14,2% pentru linia de 1 250 km ca și la tensiunea continuă la timpul calculatorului $\tau = 2$ s, față de timpul propriu al liniei $\tau_p = \frac{l}{v} m_\tau =$

$= 4$ s.

Remarcăm faptul că tensiunea de impuls aplicată a fost calculată pentru unda normalizată 1,2/50, dar că, din motivele menționate la punctul 2.2, fruntea a ieșit mai lungă decît cea care ar fi trebuit, fapt ce necesită o reanalizare, rezultatele avînd un caracter calitativ în acest caz.

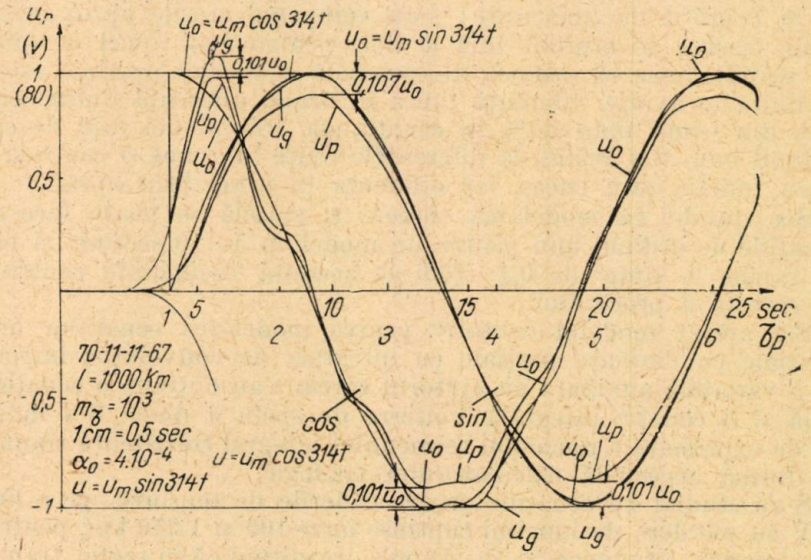



Fig. 10. — Curbele tensiunii tranzitorii la o linie cu pierderi de 1 000 km, alimentată cu tensiune armonică.

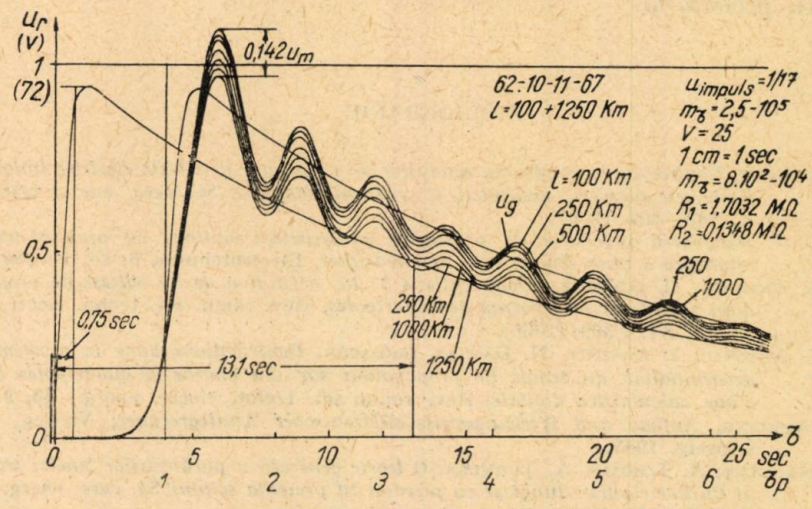



Fig. 11. — Curbele tensiunii tranzitorii la linii cu pierderi pentru tensiune de impuls 1/17, $l = 100, 250, 500, 750, 1\,000, 1\,250$ km.

Din compararea figurilor 9, 10 și 11 rezultă că tensiunea treaptă conduce la cele mai mari căderi de tensiune în faza tranzitorie față de tensiunea armonică și cea de impuls, că tensiunea treaptă și cea cosinusoidală au distorsionările cele mai importante datorite caracterului discret al modelului.

## 5. CONCLUZII

În lucrare s-au indicat, în lumina ultimelor cercetări, tipurile de ecuații uzuale cu care se poate studia procesul de propagare pe liniile lungi în condiții de liniaritate; s-au comparat erorile aproximative la ecuațiile clasice de ordinul unu și doi, pentru trei tipuri de diferențe finite, stabilindu-se că ordinea descrescîndă a erorilor maxime este diferența finită în avans, diferență finită în urmă, diferență finită centrală, aceasta din urmă fiind 50% la ecuația de ordinul doi față de ecuația de ordinul unu. S-a arătat că diferențele finite în avans și centrală aproximează funcția prin exces, iar diferența în urmă prin lipsă.

S-a stabilit că modelarea corectă și stabilă se poate face numai cu ecuațiile de ordinul unu pentru un model cu 5—10 secțiuni și că procesele rapide la timpi de 0,1—100 μs necesită oscilografe pentru prinderea corectă a procesului.

S-a arătat modelul calitativ pentru modelarea ecuațiilor integro-diferențiale cu derivate parțiale cu integrala de convoluție, introducîndu-se o variabilă auxiliară cu ajutorul căreia s-au obținut o ecuație diferențială și o ecuație integrală Volterra de speța a doua. S-a indicat și o cale de exprimare a nucleului termenului integral (rezistența tranzitorie) într-o formă accesibilă calculatorului analogic.

S-au studiat cu ecuațiile clasice căderile de tensiune pe o linie de 220 kV cu pierderi, de lungimi cuprinse între 100 și 1 250 km, pentru tensiunea treaptă, armonică și de impuls, rezultînd că în regim tranzitoriu sînt mai mici decît în regimul staționar, către care tind însă pe măsura liniștirii procesului.

## BIBLIOGRAFIE


1. I. Adămuț, *Contribuții la rezolvarea ecuațiilor de propagare pe liniile electrice lungi multifilare, cu pierderi, nesimetrii și influențe mutuale*, St. cerc. energ. electr., **17**, *4*, 783—802 (1967).
2. — *Rezolvarea proceselor de propagare pe structuri continui cu ajutorul modelării analogice a unor scheme lanț de cuadripoli*, Electrotehnica, **6**, *20*, 1—208 (1967).
3. I. S. Antoniu, I. Adămuț, *Contributions à la définition de la vitesse de propagation d'un signal sur les chaînes de quadripoles*, Rev. roum. sci. techn. electr. energ., **11**, *3*, 341—369 (1966).
4. I. S. Antoniu, I. Adămuț, N. Damian Iordache, *Contributions dans le probleme de la détermination du temps de propagation sur une chaîne de quadripoles à l'aide d'une calculatrice digitale*, Rev. roum. sci. techn. electr. energ., **13**, *2* (1968).
5. W. Ameling, *Aufbau und Wirkungsweise elektronischer Analogrechner*, Vieweg, Braunschweig, 1963.
6. R. Răduleț, A. Timotin, A. Țugulea, *O teorie generală a parametrilor lineici tranzitorii ai liniilor electrice lungi și cu pierderi în prezența solului* St. cerc. energ. electr., *3*, 417—449 (1966).
7. — *Ecuațiile de propagare cu parametri tranzitorii pentru liniile electrice cu pierderi*, simpozionul „Analiza și sinteza rețelelor electrice", București, octombrie 1967.
8. V. M. Popov, N. N. Tătaru, T. N. Băjenescu, *Calculatorul analogic neliniar MECAN II*, St. cerc. energ. electr., **13** 2, 291 (1963).
9. D. M. Mckay, M. E. Fisher, *Analogue Computing at Ultra High Speed*, Londra, Chapman Hall, 1962.
10. A. Sydow, *Programmierungstechnik fur elektronische Analogrechner*, 2te Auflage, VEB Verlag Technik, Berlin, 1964.

11. Г. Е. Пухов Г. И. Грездов А. Ф. Верлань, Методы решения краевых задач на электронных моделях Науково думка Киев. 1965.
12. A. Timotin, A. Țugulea, *Calculul parametrilor lineici tranzitorii ai unor linii electrice lungi și utilizarea lor în studiul propagării undelor pe linii*, St. cerc. energ. electr., **3** (1967).
13. H. G. Bürgin, *Kurvenapproximation mittels verlagemeinerter Laguerre-Funktionen*, Bull. ASE, **57**, *3*, 95 (1966).
14. I. Adămuț, *Cercetări privind variația tensiunii la extremitatea receptor a unei linii de lungime finită, fără pierderi, pe o cale nouă — modelarea analogică a funcțiilor Laguerre generalizate*, St. cerc. energ. electr., **18**, *1* (1968).
15. E. E. Ward, *The Calculation of Transients in Dynamical Systems*, Proc. Cambr. Phil. Soc., **50** Part *1*, 49 (1954).
16. W. J. Head, *Approximation to Transients by Means of Laguerre Series*, Proc. Cambr. Phil. Soc., **52** Part *4*, 640 (1956).

# MODELE MATEMATICE ŞI SCHEMA LOGICĂ PENTRU STUDIUL INFLUENŢEI LINIILOR ELECTRICE ASUPRA CIRCUITELOR DE TELECOMUNICAŢII CU AJUTORUL CALCULATOARELOR NUMERICE

DE

ANATOL CARABULEA

621.3.013.71/72

Se sistematizează partea teoretică privind deducerea relaţiilor de calcul ale curenţilor şi tensiunilor induse în circuitele de telecomunicaţie condiţionate de inducţia magnetică şi de influenţa electrică a celor mai uzuale linii electrice construite.

Relaţiile prezentate sînt generale, au formă simplificată, nu folosesc coeficienţi empirici şi înlătură posibilitatea cumulării erorilor la calculul tensiunilor induse.

Se compară expresiile deduse cu cele din literatura de specialitate şi se confruntă rezultatele de calcul cu o serie de valori ale tensiunilor induse determinate experimental.

Se construieşte schema logică şi se dau modelele matematice care înlesnesc determinarea influenţei oricărui tip de linie electrică asupra circuitelor aeriene de telecomunicaţie cu ajutorul calculatoarelor numerice.

## 1. FORMULAREA PROBLEMEI

Dezvoltarea liniilor electrice şi extinderea circuitelor de telecomunicaţie implică studierea apropierilor încă din faza proiectării în scopul determinării curenţilor şi tensiunilor induse periculoase şi perturbatoare. Relaţiile laborioase din literatură recomandate pentru stabilirea nivelului de influenţă în cazul liniilor electrice monofazate se folosesc pentru celelalte tipuri de linii, multiplicîndu-se cu o serie de coeficienţi empirici, ceea ce duce în cele mai frecvente cazuri la tensiuni induse calculate prea acoperitoare faţă de cele rezultate din măsurători. Scopul lucrării de faţă constă în sistematizarea relaţiilor de calcul ale mărimilor induse condiţionate de inducţia magnetică şi influenţa electrică a celor mai frecvente tipuri de linii electrice întîlnite în practică. Relaţiile prezentate au caracter general pentru că se aplică la diferite situaţii de învecinare şi tipuri de

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 4, p. 893—911, Bucureşti, 1968

linii, au formă simplă, evită folosirea coeficienților empirici și înlătură posibilitatea cumulării erorilor la calculul tensiunilor induse. Se prezintă relații noi de calcul ale impedanțelor mutuale între liniile învecinate care permit obținerea unor tensiuni longitudinale și psofometrice calculate, comparabile cu cele măsurate. Relațiile de calcul din literatură [6] recomandate pentru deducerea impedanțelor mutuale dau erori de circa 20% pentru rezistivități medii ale solului. Modelele matematice prezentate s-au cuprins în programul ALGOL, care a fost scris pe baza schemei logice din figura 1. Algoritmul prezentat înlesnește folosirea calculatoarelor cifrice pentru stabilirea nivelului de influență al liniilor electrice asupra circuitelor învecinate de telecomunicație.

## 2. PREMISELE DE CALCUL ALE CURENȚILOR ȘI TENSIUNILOR INDUSE CONDIȚIONATE DE INDUCȚIE MAGNETICĂ ȘI INFLUENȚA ELECTRICĂ

Pentru studiul influenței liniilor electrice asupra circuitelor învecinate de telecomunicație se pleacă de la următoarele relații:

$$-\frac{\mathrm{d}\underline{V}_I}{\mathrm{d}x} = Z_I \underline{I}_I + Z_{k-I} \underline{I}_k,$$

$$-\frac{\mathrm{d}\underline{I}_I}{\mathrm{d}x} = Y_I \underline{V}_I - Y_{k-I} \underline{V}_k, \tag{1}$$

în care

$Z_I$ și $Y_I$ reprezintă impedanța (Ω/km) și, respectiv, admitanța (S/km) a circuitului supus inducției,

$Z_{k-I}$ și $Y_{k-I}$ — impedanța (Ω/km) și, respectiv, admitanța mutuală (S/km) între linia de energie și circuitul învecinat de telecomunicație,

$\underline{V}_I$ și $\underline{I}_I$ — tensiunile și curenții induși în circuitele de telecomunicație,

$\underline{V}_k$ și $\underline{I}_k$ — tensiunile și curenții liniei electrice inductoare.

Sistemul de ecuație (1) are soluții de forma

$$\underline{V}_I(x) = \underline{A}\, e^{-k_k x} + \underline{A}'\, e^{k_I x} + \underline{A}''\, e^{-k_I x},$$

$$\underline{I}_I(x) = \underline{B}\, e^{-k_k x} - \frac{1}{Z_{cI}} (\underline{A}'\, e^{k_I x} - \underline{A}''\, e^{-k_I x}), \tag{2}$$

în care

$$k_I = \sqrt{Z_I Y_I}, \quad k_k = \sqrt{Z_k Y_k}$$

reprezintă constanta de propagare. Mărimile afectate de indicii (I) se referă la circuitul supus inducției, iar cele cu indicii ($k$) se referă la linia electrică inductoare. Deducerea relațiilor de calcul pentru curenții și tensiunile induse se face prin determinarea constantelor din relațiile (2), așa cum se arată în anexa A, și prin înlocuirea funcțiilor hiperbolice cu primii termeni ai dezvoltării în serie.

Făcînd calculele, se obțin următoarele relații:

a) circuit de telecomunicație izolat la ambele capete:

$$\underline{V}_I(x) = \frac{Z_{k-I} \cdot \underline{I}_k \cdot Z_{cI} k_I (l_p - 2x)}{Z_I} + \frac{Y_{k-I} \cdot \underline{U}_k}{Y_{Ik}},$$

$$\underline{I}_I(x) = -\frac{Z_{k-I}}{Z_I} \underline{I}_k \left[1 - \frac{4 + k_I^2 (l_p - 2x)^2}{4 + k_I^2 l_p^2}\right]; \qquad (3)$$

b) circuit de telecomunicație pus la pămînt la ambele capete:

$$\underline{V}_I(x) = Z_{cI} \left[\frac{Z_{k-I} \underline{I}_k}{Z_I} - I_I(0)\right] k_I x + \frac{Y_{k-I} \underline{U}_k}{Y_{Ik}} A_1,$$

în care

$$A_1 = \left[1 - \frac{1 + k_I^2 (x - 0{,}5\, l_p)^2}{1 + 0{,}5^2 l_p^2 k_I^2}\right], \qquad (4)$$

$$\underline{I}_I(x) = \underline{I}_I(0) + \left[\underline{I}_I(0) - \frac{Z_{k-I} \underline{I}_k}{Z_I}\right] \frac{k_I^2 x^2}{2} + \frac{Y_{k-I} \underline{U}_k k_I (x - 0{,}5\, l_p)}{Y_{Ik} Z_{cI} [1 + k_I^2 (0{,}5\, l_p)^2]};$$

c) circuit de telecomunicație pus la pămînt la un capăt ($x = l_p$) și izolat la capătul ($x = 0$):

$$\underline{V}_I(x) = \frac{Z_{k-I} Z_{cI} \underline{I}_k (l_p - x)}{Z_I l_p} + \frac{Y_{k-I}}{Y_{Ik} l_p} \underline{U}_k (l_p - x),$$

$$\underline{I}_I(x) = -\frac{Z_{k-I} \underline{I}_k}{Z_I} \left[1 - \frac{4 + (l_p - x)^2}{4 + l_p^2}\right] + Y_{k-I} \underline{U}_k \cdot x, \qquad (5)$$

în care $l_p$ este lungimea de apropiere între liniile învecinate. Aceste relații sînt generale, pentru că se pot aplica la orice situație de apropiere dintre linii de diferite tipuri. Particularizarea expresiilor (3)-(5) pentru linii inductoare trifazate: *D.C.P.* (două conductoare-pămînt) și *U.C.P.* (un conductor-pămînt), care se învecinează cu circuite monofilare și bifilare de telecomunicație, este dată în literatura [2] [5]. Admitanțele $Y_{k-I}$ și $Y_I$ se pot scrie astfel:

$$Y_{k-I} = Y_{1-I};\ Y_{Ik} = Y_I \text{ pentru o linie inductoare U.C.P.,} \qquad (6)$$

$$Y_{k-I} = Y_{D\cdot C\cdot P\cdot -I},\ Y_{Ik} = 2Y_{1-I} + Y_I \text{ pentru o linie inductoare D.C.P.,}$$

$$Y_{k-I} = Y_{abc-I};\ Y_{Ik} = Y_{1-I} + Y_I \text{ pentru linia inductoare trifazată.}$$

La determinarea curenților și tensiunilor periculoase induse în circuitele de telecomunicație, se adoptă drept tensiune de influență tensiunea de linie a rețelei electrice, iar drept curent se consideră după caz intensitatea curentului în regim normal de funcționare al liniei de energie sau intensitatea în regim de scurtcircuit. La determinarea curenților și tensiunilor perturbatoare ($f = 800$ Hz), se lucrează cu valoarea curentului perturbator echivalent, și a tensiunii perturbatoare echivalente determinate cu relațiile din literatura [2].

În cazurile cînd nu se cere o precizie mare la calculul tensiunilor perturbatoare, atunci drept tensiune și curent perturbator echivalent se adoptă și tensiunea liniei electrice inductoare multiplicate cu factorul telefonic de formă al curbei de curent ($F_I$) și, respectiv, al curbei de tensiune ($F_u$) [7], [9].

Dacă circuitul bifilar de telecomunicație este nesimetric în raport cu linia inductoare sau în raport cu pămîntul, atunci expresiile de calcul ale tensiunilor induse au forma [2], [6]:

a) circuit bifilar de telecomunicație nesimetric în raport cu linia electrică inductoare,

$$\underline{U}_I^{(m+e)} = 0{,}5\, Z_{k-I}(F_I \underline{I}_k Z_{k-I} l'_p + Z_I Y_{k-I} F_u \underline{U}_k l'_p)\ [\mathrm{V}]; \tag{7}$$

b) circuit bifilar de telecomunicație nesimetric în raport cu pămîntul,

$$\underline{U}_I^{(m+e)} = 0{,}5\eta(F_I \underline{I}_k Z_{k-I} l_p + Z_I Y_{k-I} F_u \underline{U}_k l_p)\ [\mathrm{V}], \tag{8}$$

unde $l'_p$ este lungimea necompensată a pasului de transpunere, $(m + e)$ indică aportul inducției magnetice $(m)$ și al influenței electrice $(e)$, iar $(\eta)$ este coeficientul sensibilității circuitului de curenți slabi față de perturbație.

### 3. CONSIDERAȚII PRIVIND DETERMINAREA TENSIUNII LONGITUDINALE

Tensiunea longitudinală este condiționată de inducția magnetică a liniilor inductoare și se calculează cu relația

$$\underline{E}_I = K_e \underline{I}_k(0) \sum_1^N (Z_{k-I} l_p)\ [\mathrm{V}], \tag{9}$$

în care

$K_e$ este coeficientul de ecranizare, care variază între 0,4 și 0,8 în funcție de poziția, de numărul și de tipul conductoarelor ecran [5],

$\underline{I}_k(0)$ — curentul inductor al liniei electrice considerat la începutul porțiunii de apropiere,

$N$ — numărul transoarelor de apropiere.

Stabilirea expresiilor de calcul ale tensiunilor longitudinale induse în circuitele de telecomunicație de către liniile electrice revine la calculul impedanțelor mutuale pentru apropieri paralele și oblice.

În acest scop se scrie diferența tensiunilor longitudinale induse într-un circuit bifilar de telecomunicație astfel:

$$(\underline{E}_I - \underline{E}_{II}) = \left[\sum_1^3 Z_{kf'-I} I_{kf'} - \sum_1^3 Z_{kf'-II} I_{kf'}\right] l_p, \tag{10}$$

unde $f'$ indică faza liniei inductoare, iar 3 numărul de conductoare ale liniei electrice și $Z_{kf'}$ impedanța mutuală între o fază a liniei electrice și circuitul învecinat de telecomunicație. Scriind relația (10) pentru cazul unei linii electrice trifazate, se obține

$$\begin{aligned}(\underline{E}_I - \underline{E}_{II}) = [&(Z_{a-I} I_a + Z_{b-I} I_b + Z_{c-I} I_c) - (Z_{a-II} I_a + \\ &+ Z_{b-II} I_b + Z_{c-II} I_c)]\, l_p,\end{aligned} \tag{11}$$

în care $I_a$, $I_b$, $I_c$ reprezintă curenții din fazele liniei electrice.

Dacă se înlocuiesc curenții din (11) în funcție de ($I_b$) ținîndu-se seama de decalaj, se obțin expresiile [3]

$$Z_{abc-I}\frac{\underline{E}_I}{\underline{I}_b l_p}=\left[\frac{2Z_{b-I}-Z_{a-I}-Z_{c-I}}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}(Z_{a-I}-Z_{c-I})\right],$$

$$Z_{abc-II}=\frac{\underline{E}_{II}}{\underline{I}_b l_p}=\frac{1}{2}\Big[[(Z_{b-I}-Z_{a-I})+(Z_{b-I}-$$

$$-Z_{c-I})+j\sqrt{3}(Z_{a-I}-Z_{c-I})\Big]. \qquad (12)$$

Noua formă a relațiilor (12) se poate scrie astfel:

$$Z_{abc-I}=0{,}5\,(Z_{ab-I}+Z_{bc-I}+j\sqrt{3}Z_{ac-I}),$$

$$Z_{abc-I-II}=(Z_{abc-I}-Z_{abc-II})=\frac{(E_I-E_{II})}{I_b l_p}=\frac{\partial Z_{abc-I}d_{I-II}}{\partial a_j}. \qquad (13)$$

Expresiile mărimilor (12), respectiv (13) care intervin au forma [3], [4]

$$Z_{j-I}=\frac{f}{700}\lg\frac{a_j^2 f+10^6\rho}{f(a_j^2+h_j^2)}\ \text{și}\ Z_{ab-I}\cong\frac{\partial Z_{a-I}}{\partial a_j}\,\mathrm{d}_{ab}, \qquad (14)$$

în care

$f$ este frecvența curentului inductor în $Hz$,

$a_j$ — depărtarea (în metri) dintre circuitul supus inducției și una dintre fazele liniei electrice inductoare,

$\rho$ — rezistivitatea în (ohm-metri) a solului din regiunea considerată prin care trece linia,

$h_j$ — înălțimea de suspensie a conductoarelor liniei de energie deasupra solului.

urmărind calculele expuse în literatură [2], [3], se obțin pentru impedanțele mutuale dintre liniile învecinate, în ipoteza neglijării constantelor de material, următoarele relații:

a) așezarea în plan orizontal a conductoarelor liniei de energie,

$$Z_{abc-I}=\frac{25fd_{ab}\rho 10^2}{a_j(a_j^2f+10^6\rho)}\ [\Omega/\mathrm{km}],$$

$$Z_{abc-I-II}=\frac{25\cdot 10^2 f\cdot d_{ab}d_{I-II}\rho}{a_j^2(a_j^2f+10^6\rho)}\ [\Omega/\mathrm{km}]; \qquad (15)$$

b) așezarea în vîrful unui triunghi echilateral a conductoarelor liniei de energie,

$$Z_{abc-I}=\frac{16{,}5\cdot 10^2 fd_{ab}\rho}{a_j(a_j^2f+10^6\rho)}\ [\Omega/\mathrm{km}],$$

$$Z_{abc-I-II}=\frac{16{,}5\cdot 10^2 f\cdot d_{ab}\cdot d_{I-II}\rho}{a_j^2(a_j^2f+10^6\rho)}\ [\Omega/\mathrm{km}]; \qquad (16)$$

c) aşezarea oarecare a conductoarelor liniei de energie,

$$Z_{abc-I} = \frac{6{,}25 \cdot 10^2 f \delta \rho}{a_j (a_j^2 f + 10^6 \rho)} \text{ [}\Omega\text{/km]},$$

$$Z_{abc-I-II} = \frac{6{,}25 \cdot 10^2 f \delta \rho d_{I-II}}{a_j^2 (a_j^2 f + 10^6 \rho)} \text{ [}\Omega\text{/km]}, \quad (17)$$

în care $d_{ab}$, $d_{I-II}$ şi $\delta$ reprezintă în ordine distanţa dintre conductoarele liniei de energie, de telecomunicaţie bifilară şi media geometrică a distanţelor dintre fazele liniei electrice.

În literatură [3], [5] s-au dat o serie de relaţii pentru calcularea impedanţelor şi admitanţelor mutuale între circuitele supuse inducţiei şi liniile electrice trifazate de (6—750) kV, ţinîndu-se seama de tipurile de stîlpi folosiţi curent atît în ţară, cît şi peste hotare.

Problemele legate de influenţa liniilor electrice nesimetrice prin construcţie (*U.C.P.*; *D.C.P.*) asupra circuitelor monofilare şi bifilare de telecomunicaţie sînt dezvoltate în literatură [2].

În anexa B se dau rezultatele comparării relaţiei (14) cu expresiile impedanţelor mutuale date de Carson-Pollaczek (C.P) [8] şi a relaţiilor (15)—(17) cu cele din lucrarea [6]. Totodată se confruntă valorile numerice rezultate în urma aplicării relaţiilor deduse (3)—(5) şi a expresiilor recomandate în acelaşi scop în literatura de specialitate [7]—[9]. Modelele matematice pentru impedanţele şi admitanţele mutuale folosite la testarea programului ALGOL, sînt transcrise în anexa C. Ţinîndu-se seama de expresiile admitanţelor publicate în literatura [5], s-au scris în anexa E, pe baza relaţiilor (5), (7) şi (8), expresiile de calcul ale tensiunilor induse perturbatoare condiţionate de influenţa electrică a diferitelor tipuri de linii electrice. În acest fel apare completă sistematizarea metodologiei de calcul a influenţei liniilor electrice asupra circuitelor învecinate de telecomunicaţie. Totodată se pun la dispoziţia proiectării şi exploatării o serie de relaţii simple, deduse pe baza legilor electrotehnicii [1] cu erori practic neglijabile care dau valori calculate apropiate de mărimile măsurate [10].

## 4. SCHEMA LOGICĂ DE CALCUL PENTRU STUDIUL INFLUENŢEI LINIILOR ÎNVECINATE

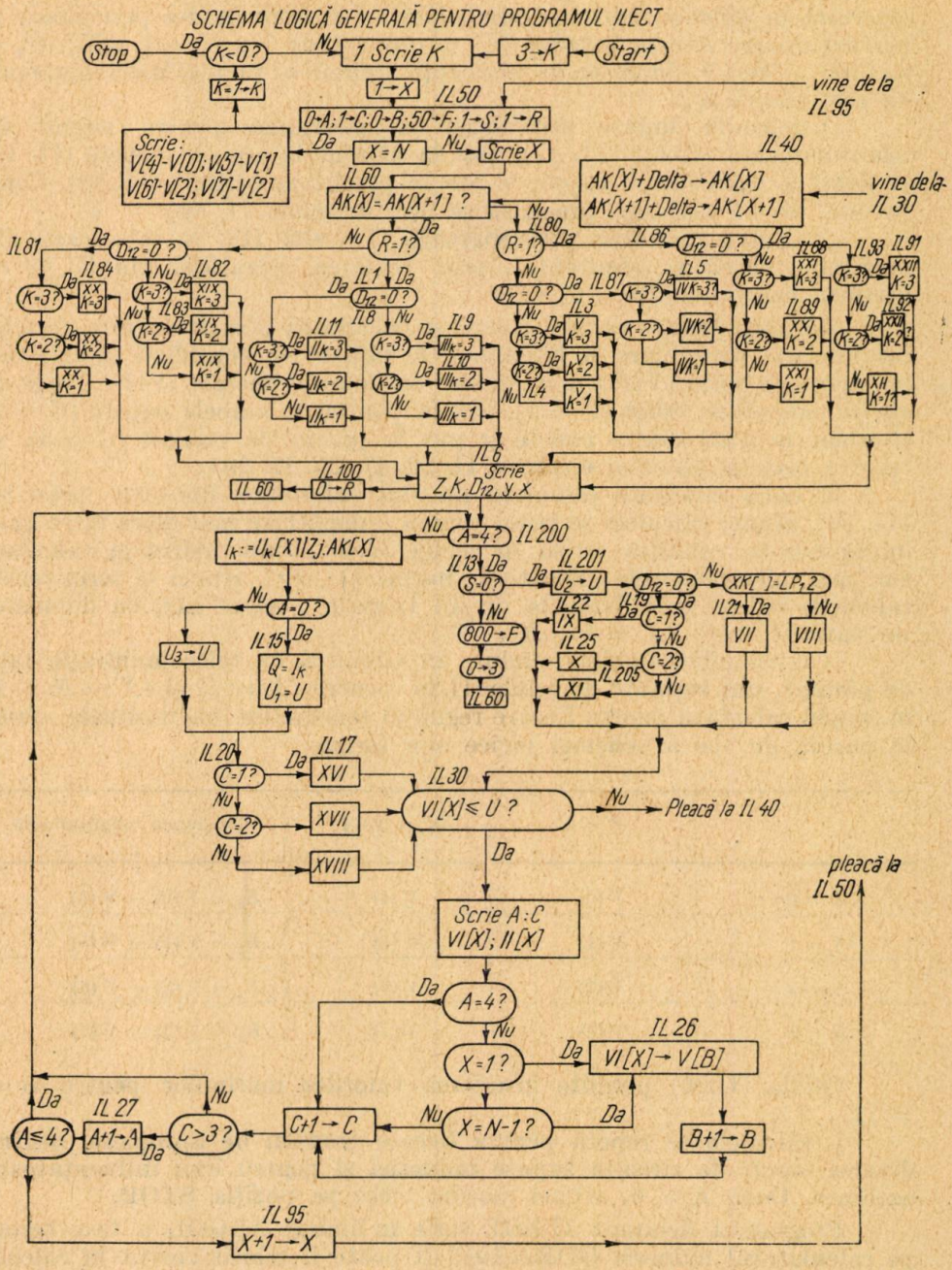
Schema logică de calcul prezentată în figura 1 înlesneşte determinarea următoarelor operaţii :

a) stabilirea tipului de apropiere paralelă sau oblică prin celula IL 60 ;

b) calcularea impedanţelor şi admitanţelor mutuale între liniile electrice trifazate ($K = 3$), două conductoare pămînt ($K = 2$) şi monofazate ($K = 1$) şi circuitele monofilare ($D_{12} = 0$) de telecomunicaţie. Mărimea $D_{12}$ reprezintă distanţa dintre conductoarele circuitului supus inducţiei. După ce se scriu primele rezultate, se trece prin intermediul contorului $R$ la recalcularea celorlalte mărimi $Z$ sau $Y$ ;

c) determinarea prin calcul a curenţilor de scurtcircuit trifazat ($A = 3$), bifazat cu şi fără punere la pămînt ($A = 2$) şi monofazat ($A = 1$) ;

d) indicarea regimului normal de funcţionare a liniei inductoare prin $A = 0$ la $f = 50$ Hz. Pentru frecvenţa $f = 800$ Hz se foloseşte $A = 4$ ;


SCHEMA LOGICĂ GENERALĂ PENTRU PROGRAMUL ILECT
Stop
K<0?
Da
Nu
1 Scrie K
3→K
Start
K-1→K
1→X
IL 50
0-A; 1-C; 0-B; 50→F; 1→S; 1→R
vine de la IL 95
Scrie: V[4]-V[0]; V[5]-V[1] V[6]-V[2]; V[7]-V[2]
X=N
Scrie X
IL 40
AK[X]+Delta→AK[X] AK[X+1]+Delta→AK[X+1]
vine de la IL 30
IL 60
AK[X]=AK[X+1] ?
R=1?
IL 80
IL 81
Dr2=0 ?
IL 84
IL 82
IL 83
IL 1
IL 8
IL 11
IL 9
IL 10
IL 86
IL 88
IL 93
IL 91
IL 87
IL 5
IL 3
IL 4
IL 89
IL 92
IL 6
Scrie Z,K,Dr2,Y,X
IL 100
0→R
IL 60
Ik:=Uk[X]/Zj.AK[X]
A=4?
IL 200
A=0?
U3→U
IL 15
Q=Ik U1=U
IL 13
S=0?
IL 201
U2→U
XK[ ]=LP,2
IL 22
IL 19
IL 21
800→F
0→3
IL 25
IL 205
VII
VIII
IL 20
C=1?
C=2?
IL 17
XVI
XVII
XVIII
IL 30
VI[X]≤U ?
Pleacă la IL 40
pleacă la IL 50
Scrie A:C VI[X]; II[X]
A=4?
X=1?
IL 26
VI[X]→V[B]
A≤4?
IL 27
A+1→A
C>3?
C+1→C
X=N-1?
B+1→B
IL 95
X+1→X

Schema 1

e) pentru fiecare regim de funcționare a liniei influențatoare se înscriază în schemă mărimea admisibilă a tensiunii induse periculoase și perturbatoare. Aceste mărimi [$U_1 = (60...150)$ V; $U_2 = 1$ mV; $U_3 = (300...500)$ V] indicate în prescripții trebuie să fie mai mari sau egale cu cele calculate;

f) mărimile induse periculoase se determină pentru circuit de telecomunicație izolat (IL 17), pus la pămînt la ambele capete (IL 18) și izolat la unul dintre capete și pus la pămînt la celălalt (IL 19). Compararea lor cu mărimea prescrisă se face în celula IL 30;

g) pentru mărimile perturbatoare ($f = 800$ Hz) se calculează din nou impedanțele și admitanțele prin reluarea operațiilor din IL 60 cu ajutorul contorului ($S = 0 \div 1$).

Mărimile induse perturbatoare se calculează pentru circuite de telecomunicație monofilare și bifilare. Cele bifilare se consideră nesimetrice în raport cu solul (VIII) și în raport cu linia de energie (VII). Tipul de circuit monofilar izolat ($C = 1$), pus la pămînt la ambele capete ($C = 2$) și izolat la unul dintre capete și pus la pămînt la celălalt ($C = 3$), se rezolvă prin intermediul celulelor IL 22, IL 25, IL 205;

h) dacă mărimile calculate nu sînt inferioare limitelor prescrise [7], [9], atunci calculele se reiau pentru o depărtare mai mare între linii, impunîndu-se condiția scrisă în celula IL40. Cînd mărimile calculate sînt mai mici decît cele indicate de norme [7], [9], atunci se scriu rezultatele de calcul și se trece la un alt tronson , notat ($X$), cu domeniul de variație între ($X = 1...N$).

i) tensiunile calculate, induse în circuitul de telecomunicație față de pămînt, sînt reținute de celula IL26 pentru ($X = 1$) și ($X = N - 1$) în scopul calculării pentru fiecare regim al tensiunilor longitudinale, scrise în partea de sus a schemei logice sub forma

| | $X = 1$ | $X = N-1$ | Tensiunea longitudinală |
|---|---|---|---|
| $A = 0$ | $V(0)$ | $V(4)$ | $E_0 = V(0) - V(4)$ |
| $A = 1$ | $V(1)$ | $V(5)$ | $E_1 = V(1) - V(5)$ |
| $A = 2$ | $V(2)$ | $V(6)$ | $E_2 = V(2) - V(6)$ |
| $A = 3$ | $V(3)$ | $V(7)$ | $E_3 = V(3) - V(7)$ |

Celula (IL26) permite înscrierea valorilor mărimilor pentru $B = [1...7]$;

j) calculele se repetă pentru fiecare tronson de apropiere, pentru diverse tipuri de circuite supuse inducției și pentru linii influențatoare oarecare. Dacă $K \ll 0$, atunci mașina trece pe poziția STOP.

Programul denumit ILECT scris în limbaj ALGOL a fost testat pe calculatorul numeric ODRA-1013 și poate fi folosit curent în calcule de proiectare pentru stabilirea nivelului de influențe a liniilor electrice asupra circuitelor învecinate de telecomunicație. Modelele matematice ale admitanțelor și impedanțelor mutuale înscrise în program, precum și exemplul numeric folosit la testare, se dau în anexa C și D.

## 5. CONCLUZII

Modelele matematice pentru studiul influenței liniilor prezentate în lucrare sînt generale, putînd fi folosite pentru orice tip de linie: monofazată, *D.C.P.* și trifazată învecinată cu circuite monofilare și bifilare de telecomunicație, care cuprind atît inducția magnetică, cît și influența electrică într-o formă simplă și ușor de aplicat pe mașini electronice de calcul.

Prin sistematizarea relațiilor de calcul ale mărimilor induse din literatură, se înlătură posibilitatea cumulării erorilor datorită unor coeficienți numerici și se micșorează cantitatea de muncă necesară efectuării calculelor prin indicarea unor relații simple și riguroase.

Prezentarea schemei logice generale permite determinarea nivelului de influență cu ajutorul calculatoarelor numerice, ceea ce înlesnește stabilirea în timp scurt a traseelor liniilor învecinate pentru care mărimile induse sînt mai mici ca cele normate.

Algoritmul ILECT, cuprinzînd modelele matematice și schema logică, înlesnește stabilirea soluțiilor optime de proiectare și de exploatare a liniilor electrice învecinate cu circuite de telecomunicație.

## *ANEXA A*

Constantele care intervin în relația (2) se determină pentru următoarele situații:

a) circuit de telecomunicație izolat la ambele capete. Punînd condiția $I_I(0) = I_I(l_p) = 0$, se obține

$$\underline{A}' = 0{,}5\left[\underline{U}_I(0) - \frac{Y_{k-I}}{Y_{Ik}}\underline{U}_k + \frac{Z_{k-I}}{Z_I}\underline{I}_k Z_{cI}\right],$$

$$\underline{A}'' = 0{,}5\left[\underline{U}_I(0) - \frac{Y_{k-I}}{Y_{Ik}}\underline{U}_k - \frac{Z_{k-I}}{Z_I}\underline{I}_k Z_{cI}\right]; \tag{A.1}$$

b) circuit de telecomunicație pus la pămînt la ambele capete. Scriind $U_I(0) = U_I(l_p) = 0$, rezultă

$$\underline{A}'' = 0{,}5\left\{\frac{Y_{k-I}}{Y_{Ik}}\underline{U}_k - \left[\underline{I}_I(0) - \frac{Z_{k-I}\underline{I}_k}{Z_I}\right]Z_{cI}\right\},$$

$$\underline{A}'' = 0{,}5\left\{-\frac{Y_{k-I}}{Y_{Ik}}\underline{U}_k + \left[\underline{I}_I(0) + \frac{Z_{k-I}}{Z_I}\underline{I}_k\right]Z_{cI}\right\}; \tag{A.2}$$

c) circuit de telecomunicație pus la pământ la un capăt și izolat la celălalt. Pentru $I_I(0) = 0$, $U_I(l_p) = 0$ rezultă

$$\underline{A}' = 0{,}5\left\{\left[U_I(0) - \frac{Y_{k-I}}{Y_{Ik}}\underline{U}_k\right] + \frac{Z_{k-I}}{Z_I} Z_{cI}\underline{I}_k\right\},$$
$$\underline{A}'' = 0{,}5\left\{\left[\underline{U}_I(0) - \frac{Y_{k-I}}{Y_{Ik}}\underline{U}_k\right] - \frac{Z_{k-I}}{Z_I} Z_{cI}\underline{I}_k\right\}. \tag{A.3}$$

Constantele $A$ și $B$ din relația (2) se pot pune sub forma [6]

$$\underline{A} = \frac{Y_{k-I}}{Y_I}\underline{U}_k, \quad \underline{B} = -\frac{Z_{k-I}}{Z_I}\underline{I}_k, \quad Z_{cI} = \sqrt{\frac{Z_I}{Y_I}}. \tag{A.4}$$

*ANEXA B*

Pentru compararea rezultatelor date de relațiile Carson-Pollaczek [8] și a celor deduse în lucrare, se consideră $\rho = 100$ ohmi-metri, $a_j = (10 \ldots 100)$ m, $f = 50$ și 800 Hz, $d_{ab} = (1{,}5 \ldots 4{,}5)$ m, $\delta = (1{,}9 \ldots 5{,}7)$ m. Făcîndu-se calculele, se obțin valorile din tabela (B.1).

*Tabela (B.1)*

| Relația | $a_j = 10$ m | | $a_j = 100$ m | |
|---|---|---|---|---|
| | $f = 50$ Hz | $f = 800$ Hz | $F = 50$ Hz | $f = 800$ Hz |
| $K-P$ | 0,274 | 3,25 | 0,156 | 1,1 |
| A—14 | 0,27 | 3,2 | 0,15 | 1,05 |
| Eroarea % | 1,44 % | 1,54 % | 4 % | 4,55 % |
| $L-6$ | $2{,}24.10^{-2}$ | 0,359 | $0{,}62.10^{-2}$ | $10{,}99.10^{-2}$ |
| $A-15-17$ | $1{,}88.10^{-2}$ | 0,30 | $0{,}5.10^{-2}$ | $8{,}9.10^{-2}$ |
| Eroare % | 16 % | 16,5 % | 19,4 % | 20,8 % |

Din experiența practică acumulată în decursul anilor și din confruntarea mărimilor calculate cu cele măsurate [10] se pare că și relațiile Carson-Pollaczek dau erori în plus cuprinse între 5 și 10% față de realitate.

Calculînd tensiunile induse în circuitele de telecomunicație față de pămînt condiționate de influența electrică ($V_s$) și de inducția magnetică ($Vm$) în cazul unui paralelism strîns ($a = 10$ m) și $l_p = 3$ km cînd linia în inductoare funcționează la $U_k = 110$ KV, rezultă datele din tabela (B.2).

*Tabela (B.2)*

| | $A$ | $L$ 9 | $L$ 7 | Observ. |
|---|---|---|---|---|
| $V_S$ | 3 960 V | 3 966 V | 3 960 V | — |
| $V_m$ | 95 | 120 | 95 | $\varepsilon\% = 20\%$ |

S-a notat prin $A$ relațiile din articol pentru circuitul izolat la ambele capete, iar prin $L$-7 și $L$-9 relațiile similare indicate în literatura de specialitate [6], [7], [9].

## *ANEXA C*

Modelele matematice utilizate la scrierea programului în limbaj ALGOL sînt cele din lucrare, completate cu relații pentru admitanțe mutuale din literatură [5], [6].

1. *Impedanțe mutuale*

a. *Apropieri paralele*

$D_{12} = 0$ circuite monofilare de telecomunicație :

$$(\mathrm{II}_{k=1})\ Z_{1-\mathrm{I}} = \frac{F}{700} \lg \frac{A^2F + 10^2(Ro)}{F(A^2 + H_1^2)}\ [\Omega/\mathrm{km}],\ \text{linie electrică monofilară},$$

$$(\mathrm{II}_{k=2})\ Z_{DCP-\mathrm{I}} = \frac{F.D_{AB}}{200\mathrm{A}} \cdot K_2 \cdot \frac{H_0(H_0 + 14)}{(A^2 + 4K_2^2H_0^2)}\ [\Omega/\mathrm{km}],\ \text{linie electrică } D.C.P.,$$

în care $K_2 = (0{,}8 \ldots 1{,}6)$,

$$(\mathrm{II}_{k=3})\ Z_{ABC-\mathrm{I}} = \frac{25FD_{AB}R_0 10^2}{A(A^2F + 10^6R_0)}\ [\Omega/\mathrm{km}],\ \text{linie electrică trifazată};$$

$D_{12} = 0$ circuit de telecomunicație bifilar :

$$(\mathrm{III}_{k=1})\ Z_{1-\mathrm{II}} = \frac{FD_{12}}{200\mathrm{A}} \frac{H_0(H_0 + H_1 + H_\mathrm{I})}{(A^2 + 4H_0^2)}\ [\Omega/\mathrm{km}],$$

$$(\mathrm{III}_{k=2})\ Z_{DCP-\mathrm{II}} = \frac{FD_{AB}D_{12}}{200A^2} \frac{K_2(H_0^2 + 4H_0)\,(3A^2 + 4K_2^2H_0^2)}{(A^2 + 4K_2^2H_0^2)^2}\ [\Omega/\mathrm{km}],$$

$$(\mathrm{III}_{k=3})\ Z_{ABC-\mathrm{II}} = \frac{0{,}25 \cdot 10^{10}}{A^2} \frac{FD_{AB}D_{12}(R_0)^2}{(A^4F^2 + 10^2(R_0)^2)}\ [\Omega/\mathrm{km}];$$

$D_{AB}$ = distanța dintre conductoarele liniei inductoare;
$R_0$ = rezistivitatea solului: $A$ = apropierea dintre cele două linii învecinate, notată în program prin $AK\,[X]$; $F$ = frecvența curentului inductor.

b). *Apropieri oblice*

$$D_{12} = 0:$$

$$(\mathrm{IV}_{k=1})\, Z_{1-\mathrm{I}} = \pi \frac{F\,10^{-7}}{2\mathrm{tg}\varphi}\left[A_{\max} \ln \frac{A_{\max}^2 + H_0^2}{A_{\max}^2 + H_1^2} - A_{\min} \ln \frac{A_{\min}^2 + H_0^2}{A_{\min}^2 + H_1^2}\right] [\Omega/\mathrm{km}];$$

$$(\mathrm{IV}_{k=2})\, Z_{DCP-\mathrm{I}} = \frac{D_{AB} \cdot F}{700 \cos\varphi (A_{\max} - A_{\min})}\left[\lg \frac{A_{\max}^2 + 10^6 (R_0)}{F(A_{\max}^2 + H_1^2)} - \lg \frac{A_{\min}^2 F + 10^6 (R_0)}{F(A_{\min}^2 + H_1^2)}\right] [\Omega/\mathrm{km}],$$

$$(\mathrm{VI}_{k=3})\, Z_{ABC-\mathrm{I}} = \frac{25 D_{AB} F (R_0)\, 10^2}{(A_{\max} - A_{\min}) \cos\varphi}\left[\frac{1}{A_{\max}(A_{\min}^2 F + 10^6 R_0)} - \frac{1}{A_{\max}(A_{\min}^2 F + 10^6 R_0)}\right] [\Omega/\mathrm{km}];$$

$$D_{12} \neq 0:$$

$$(\mathrm{V}_{k=1}) Z_{1-\mathrm{II}} = \frac{D_{12} F}{200 \cos\varphi (A_{\max} - A_{\min})}\left[\frac{H_0(H_0 + H_1 + H_{\mathrm{I}})}{A_{\max}^2 + 4H_0^2} - \frac{H_0(H_0 + H_1 + H_{\mathrm{I}})}{A_{\min}^2 - 4H_0^2}\right] [\mathrm{ohmi/km}],$$

$$(\mathrm{V}_{k=2}) Z_{DCP-\mathrm{II}} = \frac{D_{AB} D_{12} F}{200 \cos\varphi (A_{\max} - A_{\min})}\left[\frac{H_0(H_0 + H_1 + H_{\mathrm{I}})}{A_{\max}(A_{\max}^2 - 4H_0^2)} - \frac{H_0^2 + H_0(H_1 + H_{\mathrm{I}})}{A_{\min}(A_{\min}^2 + 4H_0^2)}\right] [\mathrm{ohmi/km}],$$

$$(\mathrm{V}_{k=3}) Z_{ABC-\mathrm{II}} = \frac{25 \cdot 10^8 F D_{AB} D_{12} (Ro)^2}{\cos\varphi (A_{\max} - A_{\min})}\left[\frac{1}{A_{\max}^2 (A_{\max}^4 F^2 + 10^{12} R_0^2)} - \frac{1}{A_{\min}^2 (A_{\min}^4 F^2 + 10^{12} Ro)^2}\right] [\mathrm{ohmi/km}].$$

în care

$H_0 = 500\sqrt{\frac{Ro}{F}}$ este adîncimea echivalentă de pătrundere a curentului prin pămînt, iar $H_1$ și $H_I$ reprezintă înălțimea de suspensie față de sol a conductoarelor liniei de energie respectiv a celei de telecomunicație.

2. *Admitanțe mutuale*

a) *Apropieri paralele*

$$D_{12} = 0; \quad (XX_{k=1})Y_{1-I} = \frac{0{,}72 \cdot 10^{-7}\omega}{(A^2 + 100)} \text{ [S/km]};$$

$$D_{12} \neq 0; \quad (XIX_{k=1})Y_{1-II} = \frac{0{,}2 \cdot 10^{-7}\omega A}{(N_1 + 2)(A^2 + 100)^2} \text{ [S/km]},$$

$$D_{12} = 0; \quad (XX_{k=2})Y_{1-I} = \frac{2{,}06 \cdot 10^{-6}\omega A}{(N_1 + 2)(A^2 + 100)^2} \text{ [S/km]};$$

$$D_{12} \neq 0; \quad (XIX_{k=2})Y_{DCP-II} = \frac{0{,}0186 \cdot 10^{-6}\omega(A^2 - 44)}{(N_1 + 2)(A^2 + 100)^3} \text{ [S/km]},$$

$$D_{12} = 0; \quad (XX_{k=3})\ Y_{ABC-I} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-6}\omega A}{(N_1 + 2)(A^2 + 100)^2} \text{ [S/km]};$$

$$D_{12} \neq 0; \quad (XIX_{k=3})\ Y_{ABC-II} = \frac{0{,}242 \cdot 10^{-6}\omega(3A^2 - 100)}{(N_1 + 2)(A^2 + 100)^3} \text{ [S/km]},$$

$N_1$ este numărul de conductoare pe circuitul de telecomunicație;
$\omega = 2\pi F$ = pulsația curentului inductor.

b) *Apropieri oblice*

$D_{12} = 0$:

$$(XXII_{k=1})Y_{1-I} = \frac{0{,}72 \cdot 10^{-7}\omega}{\operatorname{tg}\varphi}\left[\frac{A_{max}}{(A^2_{max} - 100)} - \right.$$

$$\left. - \frac{A_{min}}{(A^2_{min} - 100)}\right]\left[\frac{1}{(A_{max} - A_{min})}\right] \text{ [S/km]},$$

$$(\mathrm{XXII}_{k=2})\,Y_{DCP-\mathrm{I}} = \frac{2{,}06\cdot 10^{-6}\omega}{(N_1+2)(\cos\varphi)}\left[\frac{A_{\max}}{(A_{\max}^2+100)^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{A_{\min}}{(A_{\min}^2+100)^2}\right]\left[\frac{1}{(A_{\max}-A_{\min})}\right] \text{[S/km]},$$

$$(\mathrm{XXII}_{k=3})\,Y_{ABC-\mathrm{I}} = \frac{1{,}2\cdot 10^{-6}\omega}{(N_1+2)\cos\varphi}\left[\frac{A_{\max}}{(A_{\max}^2+100)^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{A_{\min}}{(A_{\min}^2+100)^2}\right]\left[\frac{1}{(A_{\max}-A_{\min})}\right] \text{[S/km]};$$

$D_{12} \neq 0$ :

$$(\mathrm{XXI}_{k=1})\,Y_{1-\mathrm{II}} = \frac{0{,}2\cdot 10^{-7}\cdot\omega}{(N_1+2)\cos\varphi}\left[\frac{A_{\max}}{(A_{\max}^2+100)^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{A_{\min}}{(A_{\max}^2+100)^2}\right]\left[\frac{1}{(A_{\max}-A_{\min})}\right] \text{[S/km]},$$

$$(\mathrm{XXI}_{k=2})\,Y_{DCP\,\mathrm{II}} = \frac{1{,}86\cdot 10^{-8}}{(N_1+2)\cos\varphi}\left[\frac{(A_{\max}^2-44)}{(A_{\max}^2+100)^3} - \right.$$

$$\left. - \frac{(A_{\min}^2-44)}{(A_{\min}^2+100)^3}\right]\left[\frac{1}{(A_{\max}-A_{\min})}\right] \text{[S/km]},$$

$$(\mathrm{XXI}_{k=3})\,Y_{ABC-\mathrm{II}} = \frac{0{,}242\cdot 10^{-6}\omega}{(N_1+2)\cos\varphi}\left[\frac{(3A_{\max}^3-100)}{(A_{\max}^2+100)^3} - \right.$$

$$\left. - \frac{(3A_{\min}^2-100)}{(A_{\min}^2+100)^3}\right]\left[\frac{1}{(A_{\max}-A_{\min})}\right] \text{[S/km]}.$$

Modelele matematice ale tensiunilor induse prinse în schema logică la celule VII, VIII sînt date de relaţiile (7)—(8) din lucrare iar cele notate IX, X, XI XVI, XVII, XVIII se deduc cu ajutorul relaţiilor (3)—(6) din lucrare.

## *ANEXA D*

### EXEMPLUL DE CALCUL

Se consideră o linie electrică trifazată inductoare $U_k = 400$ kV, care se învecinează cu un circuit de telecomunicaţie pe traverse. Porţiunea de apropiere : LP $= l_p = 10$ km. Mărimile care intervin au valorile $K = 3, N = 20, N_1 = 2, A = 0$ şi $A = 1, C = 1;\ 2;\ 3;\ B = 1 \ldots 7,$

$F = 50$ și 800 Hz. $S = 0 \ldots 1$; $R = 0 \ldots 1$; $D_{AB} = 11$ m; $D_{12} = 0{,}4$ m; $Z_c = (600 \ldots 1\,200)$ ohmi; $U_1 = 60$ v; $U_2 = 1$mV; $U_3 = (300-500)$V; $ETA = 8 \cdot 10^{-3}$; $LP_1 = 0{,}5$ km; $H_1 = 18{,}4$ m; $H_0 = 500$ m pentru $F = 50$ Hz și $Ro = 0{,}5 \cdot 10^2$ ohmi-metri și $Ho = 125$ m cînd $F = 800$ Hz, iar $Ro = 0{,}5 \cdot 10^2$ ohmi-metri; $K_I = 0{,}2$; $K_2 = 0{,}9$ $Z_I = 1204$ ohmi; $F_I = F_u = 0{,}01$; $DELTA = 100$ m $= 0{,}1$ km; $H_I = 6$m; $X_{2k}/X_{1k} = 0{,}84$; $X_{2k}/AK\ [x] = 0{,}154$; $Z_{JA} = 124$ ohmi.

Impedanțele și admitanțele mutuale se calculează cu relațiile ($IV_{k=3}$), ($V_{k=3}$) și, respectiv, cu ($XXII_{K=3}$), ($XXI_{K=3}$). Depărtările dintre linia electrică și cea de telecomunicație se dau în tabela (*D*.1)

*Tabela* (*D.1*)

| Nr. crt. | $A_1$m | $A_2$m | $l_p \cdot$km | Nr. crt. | $A_1$ | $A_2$m | $l_p$km |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 900 | 2 200 | 0,14 | 11 | 1 500 | 1 800 | 0,16 |
| 2 | 2 200 | 1 550 | 0,1 | 12 | 1 800 | 1 000 | 0,14 |
| 3 | 1 550 | 1 050 | 0,1 | 13 | 1 000 | 1 300 | 0,14 |
| 4 | 1 050 | 1 650 | 0,19 | 14 | 1 300 | 1 650 | 0,2 |
| 5 | 1 650 | 1 300 | 0,25 | 15 | 1 650 | 2 050 | 0,22 |
| 6 | 1 300 | 1 100 | 1,14 | 16 | 2 050 | 2 500 | 0,22 |
| 7 | 1 100 | 1 300 | 0,1 | 17 | 2 500 | 3 000 | 0,32 |
| 8 | 1 300 | 1 100 | 0,1 | 18 | 3 000 | 1 050 | 0,11 |
| 9 | 1 100 | 1 300 | 0,14 | 19 | 1 050 | 1 800 | 0,12 |
| 10 | 1 300 | 1 500 | 0,15 | 20 | 1 800 | 1 300 | 0,18 |

Calculînd tensiunea longitudinală și cea psofometrică pentru întregul circuit, rezultă

$$E = 309 \text{ volți} < 430 \text{ volți}; \quad E = [V_I\,(LP) - V_I\,(1)];$$

$$U_I^{(m+e)} = 0{,}77 \text{ mV} < 1 \text{ mV}; \quad E = (351 - 42) = 309 \text{ volți}.$$

În ambele situații, tensiunile induse calculate sînt mai mici decît valorile-limită și deci nu se periclitează funcționarea normală a circuitelor de telecomunicație care prezintă o asemenea situație de învecinare cu linia electrică inductoare de 400 kV.

## ANEXA E

**Relațiile simplificate pentru calculul tensiunilor perturbatoare condiționate de influența electrică a liniilor trifazate de (35–750) KV**

| $U_K$ KV | Coronamentul | Circuit monofilar de telecomunicație | Circuit bifilar de telecomunicație pe traverse | Circuit bifilar de telecomunicație pe suporți curbi |
|---|---|---|---|---|
| 35 | plan orizontal | $U_{s0} = \frac{3{,}92\ \omega\ U_k Z_I\ l_p \cdot a}{(n+2)(a^2+130)^2}$ ; | $U_{s1} = \frac{0{,}725\omega\ U_k Z_I\ l'_p\ (a^2-130)}{2\ (n+2)\ (a^2+130)^3}$ ; | $U_{s2} = \frac{1{,}96\ \omega\ Z_I\ \eta\ U_k\ l_p\ a}{(n+2)\ (a^2+130)^2}$ (mV) |
| | plan vertical | $U_{s0} = \frac{0{,}26\ \omega\ U_k Z_I\ l_p\ (a^2-56)}{(n+2)\ (a^2+128)^2}$ ; | $U_{s1} = \frac{0{,}05\ \omega\ U_k Z_I\ l'_p (a^2-150)}{2\ (n+2)\ (a^2+128)^3}$ ; | $U_{s2} = \frac{0{,}13.10^{-3}\ \omega Z_I\ \eta U_k\ l_p\ (a^2-56)}{(n+2)\ (a^2+128)^2}$ |
| | triunghi echilateral | $U_{s0} = \frac{94.10^{-3}\ \omega\ U_k Z_I\ l_p}{(n+2)\ (a^2+140)}$ (mV); | $U_{s1} = \frac{37.10^{-3}\ a\ \omega\ U_k Z_I\ l'_p}{2\ (n+2)\ (a^2+140)^2}$ (mV); | $U_{s2} = \frac{4{,}7.10^{-3}\ \omega\ Z_I\ \eta\ U_k\ l_p}{(n+2)\ (a^2+140)^2}$ |
| | triunghi oarecare | $U_{s0} = \frac{82.10^{-3}\ \omega\ U_k\ Z_I\ l_p}{(n+2)\ (a^2+140)}$ ; | $U_{s1} = \frac{33.10^{-3} a\omega U_k Z_I l'_p}{2(n+2)\ (a^2+140)^2}$ (mV); | $U_{s2} = \frac{41.10^{-3}\ \omega\ Z_I\ \eta U_k\ l_p}{(n+2)\ (a^2+140)}$ (mV) |
| | hexagon | $U_{s0} = \frac{1{,}210.10^{-3}\omega U_k\ Z_I\ l_p}{(n+2)\ (a^2+106)}$ (mV); | $U_{s1} = \frac{47{,}4.10^{-3} a\omega\ U_k Z_I l'_p}{2\ (n+2)\ (a^2+106)^2}$ ; | $U_{s2} = \frac{0{,}605.10^{-3}\ \omega\ \eta\ Z_I\ U_k\ l_p}{(n+2)\ (a^2+106)}$ |
| 110 | plan orizontal | $U_{s0} = \frac{6{,}25.10^{-3}\ \omega U_k Z_I\ l_p}{(n+2)\ (a^2+160)} - 2$ (mV) | $U_{s1} = \frac{1{,}25\omega U_k \cdot Z_I \cdot l'_p (3a^2-160)}{2\ (n+2)\ (a^2+160)^3}$ ; | $U_{s2} = \frac{3{,}125\ \omega\ Z_I\ U_k\ l_p\ a\eta}{(n+2)\ (a^2+160)^2}$ (mV) |
| | plan vertical | $U_{s0} = \frac{0{,}25\ a\ \omega\ U_k \cdot Z_I \cdot l_p (a^2-150)}{(n+2)\ (a^2+220)^2}$ ; | $U_{s1} = \frac{45\ \omega\ U_k\ l'_p\ (a^2-520)\ 10^{-3} Z_I}{2\ (n+2)\ (a^2+220)^3}$ | $U_{s2} = \frac{0{,}125.10^{-3}\omega \cdot \eta Z_I U_k l_p (a^2-150)}{(n+2)\ (a^2+220)^2}$ |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 110 | triunghi oarecare | $U_{s0} = \frac{0{,}160\omega U_k Z_I l_p}{(n+2)(a^2+175)^2}$ (mV) | $U_{s1} = \frac{65.10^{-3} a\omega U_k Z_I l'_p}{2(n+2)(a^2+175)^2}$ | $U_{s2} = \frac{0{,}84.10^{-3}\omega Z_I U_k l_p \eta}{(n+2)(a^2+175)}$ |
| | triunghi echilateral | $U_{s0} = \frac{0{,}176\omega U_k Z_I l_p}{(n+2)(a^2+175)}$ (mV) | $U_{s1} = \frac{69.10^{-3} a U_k Z_I l'_p \omega}{(n+2)(a^2+175)^2}$ | $U_{s2} = \frac{0{,}88.10^{-3}\omega Z_I U_k l_p \eta}{(n+2)(a^2+175)}$ (mV) |
| | dublu triunghi | $U_{s0} = \frac{0{,}186\omega U_k Z_I l_p}{(n+2)(n^2+210)}$ (mV) | $U_{s1} = \frac{36{,}5.10^{-3} a\omega U_k Z_I l'_p}{(n+2)(a^2+210)^2}$ | $U_{s2} = \frac{0{,}093.10^{-3}\omega Z_I U_k l_p \eta}{(n+2)(n^2+210)}$ |
| 220 | simplu circuit portal | $U_{s0} = \frac{13{,}9a\omega U_k Z_I l_p}{(n+2)(a^2+225)^2}$ | $U_{s1} = \frac{1{,}40\omega U_k Z_I l'_p (3a^2-225)}{(n+2)(a^2+255)^3}$ | $U_{s2} = \frac{6{,}95a\omega U_k Z_I l_p \eta}{(n+2)(a^2+255)^2}$ |
| | dublu circuit portal | $U_{s0} = \frac{9{,}5\ a\omega U_k Z_I l_p}{(n+2)(a^2+280)^2}$ (mV) | $U_{s1} = \frac{0{,}95\omega U_k Z_I l'_p (3a^2-280)}{(n+2)(a^2+280)^3}$ | $U_{s2} = \frac{4{,}75a\omega\eta U_k Z_I l_p}{(n+2)(a^2+280)^2}$ |
| 220 | tip pisică | $U_{s0} = \frac{0{,}25\omega U_k Z_I l_p}{(n+2)(a^2+304)}$ | $U_{s1} = \frac{0{,}1a\omega U_k Z_I l'_p}{2(n+2)(a^2+304)^2}$ | $U_{s2} = \frac{0{,}125.10^{-3}\omega U_k Z_I l_p \eta}{(n+2)(a^2+304)}$ |
| | triunghi echilateral | $U_{s0} = \frac{0{,}187\omega U_k Z_I l_p}{(n+2)(a^2+340)}$ | $U_{s1} = \frac{37.10^{-3} a\omega U_k Z_I l'_p}{(n+2)(a^2+340)^2}$ | $U_{s2} = \frac{0{,}0325.10^{-3}\omega U_k Z_I l_p \eta}{(n+2)(a^2+340)}$ |
| | dublu triunghi | $U_{s0} = \frac{0{,}168\omega U_k Z_I l_p}{(n+2)(a^2+318)}$ | $U_{s1} = \frac{33{,}1.10^{-3} a\omega U_k Z_I l'_p}{(n+2)(a^2+318)^2}$ | $U_{s2} = \frac{0{,}84.10^{-3}\omega U_k Z_I l_p \eta}{(n+2)(a^2+318)}$ |
| 380 | portal simplu circuit | $U_{s0} = \frac{21{,}6\ a\ \omega\ U_k Z_I l_p}{(n+2)(a^2+330)^2}$; | $U_{s1} = \frac{2{,}16\ \omega\ U_k Z_I l'_p (3a^2-330)}{(n+2)(a^2+330)^3}$; | $U_{s2} = \frac{10{,}5\ a\ \omega\ \eta\ U_k Z_I l_p}{(n+2)(a^2+330)^2}$ |
| | portal dublu circuit | $U_{s0} = \frac{17\ a\ \omega\ U_k Z_I l_p}{(n+2)(a^2+372)^2}$; | $U_{s1} = \frac{1{,}71\ \omega\ U_k Z_I l_p (3a^2-372)}{(n+2)(a^2+372)^2}$; | $U_{s2} = \frac{8{,}5\ a\ \omega\ U_k Z_I l_p\ \eta}{(n+2)(a^2+372)^2}$ |

| *U* KV | Coronamentul | Circuit monofilar de telecomunicaţie | Circuit bifilar de telecomunicaţie pe traverse | Circuit bifilar de telecomunicaţie pe suporţi curbi |
|---|---|---|---|---|
| 400 | tip pisică | $U_{s0} = \frac{0{,}34\ \omega\ U_k\ Z_I\ l_p}{(n+2)\ (a^2+450)}$ ; | $U_{s1} = \frac{1{,}35.10^{-3}\ \omega\ a\ U_k\ Z_I\ l'_p}{(n+2)\ (a^2+450)^2}$ ; | $U_{s2} = \frac{0{,}7.10^{-3}\ \omega\ \eta U_k . Z_I\ l_p}{(n+2)\ (a^2+450)}$ |
| | dublu triunghi | $U_{s0} = \frac{0{,}361\ \omega\ U_k Z_I\ l_p}{(n+2)\ (a^2+450)}$ ; | $U_{s1} = \frac{43{,}3.\ 10^{-3}\ \omega\ a\ U_k\ Z_I\ l'_p}{(n+2)\ (a^2+450)^2}$ ; | $U_{s2} = \frac{0{,}18\ .\ 10^{-3}\ \omega\ \eta\ U_k Z_I .\ l_p}{(n+2)\ (a^2+450)}$ |
| 500 | portal obişnuit | $U_{s0} = \frac{23{,}6\ a\ \omega\ U_k\ Z_I\ l_p}{(n+2)\ (a^2+360)}$ (mV) | $U_{s1} = \frac{2{,}35\ \omega\ U_k\ Z_I\ l'_p\ (3a^2-360)}{(n+2)\ (a^2+360)^3}$ | $U_{s2} = \frac{11{,}8\ \omega\ U_k\ Z_I\ l_p\ a\ \eta}{(n+2)\ (a^2+360)^2}$ (mV) |
| | portal ancorat | $U_{s0} = \frac{25{,}6\ a\ \omega\ U_k\ Z_I\ l_p}{(n+2)\ (a^2+360)^2}$ | $U_{s1} = \frac{2{,}5\ \omega\ U_k Z_I\ l'_p\ (3a^2-360)}{(n+2)\ (a^2+360)^3}$ | $U_{s2} = \frac{12{,}8\ \omega\ U_k\ Z_I\ l_p\ a\ \eta}{(n+2)\ (a^2+360)^2}$ (mV) |
| 650 | portal obişnuit | $U_{s0} = \frac{37{,}4\ a\ \omega\ U_k\ Z_I\ l_p}{(n+2)\ (a^2+436)^2}$ | $U_{s1} = \frac{3{,}75\ \omega\ U_k\ Z_I\ l'_p\ (3a^2-436)}{(n+3)\ (a^2+436)^3}$ | $U_{s2} = \frac{18{,}7\ \omega\ U_k\ Z_I\ l_p\ a\eta}{(n+2)\ (a^2+436)^2}$ (mV) |
| | portal ancorat | $U_{s0} = \frac{39\ a\ \omega\ U_k\ Z_I\ l_p}{(n+2)\ (a^2+436)^2}$ | $U_{s1} = \frac{3{,}9\ \omega\ U_k\ Z_I\ l'_p\ (3a^2-436)}{(n+2)\ (a^2+436)^3}$ | $U_{s2} = \frac{19{,}5\ \omega\ U_k\ Z_I\ l_p\ a\ \eta}{(n+2)\ (a^2+436)^2}$ (mV) |
| 750 | portal obişnuit | $U_{s0} = \frac{46{,}5\ a\ \omega\ U_k\ Z_I\ l_p}{(n+2)\ (a^2+640)^2}$ | $U_{s1} = \frac{4{,}6\ \omega\ U_k\ Z_I\ l'_p\ (3a^2-640)}{(n+2)\ (a^2+640)^3}$ | $U_{s2} = \frac{23{,}25\ \omega\ U_k\ Z_I\ l_p\ a\ \eta}{(n+2)\ (a^2+640)^2}$ (mV) |
| | portal ancorat | $U_{s0} = \frac{48{,}3\ a\ \omega\ U_k\ Z_I\ l_p}{(n+2)\ (a^2+640)}$ | $U_{s1} = \frac{5\omega\ U_k\ Z_I\ l'_p\ (3a^2-640)}{(n+2)\ (a^2+640)^3}$ | $U_{s2} = \frac{24{,}15\ \omega\ U_k\ Z_I\ l_p\ a\eta}{(n+2)\ (a^2+640)^2}$ (mV) |

Tensiunea profometrică din anexa D rezultă în milivolţi dacă tensiunea liniei inductoare se adoptă în *KV*.

## BIBLIOGRAFIE


1. R. RĂDULEȚ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. IV, Edit. did. și ped., București, 1959.
2. A. CARABULEA, *Contribuții la studiul influenței rețelelor electrice două conductoare pămînt asupra circuitelor învecinate de telecomunicație*, Teză de doctorat, Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej", 1963.
3. — *Relații uzuale pentru determinarea impedanțelor reciproce între liniile electrice aeriene și circuitele învecinate de telecomunicație*, Energetica, *2*, 67—73 (1966).
4. — *Influența rețelelor electrice nesimetrice asupra circuitelor învecinate de telecomunicație*. Energetica, *5*, 201—212 (1965).
5. — *Relații simplificate de calcul pentru capacități reciproce între circuite învecinate*, Electrotehnica, *6*, 217—222 (1966).
6. M. I. MIHAILOV, *Vlianie vneșnih electromagnitnîh polei na tepi probodnoi sveazi i zascita meropriatia*, Sviazizdat, Moscova, 1959.
7. * * * *Directives concernant la protection des lignes de telecomunication contre les actions nuisible des lignes electriques C.C.I.T.T.*, New Delhi, 1960.
8. I. CARSON, *Wawe Propagation in Overhead Wivaes with ground return*, Bell System Tehnical Journal, oct., 539—554 (1926).
9. * * * *Reguli de protecție a instalațiilor de telecomunicație și semnalizare împotriva acțiunilor dăunătoare a instalațiilor de curenți tari*, G.E.I., Moscova, 1949.
10. * * * *Proces-verbal cuprinzînd datele rezultate din măsurarea tensiunilor induse în circuitele de telecomunicație învecinate cu liniile electrice*, M.P.T.T., București, 1960—1966.
11. A. CARABULEA, *Contribuții la studiul influenței liniilor electrice asupra circuitelor de tele comunicație*, comunicare la Sesiunea a XXIII-a a Institutului de energetică al Academiei, aprilie 1967.
12. — *Contribuții la studiul influenței liniilor electrice asupra circuitelor de telecomunicație cu ajutorul calculatoarelor cifrice*, comunicare la Sesiunea științifică a cadrelor didactice, I.P.B., oct. 1968.

# PROBLEME ÎN LEGĂTURĂ CU UTILIZAREA CAPACITĂȚII DE BARIERĂ A UNEI JONCȚIUNI *PN* PENTRU OBȚINEREA MODULAȚIEI DE FRECVENȚĂ

DE

KEVORC ARABAGIAN

538.567.4

În lucrarea prezentată sînt studiate unele probleme care apar la utilizarea capacității de barieră a joncțiunii *PN* și factorii care intră în joc la obținerea modulației de frecvență.

A fost făcută analiza teoretică a modulatorului de frecvență în legătură cu determinarea deviației de frecvență, determinarea distorsiunilor neliniare la deviații mici și mari de frecvență.

În lucrare s-au arătat performanțele modulatoarelor de frecvență cu semiconductoare și rezultatele experimentale obținute la realizarea modulatorului de frecvență cu elemente semiconductoare.

La folosirea diodelor cu joncțiune *PN* în modulatoarele de frecvență se utilizează capacitatea de barieră a joncțiunii ($C_v$) care este dată de relația (1):

$$C_v = C_{v0}\sqrt{\frac{U_0}{u+U_0}} \approx C_{v0}\sqrt{\frac{U_0}{u}}, \qquad (1)$$

unde

$U_0$ este diferența internă de potențial ($U_0 \approx 0{,}2 - 0{,}4\ \forall$),

$C_{v0}$ — capacitatea joncțiunii *PN* în absența tensiunii de polarizare,

$u/n = U_{a0} + U\cos\Omega t$ — tensiunea continuă de polarizare și tensiunea alternativă de polarizare, adică tensiunea completă aplicată joncțiunii.

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 4, p. 913–922, 1968

În modulația de frecvență se utilizează variația acestei capacități în funcție de tensiunea modulatoare aplicată :

$$\Delta C_v = C_{v0}\left(\sqrt{\frac{U_0}{v_1 + U_0}} - \sqrt{\frac{U_0}{v_2 + U_0}}\right). \tag{2}$$

În relația de mai sus mărimile $v_1$ și $v_2$ au expresiile

$$v_1 = U_{a0} - u_m + u_{if}, \tag{3}$$

$$v_2 = U_{a0} + u_m + u_{if}, \tag{4}$$

în care $U_{a0}$ este tensiunea continuă aplicată joncțiunii, $u_{if}$ este valoarea instantanee de înaltă frecvență din circuitul oscilant, iar $u_m$ valoarea instantanee a tensiunii de joasă frecvență.

Avînd în vedere că, în general, amplitudinea tensiunii de înaltă frecvență $U_\omega$ este mult mai mică decît amplitudinea tensiunii continue $U_{a0}$ aplicată joncțiunii, expresia variației capacității joncțiunii se poate scrie sub forma (1)

$$\Delta C_v = C'\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \gamma\cos\Omega t}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma\cos\Omega t}}\right). \tag{5}$$

În relația 5), $C'$ este valoarea capacității în punctul medi de funcționare,

$$C' = C_{v0}\sqrt{\frac{U_0}{U_{a0} + U_0}}, \tag{6}$$

iar $\gamma$ este tensiunea relativă modulatoare, mărime variabilă proporțional cu semnalul modulator

$$\gamma = \frac{U_\Omega}{U_{a0} + U_0}, \tag{7}$$

unde $U_\Omega$ este amplitudinea tensiunii de joasă frecvență.

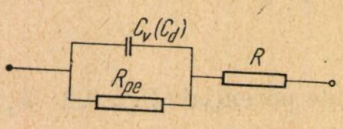



Fig. 1

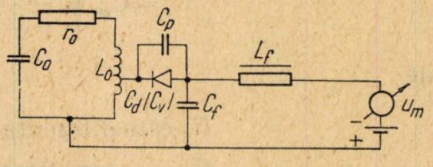



Fig. 2

În figura 1 este dată schema echivalentă a diodei cu joncțiune $PN$ la aplicarea unei tensiuni inverse de polarizare, iar în figura 2 este prezentată o schemă cu mare aplicație a modulatorului de frecvență cu diodă, în care $L_0$, $C_0$ și $r_0$ sînt elementele circuitului acordat al oscilatorului de radiofrecvență.

Bobina $L_f$ și condensatorul $C_f$ sînt elemente de filtraj care impiedică pătrunderea oscilației de radiofrecvență în sursa modulatoare. Observăm că dioda, avînd capacitatea variabilă $C_v$ împreună cu capacitatea parazită $C_p$ fixă de montaj și a diodei, este conectată pe o porțiune a inductivității $L_0$.

Pentru deducerea frecvenței de oscilație, putem trece printr-o transformare simplă de la schema din figura 2 la cea din figura 3. Aici capacitatea $C_v + C_p$, montată pe o porțiune din $L_0$, se înlocuiește cu capacitatea $p^2(C_v + C_p)$, conectată pe întreaga bobină $L_0$.

Pentru banda acoperită de modulator se dă relația (2)

$$\Delta f = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_0 [C_0 + p^2 C_p + p^2 C_v (U_{min})]}} - \frac{1}{2\pi \sqrt{L_0 [C_0 + p^2 C_p + p^2 C_v)(U_{max})]}} \quad (8)$$

În capacitatea $C_v$ intră capacitatea în absența tensiunii de polarizare $C_{v0}$. Această capacitate $C_{v0}$ este specifică pentru diode de un anumit tip. Prin urmare, banda $\Delta f$ va depinde de coeficientul de transformare $p$. Există un punct optim de conectare a diodei de un tip oarecare pentru obținerea unei deviații maxime $\Delta f$.

Observăm că cu cît valoarea factorului $p$ este mai mare, cu atît va fi mai mare influența capacității diodei asupra circuitului acordat; în același timp însă va crește și $U_{min}$, care, la rîndul lui, duce la scăderea ui $C_v/U_{min}$. Rezultă deci că la schema considerată trebuie să se determine punctul optim de conectare a diodei.

La modulația de frecvență, tensiunea de polarizare $U_{a0}$ este mai mare decît tensiunea de modulație $u_m$ pentru ca distorsiunile să fie mici. În cazul acesta se caută să se obțină o pantă a caracteristicii de modulație cît se poate mai mare.

## ANALIZA TEORETICĂ A SCHEMEI DE MODULATOR DE FRECVENȚĂ DIN FIGURA 3

### a) Determinarea deviației relative de frecvență

Deviația relativă de frecvență este deviația maximă corespunzătoare tensiunii maxime de modulație $U_\Omega$ raportată la frecvența medie

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{1}{4} \frac{C_{v0}}{C_0} \cdot \frac{p^2 \sqrt{U_0}}{\sqrt{(U_{min} + U_\Omega)^3}} \cdot U_\Omega. \quad (9)$$

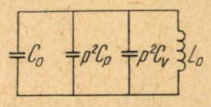


Fig. 3

Din relația de mai sus vedem că deviația relativă de frecvență este cu atît mai mare, cu cît $C_0$ este mai mic și $p$ este mai mare. Deviația relativă de frecvență crește cînd tensiunea de înaltă frecvență aplicată are o valoare mică și atunci cînd este îndeplinită condiția $U_0 \ll U_a$.

**b) Determinarea factorului de distorsiuni neliniare la deviații mici de frecvență** $\left(\frac{2\Delta f}{f_0} < 10\%\right)$

Factorul de distorsiune corespunzător armonicii a treia se poate găsi dacă se dezvoltă relația (5) și (6) în serie de puteri ale lui $\gamma \cos \Omega t$ pînă la termenul de ordinul trei inclusiv.

Dezvoltînd $\frac{1}{\sqrt{1-\gamma\cos\Omega t}}$ în serie de puteri, obținem

$$\frac{1}{\sqrt{1-\gamma\cos\Omega t}} = 1 + \frac{\gamma}{2}\cos\Omega t + \frac{1}{2!}\frac{1\cdot 3}{2^2}\cos^2\Omega t\gamma^2 + \frac{1}{3!}\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2^3}\gamma^3\cos^3\Omega t + \ldots \tag{10}$$

Dezvoltarea lui $\frac{1}{\sqrt{1+\gamma\cos\Omega t}}$ se obține din dezvoltarea (10) dacă înlocuim aici $\gamma\cos\Omega t$ cu $-\gamma\cos\Omega t$. Deci dezvoltarea în serie de puteri va fi

$$\frac{1}{\sqrt{1+\gamma\cos\Omega t}} = 1 - \frac{\gamma}{2}\cos\Omega t + \frac{1}{2!}\frac{1\cdot 3}{2^2}\gamma^2\cos^2\Omega t - \frac{1}{3!}\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2^3}\gamma^3\cos^3\Omega t. \tag{11}$$

Scăzînd relațiile (11) din (10), obținem dezvoltarea în serie a expresiei (5):

$$\Delta C_v = C'\left(\gamma\cos\Omega t + 2\,\frac{1}{3!}\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2^3}\gamma^3\cos^3\Omega t\right), \tag{12 a}$$

$$\cos^3\Omega t = \frac{3}{4}\cos\Omega t + \frac{1}{4}\cos 3\Omega t. \tag{12 b}$$

Înlocuind în expresia (12 a) pe $\cos^3\Omega t$ cu expresia sa în funcție de $\cos\Omega t$ și $\cos 3\Omega t$ (12 b), obținem

$$\Delta C_v = C'\left(\gamma\cos\Omega t + \frac{5}{8}\,\frac{3}{4}\gamma^3\cos^3\Omega t + \frac{3}{32}\gamma^3\cos^3\Omega t\right), \tag{13}$$

de unde se vede că la deviații mici de frecvență din expresia $\Delta C_v$ lipsește armonica a doua a tensiunii modulatoare. Atunci putem obține relația deviației de frecvență:

$$\frac{2\Delta f}{f_0} = \frac{C'\left[\left(\gamma + \frac{15}{32}\gamma^3\right)\cos\Omega t + \frac{5}{32}\gamma^3\cos^3\Omega t\right]}{C_v}. \tag{14}$$

Coeficientul de distorsiune neliniară corespunzător armonicii a treia va fi

$$d_3 = \frac{\frac{5}{32}\gamma^2}{1+\frac{15}{32}\gamma^2} \approx \frac{5}{32}\gamma^2, \tag{15}$$

iar deviația maximă de frecvență

$$\frac{2\Delta f_{max}}{f_0} = \frac{C'}{C_v}\left(\gamma + \frac{15}{32}\gamma^3\right). \tag{16}$$

În expresia de mai sus, $\gamma$ poate fi dat factor comun înmulțind și împărțind relația cu $\sqrt{\frac{5}{32}}$:

$$\frac{2\Delta f_{max}}{f_0} = \frac{C'}{C_v}\sqrt{\frac{5}{32}}\sqrt{\frac{32}{5}}\gamma\left(1+3\frac{5}{32}\gamma^2\right). \tag{17}$$

Înlocuindu-l pe $\frac{5}{32}\gamma^2$ cu $d_3$, obținem

$$\frac{2\Delta f_{max}}{f_0} = \frac{C'}{C_v}\sqrt{\frac{32}{5}}d_3(1+3d_3). \tag{18}$$

**c) Determinarea factorului de distorsiuni neliniare la deviații mari de frecvență** $\left(\frac{2\Delta f}{f_0} \geqslant 10\%\right)$

În acest caz, ca și în cazul precedent, se neglijează efectul tensiunii de înaltă frecvență asupra capacității joncțiunii $PN$. Aplicînd acestei capacități o tensiune modulatoare sinusoidală, frecvența oscilatorului variază după formula lui Thomson. Înlocuind pe $C_v$ cu valoarea sa din expresia (1), obținem

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_0(C_0+C_v)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{L_0(C_0+C_v)}\sqrt{\frac{U_0}{U_{a0}+U_0+U_\Omega\cos\Omega t}}}. \tag{19}$$

În relația de mai sus, dînd factor comun pe $C_0$ și înlocuindu-l pe $C_{v0}$ cu expresia sa în funcție de $C'$ (6), obținem

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_0C_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\frac{C'}{C_0}\sqrt{\frac{U_{a0}}{U_0}}\sqrt{\frac{U_0}{U_{a0}+U_0+U_\Omega\cos\Omega t}}}}. \tag{20}$$

Notînd $\frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \omega_0, \alpha = \frac{C'}{C_0}$ și $\gamma$, din relația (7) obținem

$$\omega = \omega_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\alpha}{\sqrt{1 + \gamma \cos \Omega t}}}}. \tag{21}$$

În cele ce urmează ne vom referi la două cazuri : $\alpha \leqslant 1$ și $\alpha > 1$.

*Pentru cazul* $\alpha \leqslant 1$, relația (21) se dezvoltă în serie de puteri ale lui $\frac{\alpha}{\sqrt{1 + \gamma \cos \Omega t}}$, obținîndu-se

$$\omega = \omega_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\sqrt{1 + \gamma \cos \Omega t}} + \frac{3}{8} \frac{\alpha^2}{1 + \gamma \cos \Omega t} - \ldots\right). \tag{22}$$

Ne limităm la componentele puterilor de ordinul unu, doi și trei. Mai departe se dezvoltă în serie de puteri ale lui $\gamma \cos \Omega t$ expresia obținută ; înlocuind în noua expresie pe $\cos^2 \Omega t$ și $\cos^3 \Omega t$ cu expresiile lor funcție de $\cos \Omega t$ și $\cos 2 \Omega t$, $\cos 3 \Omega t$ și grupînd termenii, obținem

$$\omega = \omega_0 \left\{\left[1 - \frac{1}{2}\alpha + \frac{3}{8}\alpha^2 + \left(\frac{3}{16}\alpha - \frac{3}{32}\right)\alpha\gamma^2\right] + \right.$$

$$+ \alpha\gamma\left[\frac{1}{4} + \gamma^2 \frac{15}{128} - \frac{3}{8}\alpha - \alpha\gamma^2 \frac{9}{32}\right] \cos \Omega t + \left(\frac{3}{16}\alpha - \frac{3}{32}\right)\alpha\gamma^2 \cos 2\Omega t +$$

$$\left. + \gamma^3 \alpha \left(\frac{5}{128} - \frac{3}{32}\alpha\right) \cos 3\Omega t \right\}. \tag{23}$$

Din această relație se vede că frecvența purtătoare variază, fiind afectată de tensiunea modulatoare. Această variație are valoarea aproximativă :

$$\omega_0' \approx \omega_0 \left[1 - \frac{1}{2}\alpha + \frac{3}{8}\alpha^2 + \left(\frac{3}{16}\alpha - \frac{3}{32}\right)\alpha\gamma^2\right]. \tag{24}$$

Factorul de distorsiune neliniară corespunzător armonicii a doua va fi determinat cu aproximație ca raport între coeficientul lui $\cos 2\Omega t$ și $\cos \Omega t$ :

$$d_2 = \frac{\left(\frac{3}{16}\alpha - \frac{3}{32}\right)\alpha\gamma^2}{\alpha\gamma\left(\frac{1}{4} + \gamma^2 \frac{15}{128} - \frac{3}{8}\alpha - \alpha\gamma^2 \frac{9}{32}\right)} = \gamma \frac{\frac{3}{4}\alpha - \frac{3}{8}}{1 + \gamma^2 \frac{15}{32} - \frac{3}{2}\alpha - \gamma^2 \alpha \frac{9}{4}} \tag{25}$$

Factorul de distorsiune neliniară corespunzător armonicii a treia va fi raportul dintre coeficienții lui $\cos 3\Omega t$ și $\cos \Omega t$ :

$$d_3 = \frac{\gamma^3\left(\frac{5}{128} - \frac{3}{32}\alpha\right)}{\alpha\gamma\left(\frac{1}{4} + \gamma^2 \frac{15}{128} - \frac{3}{8}\alpha - \alpha\gamma^2 \frac{9}{32}\right)} = \frac{\gamma^2\left(\frac{5}{32} - \frac{3}{8}\alpha\right)}{1 + \gamma^2 \frac{15}{32} - \frac{3}{2}\alpha - \alpha\gamma^2 \frac{9}{8}} \tag{26}$$

Din relația (23) găsim deviația relativă de frecvență, care este coeficientul lui $\cos \Omega t$.

$$\frac{2\Delta\omega_{max}}{\omega_0'} = \frac{2\left(\frac{1}{4} + \gamma^2 \frac{15}{128} - \frac{3}{8}\alpha - \alpha\gamma^2 \frac{9}{32}\right)}{\frac{\omega_0'}{\omega_0}}. \tag{27}$$

Înlocuindu-l pe $\frac{\omega_0'}{\omega_0}$ cu valoarea rezultată din (24), obținem

$$\frac{2\Delta\omega_{max}}{\omega_0'} = \frac{2\left(\frac{1}{4} + \gamma^2 \frac{15}{128} - \frac{3}{8}\alpha - \alpha\gamma^2 \frac{9}{32}\right)}{1 - \frac{1}{2}\alpha + \frac{3}{8}\alpha^2 + \left(\frac{3}{16}\alpha - \frac{3}{32}\right)\alpha\gamma^2}. \tag{28}$$

Se observă că $\frac{2\Delta\omega_{max}}{\omega_0}$ crește cu $\gamma$. O dată cu creșterea lui $\gamma$ cresc însă și factorii de distorsiune $d_2$ și $d_3$. Acești factori fiind dați, se pot deduce valorile admisibile ale lui $\alpha$ și $\gamma$, de unde rezultă deviația relativă de frecvență maximă care se poate obține.

*Pentru cazul* $\alpha > 1$ prezentăm ecuația (21) sub forma

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{\alpha}} = \sqrt[4]{1 + \gamma \cos \Omega t} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt{\frac{1 + \gamma \cos \Omega t}{\alpha}}}}. \tag{29}$$

Dezvoltînd această expresie în serie de puteri ale lui $\frac{\sqrt[4]{1 + \gamma \cos \Omega t}}{\alpha}$, se obține

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{\alpha}} \sqrt[4]{1 + \gamma \cos \Omega t}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\sqrt[4]{1 + \gamma \cos \Omega t}}{\alpha} + \frac{3}{8}\frac{1 + \gamma \cos \Omega t}{\alpha^2} + \ldots\right). \tag{30}$$

Dezvoltăm expresia (30) în serie puteri ale lui $\gamma \cos \Omega t$, limitîndu-se la termeni de gradul 3.

Dezvoltarea expresiei

$$E_1 = \sqrt[4]{1 + \gamma \cos \Omega t}$$

este

$$E_1 = 1 + \frac{1}{4}\gamma \cos \Omega t - \frac{3}{16 \cdot 2!}\gamma^2 \cos^2 \Omega t + \frac{21}{64} \cdot \frac{1}{3!}\gamma^3 \cos^3 \Omega t + \ldots \tag{31}$$

Dezvoltarea expresiei

$$E_2 = \sqrt[4]{1 + \gamma \cos \Omega t}\sqrt{1 + \gamma \cos \Omega t} = (1 + \gamma \cos \Omega t)^{3/4} \tag{32}$$

este

$$E_2 = 1 + \frac{3}{4}\gamma \cos \Omega t - \frac{3}{16 \cdot 2!}\gamma^2 \cos^2 \Omega t + \frac{15}{64 \cdot 3!}\gamma^3 \cos^3 \Omega t + \ldots \tag{33}$$

Dezvoltarea expresiei $E_3$

$$E_3 = \sqrt{1 + \gamma \cos \Omega t}\,(1 + \gamma \cos \Omega t) = (1 + \gamma \cos \Omega t)^{5/4} \tag{34}$$

este

$$E_3 = 1 + \frac{5}{4}\gamma \cos \Omega t + \left(-\frac{3}{16 \cdot 2!} + \frac{1}{4}\right)\gamma^2 \cos^2 \Omega t + \\ + \left(\frac{21}{64}\frac{1}{3!} - \frac{3}{16 \cdot 2!}\right)\gamma^3 \cos^3 \Omega t. \tag{35}$$

Deci expresia (30) se poate scrie

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{\alpha}}\left(E_1 - \frac{1}{2\alpha}E_2 + \frac{3}{8\alpha^2}E_3\right). \tag{36}$$

Înlocuind valorile $E_1$, $E_2$ și $E_3$ cu valorile din ecuațiile (31), (33), (35), după înlocuirea mărimilor $\cos^2 \Omega t$ și $\cos^3 \Omega t$ cu expresiile lor funcție de $\cos \Omega t$, $\cos 2\Omega t$ și $\cos 3\Omega t$ și după anumite neglijări obținem

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{\alpha}}\left[1 - \frac{1}{2\alpha} + \frac{3}{8\alpha^2} + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{8\alpha} + \frac{15}{32\alpha^2}\right)\gamma \cos \Omega t + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{15}{512\,\alpha^2} + \frac{3}{128\,\alpha} - \frac{3}{64}\right)\gamma^2 \cos 2\Omega t + \frac{\gamma^3}{4}\left(\frac{7}{128} - \frac{5}{256\,\alpha} - \frac{15}{32 \cdot 32\alpha}\right)\right]. \tag{37}$$

Din expresia de mai sus se observă că sub influența tensiunii modulatoare frecvența purtătoare variază aproximativ astfel:

$$\omega_0' \approx \frac{\omega_0}{\sqrt{\alpha}}\left(1 - \frac{1}{2\alpha} - \frac{3}{8\alpha^2}\right). \tag{38}$$

Coeficientul de distorsiuni neliniare dat de armonica a doua se poate calcula cu aproximație din raportul

$$d_2 \approx \frac{\dfrac{15}{512\alpha^2} + \dfrac{3}{128\alpha} - \dfrac{3}{14}}{\dfrac{1}{4} - \dfrac{3}{8\alpha} + \dfrac{15}{32\alpha^2}} \cdot \gamma. \tag{39}$$

Coeficientul de distorsiuni neliniare dat de armonica a treia este

$$d_3 = \frac{\dfrac{\gamma^2}{4}\left(\dfrac{7}{128} - \dfrac{5}{256\alpha} + \dfrac{15}{32 \cdot 32\alpha^2}\right)}{\left(\dfrac{1}{4} - \dfrac{3}{8\alpha} + \dfrac{15}{32\alpha^2}\right)}. \tag{40}$$

Deviația de frecvență maximă se poate obține ca și în cazul precedent ($\alpha \leqslant 1$):

$$\frac{2\Delta\omega_{max}}{\omega_0'} \approx \frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4\alpha} + \frac{15}{16\alpha^2}\right)\cdot\gamma}{1 - \frac{1}{2\alpha} + \frac{3}{8\alpha^2}}. \tag{41}$$

Exprimînd pe $\gamma$ prin $d_2$, vom obține

$$\frac{2\Delta\omega_{max}}{\omega_0'} \approx \frac{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{3}{4}\alpha + \frac{15}{16\alpha^2}\right)^2 \cdot d_2}{\left(1 - \frac{1}{2}\alpha + \frac{3}{8\alpha^2}\right)\left(\frac{15}{256\alpha^2} + \frac{3}{64\alpha} + \frac{3}{32}\right)}. \tag{42}$$

În mod similar se poate exprima deviația relativă de frecvență în funcție de $d_3$:

$$\frac{2\Delta\omega_{max}}{\omega_0'} \approx \frac{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{3}{2\alpha} + \frac{15}{8\alpha^2}\right)^{3/2} \cdot \sqrt{d_3}}{\left(1 - \frac{1}{2\alpha} + \frac{3}{8\alpha}\right)\sqrt{\frac{7}{8} - \frac{5}{16\alpha} - \frac{15}{64\alpha^2}}}. \tag{43}$$

Din această expresie se vede că o dată cu creșterea deviației relative de frecvență cresc și distorsiunile introduse de armonica a treia.

Pentru a obține o imagine asupra distorsiunilor neliniare și deviației de frecvență au fost trasate experimental caracteristicile de modulație, adică relația dintre frecvența și tensiune $U_{reg}$(V) aplicată joncțiunii $PN$ (fig. 4).

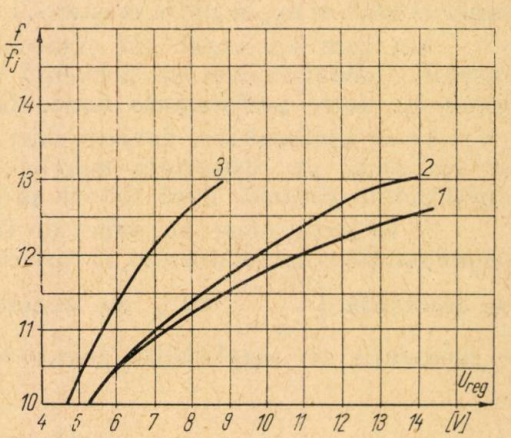


Fig. 4

Oscilatorul experimental a fost realizat cu un circuit oscilant $LC$ conectat în circuitul anodic al tubului.

Curba *1* ($f_j$ = 330 kHz) a fost obținută prin utilizarea a două diode zener de tip D 808A legate în paralel. Caracteristica *2* a fost obținută ($f_j$ = 350 kHz) prin conectarea în deviație a doi tranzistori П5-Б, iar caracteristica 3 ($f_j$ = 720 kHz) prin utilizarea a două diode ДГЦ-27 legate în paralel.

Vedem din rezultatele experimentale că prin utilizarea elementelor semiconductoare se pot obține deviații mari de frecvență (aproximativ 20%), cu distorsiuni neliniare mici ($d$ = 5) și cu amplitudini relativ mici ale tensiunii modulatoare (3 — 10 V).

## OBSERVAȚII ASUPRA MODULAȚIEI DE AMPLITUDINE PARAZITE

Modulația de amplitudine parazită se produce în procesul modulației de frecvență din cauza variației rezistenței la rezonanță a circuitului oscilant datorită influenței modulatorului de frecvență. În figura 5 sînt trasate curbele ridicate experimental pentru modulația de amplitudine parazită (fig. 5). Aici caracteristica *1* se referă la diode cu germaniu de tip ДГЦ-27, caracteristica 2 la tranzistoare Д5-Б legate ca diode, iar curba *3*, la modulatoare cu dioda zener de tip D 808A.

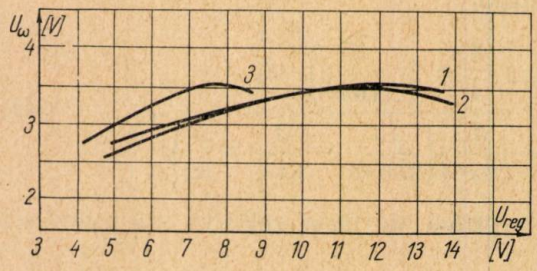



Fig. 5

Vedem din curbele trasate că modulația de amplitudine parazită mai mică se obține atunci cînd se utilizează tranzistoare care au o rezistență inversă mai mare. Observăm că în modulatoarele cu elemente semiconductoare modulația de amplitudine parazită este relativ mică ($m\% < 10\%$) la o deviație de frecvență relativ mare $\left(\frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = 20\%\right)$.

Scăderea amplitudinii tensiunii la bornele circuitului oscilant la tensiuni de modulație mai mari decît $U_{reg} = 75$ V la modulatoarele cu diode zener D 808A se explică prin creșterea bruscă a conductanței acestor diode.

Așa cum s-a văzut din expresiile teoretice și din curbele experimentale, modulatoarele de frecvență realizate cu elemente semiconductoare au unele performanțe foarte interesante, și anume:

1) cu ajutorul lor, deviații mici de frecvență (de cîteva procente) se realizează cu distorsiuni neliniare mici (1 — 2%) și modulație de amplitudine parazită mică (cîteva procente);

2) se poate alege un punct de funcționare optim pe caracteristica de modulație a modulatorului, în care caz se pot obține deviații importante de frecvență $\left(\frac{2\Delta\omega}{\omega} \leqslant 20\%\right.$ cu distorsiuni neliniare mici $\left.d \leqslant 5\%\right)$ și o modulație de amplitudine parazită mică ($m\% < 10\%$).

### BIBLIOGRAFIE

1. V. I. Samoilenko, *Teori i rasciot ceastotnih moduliatorov s promeneniem poluprovodnicovih upravleaiuscih elementov*, Radiotehnica, **13**, 5 61 (1958).
2. Gh. Cartianu, *Ceastotnaia moduliație*, Izdatelstva Akademii Rum. Nar. Respubliki, 1961
3. Kv. Arabagian, *Condițiile de producere a modulației de frecvență la oscilatoarele cu tranzistoare*, Lucrare de disertație, 1965.

# REGULATOR NUMERIC PROPORȚIONAL INTEGRAL

DE

C. NITU

621.31

Se propune o nouă schemă pentru regulatoare numerice de tip *PI*, bazată pe utilizarea de numărătoare decadice și reversibile. Schema necesită un timp redus pentru calculul mărimii de comandă și poate fi utilizată pentru automatizarea proceselor industriale rapide și lente.
Elementele de intrare și ieșire permit racordarea regulatorului la o gamă largă de traductoare și elemente de execuție.

Proiectarea și utilizarea regulatoarelor numerice se impune în următoarele cazuri :

a) Cînd precizia de reglare impusă nu poate fi realizată cu regulatoare convenționale, bazate pe metode analogice de măsură și prelucrare a informației. De exemplu reglarea cu înaltă precizie a turației în industria hîrtiei, textilă, energetică etc. necesită utilizarea unor traductoare și regulatoare numerice. În acest caz se poate atinge o precizie de reglare a turației de la 0,1% pînă la 0,01% [1], [3].

b) Cînd performanțele dinamice impuse nu pot fi asigurate cu regulatoare analogice. Astfel este cunoscut că sistemele adaptive și cele cu caracteristici speciale (pentru realizarea unor legi de prelucrare a informației mai complexe decît legea PID) pot fi realizate mai ușor prin metode numerice de calcul, iar utilizarea acestora permite obținerea unor performanțe superioare.

c) Cînd se impune reglarea a doi sau mai mulți parametri. În acest caz este economic să se utilizeze un singur regulator, însă apar o serie de operații (comutarea semnalelor de măsură, memorarea unor mărimi intermediare de calcul pe durata unui tact) care nu pot fi realizate cu suficientă precizie prin metode analogice.

Prin urmare, regulatoarele numerice asigură mărirea preciziei de reglare prin efectuarea următoarelor operații prin metode numerice : măsurarea mărimii reglate, fixarea mărimii de referință, compararea aces-

tor mărimi și calculul mărimii de comandă. Îmbunătățirea performanțelor dinamice se realizează prin acordarea regulatoarelor numerice pentru instalația tehnologică dată, după unul din criteriile de optimizare [1], [2].

Pentru construcția regulatoarelor numerice este necesară stabilirea unor metode care să permită elaborarea de scheme simple, ușor de exploatat și cu destinații multiple. Această problemă, care constă în construirea de regulatoare numerice cu destinații multiple, este în general nerezolvată. Astfel, toate regulatoarele numerice construite de diverse firme au o destinație specială și numai cu mici excepții mai pot fi utilizate în alt domeniu [1], [3].

Pentru construirea unui regulator numeric este necesar ca :

1. Blocul de intrare să permită măsurarea parametrilor industriali unde este oportună reglarea cu înaltă precizie.

2. Blocul de ieșire al regulatorului numeric să permită comanda elementelor de execuție utilizate în automatizările industriale.

3. Blocurile pentru fixarea parametrilor de acordare să permită fixarea unei benzi de variație pentru fiecare parametru, astfel ca să fie cuprinse toate cazurile posibile.

4. Construcția regulatorului numeric să permită utilizarea acestuia în diferite condiții de exploatare. În acest scop este necesar ca să se evite utilizarea de contacte și să se adopte elemente tranzistorizate.

Pentru ca blocul de intrare al regulatorului numeric să permită introducerea oricărui semnal ce poate reprezenta într-un cod oarecare mărimea reglată, este necesară adoptarea unei metode speciale de comparație. Dintre metodele care stau la baza construcției blocurilor de intrare, comparația prin decodificare [4] reprezintă singura metodă cu caracter universal, deoarece permite introducerea mărimii reglate sub forma următoarelor semnale, utilizate în automatizările industriale : semnal unificat 2—10 mA, durată de timp, număr de impulsuri, frecvență de impulsuri. De asemenea, metoda de comparație prin decodificare permite efectuarea cu ajutorul unui singur bloc a operațiilor de conversie a mărimii reglate, de fixare a mărimii de referință și de comparație, ceea ce simplifică substanțial construcția blocului de intrare. Pentru construirea unui regulator numeric proporțional-integral este necesar ca schema bloc să permită efectuarea următoarelor operații în vederea obținerii mărimii de comandă :

1. obținerea componentei proporționale ;

2. obținerea componentei integrale prin multiplicarea erorii $\varepsilon(nT)$ cu un coeficient și însumarea rezultatului cu suma algebrică a acestor produse pînă la tactul respectiv ;

3. însumarea celor două componente și obținerea mărimii de comandă prin convertirea sumei rezultate în durata unor impulsuri. Alegerea mărimii de comandă sub forma unei succesiuni de impulsuri modulate în durată (frecvența și amplitudinea fiind constante) asigură o construcție simplă a blocului de ieșire al regulatorului numeric. De exemplu, reprezentarea mărimii de comandă sub forma unor impulsuri modulate în amplitudine necesită un registru în plus pentru memorarea mărimii de comandă pe durata unui tact.

Pentru realizarea acestor operații, regulatoarele numerice [1], [3], [7] pot fi construite după următoarele două scheme bloc :

1. Eroarea $\varepsilon(nT)$ obținută de elementul de comparație *EC* (fig. 1*a*) este prelucrată în blocurile *P* și *I* pentru obținerea componentelor proporționale și integrale. În continuare, pentru obținerea mărimii de comandă, cele două componente se însumează cu ajutorul sumatorului *S* (serie sau paralel).

2. A doua schemă bloc (fig. 1*b*) prevede transmiterea erorii în blocul sumator, obținerea componentei integrale în blocul *I* și transferul acesteia în blocul sumator *S*.

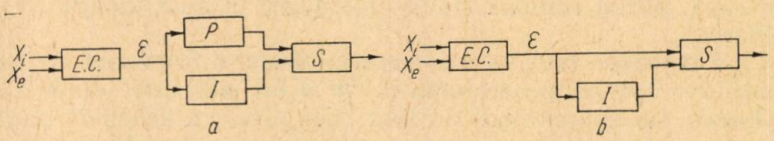



Fig. 1. — Scheme bloc pentru regulatoare numerice *PI*.

Aceste scheme, în cazul cînd se urmărește un timp redus pentru calculul mărimii de comandă (care constituie un timp mort), necesită un număr mare de tranzistoare, deoarece toate operațiile de transfer și însumare se fac în paralel. În cazul cînd operațiile de transfer și însumare se fac în serie, se obține un timp mare pentru calculul mărimii de comandă, timp mort inadmisibil din cauza performanțelor impuse [1].

Avînd în vedere aceste dezavantaje ale metodelor prezentate, în lucrarea de față se propune o nouă schemă bloc (fără blocuri distincte de calcul *P*, *I*), care permite efectuarea tuturor operațiilor de calcul în serie și simultan cu operația de obținere a erorii $\varepsilon(nT)$.

Prin această metodă nu se introduc timpi auxiliari de calcul și se elimină sumatorul *S*, înlocuindu-se cu un numărător reversibil. De asemenea, deoarece eroarea $\varepsilon(nT)$ se obține direct în timpul operației de măsurare a mărimii reglate, rezultă că regulatorul propus are o mare rapiditate în obținerea mărimii de comandă. Schema bloc a regulatorului numeric proporțional integral unificat este prezentată în figura 2 (detaliată pînă la nivel de numărătoare și elemente logice elementare).

Elementul de comparație este format din : numărătorul decadic *ND*, decodificatoare din cod binar în cod zecimal pentru fiecare decadă, convertorul numeric-analogic *C* prevăzut cu organ de zero, trei circuite bistabile *M*1 — *M*3, două elemente logice *L*1 și *L*2 și un element *ȘI*.

Funcționarea elementului de comparație pentru diferite coduri ale mărimii reglate are loc astfel :

a. Dacă mărimea reglată este convertită în semnal unificat 2—10 mA, atunci cu ajutorul unei rezistențe se transformă în tensiune 5—25 V. Tactul începe o dată cu apariția impulsului *1* de la blocul de tact, nefigurat în schemă. Impulsul *1* basculează memoria *M*1, și elementul logic *L*1 permite trecerea impulsurilor de frecvență constantă de la generatorul *G* la numărătorul decadic *ND*. Conținutul numărătorului decadic este convertit într-un semnal analogic cu ajutorul convertorului numeric-analogic (construit după [7]) și comparat cu tensiunea, care reprezintă mărimea reglată $X_e$. Cînd cele două semnale devin egale, organul de zero al elementului *C* dă un impuls *2*, care basculează

memoria $M2$. Ca organ de zero s-a ales un amplificator diferențial [7]. Simultan cu aceasta, conținutul fiecărei decade este decodificat în cod zecimal. Cînd în numărătorul decadic se acumulează un număr egal cu mărimea prescrisă, fixată cu ajutorul comutatoarelor, elementul logic $SI$ va da un semnal care basculează memoria $M3$. Eroarea $\varepsilon(nT)$ se obține sub forma unui număr de impulsuri și este transmisă direct la ieșirea elementului logic $L2$ [4], [9]. Elementul $L2$ transmite impulsuri numai atunci cînd o singură memorie $M2$ sau $M3$ este în starea unu.

b. În cazul cînd mărimea reglată este convertită într-un interval de timp, impulsurile *1*, *2*, care delimitează intervalul respectiv, acționează memoriile $M1$, $M2$ și comparația se efectuează în mod identic (elementul $C$ este blocat).

c. Cînd mărimea reglată este convertită într-o frecvență de impulsuri $f_e$, nu mai este necesar generatorul $G$. În acest caz, între două impulsuri *1—2* elaborate de generatorul de tact (nefigurat în schemă) impulsurile de frecvență $f_e$ sînt numărate în numărătorul decadic. Mărimea de referință este fixată prin numărul de impulsuri care trebuie să sosească în intervalul de timp dintre cele două impulsuri. Primul impuls acționează memoria $M1$, iar al doilea memoria $M2$ (elementul $C$ este blocat).

d. Cînd mărimea reglată este convertită într-un număr de impulsuri, primul impuls care marchează începutul măsurătorii basculează memoria $M1$, iar impulsul care marchează sfîrșitul măsurătorii basculează memoria $M2$. Funcționarea blocului de intrare este identică cu cea din primul caz, cu excepția că elementul $C$ este blocat, iar în locul impulsurilor de la generatorul $G$ se numără impulsurile mărimii reglate.

Prin urmare, blocul de intrare asigură posibilitatea de racordare a regulatorului numeric la instalații cu mărimile supuse reglării convertite într-o gamă largă de semnale. Eroarea obținută sub forma unui număr de impulsuri se transmite în serie direct la blocul de calcul, care efectuează următoarele operații aritmetice și logice asupra erorii :

$$x_c(nT) = K_1\left[\varepsilon(nT) + K_2 \sum_{i=0}^{n} \varepsilon(iT)\right]. \qquad (1)$$

Pentru simplificarea construcției regulatorului numeric de tip $PI$ se utilizează o nouă metodă, bazată pe efectuarea a două operații :

1. La începutul fiecărui tact (în paralel cu operația de obținere a erorii), conținutul numărului reversibil $N.Rev.$ 1 este transferat în paralel în numărătorul reversibil $N.Rev.$ 2 cu ajutorul elementului logic $L4$. Deoarece numărătorul $N.Rev.$ 1 nu este adus în zero, rezultă că la începutul tactului $n$, acesta va conține suma algebrică a erorilor

$$\sum_{i=1}^{n-1} \varepsilon(iT).$$

2. Eroarea $\varepsilon(nT)$ se transmite simultan la elementul logic $L3$ și la elementul de divizare-multiplicare $DM$. Elementul $DM$ servește pentru fixarea parametrului $K_2$ de acordare a regulatorului și este construit după principiul înmulțirii și divizării unui număr de impulsuri transmis în serie prin metoda decodificării [5]. Această metodă de realizare a elementului $DM$ nu introduce timp mort în calculul mărimii de comandă

și are avantajul că se pot efectua operațiile de înmulțire și divizare cu același element.

Elementul logic *L3* transmite un impuls $Y_1$ la intrarea de numărare a primei celule a numărătorului *N.Rev.* 2 cînd există impuls numai pe una din cele două intrări și dă un impuls $Y_2$ la intrarea de numărare a celei de-a doua celule cînd există impulsuri pe ambele intrări. Deci, pentru o ieșire, elementul logic *L3* efectuează operația logică

$$Y_1 = X_1 \cap \overline{X}_2 \cup \overline{X}_1 \cap X_2,$$

iar pentru a doua ieșire

$$Y_2 = X_1 \cap X_2.$$

Din cauza variației frecvenței impulsurilor la ieșirea elementului de comparație și datorită diapazonului de variere a coeficientului $K_2$ elementul logic *L3* conține elemente pentru formarea impulsurilor de intrare. Prin urmare numărătorul *N. Rev.* 2 servește pentru obținerea și însumarea componentei proporționale cu termenii $K_2 \cdot \varepsilon(nT)$ și $K_2 \sum_{i=1}^{n-1} \varepsilon(iT)$.

Deci, la sfîrșitul măsurătorii mărimii reglate, în numărătorul reversibil *N. Rev.* 2 avem deja obținută mărimea de comandă exprimată sub forma unui număr de impulsuri în cod binar. Faptul că obținerea mărimii de comandă se face fără timpi suplimentari de calcul, adică în paralel cu operația de măsurare a mărimii reglate, reprezintă unul dintre avantajele principale ale metodei prezentate. Acest avantaj al regulatorului numeric de tip *PI* se datorește metodei adoptate în construcția blocului de măsură [4], metodei de divizare multiplicare [5] și schemei bloc propuse, prezentată în figura 2.

Dintre alte avantaje ale schemei regulatorului numeric prezentat, mai citățm :

1. poate fi utilizat ca regulator numeric proporțional prin blocarea elementului *DM* ;

2. poate fi utilizat ca regulator numeric integral prin blocarea elementului *L4* ;

3. schema conține circuite (numărătoare reversibile, decadice, elemente logice *SI*, *SAU*, *NU*) asimilate de industrie pe baza elementelor logice *UNILOG* [6] ;

4. regulatorul numeric prezentat poate comanda următoarele elemente de execuție :

a) elemente de execuție integrale (motor de curent continuu, motor asincron etc.). În acest scop conținutul numărătorului *N. Rev.* 2 este convertit într-un interval de timp prin transmiterea la intrare a unor impulsuri (de la un generator nefigurat în schemă) pînă la trecerea acestuia în zero. Variind frecvența impulsurilor, se pot fixa diferiți coeficienți $K_1$ (relația (1)). Sensul de rotire al motorului este definit de semnul conținutului numărătorului *N.Rev.* 2 ;

b) elemente de execuție proporționale (electrice, pneumatice cu convertor *U/P*) care sînt acționate de impulsuri modulate în durată (obținute ca la punctul 4.a). În unele cazuri sînt necesare elemente pentru menținerea unei valori medii a mărimii de comandă (vezi fig. 7.9 în [1]) ;

c. elemente de execuție numerice (motoare pas cu pas, ventile acționate numeric etc.). Pentru aceasta, numărul de impulsuri transmise

la numărătorul *N. Rev.* 2, pînă la trecerea acestuia în zero, sînt transmise și la elementul de execuție numeric.

Aceste trei tipuri de elemente de execuție acoperă gama elementelor utilizate în automatizările industriale.

În figura 2 nu sînt reprezentate următoarele elemente logice, care au fost omise întrucît execută operații logice elementare (*SI*, *SAU* etc.), cunoscute și experimentate în diverse lucrări [6], [7].

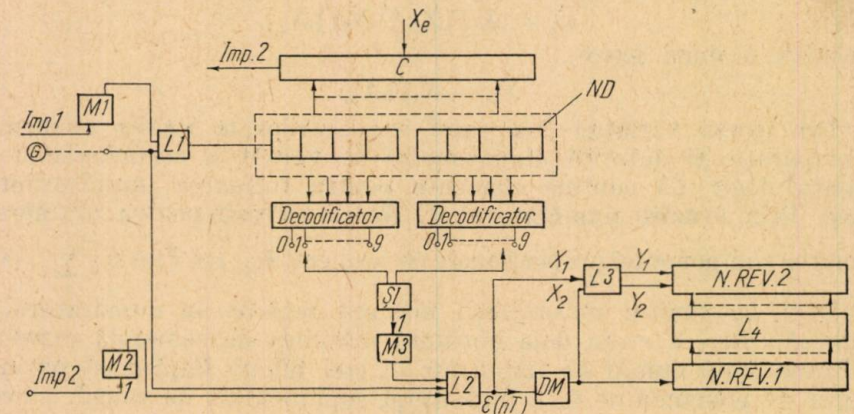



Fig. 2. — Schema bloc a regulatorului numeric.

1. Elementele logice pentru blocarea numărătoarelor reversibile (pentru două regimuri : adunare și scădere) cînd s-a atins capacitatea acestora.

2. Elementele logice pentru memorarea semnului conținutului numărătoarelor reversibile.

3. Elementele logice pentru aducerea în zero a numărătorului *N. Rev.* 2 prin numărare în sens invers (inclusiv fixarea regimului de adunare sau scădere la ambele numărătoare reversibile).

4. Elementul logic pentru sesizarea semnului erorii obținute. Acest element sesizează care dintre memoriile *M*2, *M*3 a basculat prima.

5. Elementele pentru aducerea în zero a întregii scheme.

În concluzie, regulatorul numeric de tip *PI*, prezentat în figura 2, are un ciclu de durată redusă, deoarece calculul mărimii de comandă $x_c(nT)$ și singura operație auxiliară (necesară pentru transferul conținutului numărătorului *N.Rev.* 1 în numărătorul *N.Rev.* 2) se execută în timpul măsurării mărimii reglate. Prin urmare, regulatorul prezentat are o mare rapiditate în elaborarea comenzii și poate fi utilizat în automatizarea proceselor industriale rapide și lente în cele mai diverse cazuri, ca de exemplu reglarea frecvenței, temperaturii, turației, debitului etc. De exemplu, dacă mărimea prescrisă se alege în diapazonul 1—100, atunci în cazul reglării unei mărimi convertite în semnal unificat timpul maxim necesar pentru calculul mărimii de comandă va fi *)

$$\tau = \frac{10^2}{f} = \frac{10^2}{5 \cdot 10^3} = 0{,}02 \text{ sec},$$

*) Pentru obținerea unei precizii mai înalte este necesară creșterea frecvenței $f$.

unde $f$ este frecvența maximă de lucru a elementelor, care în cazul sistemului logic unificat *UNILOG* este 5 khz. Valoarea timpului mort de 0,02 sec este acceptabilă atît pentru procese rapide, cît și pentru procese lente. Perioada ciclului de funcționare a regulatorului numeric poate fi aleasă începînd aproximativ de la 0,1 sec pînă la zeci de secunde sau minute, variind frecvența impulsurilor cu care numărătorul *N.Rev.* 2 este adus în zero (modulare în durată a impulsurilor de comandă). Pentru ca perioada să fie constantă, blocul de tact dă numai două semnale: impulsul de începere a operației de măsurare și impulsul de începere a operației de aducere în zero a numărătorului *N.Rev.* 2.

Toate blocurile componente au fost experimentate, urmînd ca verificarea experimentală a regulatorului să se efectueze prin realizarea unor bucle pentru reglarea numerică a debitului și a turației. În acest scop s-a realizat un traductor numeric de turație pe principiul fotoelectric și un traductor numeric de debit pe principiul utilizării unei turbine [8]. Blocurile componente ale regulatorului numeric sînt realizate cu module *UNILOG* montate pe plăci ce sînt fixate într-un sertar standard *UNILOG*.

## BIBLIOGRAFIE


1. E. K. Krug, *Tifrovie reguliatori*, Ed. Energia M. (1966).
2. S. Călin, *Calculul și construcția regulatoarelor*, Editura didactică și pedagogică, 1967.
3. * * * *Digital systems for speed control*, Automation, **9**, *9* (1962).
4. C. Nitu, *Element de măsură pentru dispozitive de reglare și control centralizat*, Metrologie aplicată, *10* (1967).
5. — *O metodă pentru varierea parametrilor de acordare a regulatoarelor numerice*, Automatica și electronica *5* (1967).
6. * * * *Elemente de comutație statică fabricate în Republica Socialistă România*, Automatica și electronica, *5* (1966).
7. * * * *Automatizarea proceselor industriale*, MICM, I.P.A, EIA, IDT, 1967.
8. W. S. Bowers, *Turbine Meters Profit in Line Blending*, Petro and Chem. Engineer., aprilie (1964).
9. S. Călin, C. Nitu, *Regulatorul numeric proporțional*, RN—1, Automatica și electronica, *1* (1968).
10. S. Călin, C. Nitu, *Elemente de comparație pentru regulatoare numerice*, comunicare la sesiunea Inst. Politehnic Gheorghe Gheorghiu Dej, mai 1966.

V. V. GHIA, *„Recirculația gazelor la cuptoare"*, Editura Academiei Republicii Socialiste România, 1968

Lucrarea elaborată de doctor inginer V. V. Ghia tratează problemele esențiale teoretice și practice ridicate de aplicarea recirculației gazelor la cuptoare, cazane și preîncălzitoare de aer cu focar independent. Ea aduce o contribuție deosebit de valoroasă la studiul proceselor de recirculație a gazelor de ardere, exprimînd sintetic cele mai semnificative rezultate obținute în activitatea de cercetare științifică desfășurată în acest domeniu și în practica proiectării instalațiilor cu recirculație; autorul folosește datele prezentate în principalele publicații de specialitate, apelînd la o bibliografie bogată, cît și rezultatele cercetărilor personale.

Lucrarea se adresează inginerilor proiectanți și cercetătorilor științifici care activează în domeniul cuptoarelor și instalațiilor de ardere.

Recuperarea rațională a căldurii din gazele de ardere evacuate din cuptoarele industriale, în scopul măririi randamentului termic, creșterii productivității și ameliorării proceselor tehnologice, reprezintă una dintre principalele probleme de rezolvat ale termoenergeticii industriale.

Aplicarea judicioasă a recirculației gazelor de ardere, ca și folosirea recuperatoarelor și a regeneratoarelor de căldură, reprezintă procedee de bază care permit recuperarea căldurii evacuate din cuptoare.

Lucrarea prezentă are rolul de a acoperi o lipsă în literatura de specialitate atît prin faptul că expune sintetizat ansamblul problemelor importante referitoare la recirculația gazelor de ardere, cît și datorită modului de îmbinare a aspectelor teoretice cu problemele practice privind proiectarea instalațiilor de ardere cu recirculație.

În capitolul 1 se expun problemele principale ridicate de recuperarea căldurii din gazele de ardere evacuate din cuptoarele industriale și se prezintă rezultatele obținute prin aplicarea recirculației gazelor de ardere la diferite instalații termice.

Capitolele 2 și 3 prezintă aspectele caracteristice ale recirculației naturale a gazelor de ardere în focare și în spațiul de lucru al cuptoarelor. Se expun mai întîi teoriile privind recirculația gazelor în jeturi închise și în flăcări, precum și condițiile modelării fenomenelor. În continuare se prezintă principalele tipuri constructive, calculul termic și calculul gazodinamic al cuptoarelor cu recirculație naturală, dirijată cu ajutorul dispozitivelor de ejecție.

Capitolul 4 tratează studiul termodinamic al proceselor de ardere cu recirculație a gazelor, prezentîndu-se două metode (analitică și grafoanalitică) de calcul pentru arderea cu gaze recirculate, cu aer preîncălzit sau cu aer rece.

Capitolul 5 prezintă aspecte caracteristice ale arderii combustibililor lichizi grei în condițiile recirculării gazelor de ardere. Se expun problemele teoretice și rezultatele cercetărilor privind vaporizarea și arderea picăturilor de combustibili lichizi și se studiază arderea

St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 4, p. 931—932, 1968

cu recirculația gazelor. În acest capitol, se prezintă tipuri constructive și metode de calcul ale arzătoarelor de combustibili grei (păcură) destinate cuptoarelor și cazanelor cu recirculație.

Capitolul 6 tratează arderea combustibililor gazoși în cuptoarele cu recirculație. Se prezintă arzătoarele destinate cuptoarelor cu recirculație și metodele de calcul pentru proiectarea arzătoarelor cu amestec prealabil combustibil-gaze recirculate-aer; în mod deosebit este prezentat calculul arzătoarelor turbionare cu amestec prealabil.

În capitolul 7 sînt prezentate tipurile constructive de recuperatoare folosite la preîncălzirea aerului de ardere pentru cuptoarele cu recirculație, precum și metodica de calcul a acestor recuperatoare. Se tratează problemele specifice recuperatoarelor din tuburi de oțel, ale recuperatoarelor cu proeminențe aciculare, ale recuperatoarelor metalice de radiație etc.

Capitolul 8 prezintă rezultatele unor lucrări de cercetare științifică elaborate în domeniul cuptoarelor cu recirculație forțată a gazelor de ardere, funcționînd cu combustibil gazos natural, precum și problemele optimizării parametrilor funcționali ai acestor cuptoare.

Se remarcă rezultatele favorabile ale aplicării recirculației gazelor la cuptoarele de tratament termic și de încălzit materiale neferoase; rezultatele obținute la aceste cuptoare au arătat că prin recirculația gazelor de ardere se realizează reducerea consumului de combustibil, micșorarea duratei procesului tehnologic și îmbunătățirea calității produselor.

Determinarea valorilor optime ale parametrilor funcționali ai cuptoarelor cu recirculație se face folosind metoda cheltuielilor anuale calculate sau termenul de recuperare; în lucrare se expune metodica determinării temperaturii optime de evacuare și a temperaturii optime a gazelor de ardere la intrare în spațiul de lucru al cuptorului.

Anexele lucrării conțin numeroase diagrame de calcul și tabele, precum și exemple de calcul de proiectare a cuptoarelor cu recirculație și a recuperatoarelor și de stabilire a parametrilor funcționali optimi ai cuptoarelor. Lucrarea este însoțită de o bogată bibliografie repartizată pe capitole. Exemplele de calcul, bibliografia și materialul documentar anexat măresc interesul și utilitatea practică a lucrării.

Prin conținutul său, dezvoltînd aspectele principale teoretice și aplicative ale problemelor privind recirculația gazelor în cuptoare, lucrarea prezentată poate fi considerată ca o continuare a unei alte lucrări a autorului, *Recuperatoare și regeneratoare de căldură*, care a obținut o apreciere deosebită din partea specialiștilor.

dr. ing. *AL. DĂNESCU*

F 1736

# STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ 1968

## INDEX ALFABETIC

### Economie energetică


| | Nr. | Pag. |
|---|---|---|
| ALBERT HERMINA (vezi Nitu V.) | 2 | 259 |
| BERCOVICI MARTIN, AL. SZMUK, Model matematic pentru studierea structurii optime a centralelor nucleare într-un program de perspectivă | 3 | 531 |
| BRĂDESCU MIRCEA (vezi Nitu V.) | 2 | 259 |
| CONSTANTINESCU EMIL, Durata şi frecvenţa întreruperilor în instalaţiile electrice de înaltă tensiune | 2 | 295 |
| HAIDUC CONSTANTIN, AL. SZMUK, Modelul matematic pentru analiza eficacităţii ciclurilor de combustibil nuclear | 4 | 741 |
| KOVACS ŞTEFAN, Definirea unitară prin indicatori tehnici-economici curent utilizaţi a caracterului energointensiv al unor consumatori | 2 | 247 |
| — Analiza aspectelor interşanjabilităţii purtătorilor de energie în vederea stabilirii principiale a ponderii în balanţa energetică a consumatorilor, ce nu admit interşanjabilitatea | 3 | 521 |
| LICIU NICOLAE, Optimizări în energetică prin utilizarea dualităţii în problemele extremale | 2 | 233 |
| NITU VASILE, H. ALBERT, M. BRĂDESCU, Metoda generală de studii a siguranţei funcţionării complexelor energetice | 2 | 259 |
| PAP ALEXANDRU, Variaţia cheltuielilor de producţie în modelul matematic al planului anual de aprovizionare cu combustibil şi energie | 1 | 3 |
| SOCI ANTOANETA, Influenţa instalaţiilor de automatizare asupra siguranţei de funcţionare a elementelor sistemelor electroenergetice | 2 | 283 |
| SZMUK ALEXANDRU (vezi Bercovici M.) | 3 | 531 |
| — (vezi Haiduc C.) | 4 | 741 |


### TERMOENERGETICĂ ŞI TERMOTEHNICĂ


| | | |
|---|---|---|
| ANTONESCU NICOLAE, I. RĂDULESCU, Stabilirea simetrică şi asimetrică a flăcărilor în incinte | 1 | 73 |
| — Stabilirea flăcărilor turbionare în incinte răcite | 2 | 303 |
| — Caracteristicile procesului de ardere turbionară şi influenţa cîmpului de temperaturi marginale | 3 | 547 |
| APOSTOLESCU NICULAE (vezi Bărănescu G.) | 4 | 753 |
| BARBESCU BOGDAN, Schimbarea încărcăturii cilindrului motorului diesel în patru timpi cu supraalimentare înaltă | 3 | 577 |

| | Nr. | Pag. |
|---|---|---|
| BĂRĂNESCU GHEORGHE, A. MANOLE, R. MANIȚIU, A. MANEA, Calculul proceselor din pompa de injecție cu distribuitor rotativ și pistoane opuse | 3 | 591 |
| BĂRĂNESCU GHEORGHE, T. DUDAȘ, B. GRÜNWALD, N. APOSTOLESCU, GH. CAZAN, A. MANOLE, GH. ZĂTREANU, GH. BORILĂ, C. DOBRE, R. MANIȚIU, D. TARAZA, A. MANEA, Cercetări experimentale privind procesele caracteristice ale pompei de injecție cu distribuitor rotativ și pistoane opuse | 4 | 753 |
| BORILĂ GHEORGHE (vezi Bărănescu G.) | 4 | 753 |
| CARABOGDAN ION, Corelația dintre viteza de ardere a particulei de combustibil solid și viteza relativă mediu-particulă | 2 | 343 |
| CAZAN GHEORGHE (vezi Bărănescu G.) | 4 | 753 |
| COSTEA DANIELA (vezi Grecov D.) | 1 | 13 |
| DĂMĂCEANU-GUȚU ELENA (vezi Grecov D.) | 1 | 13 |
| DĂNILĂ NICULAE, A. LECA, Posibilități de îmbunătățire a transferului căldurii în circuitul regenerativ al centralelor termoelectrice cu abur | 1 | 47 |
| DĂNILĂ NICULAE, D. GRECOV, Metoda pentru determinarea temperaturii finale de preîncălzire regenerativă în centralele termoelectrice cu supraîncălzire intermediară | 3 | 561 |
| DOBRE COSTIN (vezi Bărănescu G.) | 4 | 753 |
| DUDAȘ TRAIAN (vezi Bărănescu G.) | 4 | 753 |
| GRECOV DAMIAN, E. DĂMĂCEANU-GUȚU, D. COSTEA, Determinarea valorilor instantanee ale emisivității și temperaturii în flăcări difuziv turbulente | 1 | 13 |
| — (vezi Dănilă N.) | 3 | 561 |
| GRÜNWALD BERTHOLD (vezi Bărănescu G.) | 4 | 753 |
| HAIDUC CONSTANTIN, Metodă de determinare a tipului optim de centrală nucleară electrică | 1 | 23 |
| IORDACHE ION, Schimbul de masă în cazul a două jeturi turbulente axial simetrice în echicurent mărginite de pereți | 1 | 61 |
| LECCA AUREL (vezi Dănilă N.) | 1 | 47 |
| MANEA ALEXE (vezi Bărănescu G.) | 3 | 591 |
| — (vezi Bărănescu G.) | 4 | |
| MANIȚIU RODICA (vezi Bărănescu G.) | 3 | 591 |
| — (vezi Bărănescu G.) | 4 | 753 |
| MANOLE ANDREI (vezi Bărănescu G.) | 3 | 591 |
| — (vezi Bărănescu G.) | 4 | 753 |
| PĂNOIU NICOLAE, Influența concentrației combustibilului asupra funcționării focarului ciclon orizontal în regim izotermic | 3 | 625 |
| PIMSNER VICTOR (vezi Vasilescu C. A.) | 1 | 37 |
| RADCENCO V., Criterii noi de apreciere a efectului frigorific al mașinilor detentoare | 2 | 325 |
| — Cercetări privind efectul frigorific al evacuării libere | 3 | 611 |
| RĂDULESCU ION (vezi Antonescu N.) | 1 | 73 |
| — (vezi Antonescu N.) | 2 | 303 |
| — (vezi Antonescu N.) | 3 | 547 |
| — (vezi Vasilescu C. A.) | 4 | 767 |
| STOICA NICOLAE (Vezi Vasilescu C. A.) | 4 | 767 |
| ȘTEFAN ION (vezi Vasilescu C. A.) | 4 | 767 |
| TARAZA DINU (vezi Bărănescu G.) | 4 | 753 |

| | Nr. | Pag |
|---|---|---|
| TEODORESCU LUCIAN, Influența geometriei secțiunii de curgere la acul pulverizatorului asupra stabilității proceselor de lucru la injector. . . . | 2 | 313 |
| VASILESCU CĂLIN ADRIAN, V. PIMSNER, Transformări energetice în amestecuri de gaze de ardere și apă . . . . . | 1 | 37 |
| VASILESCU CĂLIN ADRIAN, I. ȘTEFAN, N. STOICA, Influențe ale formei camerei de ardere tip pană asupra performanțelor motorului cu aprindere prin scînteie. . . . . | 4 | 767 |
| ZĂTREOANU GHEORGHE (vezi Bărănescu G.) . . . . . | 4 | 753 |


## ELECTROENERGETICĂ ȘI ELECTROTEHNICĂ


| | | |
|---|---|---|
| ADĂMUȚ IOJA, Cercetări privind variația tensiunii la extremitatea receptor a unei linii de lungime finită fără pierderi, pe o cale nouă — modelarea analogică a funcțiilor Laguerre generalizate . . . . . | 1 | 179 |
| — Contribuții în problema modelării ecuațiilor de propagare clasice și generalizate pe linii cu pierdere . . . . . | 4 | 875 |
| ARABAGIAN KEVOC, Unele probleme în legătură cu utilizarea capacității de barieră a unei joncțiuni *PN* pentru obținerea modulației de frecvență | 4 | 913 |
| ARIE A. ARIE (vezi Bercovici M.) . . . . . | 2 | 403 |
| BĂLĂ V. CONSTANTIN, AL. FETIȚA, Pierderile suplimentare în înfășurările combinate tip indus de curent continuu . . . . . | 2 | 381 |
| BĂLĂ V. CONSTANTIN (vezi Țugulea A.) . . . . . | 4 | 819 |
| BERCOVICI MARTIN, A. ARIE, Aplicarea unor operatori de ortogonalitate pentru determinarea defectelor nete nesimetrice, multiple în rețelele electrice . . . . . | 2 | 403 |
| BOMPA LUCIAN, Cîmpul magnetic al unui dispozitiv feromagnetic cu armătură și periodicitate axială . . . . . | 2 | 443 |
| CARABULEA ANATOL, Modele matematice și schema logică pentru studiul influenței liniilor electrice asupra circuitelor de telecomunicație cu ajutorul calculatoarelor numerice . . . . . | 4 | 893 |
| CEHAN RACOVIȚĂ MIRCEA, Utilizarea metodei lui Ritz în determinarea proceselor de reglare optimale . . . . . | 1 | 199 |
| CIRIC R, ION. Asupra levitației electromagnetice a conductoarelor cilindrice circulare drepte . . . . . | 1 | 113 |
| — (vezi Țugulea A.) . . . . . | 2 | 355 |
| CRISTEA HARALAMBIE, Posibilități de obținere automată a imaginilor nodale cu calculatoare electronice . . . . . | 3 | 727 |
| DIMO PAUL, Indici pentru caracterizarea regimurilor sistemelor electroenergetice. . . . . | 4 | 839 |
| DOBOȘ ȘTEFAN (vezi Marinescu M.) . . . . . | 2 | 461 |
| DORDEA TOMA, Asupra cuplului electromagnetic al mașinilor electrice. . . | 1 | 131 |
| DRĂGAN GLEB, Asupra ecuației integrale a descărcării corona în cazul unui cîmp cilindric coaxial . . . . . | 1 | 85 |
| FETIȚA ALEXANDRU, (vezi Bălă C. V.) . . . . . | 2 | 381 |
| FLUERAȘU CEZAR, Levitația electromagnetică a unei benzi plane conductoare . . . . . | 1 | 99 |
| — Parametrii tranzitorii ai unei bobine circulare cu secțiunea mică, paralelă cu suprafața unui semispațiu conductor . . . . . | 2 | 423 |

| | Nr. | Pag. |
|---|---|---|
| — Regimul tranzitoriu al cîmpului electromagnetic şi parametrii tranzitorii ai unei bobine cu miez tubular conductor, cu aplicaţii la prelucrarea prin deformarea electromagnetică | 4 | 799 |
| GAVAT ŞTEFAN (vezi Landau I. D.) | 1 | 211 |
| GROSSU ALEXANDRU (vezi Landau I. D.) | 1 | 211 |
| GALAN NICOLAE, Cîmpul electromagnetic în piesele mărginite pe suprafeţele plane încălzite prin inducţie | 3 | 661 |
| IONESCU CORNELIA (vezi Ţugulea A.) | 4 | 785 |
| LANDAU IOAN DORE, A. GROSSU, ŞT. GAVAT, Contribuţii la realizarea schemelor de reglare adaptivă după model în acţionările electrice | 1 | 211 |
| MANEA FLORIN, Transformări de coordonate pentru studiul regimurilor elementelor şi reţelelor electrice trifazate | 3 | 685 |
| — Scheme echivalente pentru calculul regimurilor tranzitorii din zone de neomogeneitate a liniilor cu parametrii uniform repartizaţi | 3 | 705 |
| — Scheme echivalente ale transformatoarelor reţelelor electrice | 4 | 853 |
| MARINESCU MATEI, ŞT. DOBOŞ, Electrozi pentru pile de combustie cu combustibil dizolvat | 2 | 461 |
| MOCANU I. CONSTANTIN, Calculul adîncimii de pătrundere a cîmpului electromagnetic în conductoare | 3 | 637 |
| MORARU AUGUSTIN (vezi Ţugulea A.) | 4 | 819 |
| NICOLAIDE ANDREI, Rezistenţa electrică dintre doi electrozi situaţi de aceeaşi parte a unui canal M.H.D. | 3 | 673 |
| NITU CONSTANTIN, Regulator numeric proporţional integral | 4 | 923 |
| PONNER ION, Calculul negativării automate prin curenţi de grilă în cazul unei rezistenţe de grilă cu un coeficient de temperatură de valoare ridicată | 2 | 475 |
| SAVIUC D. VASILE, Contribuţii la studiul efectului pelicular în conductoare feromagnetice care ocupă un semispaţiu la cîmpuri magnetice medii pe suprafaţă | 1 | 161 |
| SPINEI FĂNICĂ, Contribuţii privind studiul cîmpului electrocinetic în medii nelineare | 1 | 147 |
| ŢUGULEA ANDREI, I. R. CIRIC, Cîmpul electromagnetic al unor spire parcurse de curent alternativ în prezenţa unor coji sferice conductoare | 2 | 355 |
| ŢUGULEA ANDREI, C. IONESCU, Permeanţa întrefierului armăturilor cu crestături semieliptice | 4 | 785 |
| ŢUGULEA ANDREI, A. MORARU, C. V. BĂLĂ, Cîmpul electromagnetic şi pierderile suplimentare în transformatoarele electrice cu cuva ecranată | 4 | 819 |
| VARTOLOMEI MIHAI, Studiul ansamblului proces-calculator de comandă prin modelare pe un calculator numeric universal | 2 | 481 |

# REZUMATELE ARTICOLELOR APĂRUTE ÎN „REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TEHNIQUES, SÉRIE ELECTROTECHNIQUE ET ÉNERGÉTIQUE" TOM 14, Nr. 4, 1968.

IOAN D. STĂNCESCU

621.311

## Bazele dezvoltării termoficării în Republica Socialistă România

Se prezintă succint elementele determinante pentru introducerea şi dezvoltarea termoficării industriale şi urbane în România, studiile şi cercetările efectuate în vederea pregătirii ştiinţifice a acestei acţiuni, stadiul ei actual precum şi perspectivele ei ca una din principalele direcţii de dezvoltare ale energeticii româneşti.

C. NAGY şi V. CARACUDOVICI

620.9

## Factori determinanţi în aproximarea seriilor dinamice folosite pentru prognoza necesarului de energie

Se analizează trei factori care determină calitatea prognozei necesarului de energie : caracterul stohastic al datelor de bază, alegerea modelului matematic şi alegerea perioadei de bază optimă.

M. BERCOVICI, A. PETROIANU şi M. DUMA

519.1

## Determinarea unui arbore de referinţă şi enumerarea tuturor arborilor unui graf cu ajutorul unui calculator cifric

În domeniul analizei şi sintezei reţelelor electrice, o problemă centrală este aceea a determinării unui arbore şi, pe această bază, a enumerării tuturor arborilor diferiţi a unui graf liniar.

Scopul articolului este :

— a prezenta o metodă de determinare a unui arbore (de referință) al grafului liniar ;

— a descrie metoda de calcul pentru o enumerare sistematică și exhaustivă a tuturor arborilor grafului liniar.

Rezultatele referitoare la cîteva grafuri și obținute utilizînd un calculator cifric mediu, sînt prezentate în articol.

R. RĂDULEȚ și I. R. CIRIC

517.9

**Rezolvarea unor probleme la limită ale ecuațiilor de tip Poisson, utilizînd două expresii ale funcției Green, în două subdomenii**

În lucrare se obțin soluțiile celor trei probleme tridimensionale la limită referitoare la ecuația de tipul Poisson, utilizînd funcțiunea lui Green, definită sub forma a două expresii valabile fiecare în cîte unul din cele două subdomenii ale domeniului considerat, determinate prin împărțirea acestuia din urmă cu ajutorul unei suprafețe de coordonate care trece prin punctul curent din domeniu. Din aceste expresii se obțin imediat expresiile corespunzătoare problemelor bidimensionale și problemelor referitoare la ecuația de tipul Laplace.

P. DIMO, S. IONESCU și M. STAADECKER

621.316.11 : 513.831(084.21)

**Determinarea schemelor REI prin metoda eliminărilor multiple**

Schemele REI și imaginile nodale, care constituie cele două concepte figurative ale „analizei nodale" a rețelei sistemelor energetice pot fi obținute de către calculatorul electronic cifric în toate nodurile unei rețele prin procedeul „eliminărilor multiple" prezentat în acest studiu.

A. ARIE

621.3.099 : 621.3.016.313 : 621.33

**Influența căilor ferate electrificate în curent alternativ 50 Hz asupra sistemului electroenergetic din care se alimentează**

Se stabilește o ecuație unitară, reflectînd atît parametrii consumatorilor neliniari și deformanți (locomotive echipate cu mutatori) cît și ai rețelei din care se alimentează ; pentru aceasta se folosesc doi operatori avînd caracterul unor funcții salt.

Se deduc ecuații ale circulației de curenți și ale căderii de tensiune și se indică o metodă care permite deducerea spectrului de armonici și a condițiilor critice de rezonanță; se analizează de asemenea influența altor consumatori liniari asupra spectrului de armonici.

F. MANEA

621.313.32 : 621.3.012.8

**Schema echivalentă în studiul regimurilor mașinii sincrone**

Ecuațiile operaționale ale tensiunilor mașinii sincrone ideale, la turație constantă, sînt izomorfe — în sistemul de coordonate ale vectorilor reprezentativi — schemelor electrice de calcul de tip cuadripol.

Cu ajutorul schemelor echivalente — cuadripoli operaționali cu surse de curent sau de tensiune — se soluționează sugestiv diversele regimuri de funcționare sincronă sau asincronă, simetrică și nesimetrică ale mașinii sincrone.

I. CZERVENY

621.165

**Metoda de calcul a caracteristicii universale a unei trepte de turbină axială cu grad de umplere variabil**

Se propune o metodă de determinare cu ajutorul unui calculator numeric, a caracteristicii universale a unui etaj de turbină cu grad de admisie variabil. Se determină domeniul de existență și stabilitatea regimurilor posibile. Pentru a se ajunge la un algoritm destul de simplu este nevoie să se definească într-un mod exact accepțiunile noțiunii „grad de admisie".

Rezultatele obținute pe bancul de probă cu o turbină monoetajată cu admisie parțială, confirmă previziunile teoretice calculate.

TEODOR MICLESCU

620.9.621.3

**Model dinamic pentru funcționarea de durată a sistemului electroenergetic**

Se prezintă un model pentru funcționarea de durată a sistemului electroenergetic, bazat pe folosirea programării dinamice. În comparație cu modelele neliniare, modelul dinamic descrie această funcționare mai precis și permite, între altele, determinarea combinației

optime a mașinilor, ce trebuie să funcționeze la un moment dat în sistem. Modelul este folosit ca model de referință, pentru evaluarea modelării aceloraşi condiții de funcționare prin modelul liniar.

N. PĂNOIU

662.921

**Influența caracteristicilor fizice ale suspensiei solide asupra funcționării focarului ciclon orizontal în regim izotermic bifazic**

Se analizează comparativ funcționarea monofazică şi bifazică a focarului ciclon. Se stabilesc relațiile de calcul ale traiectoriilor radiale ale particulelor suspensiei solide considerată monodispersă. Se determină cu ajutorul calculatorului analogic influența caracteristicilor fizice ale suspensiei solide asupra traiectoriilor şi vitezelor radiale. Se verifică experimental rezultatele teoretice şi se stabilesc dependențe experimentale privind influența caracteristicilor fizice ale suspensiei solide asupra unor parametri funcționali ai ciclonului (debit insuflat, presiune la periferie şi grad de separare).

## RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică și electrotehnică, termoenergetică și termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde și rubricile: discuții, recenzii, informații și altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări științifice și tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoștințelor actuale, va desemna obiectivele și indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărțită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate și va discuta rezultatele, erorile, posibiltățile și comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obținute, limita lor de valabilitate și aplicațiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenții.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; desenele pe calc în tuș, însoțite de cîte două copii și o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, șase rînduri; desenele în limba română și la alegere în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internațională.

d) Volumul lucrării să nu depășească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacție: București, Șos. Vitan nr. 236, sectorul 2.

C. HAIDUC, A. SZMUK

338.4:621.039.516

## MODÈLE MATHÉMATIQUE POUR L'ANALYSE DE L'EFFICACITÉ DES CYCLES DE COMBUSTIBLE NUCLÉAIRE

On présente le modèle mathématique pour l'analyse technique et économique des cycles de combustible nucléaire, élaboré en 1967 à l'Institut d'Energétique de l'Académie roumaine. Le modèle a été appliqué — dans les conditions de la Roumanie — pour 11 types des centrales nucléaires de puissance installée de 600 $MW_e$ et aussi pour 10 combinaisons de réacteurs thermiques et surgénérateurs, dans une hypothèse concernant le programme d'évolution en perspective de l'énergétique nucléaire. On donne les résultats des études, d'où résulte que dans tous les cas analysés, les cycles de combustible de la filière des réacteurs à eau lourde et des réacteurs surgénérateurs, nécessitent des dépenses minimales.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 741—752, 1968*

G. BĂRĂNESCU et coll.

621.43.038

## RECHERCHES EXPÉRIMENTALES CONCERNANT LES PROCESSUS CARACTÉRISTIQUES DE LA POMPE D'INJECTION AVEC DISTRIBUTEUR ROTATIF ET PISTONS OPPOSÉS

On présente les résultats des recherches expérimentales effectuées à l'aide d'une pompe CAV — DPA avec distributeur rotatif et pistons opposés. Les recherches tâchent d'établir la caractéristique du débit pour les différentes températures d'entrée du combustible et de préciser la dépendance des processus fonctionnels par rapport aux divers facteurs (nombre de tours, charge, longueur de la conduite de haute pression, etc.)

Les résultats des recherches confirment toute une série de conclusions théoriques établies dans des travaux antérieurs et met en évidence la complexité fonctionnelle de la pompe.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 753—765, 1968*

C. A. VASILESCU, I. ŞTEFAN, N. STOICA

641.43.018.2

## INFLUENCES DE L'ARCHITECTURE DE LA CHAMBRE DE COMBUSTION À SEUIL DE TURBULENCE, SUR LES PERFORMANCES DU MOTEUR À ALLUMAGE PAR ÉTINCELLE

Dans ce travail on analyse les possibilités de modification de la caractéristique du moment moteur, par la transformation de l'architecture de la chambre de combustion. On présente une étude théorique de la chambre de combustion à seuil de turbulence, afin d'examiner l'effet de l'augmentation de la dimension du seuil.

On démontre expérimentalement qu'à partir d'une certaine dimension paraît le phénomène de détonation, ce qui limite les performances du moteur. On met en évidence le rôle de la turbulence supplémentaire due à l'écoulement de gaz au-dessous du seuil et on explique ainsi les performances supérieures de cette chambre.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 767—784, 1968*

А. ЦУГУЛЕА, С. ИОНЕСКУ

538.212:538.26:621.313.001.10

## МАГНИТНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ЗАЗОРА ЯКОРЕЙ С ПОЛУЭЛЛИПТИЧЕСКИМИ ПАЗАМИ

Применяя метод расчетного приближения снизу и сверху точного значения проводимостей, даются оценки магнитной проводимости зазора якорей с полуэллиптическими пазами. Расчетные данные проверяются с экспериментальными, полученными на моделях из электропроводящей бумаги.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 785—797, 1968*

G. BĂRĂNESCU şi colab. 621.43.038

## CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND PROCESELE CARACTERISTICE ALE POMPEI DE INJECŢIE CU DISTRIBUITOR ROTATIV ŞI PISTOANE OPUSE

În lucrare se prezintă rezultatele cercetărilor experimentale efectuate cu o pompă C.A.V. — D.P.A. cu distribuitor rotativ şi pistoane opuse. Cercetarea a urmărit stabilirea caracteristicii de debit la diferite temperaturi de intrare a combustibilului şi precizarea dependenţei proceselor funcţionale faţă de diferiţi factori (turaţie, sarcină, lungimea conductei de înaltă presiune etc.).

Rezultatele cercetării confirmă o serie de concluzii teoretice stabilite în lucrări anterioare şi pune în evidenţă complexitatea funcţională a pompei.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 753—765, 1968*

C. HAIDUC şi A. SZMUK 338.4:621.039.516

## MODELUL MATEMATIC DE ANALIZA EFICACITĂŢII CICLURILOR DE COMBUSTIBIL

În lucrare se prezintă modelul matematic de analiza eficacităţii ciclurilor de combustibil nuclear elaborat în cadrul Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România în anul 1967. Modelul a fost aplicat în condiţiile ţării noastre pentru 11 tipuri de CNE la puteri de 600 MW considerate separat şi pentru toată durata de viaţă a acestora şi pentru 10 combinaţii de reactori termici şi rapizi-reproducători în cadrul unei variante pentru programul de dezvoltare al energeticii nucleare în perspectivă. Se dau rezultatele acestor cercetări din care rezultă că din toate cazurile analizate, ciclurile de combustibil ale reactorilor moderaţi cu apă grea şi ale reactorilor rapizi — reproducători necesită cheltuieli minime în condiţiile ţării noastre.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 741—752, 1968*

A. ŢUGULEA, C. IONESCU 538.212:538.26:621.313.001.10

## PERMEANŢA ÎNTREFIERULUI ARMĂTURILOR CU CRESTĂTURI SEMIELIPTICE

Utilizîndu-se metoda încadrării expusă în lucrări anterioare, autorii determină permeanţa întrefierului dintre două armături, dintre care una este netedă iar a doua are crestături semieliptice ascuţite sau aplatisate. Rezultatele de calcul obţinute se compară cu rezultatele experimentale obţinute pe modele electrocinetice decupate din hîrtie electroconductoare, găsindu-se o bună concordanţă în limitele de precizie admise în mod obişnuit la calculul circuitelor magnetice.

Rezultatele lucrării pot fi utilizate în studiul şi proiectarea unor maşini electrice speciale a căror funcţionare se bazează în principal pe variaţia permeanţei întrefierului.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 785—797, Bucureşti, 1968*

C. A. VASILESCU, I. ŞTEFAN, V. STOICA 621.43

## INFLUENŢE ALE FORMEI CAMEREI DE ARDERE TIP PANĂ ASUPRA PERFORMANŢELOR MOTORULUI CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE

În lucrare se analizează în primul rînd posibilităţile de principiu de a modifica caracteristica de moment motor prin schimbarea arhitecturii camerei de ardere. Se face în continuare un studiu teoretic al camerei de ardere pană, urmărindu-se efectul măririi pragului. Se verifică experimental şi se arată că peste o anumită mărime a pragului fenomenul de detonaţie apare foarte rapid, limitînd performanţele motorului. Se atrage atenţia asupra rolului jucat de turbulenţa suplimentară determinată de curgerea gazelor de sub prag şi se explică astfel performanţele superioare ale acestei camere.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 767—784, Bucureşti, 1968*

C. FLUERAȘU

621.3.011

## LE RÉGIME TRANSITOIRE DU CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE ET LES PARAMÈTRES TRANSITOIRES D'UNE BOBINE À NOYAU TUBULAIRE, AVEC APPLICATIONS AU FARMAGE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Dans cet ouvrage on détermine le régime transitoire du champ électromagnétique d'une bobine très longue, contenant un noyau conducteur tubulaire, ainsi que les paramètres transitoires de cette bobine, qui sont exprimés par des séries d'exponentielles.

On déduit un circuit équivalent contenant un nombre infini de résistances et bobines, obtenant ainsi une approximation assez bonne en retenant un nombre fini d'éléments.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 799—818, 1968*

A. ȚUGULEA, A. MORARU, C. V. BĂLĂ

621.313.001:538.53

## ELECTROMAGNETIC FIELD AND ADDITIONAL LOSSES IN TRANSFORMERS WITH SHIELDED TANKS

The paper contains a study of electromagnetic (conducting) shields used in transformers for the reduction of additional losses in the tank.

Afterwards the analogical modelling conditions by means of electrical networks are examined, then the realized model described and the studied problems are indicated: the influence of the shape and dimensions of the shield on the leakage field in the tank and the influence of winding nonuniformity on the electric currents in the shield.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 819—837, 1968*

P. DIMO

621.316.11.001

## INDICES POUR CARACTÉRISER LES RÉGIMES DES SYSTÈMES ÉLECTROÉNERGÉTIQUES

De nouvelles voies d'études sont possibles pour les réseaux d'énergie, en utilisant des indices caractéristiques.

Les indices recommandés par l'auteur $\frac{dQ}{dU}$, $P/M$, etc. peuvent être facilement déduits à l'aide de l'image du nœud de «l'analyse nodale» (le second concept figuratif de «l'analyse nodale»).

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 839—852, 1968*

F. MANEA

538.551.23:621.314.2

## LES SCHÉMAS ÉQUIVALENTS DES TRANSFORMATEURS DES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES

A l'aide de la théorie technique du transformateur on a déduit, d'une manière unitaire, des schémas équivalents pour l'étude des régimes transitoires ou permanents, symétriques et non symétriques, des transformateurs comme des éléments de réseau du système électroénergétique.

Les schémas équivalents, dans les coordonnées des phases et dans les coordonnées des directions spécifiques à l'opérateur de transformation $Y - \Delta$ ont des avantages remarquables, mis en évidence dans l'ouvrage.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 853—874, 1968*

A. ŢUGULEA, A. MORARU, C. V. BĂLĂ

621.313.1.001:538.54

## CÎMPUL ELECTROMAGNETIC ŞI PIERDERILE SUPLIMENTARE ÎN TRANSFORMATOARELE ELECTRICE CU CUVĂ ECRANATĂ

Se studiază efectul ecranelor electromagnetice (conductoare) folosite în transformatoare pentru reducerea pierderilor suplimentare în cuvă.

Se analizează condiţiile de modelizare analogică prin reţele electrice, se descriu modelul realizat şi problemele studiate: influenţa formei şi a dimensiunilor ecranului asupra cîmpului de dispersie din cuvă şi influenţa neuniformităţii înfăşurărilor asupra curenţilor din ecran.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 819—837, Bucureşti, 1968*

CEZAR FLUERAŞU

621.3.011

## REGIMUL TRANZITORIU AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ŞI PARAMETRII TRANZITORII AI UNEI BOBINE CU MIEZ TUBULAR CONDUCTOR, CU APLICAŢII LA PRELUCRAREA PRIN DEFORMARE ELECTROMAGNETICĂ

În lucrare se determină regimul tranzitoriu de stabilire a cîmpului electromagnetic într-o bobină circulară, avînd lungimea mare în raport cu diametrul, conţinînd un miez tubular conductor, coaxial cu ea, ai cărui pereţi au grosimea mică în raport cu raza.

În continuare se determină parametrii tranzitorii ai acestei bobine. Rezultatele sînt exprimate sub forma unor serii de exponenţiale. Se studiază posibilitatea determinării unei scheme echivalente în regim tranzitoriu.

Rezultatele obţinute sînt utilizate la studiul prelucrării prin deformare electromagnetică a unei ţevi conductoare.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 799—818, Bucureşti, 1968*

F. MANEA

538.551.23:621.214.2

## SCHEME ECHIVALENTE ALE TRANSFORMATOARELOR REŢELELOR ELECTRICE

Folosind teoria tehnică a transformatorului s-au dedus în mod unitar scheme echivalente pentru studiul regimurilor tranzitorii sau permanente, simetrice şi nesimetrice ale transformatoarelor ca elemente ale reţelei sistemului electroenergetic.

Schemele echivalente în coordonatele fazelor şi în coordonatele direcţiilor proprii operatorului de transformare au avantaje remarcabile, evidenţiate în lucrare.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 853—874, Bucureşti, 1968*

PAUL DIMO

621.316.11.001

## INDICI PENTRU CARACTERIZAREA REGIMURILOR SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

În lucrare se arată posibilităţi noi de studii pe bază de indici caracteristici.

Indicii recomandaţi $\left(\frac{dQ}{dU}, \Delta\ P/M\right)$ etc. pot fi daţi uşor pe imaginile „analizei nodale” (al doilea concept figurativ al analizei nodale).

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 839—852, Bucureşti, 1968*

ANATOL CARABULEA 621.3.013.71/72

## MODELE MATEMATICE ŞI SCHEMA LOGICĂ PENTRU STUDIUL INFLUENŢEI LINIILOR ELECTRICE ASUPRA CIRCUITELOR DE TELECOMUNICAŢII CU AJUTORUL CALCULATOARELOR NUMERICE

Se sistematizează partea teoretică privind deducerea relaţiilor de calcul ale curenţilor şi tensiunilor induse în circuitele de telecomunicaţie condiţionate de inducţia magnetică şi de influenţa electrică a celor mai uzuale linii electrice construite.

Relaţiile prezentate sînt generale, au formă simplificată, nu folosesc coeficienţi empirici şi înlătură posibilitatea cumulării erorilor la calculul tensiunilor induse.

Se construieşte schema logică şi se dau modelele matematice care înlesnesc determinarea influenţei oricărui tip de linie electrică asupra circuitelor aeriene de telecomunicaţie cu ajutorul calculatoarelor numerice.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 893—911, Bucureşti, 1968*

I. ADĂMUŢ 621.315.09.017;518.5

## CONTRIBUŢII ÎN PROBLEMA MODELĂRII ECUAŢIILOR DE PROPAGARE CLASICE ŞI GENERALIZATE PENTRU LINII CU PIERDERI

Lucrarea conţine o analiză comparativă a erorilor care rezultă la rezolvarea ecuaţiilor de propagare clasice de ordinul unu şi doi prin metoda diferenţelor finite pentru diferenţe în avans, în urmă şi central.

Se discută posibilităţile de modelare pe calculatoare analogice a ecuaţiilor de propagare clasice pentru tensiuni ultrarapid variabile şi se indică schema de propagare pentru ecuaţiile de propagare generalizate.

Se analizează căderile de tensiune în zona tranzitorie pentru şase lungimi de linii cuprinse între 100 şi 1 250 km alimentate cu tensiunea treaptă, armonică şi de impuls 1/17.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 875—891, Bucureşti, 1968*

C. NITU 621.31

## REGULATOR NUMERIC PROPORŢIONAL INTEGRAL

Se propune o nouă schemă pentru regulatoare numerice de tip PI, bazată pe utilizarea de numărătoare decadice şi reversibile. Schema necesită un timp redus pentru calculul mărimii de comandă şi poate fi utilizată pentru automatizarea proceselor industriale rapide şi lente.

Elementele de intrare şi ieşire permit racordarea regulatorului la o gamă largă de traductoare şi elemente de execuţie.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 923—929, Bucureşti, 1968*

KEVORC ARABAGIAN 538.567.4

## UNELE PROBLEME ÎN LEGĂTURĂ CU UTILIZAREA CAPACITĂŢII DE BARIERĂ A UNEI JONCŢIUNI *PN* PENTRU DEŢINEREA MODULAŢIEI DE FRECVENŢĂ

În lucrarea prezentată sînt studiate unele probleme care apar la utilizarea capacităţii de barieră a joncţiunii *PN* şi factorii care intră în joc la obţinerea modulaţiei de frecvenţe. A fost făcută analiza teoretică a modulatorului de frecvenţă în legătură cu determinarea deviaţiei de frecvenţă, determinarea distorsiunilor neliniare la deviaţii mici şi mari de frecvenţă.

În lucrare s-au arătat performanţele modulatoarelor de frecvenţă cu semiconductoare şi rezultatele experimentale obţinute la realizarea modulatorului de frecvenţă cu elementele semiconductoare.

*St. cerc. energ. electr. Tom. 18, Nr. 3, p. 913—922, Bucureşti, 1968*

J. ADĂMUȚ

621.315.09.017.518.5

## CONTRIBUTIONS AU PROBLÈME DU MODELAGE DES ÉQUATIONS DE PROPAGATION CLASSIQUES ET GÉNÉRALISÉES POUR LES LIGNES À PERTES

Le travail contient une analyse comparative des erreurs résultant de la solution des équations de propagation classiques de l'ordre un et deux, par la méthode des différences finies, pour les différences en avant, en retard et centrales.

On présente les possibilités de modelage sur les calculateurs électroniques analogiques des équations de propagation classiques, pour les tensions ultrarapides variables. On indique aussi un schéma de programmation pour les équations de propagation généralisées.

On analyse les chutes des tensions dans la zone transitoire pour six longueurs de lignes, de 100 km à 1250 km pour les tensions à gradin, harmonique et à choc.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 875—891, 1968*

A. CARABULEA

621.3.013.71/72

## MODÈLES MATHÉMATIQUES ET SCHÉMA LOGIQUE POUR L'ÉTUDE DE L'INFLUENCE DES LIGNES ÉLECTRIQUES À L'AIDE DES CALCULATEURS NUMÉRIQUES

On systématise la partie théorique concernant la déduction des relations de calcul des courants et des tensions induites dans les circuits de télécommunication conditionnés par l'induction magnétique et l'influence électrique des types les plus usuels de lignes électriques construites.

Les relations présentées sont générales, ont une forme simplifiée, n'utilisent pas de coefficients empiriques et font écarter les possibilités d'accumuler les erreurs au calcul des tensions induites.

On construit le schéma logique et on donne des modèles mathématiques qui facilitent la détermination de l'influence de n'importe quel type de ligne électrique sur les circuits aériens de télécommunications à l'aide des calculateurs numériques.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 893—911, 1968*

K. ARABADJIAN

538.567.4

## SOME PROBLEMS CONCERNING THE APPLICATION OF BARRIER CAPACITY OF THE PN JUNCTION FOR ACHIEVING FREQUENCY MODULATION

This work discusses some problems appearing when applying the PN junction for achieving the frequency modulation.

A theoretical analysis of a frequency modulator with semiconductor elements is carried out. The dependences for the frequency deviation and its non-linear distortions at small and great deviation are determined.

The advantages of the frequency modulators with semiconductor elements are treated. The experimental results for the obtaining of frequency modulator with semi-conductor elements are shown.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 913—922, 1968*

C. NIȚU

621.31

## RÉGULATEUR NUMÉRIQUE PROPORTIONNEL INTÉGRAL

On propose un nouveau schéma pour les régulateurs numériques du type PI, fondé sur l'utilisation des numérateurs décadaires et réversibles. Le schéma utilise un temps réduit pour le calcul des grandeurs de commande et peut être utilisé pour l'automatisation des processus industriels rapides et lents.

Les éléments d'entrée et de sortie permettent le raccord de régulateur à une large gamme de traducteurs et éléments d'exécution.

*St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 4, p. 923—929, 1968*

# ERATA

| Pag. | figura : | în loc de : | se va citi : |
|---|---|---|---|
| 801 şi 803 | Fig. 1 şi Fig. 2 | $\Phi_g$ | $B_g$ |

St. Cercet. energ., electr. nr. 4/1988

## LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

DAN TEODORESCU, **Servomotorul amplificației și aplicațiile lui în automatizări**, 1968, 300 p, 22 lei.

M. BRAȘOVAN și E. SERACIN, **Metode noi de proiectare a acționărilor electrice**, 1968, 238 p., 11 lei.

ȘT. N. SĂVULESCU, **Tranziția de la scurgerea laminară la cea turbulentă**, 1968, 312 p., 15 lei.

V. V. GHIA, **Recirculația gazelor la cuptoare**, 1968, 336 p., 29 lei.

P. DIMO, **Analiza nodală a sistemelor electroenergetice**, 1968, 627 p., 44 lei.

V. MANEA, **Cîteva probleme ale teoriei plăcilor plane elastice** 1966, 255 p., 8,75 lei,

T. OROVEANU, **Scurgerea fluidelor multifazice prin medii poroase**, 1966, 599 p., 41 lei.

GH. CARTIANU, **Modulația de frecvență**, 1966, 693 p., 44 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, **Teoria lubrificației în regim turbulent**, 1965, 343 p., 29 lei.

V. M. POPOV, **Hiperstabilitatea sistemelor automate**, 1966, 304 p., 16 lei.

S. HÂNCU, **Modelarea hidraulică în curenți de aer sub presiune**, 1967, 246 p., 11 lei .

AL. NICA, **Sisteme de lubrificație**, 1967, 262 p., 14,50 lei.

GH. VASILCA, OLGA BIȚĂ, **Procese de lubrificație, frecare și uzură la suprafețele metalice**, 1967, 416 p., 29 lei.

H. PASCAL, **Curgerea nestaționară a gazelor prin conducte magistrale**, 1967, 273 p.. 16 lei.

I. P. „Informația" – c. 5838

43821

Lei 18.—